EDIZIONE NAZIONALE

MATHEMATICA ITALIANA

per il Ministero per i Beni e le Attività Culturali

EVCLIDE MEGARENSE
ACVTISSIMO PHILOSOPHO
SOLO INTRODVTTORE DELLE
SCIENTIE MATHEMATICE.

DILIGENTEMENTE RASSETTATO,
& alla integrità ridotto, per il degno professore di tal
Scientie Nicolò Tartalea Brisciano.

SECONDO LE DVE TRADOTTIONI.

CON VNA AMPLA ESPOSITIONE DELLO ISTESSO
tradottore di nuouo aggiunta, talmente chiara, che ogni mediocre
ingegno, senza la notitia, ouer suffragio di alcun'altra scientia
con facilità serà capace a poterlo intendere.

Di nuouo con ogni diligenza ben corretto, e ristampato.

IN VENETIA,
Appresso gli Heredi di Troian Nauo, alla libraria dal Lione.
M D L X X X V.

ALL'ILLVSTRISSIMO
SIGNOR FEDERICO CONTARINI
DI S. MARCO PROCVRATORE DIGNISSIMO, ET NOSTRO SIGNORE OSSERVANDISSIMO S.

TANTA è stata l'ispeditione (Signor Illustrissimo) che hanno hauute le opere del famosissimo Euclide, nella nostra vlgar lingua dal dotto Tartaglia già tradotte; ch'essendo da virtuosi ingegni molto ben adoprate, e tenute care, piu hormai non se ne ritrouaua. La doue conoscendo noi, come non pochi peregrini ingegni, che al monte della immortal fama ascender bramano, erano da tal penuria impediti: senza hauer risguardo a spesa, ò fatica, volontieri per ben commune, ogn'industria habbiamo vsato; acciò ristampate di nuouo piu belle, & meglio corrette, et in piu copia uenessero in luce. E douendo noi Heredi del già Troian Nauo, secondo l'vsanza del li antichi, sino al presente osseruata; dedicare quest'opera a qualche personaggio illustre, sotto la cui protettione auanti ciascheduno piu uaga comparisse: Hauendo da molti e molti inteso come V. S. Illustriss. con il suo nobilissimo aspetto, maniere affabili, & opre uirtuose, si fa ciascheduno, che la conosce affettionatissimo: & con *talmo li di cortesia, li lega, che mai piu sciogliere si possono; Noi donque mosse da cosi buona fama, acquistata dal suo proprio ingegno, & animo eccellente, indicio manifesto, che sopra ogni altra cosa la gloria stima: Non ostante, che molti letterati nelle loro auttentiche scritture habbino registrato a memoria perpetua lo essemplare nome di V. S. Illustrissima: come quella che sempre è stata loro fautrice: A noi ancora è parso conueneuole di seguitare le uestigie sicure di cosi dotti huomini, quali dicono, li Prencipi, Re, & Imperatori douer essere laudati & honorati non tanto per li gradi loro, ma molto piu celebrati deuono essere quelli huomini, quali generosamente, & santamente uiuendo come fa V. S. Illustrissima meritano perciò corone & Imperij: Vogliamo inferire, che auenga che per lo antichissimo & Illustrissimo sangue Contarino V. S. Illustrissima meriti ogni honore; molto piu meritate, pijssimo Signore, per li gesti egreggi, che in honore & gloria della Republica, & in seruitio de' poueri continuamente usate: dono il maggiore, che Dio all' huomo concedere possa. Per il che non essendo in questa religiosissima Republica persona, che soprauanzi V. S. Illustrissima in fare altrui gratie & fauori, da tanta sua bontà & valore innanimati, habbiamo preso ardire, con ogni humiltà però, farle questo dono benche picciolissimo rispetto alli meriti suoi, che sono grandissimi. Et con pregar Dio che a V. S. Illustrissima ogni prosperità conceda, rimouendo da lei ogni sinistro caso, di tutto core con ogni riuerenza sotto della protettion sua ci raccomandiamo. Di Venetia li XV. Decembre. M D LXXXV.*

Di V. Illustrissima S.

Humilissimi Seruitori

Li Eredi di Troian Naue.

LETTIONE DE NICOLO TARTALEA BRISCIANO.

SOPRA TVTTA LA OPERA DI EVCLIDE MEGARENSE Acutissimo mathematico.

1 TVTTI gli huomini, Magnifici e Preclarissimi Auditori, come scriue Aristotele nel primo della Methaphisica naturalmente desiderano di sapere, & nel primo della posteriora conchiude, che il sapere non è altro, che intendere per demostratione. Platone poi diffinisce la sapientia non esser altro che una cognitione delle cose diuine & humane: & tutti gli antiqui Philosophi dicono, le parti della sapientia esser due, cioè speculatione, & operatione, ouer Theorica, & Pratica: Et Aristotele nel secondo della Methaphisica dice, che'l fine della speculatione, ouer della scientia speculatiua non è altro, che la uerità, & della operatione, ouer pratica, è l'opera compita: Anchora li detti antiqui inuestigatori delle cose, affermano come si tocca piu la uerità nelle Mathematice discipline, che in qualunque altra scientia ouer arte liberale: Per il che hanno assolutamente determinato quelle esser nel primo grado di certezza: & pero uediamo, come dice il Cardinal di Cusa, tutti quelli, che gustano di queste discipline, accostarse a quelle con amor mirabile; & questo non è per altro, se non perche in quelle si contiene il uero cibo della uita intellettuale.

2 Queste tali Scientie, ouer discipline sono state tāto intrinsicamente conosciute da nostri saui antiqui, che da quelli fu determinato, che la prima cosa, che se douesse far imparare a tutti quelli, che si dedicauano alla sapienza, fussero le discipline mathematice, cioè, si come al presente si costuma fare della grammatica. Et questa determinatione ouer costitutione ferno per tre cause: Prima perche le dette scientie, ouer discipline, approuano l'ingegno dell'huomo, se egli è atto a far frutto nelle altre scientie, o nō: perche tra quelli si costumaua questo prouerbio. Sicut aurum probatur igni, & ingenium Mathematicis: cioè che si come la bontà de l'oro uien conosciuta, & approbata con il fuoco, con l'ingegno dell'huomo uien conosciuto & approuato con le Discipline Mathematice. Et pero quando per sorte trouauano alcuno, che di tai scientie non fusse capace, lo leuauano da tal cominciato studio, & lo applicauano ad altro esercitio, perche in effetto comprendeuano, come dice Vitruuio Polione al primo capo del suo primo libro, che la dottrina senza lo ingegno, ne lo

ingegno senza la dottrina puo fare un perfetto artifice.

3 La seconda causa, perche li nostri antiqui uoleuano che le mathematice discipline fussino le prime imparate, è questa, perche alla intelligentia di quelle non ui occorre alcuna altra scientia. La causa è che per se medesime si sostentano, per se medesime si uerificano, per se medesime si approuano, & non per auttorità, ouer opinione di huomini, come sono le altre scientie, ma per demostratione.

4 La terza causa è, che conoscemo tutte le altre scientie, arti, ouer discipline, hauer delle Mathematice bisogno, & non solamente le liberali, & sue dependenti; ma anchora tutte le arte Mecanice come al presente sotto breuità, in parte si farà manifesto.

5 Primamente egli è cosa notta, che per mezzo di queste tai scientie ouer discipline, nelle occorrentie naturali noi conoscemo in materia, la descriptione, qualità, & quantità de ogni figura geometrica cioe de triangoli, & quadrangoli, Penthagoni, Essagoni, Rhombi, & Rhomboidi, & de ogni altra figura piana: Et similmente de ogni corpo solido, si regulare, come irregulare, come sono pyramidi, prisme, ouer seratili, sphere, coni, chilindri ouer colone, cubi, ottobase, dodici base, uinti base, & altri suoi dependenti, con tutte le sue proprietà & proportioni, come geometricamente descriue è forma el nostro egregio Authore Euclide in 15. Libri, delli quali 11. sono de geometria, cioe el primo el 2. & el 3. el 4. el 6. el 10. lo 11. lo 12. il 13. il 14. & il 15. Et tre sono di Arithmetica, cioè el 7. lo 8. & il 9. El quinto a tutti questi è commune, il quale è della proportione & proportionalità, la qual proportion & proportionalità cosi se aspetta al numero, come alla misura.

6 Certa cosa è anchora, che queste tai scientie, ouer Discipline mathematice sono nutrice, & matre delli musici: Impero che con li numeri & sue proprietà proportione & proportionalità noi conosciamo la proportione dupla, che da pratici è detta ottaua, esser composta d'una sesquitertia & de una sesquialtera: & similmente sapiamo la sesquitertia esser composta de duoi toni, & de un semiton menore, & la sesquialtera esser composta de tre toni & de un semiton menore, per il che si manifesta la detta dupla, ouer ottaua esser composta de cinque toni & de duoi semitoni menori, cioè meno una coma de sei toni, & similmente sapiamo el tono esser piu di otto come & men di 9. Anchora per uigor di queste tai discipline sapiamo esser impossibile a diuidere il detto tono, & ogni altra superparticolare rationabilmente in due parti equale, ilche dimostra il nostro Euclide, nella ottaua propositione del ottauo libro.

7 Piu oltra, non per altra causa alli presenti tempi e penuria de boni & eccellenti Astronomi, che per diffetto delle antedette discipli-

ne,

ne, perche di ben intendere l'Almagesto di Ptolomeo, & similmente Giouan de Monte Reggio senza le Euclidiane Istruttioni, niun certo si puo auantare: & quantunque si lega nel ecclesiastico al primo Capitolo. Altitudinem coeli, & latitudinem terrae, & profundum abissi quis dimensus est? Nondimeno tanta è la uirtu di queste scientie, ouer discipline, che per mezzo delle proportioni, non solamente li nostri antiqui hanno conosciuto quanta sia la rotondità di tutta la terra, & quanto sia il Diametro suo & similmente delli altri elementi; ma anchora hanno conosciuto la grandezza del Sole, & della Luna, delle stelle, si fisse come erratice, & la conuersatione del loro Cielo, come dimostra Ptolomeo nel Almagesto, & Alphonso nelle sue Tauole.

8 Queste medesime scientie ouer discipline, danno la uia all'arte giudiciaria detta astrologia, & similmente alla Pyromantia, Hydromantia, Geomantia Nicromantia, & altri sortilegi, come scriue Isidoro, & Cieco Dascoli, & similmente, Cornelio Agrippa nel secondo di Occulta Philosophia.

9 Che diremo della Geographia? Non ci dimostra Ptolomeo & tutti gli altri eccellentissimi Geographi, quanto li sia necessario el numero, la misura, la proportione, & proportionalità. Quando che di tutto l'uniuerso debitamente proportionando li gradi della lor longhezza & larghezza, in una picol carta, tutte le famose prouincie, città, castelli, monti, fiumi, isole, penisule, & altri siti maritimi, & mediterranei ci hanno ridotto.

10 Quanto che queste siano necessarie alla Corographia, cioè al modo di mettere rettamente in disegno un particolar sito, ouer paese, & similmente la pianta de una città lo habbiamo dimostrato nel quinto libro delli nostri quesiti, & inuention diuerse.

11 Anchora considerando bene, e studiando la scientia Perspettiua, senza dubbio si trouarà, che nulla sarebbe se la Geometria, come madre sua, non segli accomodasse. Questo non solamente ci perisica el nostro Euclide, nella sua Specularia & Perspettiua, & similmente lo Arciuescouo Giouanne Cantuariense. Ma piu abondantemente Vitelleone, quel gran Perspettiuo, il quale ogni sua propositione approua & dimostra con le Euclidiane propositioni.

12 Che queste tai scientie ouer Discipline siano necessarie all'arte Pittoria, non uoglio star a prouarlo particularmente, perche mi basta che Alberto duro alli tempi nostri Pittor eccellentissimo, nella opera sua non solamente lo confessa & afferma: ma ancora attualmente lo dimostra al senso.

13 Quanto queste siano opportune all'arte horologica, cioè alla compositione, descritione, ouer costruttione delli horologij, si horizon-

tali come murali. Sebaſtiano Muſtero non ſolamente in Pratica, ma in Theorica lo fa manifeſto.

14 Da queſte medeſime diſcipline germoglia, & naſce la ſcientia de Peſi, come apertamente dimoſtra Giordano in quello de ponderibus, il che medeſimamente retificamo & approuiamo nel quinto libro delli noſtri queſiti & inuentioni diuerſe, con la qual ſcientia Ariſtotile nelle ſue queſtioni Mecanice aſſegna la cauſa di ogni ingenioſa mecanica inuentione.

15 Tanto è generale la uirtu, ouer potentia di queſte tai diſcipline piene di certezza, che Archimede Siracuſano per lo ſtudio di quelle, con ſuoi mecanici ingegni difeſe un tẽpo la città di Siracuſa contra l'impeto di Marco Marcello Conſule Romano, per il che acquiſtò il nome della immortalità.

16 per mezzo di queſte ſi ſano uarij & diuerſi modelli, fabricanſi ponti quaſi alla natura impoſsibile.

17 Anchora ſe con lo intelletto ben conſiderano & guardano tutte le ſorte de antique & moderne machine, & ſtromenti belici ſi offenſiui come diffenſiui, come ſono baſtioni, repari, bricole, trabocchi, catapulce, ſcorpioni, baliſte, ariete, teſtudine, helepoli, (come dimoſtra Vetruuio nel decimo.) Et ſimilmente Vegetio, Valturio, & Lion Battiſta delli Alberti, ſempre con forza de numeri & miſure le loro proportioni ſi trouano formate & fabricate.

18 Delle noue inuentioni per noi trouate ſopra el tirar delle moderne machine tormentarie, dette dal uulgo artegliarie, non uoglio replicarlo per hauerlo altroue detto & in parte publicato: Baſta ſolamente a dire, che per conſiglio di queſte, ſenza alcuna ſperienza ne pratica in tal eſercitio la maggior parte ritrouai.

19 Similmente per uirtu di queſte habbiamo ancor trouato di mandar a eſſecutione tutti quei modi (recitati da Vegetio, & da Frontino Valturio,) che uſauano li noſtri antiqui nell' ordinare gli eſerciti in battaglia ſotto uarie & diuerſe forme, cioè in forma quadra di gẽte, ouer di tereno, & ſimilmente el modo di formar el cuneo, la forfice, la ſega, el rhumbo, la forma circulare e la lunare, le qual coſe alli preſenti tempi quaſi in tutto ſono perdute.

Di quanto aiuto et ſubſidio ſian le dette diſcipline alla Architettu-
20 ra, Vitruuio Polione nel ſuo proemio lo fa manifeſto.

Queſte tai ſcientie, ouer diſcipline non ſolamente acuiſſeno l'in-
21 gegno del huomo, & lo fanno atto a poter con facilità penetrare in qual ſi uoglia altra ſcientia: Ma anchora lo preparano a poter agilmente diſcorrere ouer caminare di longo alla ſapientia: Anzi che Boetio Seuerino uol che queſte tai ſcientie, ouer diſcipline ſiano le proprie uie di aſcendere a quella, & finalmente conchiude ſenza queſte

tai scientie ouero discipline esser imposibile di potere rettamente filosofare.

22 Questo medesimo uiene a essere stato retificato con li effetti da quel Platone padre e maestro de philosophi, el quale non uolena che alcun scolaro intrasse nella sua scola, ouer studio, se non era prima in Geometria ben isperto.

23 Et pero non è da marauigliarsi, se molti passi nella Phisica, Methaphisica, & Posteriora de Aristotile, & similmente in quei de Celo & mundo paiono oscuri, & difficili alli nostri moderni, che la maggior parte nō procede da altro, che per non saper le predette discipline.

24 Queste medesime danno l'essere alla Pratica speculatiua di Algebra, & Almucabala, uolgarmente detta la Regola della cosa ouer arte Magna, e queste, non solamente Maumeth figliuolo de Moise Arabo gia di tal scientia primo inuentore. Ma ancora frate Luca dal Borgo, Michel Stifelio, e Leonardo Pisano Geometricamente lo fanno manifesto.

25 Essendo un giorno interrogato il diuino Platone, per che causa lo huomo fra el genere de gli animali era chiamato animal rationale, & tutti li altri erano detti irrationali & brutti, lui rispose per che lo huomo sa numerare & le bestie non. Se adonque cosi minima parte di tai discipline (che è il numerare) per esser comune a tutti, ne fa differenti da gli animali brutti, & ne priuileggia di questo nome rationale; Eglie adunque cosa chiara che quanto maggior parte apprendiamo di quelle, tanto piu saremo rationali, & lontani dalli irrationali.

26 Da queste medesime discipline se raccoglie & prende (dico inauedutamente) parte della Dialettica, cioè la prattica & il modo di sapere argomentare nel disputar le cose, & a confutare lo auersario, & conchiudere il proposito per uarie & diuerse uie, come che procedendo in quelle si sarà manifesto.

27 Piu fonte Bartolo da Sassoferrato (famoso legista) nella sua Tyberina sue figure geometrice usando, non solamente ne manifesta lui essere stato nelle Mathematice ottimamente instrutto & corroborato, ma anchora ne aduertisse la geometria esser necessario in iure.

28 Che diremo della guida & scorta di nostra salute sacra Theologia: Non dimostra il Reuerendissimo Cardinal Nicolo di Cusa nella penultima parte de l'opera sua, senza la geometria non potersi a gli intelletti nostri communicare, laqual parte e intitolata Complementum theologicum figuratum in Complementis Mathematicis.

29 Ma eglie di tanta necessità questa geometrica disciplina & scientia, che non solamente noi huomini mortali nelle nostre cose commensurabili usiamo quella, come piu uolte è stato detto, ma anchora il magno

Iddio

Iddio, il quale è misura di tutte le cose, in formar le parti del corpo hũmano, non si gouerna senza quella, con laquale, anchora questi compositori de imagini, & Pittori eccellenti si conformano, ad ogni membro usando el suo compasso: per il che anchora li peritissimi Architetti, come ci manifesta Vetruuio Polione al primo cap. del suo terzo lib. Cercano con ogni diligentia di proportionare le case & altri suoi publici & priuati edifici alla similitudine del detto corpo humano, per esser quello, come è detto, dal sommo Architettore con debite misure fabricato.

30 Finalmente si conosce anchora la nobilita, eccellentia & altezza di queste discipline, per la gran fama & nome di quelli, iquali hanno dato opera ad essornare & studiare dette scientie, come furno Mercurio Termegisto philosopho sacerdote & Re d'Egitto, similmente Pytagora, Platone, Plotino, Aristotele, Auerois, Hypocrates, el nostro Euclides, Ptolomeo, Archimede syracusano, Apollonio Pergeo, Iordano, Vitruuio Architetto. Et molti altri, quali per breuità lasso, per nõ ui tenir in tempo, basta in conclusione, che non si trouarà alcuno che sia stato di gran nome & fama in alcuna facultà senza le Mathematice.

31 Queste poche parole ho uoluto preponere in questo nostro principio, acciochè uoi conosciate che la presente dottrina non è cosa uile, ne mecanica, ne da essere spreciata, ma dignissima & da esser appreciata da ogn'uno, senza laquale ogni altra scientia è imperfetta, & cosi per oggi faremo fine, dimane poi cominciaremo a dichiarare alcuni termini alla materia nostra pertinenti.

32 Finalmente acciochè non para che io sia ingrato della benignissima attione & audientia, che per uostra humanità me haueti prestata. Vi rendo infinite gratie.

SECONDA LETTIONE.

1 ESSENDO il proposito nostro Magnifici & Eccellentissimi auditori, di uoler dar principio a isponere, ouer dechiarare quelle scientie, arti ouer discipline, che da Greci sono dette Mathematice, che in nostra lingua non uol dir altro che scientie, ouer arti dottrinabile; per procedere regolatamente, prima diffiniremo quale, & quante siano queste tai scientie, ouer discipline, & qual sia il loro proprio sogetto: Et da poi questo, distingueremo le specie di cadauna di quelle, & li suoi termini principali.

2 Le scientie Arti, ouer Discipline Mathematice, secondo il uulgo sono molte, cioè Arithmetica, Geometria, Musica, Astronomia, Astrologia, la Cosmagraphia, la Corographia, la Perspettiua, la Specularia,

cularia,

cularia, la scientia di pesi, la Architettura & molte altre: Ma Boetio Seuerino, & Giorgio Valla tolendo tal opinione da alcuni Greci vogliono, che le dette discipline Mathematice siano solamente quattro, cioè Arithmetica, Geometria, Musica, & Astronomia, & che tutte le altre siano subalternate, cioè dependenti dalle dette quattro: Ma Fra Luca dal Borgo sansepulcro, vuole che le dette discipline Mathematice siano, ouueramente cinque (aggiongendo alle predette quattro la perspettiua) ouueramẽte tre, iscludẽdo dalle predette quattro la Musica: & per sostentare tal sua opinione, aduce ragioni & argumenti assai, liquali per non esser cosa de importantia lasciaremo da banda. Nientedimeno il Reuerend. Sig. Pietro de Aliaco Cardinale, nella prima questione sopra Giouanne di Sacrobusto, cõchiude, la Musica, & la Astronomia, & similmente la Perspettiua non esser pure Mathematice (come è il vero) ma medie fra le mathematice, & la scientia naturale: Per ilche seguita solamente la Arithmetica, & la Geometria esser le pure Mathematice, tutte l'altre esser medie, ouer dependenti, & miste delle Mathematice discipline & della scientia naturale, eccettuando la Strologia giudiciaria, laqual egli conchiude esser pura naturale, in quãto alla sua essentia.

3 Concluderemo adunque che solamente la Arithmetica, & la Geometria, delle quali speculatiuamente tratta el nostro Euclide, siano le pure discipline Mathematice.

4 Et perche il primo libro del detto nostro Authore, come fu detto hieri, è di geometria, il sugetto della quale geometria è la quantità continua, le specie della qual quãtità continua, secondo el logico sono cinque, cioè, linea, superficie, corpo, luogo, & tempo. Ma secondo il mathematico sono solamẽte tre cioè linea, superficie, & corpo. Et perche il piu puro & principal termine di queste tai specie de quantità è il põto, però conuenientemente il nostro Authore ne diffinisse quello nella sua prima diffinitione. Dicendo.

5 Punctus est cuius pars non est. Cioè il ponto è quello, la parte del quale non è, cioè che non si troua parte di quello, che in sostantia non vol inferire altro, saluo che il ponto è quello che non ha parte alcuna, cioè che di quello non si potria tuore ne dar ne trouar ne anchora imaginare la mità, cioè, che non se potria tuor ne dar ne trouar ne imaginar vn mezzo ponto, & non potendo tuor ne dar vn mezzo ponto, meno potremo tuor ne dare vn mezzo terzo, ne vn mezzo quarto, ne alcuna altra parte simile a quello, per laqual diffinitione ne dinota il detto ponto esser indiuisibile, & cõsequentemente non esser quantità, per che ogni quantità continua è diuisibile in infinito.

6 Alcuno potrebe dire, per tutto quello che tu me hai detto fin a questa hora, io non so ne intendo che cosa sia questo punto.

Etio

7 Et io rispondo, che cadauno de uoi per natural istinto sa che cosi eglie, & che sia il uero, lo farò confessare a uoi medesimi. Essempli gratia.

8 Se io adimando a qual si uoglia di uoi, come se chiama la istremità di questo ago ouer gucchia, senza dubbio cadauno di uoi dirà che se chiama ponta, se ui adimandarò perche ragione se chiamela cosi ponta, uoi me risponderesti, perche è cosi sutilmente appontita, & che ua cosi a terminare in niente: se adunque tal termine sarà niente, el non receuerà diuisione, cioè chel non si potrà diuidere in due ne in piu parti, & pero non haueria parte alcuna & non hauendo parte per la diffinitione del nostro Euclide seria un punto, & questa è la ragione che uoi la chiamati ponta, adunque eglie tempo assai che uoi sapeti che cosa è ponto.

9 Questo tal ponto nelle operationi geometrice si intende & piglia per ogni picol segno fatto uoluntariamente ouer a caso con qualche stiletto apontito in qualche spatio, come saria a questo modo, ouer ramente con qualche materia colorata, come saria a dire con la ponta de la penna in qualche foglio di carta questo modo. Ouer amente con qualche altro material colore, come saria con questo gesso. a questo modo.

10 Alcun potria dire, questo tal ponto artificialmente fatto, non hauer alcuna conuenientia con quello, che diffinisse lo Authore, attento che lo operante geometrico mai non lo puo constituire ne segnar talmente picolo, che non possa esser sempre piu picolo, ouer che non sia sempre diuisibile appresso all'intelletto.

11 Considerando fra me medesimo Magnifici & Preclarissimi Auditori qualmente alcuni delle nobiltà uostre hanno appresso di se l'opera del nostro Euclide secondo la prima tradottione dal Campano, & alcuni altri secondo la seconda, fatta da Bartolameo Zamberto Veneto, che uiue ancora. Alcuni altri secondo la stampa di Parise, ouer d'Alemagna, nellaquale hanno incluso le predette ambedue tradutioni, ma per un certo modo qual è piu presto atto a generare confusione in cadauno studente, che altramente, come nel nostro processo faremo chiaramente conoscere, & alcuni altri l'hanno secondo la nostra tradottione fatta in uolgare, & accio che per tal uariatione alcun dipoi non resti confuso, ne ha parso di uolere sotto breuità repetere tutta la lettione de hieri secondo cadauna de dette tradutione, accioche si ueda la differentia che fra da l'una al'altra, & laqual cosa non sarà inutile alli giouani principianti: da poi questo se dichiarirà anchora, almeno le due altre seguenti diffinitioni.

EVCLIDE MEGARENSE

ACVTISSIMO PHILOSOPHO,

ET PERSPICACISSIMO

MATHEMATICO.

LIBRO PRIMO.

NICOLO TARTALEA TRADOTTORE.

PER Intelligentia delle cose che seguitano è da notare, qualmente, egli è costume (anzi è debito) di ciascheduno che voglia trattar di qualche scientia, ouero disciplina, diffinire primieramente il soggetto di quella tal scientia, ouero disciplina con tutti li suoi occorrenti termini. Et perche la Geometria è una scientia, ouero disciplina contemplatiua, la descrittione delle figure, ouero forme della quantità continua immobile, detta magnitudine. Per il che il soggetto generale di detta Geometria verria ad essere la detta magnitudine immobile: le specie dellaquale sono tre, cioè, Linea, Superficie, e Corpo. Et perche queste specie sono comprese, & speculate sotto a varij, & diuersi termini, & figure, denominate per diuersi nomi; per tanto l'Auttore, inanzi che dia alcuna propositione, ci ha voglìuto ordinariamente diffinir tutte quelle cose di che s'ha a trattar in questo primo Libro, come di sotto il tutto chiaro si potrà vedere.

DIFFINITIONE PRIMA.

1 *IL ponto è quello, che non ha parte.*

IL TRADOTTORE.

IN questa prima diffinitione l'Auttor ci diffinisce il principio della quantità côtinua (che è il ponto) & dice, che il ponto è quello, che non ha parte alcuna, cioè, quello del quale nô si puo tuogliere, ne trouar, ne anchora imaginar la mettade, ouer il terzo, ouer il quarto, ne alcuna altra parte simile: Per laqual diffinitione ci dinota, il detto ponto non esser alcuna quantità: ma solamente, esser un semplice termine fatto dalla natura, ouero dall'arte, ouer a caso, ouer cô la mête imaginato, dinotante il principio ouer il mezzo, ouero il fine di alcuna quantità, oueramête qualche altra condicionata parte d'una linea, ouer qualche effetto accadête in una, ouero piu linee, o altre quâtità come nelle cose che seguitano si vederà palese. Et questo tal pôto (nelle operationi Geometrice) se intêde, & piglia per ogni piccolo segno fatto volôtariamête, ouero a caso cô qualche stilo pôtito,

ouero

ouero dipinto cõ qualche materia colorata, in qualche spatio: come p essempio hauemo descritto, ouer signato in margine. Ma perche alcuno potria arguir, et dire,
Pon *tal sorte di ponto (artificialmente fatto dall'operante) nõ hauer alcuna conuenien*
to. *tia con quello che diffinisse l'Autthore: attento che l'operante nõ mai il puo costi*
tuire, ne segnar, talmẽte piccolo, che'l nõ possa esser sẽpre piu piccolo, ouer che'l nõ sia sempre diuisibile appresso all'intelletto, & per tal causa nõ esser di alcuna consideratione appresso l'Autthore, per esser in tutto al contrario della sua diffinitione: Onde per risoluer questo dubbio, rispondo, come habbiamo detto nel principio del prohemio, che tutte le operationi, e cõstruttioni fatte dall'operãte in materia, cioè, in carte, ouer in terra, ouer in qual si uoglia altra materia, mai posson'esser cosi uere, e precise che non possano esser piu uere, e piu precise: Et se ben il mathematico considera & guarda con l'occhio sensibile le cose congionte con la materia, secondo l'esser suo, tamen secondo la ragione sempre li considera, & guarda con la mente astratta da quella materia, doue sono, secondo che sono simplicemente in se, cioè, secondo l'intention dell'operante, e nõ secõdo l'opra: e l'intentiõ dell'operante, Geometrico è sempre di far le cose che construisse in materia, a tutto suo poter, secondo che son semplicemente in se, abẽche non mai le fa cosi precise: facẽdo adonque un põto, con intẽtion di farlo secondo che è semplicemẽte in se, cioè, indiuisibile. seguita, quel tal ponto (tolto secondo l'intention del operãte esser indiuisibile. Il medesimo in sostantia afferma Arist. nel 6. della meta. qual dice, che la scientia mathematica non cõsidera le cose congionte con la materia, secondo l'esser suo: ma separate da quella secondo la ragione: e che la scientia naturale le considera co la detta materia all'un e l'altro modo, cioè, secondo l'esser e secondo la ragione: perilche seguita che considerando il detto ponto secõdo l'esser e secõdo la ragione, per tanto quãto è realmente quel material color negro di pinto nel margine di questo foglio di carta, tal consideration serà naturale, e tal ponto secondo questa consideration non si puo negar che non sia diuisibile in infinito. Ma considerandolo con la mente separato da quella materia sensibile, secondo la ragione, cioè, secondo la diffinitione, tal consideratione serà mathematica, e secõdo quella sera indiuisibile: si che il naturale e differente al mathematico in questo, che egli cõsidera le cose uestite, il mathematico nude d'ogni materia sẽsibile.

Comparatione del Ponto.

IL ponto in Geometria, e simile alla unità nella Arithmetica: laqual è principio del numero, & nõ è numero: Similmẽte è simile al suono nella Musica, come afferma Frãchin di Gaffuri nel. 2. capitolo del suo primo libro: similmente e simile allo istãte nel tẽpo, ouer nel moto, come ci manifesta Aristotele nel. 6. della Physica, testo, 24. E forsi che non seria fuor di proposito a dir che il detto ponto fusse simile alla materia prima, negli pricipij delle cose naturale. Anchora si puo dir che'l ponto sia simil alla lettera consonante in Grãmatica, pche in uero quella nõ è uoce, & è pricipio della uoce. Vero è che alcuni Gramatici dicõ esser una uoce indiuiduà: ma q̃sti tali, secõdo il mio parere, se ingãnano: perche ogni uoce è diuisibile in infinito: La ragion è questa, che ogni uoce è proferta in tempo, & è

misur

misurate da quello: & ogni tẽpo è diuisibile in infinito, per esser specie del cõtinuo, adõque ogni uoce è diuisibile in infinito: perche, se la misura è diuisibile in infinito per commune scẽtia, seguita che la cose misurata sia medesimamente diuisibile in infinito. E pero nõ si puo dire, che alcuna uoce sia indiuisibile, si come nõ si puo dir, che il põto sia una quãtità cõtinua indiuisibile, perche seria cõtradittione. Si uede adõque che il põto ha similitudine con tutte le cose: imo ha grã similitudine con Iddio: & per questa causa li Sapienti hãno attribuito q̃sto nome põto a esso Iddio, come nelli suoi settanta duoi nomi manifestamẽte appare. Questo põto nella secõda tradottione è detto segno: ma perche q̃sto nome põto è piu cõmune, & piu frequẽtato, fra li Latini e uolgari che segno, Ponto e nõ segno, m'è parso chiamarlo. Questo medesimo stile ho usato nelle altre diffinitioni, etiam nelle propositioni: perche non mi è parso de imitare, gli Alemani, liquali hãno stãpato una propositione della prima tradottione de uerbo ad uerbũ precisamẽte come sta co'l suo commẽto. Et consequentemẽte a quella una della seconda tradottione; pur de uerbo ad uerbum come sta co'l suo commẽto: laqual mistione nõ è altro, che una cõfusione alli studẽti: et massime, doue le propositioni sono diuerse in cõclusione: Anzi ho osseruato questo, che tutte quelle propositioni che sono simili in cõclusione, in l'una & l'altra tradottione: siano doue si uogliano, quantũque nel dire, ouer nel proferir gli sia qualche differẽtia, come è stato del ponto, ne ho formato una sola propositione in uolgare: formãdo la maggior parte de testi uolgari sopra quella, che ha uocaboli piu cõmuni, cioè, sopra la prima: E questo medesimo ordine ho tenuto nelli suoi commenti ouero espositioni: perche, in uero la prima tradottione, si nelli testi come nelli cõmenti usa generalmente uocaboli piu communi & piu usitati, che, la seconda: uero è che la seconda pur in molti testi parla piu correttamente, che la prima, come procedendo in molti luoghi si uedrà palese. & massime, nel decimo.

Diffinitione. 2.

2 La linea e una longhezza senza larghezza: li termini dellaquale sono duoi 2 ponti.

Il Tradottore.

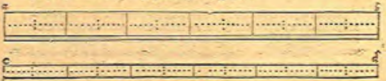
In questa diffinitione l'Auttore ci diffinisce la prima specie della quantità continua, che e la linea. Et dice che la linea e una longhezza, senza alcuna larghezza: & che li termini di quella sono duoi ponti, (essendo però intesa terminata:) perche sono molte linee, che non son terminate com'è la circõferẽtia di un cerchio, & altre simili. Ma bisogna notare, qualmẽte sono alcune linee fatte dalla natura: alcune dall'arte: alcune, e cosi alcune, imaginate con la mẽte. Quelle che sono fatte dalla natura, sono le sẽplice longhezze, ouero le sẽplice larghezze, ouero grossezze, che sono naturalmẽte in ogni qualità de corpi materiali dalla natura prodotti, ouero

dall'arte

dall'arte fabricati & sono etiã li semplici termini della superficie terminanti detti corpi. Ma perche ancora non si è diffinito che cosa sia superficie, ne, corpo, al presente nõ è licito di parlarne, ma nel principio si vederà manifestamente cosi essere. Ma le linee fatte dall'arte, overo che sono fatte col stiletto, overo a caso dall'operante Geometrico cõ qualche sottil punta, overo cõ qual che materia colorata, in qualche spatio, come per essempio (in varij modi si come etiam varij modi possono accadere) haveremo designato di sopra. Vero è, ch'alcũ potria dir (come fu detto del ponto) queste tali linee artificialmente fatte dall'operante nõ havere convenientia alcuna cõ la linea diffinita dallo egregio nostro Auttore Euclide, attẽto che nõ mai possono essere tirate, overo disegnate tanto sottil, che quelle nõ habbiano qualche larghezza in se. Nientedimeno questo dubio è vero, che secondo quello del philosopho, chi vol cõsiderar ciascheduna di dette linee o altre simili; e similmẽte quelle, che sono in ogni qualità di superficie & corpo, cosi secondo la ragione, come secondo l'essere, congiunte o vestite di quella materia di negro colore o altro simile, che ce le fa visibile in larghezza, come fa il naturale senza dubbio secondo tal consideratione haveranno sempre qualche larghezza, & ancor grossezza, per causa della sua veste materiale. Ma chi considera dette linee, per congionte con detta materia, secondo l'esser, ma poi secondo la ragione, separate da quella cioè, nude e spogliate di quella sua veste materiale de inchiostro o carta tinta, come fa il mathematico, secondo tal consideratione si troverà esser resoluto il dubbio. Si vede adonque che il mathematico, & il naturale, nel considerar le cose si accordano in una parte, perche ciascaduno le considera secondo l'esser congionte cõ la materia dove sono, ma poi si discordano in un'altra, cioè, secondo la ragione: perche il naturale secondo la ragione le considera medesimamente congionte e vestite di quella sua veste materiale sensibile: & il mathematico, separate, cioè, nude & spogliate della detta sua veste materiale come fu detto sopra il ponto. E tutto questo afferma Aristotile nel preallegato sesto della Methaphysica, testo 2. et similmẽte il Commentatore sopra il primo de celo et mundo, commento primo, ma piu diffusamẽte Aristotile nel secondo della Physica, testo. xx. cosi dechiara. Et accio che ogni mediocre ingegno meglio apprehenda et intenda questa differentia, che è fra il naturale et il mathematico nel considerar le cose, voglio addur qualche bello essempio molto facile da capire. Hor poniamo che siano due misure material di alcuno metallo, over di legno (si come sono quelle, che usano quelli mechanici, per misurar le cose occorrente) et che dette misure siano di equal longhezza, come sarebbe che fusseno duoi passi & che ciascheduno di essi passi sia diviso in cinque piedi, li quali piedi siano di onze xiii come si costuma fra li Architettori & poniamo che dette due misure siano di legno, ma che una sia d'un legno molto grosso cioè il passo. a.b. et l'altra sia d'un legno sottile cioè il passo. c.d. dico che chi vol cõsiderar queste due misure overo quantità, realmente secondo che sono cioè secõdo la materia senza dubio si cõcluderà una essere maggior dell'altra cioè la. a. b. esser maggior della. c. d. perche egli è piu materia dentro cioè piu quantità di legno per la sua maggior larghezza et grossezza, et questa tal cõsideratione serà naturale, la qual se referisse alla

materia,

teria, che si vede, cioè, alla quantità del legno. Ma chi vuol cõsiderar queste due misure secondo il Geometra, over mathematico (il quale non ha alcun rispetto alla materia secondo la ragione) dirassi queste due misure esser equal, come è il vero, perche sono tolte & considerate secondo la intentione dell'operante, che le ha fabricate il quale le ha fatte con intentione di far vna semplice longhezza: il medesimo se intende d'ogni altra sorte di famose misura, cioè pertiche, brazza, cãne, canezzi, et altre simili, o siano, over di legno: grosse o sottile, non importa: perche tal grossezza non viene considerata. E però si potria dir che la linea, è vna longhezza senza alcuna considerata larghezza, over grossezza. E che sia il vero, che ciascuna delle sopradette famose misure siano intese tolte p linee, oltra che Euclide ce la manifesta nel decimo chiamando ciascuna simile, linea data rationale, come al suo luoco si dirà. Il sapientissimo Commentatore Auerrois sopra il secõdo della Physica, commento .xx. volendo dechiarare la consideratione del prospettiuo (circa alla linea) essere media fra la consideratione del naturale e del mathematico, ce lo ratifica con queste precise parole. Geometria enim considerat de magnitudinib. abstractis a materia, naturalis vero cõsiderat de eis secũdum quod sunt in materia. Aspectiuus autem considerat de lineis in dispositione media inter illas duas cõsideratiões: non enim considerat de linea secundum quòd est linea simpliciter, vt Geometer, neque secundum quòd est linea lignea, ut area, ut naturalis, sed secundum quid visualis, Per il che è da sapere che p la linea lignea, ouero metallica se piglia naturalmente come è detto di sopra: vero, e che la scrittura di tal commento dice, linea lignea, aut area: ma io credo che sia stato mal tradotto, & che voglia dire, come habbiamo detto di sopra, cioè, linea, aut area: Et questo credo serà bastante alla intelligentia della differentia della consideratione naturale & mathematica, con la qual si resoluerà varij dubbij sopra le cose che seguitano.



Diffinitione. 3.

3 La linea retta è la breuissima estensione da vno ponto ad vn'altro che riceue l'vno e l'altro di quelli nelle sue estremità.

Il Tradottore.

Hauendo lo Auttore nella precedente diffinitione diffinito, che cosa sia la linea in genere. (Perche questo genere de linea se diuide in due specie principale, cioè, in retta, e curua, però nella presente diffinitione ci vol dar a conoscer qual sia la retta (e dice che la linea retta e la piu breuissima estesione, ouer tratta che tirar si possa

in alto, ouero con la mente da un ponto a un'altro, riceuendo nelle sue estremità ciascuno di quelli, come per lo essempio si vederà. Siano li dui ponti . a . & b. come qui potrai vedere nel primo essempio. Dico che dal põto a. al ponto b. si possono tirar infinite linee una maggior dell'altra, al modo che habbiamo posto qui di dentro nel secõdo essempio, & similmente infinite altre nella forma & maniera, che habbiamo posto nel terzo essempio, et in altri varij modi: ma la piu breue che tirar si possa dal detto põto a. al ponto b. poniamo che sia q̃lla che qui dentro sono, e che habbiamo tirata rettamẽte nel quarto essempio: Essendo adonque la piu breuissima, che tirar si possa dall'uno all'altro di detti ponti sera detta linea retta per la presente diffinitione. Et questo basta per dechiaratione della linea retta, & etiã per notitia della curua: perche chi cognosce il dritto de una cosa è sforzato a cognoscere etiam il rouerscio, e pero lo Auttore non ha voluto diffinir altramente la linea curua, per esser cosa superflua, imaginandosi tal cognitione esser espressa a chi hauera notitia della retta. Ideo &c.

Diffinitione 4.

4 / 5.6 *La superficie è quella che ha solamente longhezza & larghezza: li termini dellaquale sono linee.*

Il Tradottore.

In questa quarta diffinitione l'Auttor ci diffinisse la seconda specie della quantità continua (che è la superficie) & dice che la superficie è quella che ha solamente longhezza e larghezza, cioè, che gli manca la profondità, ouer grossezza: li termini dellaquale (essendo terminata) sono linee. dico essendo terminata, perche sono molte superficie che non sono terminate, come saria la superficie d'una balla tonda, ouer d'uno ouo, & altri corpi simili. Ma p intender bene questa diffinitione bisogna notare, qualmente sono alcune superficie fatte dalla natura, alcune dall'arte, alcune a caso, & alcune imagine con la mente. Le superficie fatte dalla natura sono li superficiali termini terminanti ogni qualita di corpo dalla natura produtto, ouer dall'arte fabricato, ma p nõ esser anchora diffinito che cosa sia corpo, metteremo questo parlar da banda, per non preterir l'ordine dell'auttore, ilqual non costuma parlare d'una cosa auanti la diffinitione di quella: ma le superficie fatte dall'arte, ouer a caso sono quelle, che vengono fatte, ouer dissegnate volontariamẽte, ouer a caso dall'operatore geometrico, ouer pittorico, cõ qualche stilleto pontito, ouer cõ qualche materia colorata in qualche altra superficie, come per essempio hauemo dessegnato in margine, ilqual margine è per ãchora hũ superficie di questo foglio di carta. Ma dui dubij ponno occorrere nella mente del studente circa alla sopra detta diffinitione, e circa alla nostra espositione uno di quali è questo. Potria dire, la diffinitione di ce, che la superficie ha solamente longhezza, e larghezza, & trouo la maggior parte delle superficie hauer piu longhezze e piu larghezze, come appar nella superficie a.b.c.d. laquale ha due longhezze, cioe il lato a.b. & il lato c.d. et due diuerse larghezze, cioe il lato a.d. & il lato b.c. Circa a questo dubbio rispondo, che la longhezza & la larghezza d'una superficie è una cosa, & li lati, ouer linee, che la terminano sono vn'altra: perche le linee che terminano ogni qualità di superficie (si come quiui si vede) se dicono solamente termini di quella superficie, e non longhezze, ne larghezze di quella: vero è che per mezzo de ditti termini noi vegniamo in cognitione della vera e simplice longhezza e larghezza de ogni qualità di superficie, & poi per mezzo della detta vera e simplice longhezza & larghezza noi vegniamo in cognitione della quantità di quella tal superficie, come nel 2. libro si vederà manifesto. & per questo si dice che la superficie ha solamente longhezza, & larghezza, & che li termini di quella sono linee, ma nõ dice che le linee che la terminano siano le sue longhezze, ouer larghezze: & questo basti per dechiaratione del primo dubbio. El secondo e simile a quello della linea, cioe, cioe se potria dire, che quelle superficie artificialmente fatte ouer designate, ouero pinte con qualche liquor corporeo colorato, hauer in se sempre qualche grossezza, ouer profondità, ma questo dubbio se risolue come quello del ponto, ouer della linea, cioe, che il Geometra le considera (secondo la ragione) nude, & spogliate di quel la materia colorata secondo che sono in se, cioe, senza profondità, ouer grossezza: & questo basti per delucidatione della superficie in genere.

Diffinitione 5.

5 La superficie piana è la breuissima estensione da vna linea a vn'altra, che ri
7 ceue nelle sue estremità l'una e l'altra di quelle.

Il Tradotore.

Hauendo l'Author di sopra diffinito che cosa sia superficie in generale, e perche sono due specie principali de superficie, cioe, piana, e globosa, ouer conuessa, ouer sferica, ouer concaua, però in questa diffinitione ne diffinisse la piana, & dice, che la superficie piana e la piu breuissima superficie che si possa estendere da vna linea a vna altra, riceuendo nelle sue estremità ciascuna di quelle: perche bisogna notare che questa diffinitione e quasi simile a quella della linea retta: Onde similmente bisogna aduertire che da vna linea a vn'altra si puo estendere in atto, ouer cõ la mente infinite superficie, che riceueranno nelle sue estremità ciascaduna di quelle, tamẽ se non vna sola se ne puo estendere che sia piana, e non piu: e quella sarà la piu breuissima

Primo esempio

Secondo esempio

Terzo esempio

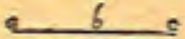
de tutte le altre che estender si possano: come (essempli gratia) siano le due linee .a.b.& .c.d. come qui si vede. Nel primo essempio dico, che dalla linea .a.b. alla linea .c.d. si puo estendere in atto, over con la mente, infinite superficie, alla similitudine della superficie .m. tirata nel secondo essempio che una serà maggior dell'altra, etiam in altri varij modi: ma la piu breve sopra che estender si possa, serà quella che serà estesa brevemente, & rettamente dalla detta linea .a.b. alla linea .c.d. alla similitudine della superficie .n. del terzo essempio: laquale, essendo la piu brevissima, serà detta superficie piana, per la presente diffinitione, dommente che la sia estesa talmente che ella toccaua nelle sue estremità ciascaduna di quelle proposte linee: questo dico, perche se ne potrà tirar di piu breve di quella, fra le dette linee, che nõ seriano piane, ma nõ riceueriano le dette due linee .a.b. et .c.d. nel le sue estremità, e pero fu forza a conditionar la diffinitione. Et questo credo sia bastante alla dilucidatione del le superficie piana etiam alla non piana: perche (come dissi della linea retta) chi cognosce la superficie piana è necessario che etiam cognosca la non piana: e pero non fu bisogno diffinirla altramente.

Diffinitione 6.

6 L'angolo piano è il toccamento, & la applicatione non diretta de l'una
8 e l'altra due linee insieme la espansione dellequale è sopra la superficie.

Il Tradottore.

In questa diffinitione l'Auttore ci da a conoscere qualmente l'angolo piano e composto sotto tre conditioni. La prima è, il toccamento di due linee, tamen il toccamento per se non formeria l'angolo, quando l'applicatione delle due linee fusse diretta alla similitudine delle due linee .a.b. & .b.c. lequale si toccano in põto .b. d'una applicatione diretta: et per esser tal applicatione di retto, non formano angolo, anzi delle dette due linee se ne fa una sola linea che è tutta .a.b.c. ma se le dette due linee si toccassero d'una applicatione non diretta, alla similitudine delle due linee .d.e. et .e.f. in põto .e. bẽ formariano l'angolo in ponto .e. tamen se le dette due linee .d.e. & .e.f. se espandessero, over distendessero sopra



una superficie globosa, ouer montuosa el detto angolo non saria angolo piano, ma montuoso, ouer curuo: perche douendo esser angolo piano, bisogna che habbia la terza conditione, cioe, che le dette due linee e espandano, ouer estendano per la superficie cioe, per la superficie diffinita nella precedente diffinitione, 5. ben che l'Autthor non lo specifica: Ma egli è suo costume, che ogni volta che gli nomina linea ouer superficie, senza altra conditione, egli uole che se intenda di quella linea, ouer superficie che è stata diffinita, & non altramente: circa ci bisogna auertire: spandendosi adunque le due linee d.a.c & e.f. per una superficie piana, l'angolo a. saria piano, perche dall'angolo piano all'angolo non piano, superficiale, non è altra differentia saluo che la espansione delle due linee del non piano e in una superficie non piana, tamen li angoli piani possono esser contenuti da due linee curue, ouero da una curua, e l'altra retta, pur che ambedue le due linee siano in una superficie piana, come per esempio hauemo dissegnato: & questo credo sia bastante alla dechiaratione dell'angolo piano, etiam del non piano, superficiale, solo superficiale, accio non se intendesse dell'angolo solido, del quale se ne parlerà nell'undecimo Libro, ma in questo loco non è a proposito di parlarne.

Angolo piano due linee curue.

Angolo piano.

Diffinitione 7.

Angolo retilineo.

7 — 9 Ma quando due linee rette contengono un'angolo, quell'angolo è detto retilineo.

Il Tradottore.

Perche delli angoli piani (come dissi, et esemplificai nella precedente diffinitione) alcuni sono contenuti da linee rette, alcuni, da curue, & alcuni, da una curua, & una retta, per tanto l'Autthor ci aduertisse, come quello angolo, che è contenuto da due linee rette, se chiama, angolo retilineo.

Diffinitione 8.

8 — 10 Quando una linea retta starà sopra una linea retta, & che li dui angoli contenuti dall'una e l'altra parte siano equali: l'uno e l'altro di quelli sarà retto.

Il Tradottore.

Le specie principali dell'angolo retilineo sono due, cioe, retto, e non retto: ma perche l'angolo non retto si diuide etiam in altre due specie, cioe, in maggior del retto, e minor del retto: pilche potremo dire, le specie dell'angolo retilineo esser tre, cioe, retto, maggior del retto, e minor del retto: Onde l'Autthore per la presente diffini-

Con la euidentia di q̃sta se puo conoscere se una squadra e iusta.

tione ci da a cognoscer l'angolo retto: laqual dice, che quando una linea retta starà sopra d'una linea retta, (cioe, come sta linea .a.b. sopra alla linea .c.d.) si conditionatamente, che li dui angoli contenuti dall'una e l'altra parte delle dette due linee siano equali fra loro (cioe, che l'angolo contenuto dalla linea .a.b. & della parte .d.b. dell'altra sia equale all'altro angolo contenuto dalla medema linea .a.b. & dall'altra parte .c.b. della medesima .c.d. che caduno delli detti angoli se dice angolo retto, &c. Però per intelligentia delle cose che seguitano bisogna notare, che quando se vol denotare in scrittura un angolo, quello si proferisse, la maggior parte, per tre lettere, dellequal la lettera media sempre sarà quella, che denotarà il ponto doue termina il detto angolo: Exempli gratia. Volendo proferir, ouer dire quello che hauemo detto di sopra (secondo si costumarà nelle cose seguenti) diremo in questo modo. Se l'angolo .a.b.d. sarà equale al angolo .a.b.c. l'uno l'altro sarà retto. Onde per l'angolo .a.b.d. bisogna intendere l'angolo contenuto dalla linea .a.b. & dalla linea .b.d. in ponto .b. & per l'angolo .a.b.c. l'angolo contenuto dalla medema linea .a.b. & dalla linea .c.b. in ponto .b. & cosi si deue intendere nelle cose sequenti.

Diffinitione 9.

9 Et la linea soprastante è detta perpendicolare sopra a quella, doue sopra
10 sta.

Il Tradottore.

Breuemente in questa diffinitione consequentemente si conclude, che la linea .a. b. della figura precedente si dice perpendicolare sopra alla linea .c.d. & questa diffinitione si debbe intendere congionta alla precedente, quantunque ella sia disgionta & segregata.

Diffinitione 10.

10 Et l'angolo ch'è maggior del retto, si dice ottuso.

Il Tradottore.

In questa diffinitione l'Autthor ci aduertisse, qualmente l'angolo che è maggiore dell'angolo retto, si chiama angolo ottuso: exempli gratia, se la linea .a.b. starà inclinata sopra alla linea .c.d. (come appar in questa seconda figuratione) essa formarà dui angoli inequali, uno de quali serà maggior del retto, cioè l'angolo .a.b.d. & l'altro serà minore, cioè l'angolo .a.b.c. l'angolo adonque .a.b.d. per la presente diffinitione serà detto ottuso, & l'altro ch'è minor del retto si diffinisce nella sequente diffinitione, & questa diffinitione insieme cõ la sequente si debbeno intender per congionte congiunte con la ottaua, si come fu detto anchora della precedente.

Diffinitione 11.

11/12 Et l'angolo che è minor del retto, è detto acuto.

Il Tradottore.

In questa diffinitione l'Auttor similmente ci auisa qualmente l'angolo minore dell'angolo retto si chiama angolo acuto: adonque l'angolo a.b.c. della precedente figura si chiamerà angolo acuto, e l'angolo a.b.d. ottuso (come di sopra fu detto) E questo basta per la dechiaratione delle tre specie delli angoli piani rettilinei.

Diffinitione 12.

12/13 Il termine è quello, che è fine della cosa.

Il Tradottore.

Quiui l'Auttor sotto breuità ci diffinisce che cosa sia termine, et dice, che il termine è il fine di ciascuna cosa, essempli gratia, sia la linea a.b. e similmente la superficie a.b.c.d. et perche ciascun delli duoi ponti a. & b. sono principio e fine della detta linea a.b. adonque ciascuno delli detti duoi ponti a. & .b. puo esser detto termine della detta linea a.b. similmente perche la superficie a.b.c.d. finisce nelle quattro linee a.b, a.c. c.d. & .b.d. adonque ciascuna delle dette quattro linee serà termine della detta superficie.

Diffinitione 13.

13/14 La figura è quella, che è contenuta sotto uno, ouer piu termini.

Il Tradottore.

In questa diffinitione ci da a cognoscere qualmente la figura è compresa sotto uno, ouero piu termini, & qual siano quelle figure che sono contenute sotto uno termine, & quale siano quelle che sono contenute sotto duoi, ouer tre, ouer quattro, ouer piu termini, nelle sequenti diffinitioni si farà manifesto ma, sono di quelle di che si ha a trattare, e parlar nelle cose che seguitano perche seria cosa superflua a parlarne in questo luoco, e in quello, e pero mi passo senza altro essempio.

Diffinitione 14.

14/15.16 Il cerchio è una figura piana contenuta da una sola linea, laquale è chiamata circonferentia, in mezzo dellaqual figura è un ponto, dalqual tutte le linee rette, ch'escano, & vadano alla circonferentia sono fra loro equali & quel tale ponto è detto centro del cerchio.

Il Tradottore.

In questa diffinitione l'Author ci da a cognoscere qualmente il cerchio è compreso sotto tre conditioni la prima è, che è una figura piana, cioè superficie piana, e non gobba, ne concaua, ouero montuosa: la seconda, che è contenuta da un sol termine, ouero da una sola linea, chiamata circonferentia: la terza, che nel mezzo di quello è un punto cosi conditionato, che tutte le linee menate da quello alla circonferentia son fra loro equali: siche ogni figura che habbia queste tre conditioni è detta cerchio: perilche seguita, che ogni figura, che manchi di alcuna di queste conditioni nõ se intende esser cerchio: esempli gratia, le due figure. A. & B. hanno due di quelle tre cõditioni che si aspettano al cerchio, cioè sono figure piane sono etiã contenute da un solo termine, ouero linea, pur chiamata circonferentia, tamen, perche non hanno, ne possono hauere nel mezzo un põto cosi cõditionato, che tutte le linee, che si partino da quello, & uadino alla circonferentia, siano fra loro equali, niuna di quelle se intende esser cerchio: perche, douẽdo esser cerchio, bisogna ch'habbiano etiã l'altra terza conditione, si come ha la figura. C. e pero la detta figura. C. hauendo tutte le dette tre conditioni si dira uerà cerchio & cosi ogni altra simile, maggiore, ouer minore, & il ponto. C. sopra ilquale uien constituido artificialmente in detto cerchio, è detto centro del detto cerchio: ouero è alcuno perito arguire, & dire (come fu detto del ponto, e della linea artificiale) che la detta figura. C. artificialmente fatta, non esser uero cerchio (per molte ragioni, che si poteriano addurre) et esser impossibile che l'operante possa constituir un perfetto cerchio: tamen, questa oppositione, ouer dubbio si risolue come fu fatto quello del ponto, & della linea, cioè, per quello, che habbiamo detto nel principio e perciò seria superfluo a replicarlo, di nouo mi passo con silentio. Ideo &c.

Diffinitione 15.

15 / 17 Il diametro del cerchio è una linea retta, laqual passa sopra il centro di quello, & applica le sue estremità al la circonferentia, & diuide il cerchio in parte equale.

Il Tradottore.

L'esempio di questa diffinitione habbiamo descritto nella figura della presente pero mi passo senza altra dechiaratione, per esser da se chiara, come si puo apertamente vedere.

Il mezzo

Diffinitione 16.

16/18 Il mezzo cerchio è una figura piana contenuta dal diametro del cerchio & dalla mettà della circonferentia.

Il Tradottore.

Hauendo l'Auttor diffinito il cerchio, etiam il centro, et il diametro di quello, al presente incomincia a diffinir le sue portioni, ouer parti, & incomincia dal semicerchio, o uuol dire mezzo cerchio, & perche la diffinitione parla chiaro, al presente non la esponero, saluo che ho posto la figura qui per essempio.

Diffinitione 17.

17/19 Portion di cerchio è una figura piana contenuta da una linea retta & da una parte della circonferentia maggior, o minor del mezzo cerchio.

Il Tradottore.

Et benche il semicerchio, ouer mezzo cerchio sia ancho ra lui una parte rationale del cerchio, cioè la mettà di quello, per esser diffinito per il suo proprio nome, non è connumerato fra le portioni, ouero parti del cerchio, ma quando se dirà semplicemente una portione, ouero parte di cerchio l'auttor vuole, che si intenda una parte maggiore, ouer minore del detto mezzo cerchio, come per essempio habbiamo dessegnato. Et nota che tanto significa a dire una settione di cerchio, quanto che è a dire una portione, ouero parte di cerchio.

Diffinitione 18.

18 Le figure rettelinee sono quelle, che sono contenute da linee rette, delle
12.22 quali alcune sono trilatere, lequali sono contenute da tre linee rette, al
23.22 cune quadrilatere, lequali sono contenute da tre linee, alcune moltilatere, lequal son contenute da piu di quattro linee rette

Il Tradottore.

Queste diffinitione altramente non esponeremo, ne compararele, ne con essempio, per essere da se piane, & le specie di tutte le dette figure rettilinee si diffiniscono nelle sequenti diffinitioni.

19 Diffinitione 19.

24.25
26 Delle figure di tre lati una è detta triangolo equilatero

latero, & questo è quello, che è contenuto sotto di tre lati equali: l'altra è detta triangolo isocelo, e quello, che è contenuto solamente sotto di duoi lati equali: l'altro è detto triangolo scaleno. & questo è quello, che è contenuto sotto di tre lati inequali.

Il Tradottore.

In questa, e nella seguente diffinione l'Auther ci diffinisce li nomi speciali delle figure di tre lati, secondo li duoi modi, che possono esser divise, over considerate, cioè, secondo la consideratione delli loro lati, per laquale sono dette trilatere, over secondo la consideratione delli loro angoli, per laquale sono dette triangoli. Le specie adonque delle dette figure divise over considerate secondo la varietà delli lati (per questa diffinitione) sono tre: la prima è quella, che ha tutti li tre lati equali, e questa tale è detta triangolo equilatero: la seconda è quella, che ha solamente duoi lati equali, & l'altro maggiore, over minore de quelli: e questa tale si chiama triangolo isocelo: la terza è quella, che ha tutti tre li lati inequali, & questa tale si chiama triangolo scaleno, come per essempio appare. L'altra divisione delle dette figure, cioè, secondo la consideratione di angoli nella seguente diffinitione se farà manifesta.

Diffinitione 20.

20 *Anchora di queste figure di tre lati una è detta triangolo orthogonio,*
27.28 *& questo è quello, che ha un angolo retto: l'altra è detta triangolo Ambli-*
29 *gonio, & è quello, che ha un angolo ottuso, l'altra è detta triãgolo Oxigonio & questo è quello che ha tutti li suoi tre angoli acuti.*

Il Tradottore.

In questa diffinitione (come habbiamo detto di sopra l'autor diffinisce li altri nomi speciali delle figure di tre lati secondo l'altra divisione fatta secondo la variatione delli angoli, e non delli lati, lequal specie sono pur tre. La prima è detta triãgolo orthogonio, & questo triãgolo è quello, che ha un angolo retto, si come è il triãgolo. a. b. c. ilquale ha lo angolo. b. retto: la seconda è detta triangolo amblygonio, & questo è quello, che ha un angolo ottuso, si come è il triãgolo. d. e. f. ilquale ha lo angolo. e. ottuso, cioè, maggior di uno retto: la terza è detta triãgolo oxigonio, & questo è quello, che ha tutti tre li angoli acuti, si come è il triãgolo. g. h. i. ilquale ha tutti li suoi tre angoli acuti, cioè che ciascaduno di loro è minore d'uno angolo retto, & questo è quello che in questa diffinitione si vuole inferire. Ma bisogna notare, che in questa seconda divisione nõ si

ha

ha alcuno rispetto alla uariatione delli lati, perche il triangolo ortogonio puo haue re tutti li suoi tre lati inequali, etiam puo esser di duoi lati, per tanto il detto triangolo orthogonio (secondo la prima diuisione) potria essere triangolo isocele, e similmente triangolo scaleno, ma uero è che nō potria esser equilatero, la causa di questo per le cose dette non lo posso assignare, ma in quelle che si ha da dir nella penultima del primo, sera manifesta.) Anchora il triangolo amblygonio puo esser di duoi lati equali etiam di tre lati inequali, di che dalo ancor re a lui il nome secondo la prima diuisione, potria esser pur triangolo isocele, & similmente scaleno, ma uero è che'l non puo esser equilatero. Similmente il triangolo oxigonio puo esser di tre lati equali, etiam di duoi lati solamente equali, ouero di tre lati, pur inequali: per laqual cosa seguita che il detto triangolo secondo la prima diuisione potria essere equali, etiam isocele, & similmente scaleno. E pero bisogna auertire in queste uarie specie di nomi, perche alle uolte un triangolo puo esser chiamato per duoi nomi, secondo le dette due diuisioni, & questo basta per la dechiaratione delle specie delle figure di tre lati.

Diffinitione 21.

21.22 Ma delle figure di quattro lati una è detta quadrato, ilqual quadrato
30.31 è de lati equali, & de angoli retti: l'altra è det-
32.33 ta teltrangono longo, & questa è una figura ret tangola, ma non è equilatera: l'altra è detta, helmuaym, ouero rhombo, laquale è equilatera, ma non è rettangola: l'altra è detta simile helmuaym, ouero rhomboide, laquale ha li lati oppositi equali, & similmente li angoli oppositi equali, tamen quella non è contenuta da lati equali, ne da angoli retti: & tutte le altre figure quadrilatere, eccetto queste sono chiamate, helmuariphe, ouero, trapezzie.

Il Tradottore.

Nella presente diffinitione l'Auttor ci da a cognoscer qualmēte le specie regolar delle figure quadrilatere sono quattro, una dellequal è detta quadrato, & q̄sto è q̄llo, che ha tutti li suoi quattro lati equali, et tutti li suoi angoli retti (come appar per essempio nella figura A.) l'altra è detta tetragono longo, & questa figura ha pur tutti li suoi quattro angoli retti, si come il quadro, ma non è equilatera, anzi è piu longa, che larga, alla similitudine della figura

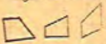
ta,è chiamata helmuaym, ouero rhombo, e questa figura ha pur li lati equali, come il quadro, ma nõ ha li angoli retti, anzi ha duoi angoli ottusi, & duoi acuti (come per essempio appare nella figura c.d.e.f.) della quale li duoi angoli contrapositi .c. & .e. sono ottusi, & li altri duoi contra positi .d. & .f. sono acuti. La quarta è detta simile, helmuaym, ouero rhomboide, & questa figura ha li lati oppositi, equali, & similmente li angoli oppositi equali, tamen quella non ha tutti li lati equali nelli angoli retti, come per essempio appare nella figura g.h.i.K. della quale li duoi lati oppositi g.i. & .h.K. sono equali, & similmente li duoi g.h. & i.K. & similmẽte li duoi angoli oppositi. h.i. sono equali. & similmente li altri duoi g.k. sono pur equali, tamen tal figura non è equilatera, ne rettangola, anzi ciascaduno delli duoi lati g.i. & .h.K. sono maggiori di ciascaduno delli altri duoi. g.h. & i.K. & similmente li duoi angoli i. & .h. sono ottusi, & li duoi. g. & .K. sono acuti. Et perche oltra queste quattro specie di figure de quattro lati, determinate di sopra, ce ne son molte altre (come appare qui,) tamen l'Autthor dice, che tutte le altre, (eccetto che le quattro specie essemplificate di sopra) sono dette helmuariphe, ouero trapezzie.

Diffinitione 22.

22
35 Le linee equidistante, ouero paralele sono quelle che sono in una medesima superficie collocate, & che protratte nell'una & l'altra parte non concorrano, etiam se siano protratte in infinito.

Il Tradottore.

Figure helmuaripe



ouero trapezzie

L'Autthore ci diffinisce le linee equidistante, ouero paralele esser di due conditioni. La prima è, che siano in una medesima superficie, & nõ in diuerse. La seconda è, che slongãdo quelle nell'una & l'altra parte in infinito nõ cõcorrino insiememe: però qualunque due linee mãcaranno in alcuna di queste due conditioni, non se intẽde che siano paralele, ouer equidistante: essempli gratia, se fusse una linea stesa per la superficie del margine di questa carta, e un'altra ne fusse solamente con un capo sopra detta supficie e l'altra eleuata suso in aere,

senza

senza dubbio queste linee haveriano questa coditione, che slongandole in atto, overo con la mēte in infinito dall'un e l'altra parte, nō cōcorrerano insieme: tamen per questo non se intendeno, che quelle fusseno equidistante perche seriano in superficie diverse. Similmēte se in una medesima superficie seranno due linee, come (essempli gratia) le due linee a.b. & c.d. disegnate nella superficie del margine, lequali perche protratte quelle dalla parte a. & c. si vede evidentemente che concorreriano insiemo però non se intende che siano equidistanti, quantunque siano in una medesima superficie: Ma se quelle seranno in una medesima superficie, cosi conditionatamente, che slongando le dall'una e l'altra parte in infinito non habbiano ad incontrarsi insieme quelle se intenderāno esser equidistāti, overo parallele, come per essempio appare nelle due linee e.f. & g.h lequale evidentemente si vede che protrahendole, overo slōgando le da qual parte si voglia, non concorreriano, overo non se incontrariano mai insieme, & però se intenderanno essere linee equidistanti overo parallele: & cosi havendo sofficientemente detto, faremo fine alle diffinitioni di questo primo libro.

Il Tradottore.

Inanti che procedemo più oltra, bisogna notare, che li primi principij di ciascaduna scientia non si cognoscono per demostratione, ne etiam alcuna scientia è tenuta a provar li suoi primi principij, perche bisogneria proceder in infinito, Ma quelli tali principij si cognoscono per intelletto, mediāte il senso, e però il principio d'ogni nostra cognitione incomincia dal senso. Per il che sono supposti nella scientia, et con quelli se dimostra, & sostenta tutta la scientia: & sono detti principij di quella scientia, perche provano altri, & non essere possono provati da altri, in quella sciētia, & questi primi principij delle scientie alcuni li chiamano petitioni, & alcuni li dicono dignità, overo suppositioni. Dico adonque che li primi principij che si suppongano in questa scientia overo disciplina Geometrica sono 15. delli quali sei sono proprij, cioe, che si convengono solamente alla Geometrica, & nove sono communi, cioe che si convengono a diverse altre scientie. Et perche la intentione dello Authore è di voler disputare questa scientia Geometrica, & quella sostentare con demostrationi: Onde per proceder rettamente, egli parimente adimanda che gli sia concesso li detti suoi proprij principij (come è detto) sono sei (come nel processo vederà) & per questo se chiamano petitioni: & chiunque negasse queste sei petitioni, negaria tutta la scientia Geometrica ne con quello occorreria a disputarla altramente, ma li altri nove (per essere cose notissime etiam concesse, & supposte in altre scientie) egli li volse chiamare commune concettioni, overo communi sententie, come appare in fine delle petitioni.

Petitione prima.

1 Adimandiamo che ce sia concesso, che da qualunque ponto in qualunque ponto si possi condurre una linea retta.

Il Tradottore.

Lo Auttore in questa prima petitione addimanda, che gli sia concesso, che da un ponto ad un'altro si possa menare, overo tirare una linea retta, come seria a dire dal ponto a al ponto b. Laqual petitione, per essere all'intelletto evidente, nõ si puo negare, vero è che alcuno potria dire, che a voler essequire tal cosa attualmente in materia non è molto facile, perche si vede che per far piu giustamente tale effetto, egli è stato necessario all'operante ritrovare cancelli, non solamente per tirare una linea da un ponto a un'altro di grandissima distantia, cioè, una linea retta di grandissima longhezza, ma anchora per tirarne overo designare una, che sia longa solamente uno, over duoi palmi. Et che sia il vero, si sa che communemente per tirar, over designare dette linee di poca longhezza, si costuma prima di farsi fare una listetta di legno, overo di alcuno metallo piu piana & retta che sia possibile, & secondo l'ordine di quella tirar le dette linee rette da un ponto al un altro, secõdo le sue occorrentie, laquale listetta alcuni chiamano Regga, & alcuni altri Reggola, laqual regga, over regola, essendo perfettamente giusta, per piu giustamente tirarà le dette linee rette, domentre che la superficie della materia dove si tirano sia perfettamente piana, e che gli sia anchora diligentissimo nell'operare, lequal cose non è molto facile accordarle, cioè, che la regola sia perfettamente piana, & retta, & che la superficie della materia dove si tirano similmente perfettamente piana, & che l'operante usi tutta quella perfetta diligentia, che si possa usare. Similmente per tirare, over designare le linee di molta longhezza si costuma di tuore una corda sottile longa a sufficientia, & imbrattar quella con una spongia infusa in certa acqua tinta communemente d'un colore rosso, & egli insieme con un compagno tirano la detta corda, & ciascaduno di loro cõ una mano la fermano uno delli duoi ponti dove desidera de tirare la detta linea, & l'altro all'altro, dapoi l'uno di loro cõ l'altra mano tira, & inarca sforzatamente la detta corda rettamente in alto, dapoi la lascia scorrere, et quella percuotendo nella superficie di quella materia, dove si ritrova, vi lassa la linea signata di quel suo liquore, e perche le dette corde si solevano antiquamente far de lino, dicono li Grammatici che da quello è derivato quel nome linea, laqual linea talmente fatta, dovendo esser perfettamente retta, bisogna accordar piu cose, non molto facile, lequal per brevità lascio, perche ciascuno per le cose dette le puo considerar da se medesimo.

Hor circa a tutti questi dubbi io rispondo, & dico, che egli è vero, anzi dico che per tal cause niuna operatione fatta in materia (come fu detto in principio del Prohemio) puo esser cosi giusta, & precise, che nõ possi esser sempre piu giusta, e piu precisa, niente di meno cõsiderato tal atto operativo fuor di tutti gli impedimenti della materia (come fa il mathematicho) tale petitione nõ si puo negare, ne il nostro intelletto puo dubitare di quello. Perche bisogna notare, (come piu volte ho detto) qualmente tutta la scientia, overo disciplina Geometrica si divide i due parti, cioè, attiva, overo operativa, & i cõtemplativa, overo speculativa, e per parte di q-sti primi principii indemostrabili si suppongon per la parte operatiua, & parte per la speculatiua, quelli che si pongon per la parte operatiua sono solamente tre, cioè, questa & le due sequenti petitioni, tutti li altri si suppongono per la parte speculatiua. Dico adunque che questa prima petitione viene ad esser il principio della parte operatiua. E chi negasse questa insieme con le due seguenti saria negata tutta la parte operatiua, ma concedendo questa insieme cō le due seguēte niuno altro atto operatiuo si potra negare, perche tutti si dimostreranno euidentemente. Seguita adunque che in questi tre primi principii operatiui cōsista tutta la sustantia del nostro bene & mal operare nelle operationi Geometrice, e pero quāto piu l'operāte vserà diligentia in ciascuno di quelli, cioè, di mandarli piu giustamente a essecutione, che sia possibile, operando in materia, tanto piu l'opere sue si trouerāno essere al senso giuste et precise secōdo la sua intentione, e per il contrario, quanto piu errera in ciascun delli detti tre atti, tanto piu l'opere sue si representerāno al senso imperfette & false secondo la sua intentione, & pero in queste tre cose bisogna vsi tutta la sua diligentia nelle sue mecanice operationi.

Petitione 2.

1/2 Anchora addimandiamo che ci sia concesso, che si possi alongare vna retta linea terminata direttamente in continuo quanto ne pare.

Tradottore.

In questa seconda petitione, aspettāte alla parte operatiua, l'Auttor dimanda che gli sia concesso che si possi alongar qual si voglia linea retta terminata direttamente, cioè in continuo quanto ci pare, come essempli gratia, se fusse linea a, b & che ci occorresse a douerla alongare direttamente in longo. c, ouer verso. d. assai o poco. secondo l'occorrentia. L'Auttor dimanda che gli sia concesso che si possa fare, perche se l'aduersario volesse negar questo atto non seria possibile a dimostrarlo con ragioni astratte: Ma perche la esperientia sensibile ce lo fa manifesto, tal petitione nō si puo negar, ne il nostro intelletto puo dubitar di questo, auerto che l'auersario potria addur al dubbio si come nella precedente, et similmente tal dubbio si risoluerà, come quello della precedente, cioè pigliando tale atto libero da tutti li impedimenti della materia, come fa il mathematico.

d a b c

Petitione 3.

2/3 Anchora dimandiamo che ce sia concesso, che sopra a qualunque centro ne piace possiamo designare vno cerchio di che grandezza ci pare.

Il Tradottore.

In questa terza petitione l'Auttor dimanda che gli sia etiam concesso di poter designar vn cerchio di qual grandezza li pare, & sopra a qual ponto, ouer centro

tro

tro li pare, essempli gratia, occorrendoli a dover designar, over descriuer vn cer-

chio, di qual si voglia terminata grandezza, sopra a qual si voglia ponto, come seria a dir sopra il põto a. et che l'aduersario gli volesse negar tal cosa, non seria possibile a poter dimostrare tal possibilità, con argomenti astratti ma, perche l'operante, nelle descritioni piccole, con l'instromento del cõpasso, sensibilmente lo fa mani festo, (e similmente nelle descritioni grande) con vna corda, longa a sofficientia, fissando vn capo sopra un põto centrale, e con l'altro, colligato con qualche ferro appontito, over con qualche altra materia segnãte, giran te atorno atorno lo conduse a pfettione tal petitione nõ è da negar: ouero è che l'aduersario (parlando naturalmente) vi poteria addurre dubbii assai, si come nelle due passate, & arguir esser impossibile a descriuer vn perfetto cerchio, niẽtidimeno tutti si risolueno, come q̃lli della prima petitione, cioè sumendo tal atto secondo la consideratione mathematice e non naturale, ilche facendo serà risolta ogni dubitatione.

Petitione. 4.

3 Similmente adimãdiamo, che ci sia concesso tutti li angoli retti esser fra loro
4 equali.

Il Tradottore.

In questa quarta petitione anchor l'auctor dimãda che gli sia cõcesso che tutti li angoli retti siano fra loro equali, laqual petitione a ciascun principiãte, che nõ sia el quanto pratticato l'angolo retto parerà al quanto oscura da concedere; ma quelli liquali ogni giorno maneggiano la squadra, non negaranno che vna squadra grande non sia bona per giustar vna piccola, pche l'angolo retto non fa mutatione per la longhezza, ne per la cortezza delle due linee che constituiscono, come essempli gratia, sia l'angolo a.b.c. retto, e similmente l'angolo d.e.f. ma contenuto da

molto minor linee dell'angolo a. b. c. come si vede designato hor dico che l'angolo d.e.f. quãtunque sia contenuto da minor linee di quello, che è l'angolo a. b. c. è equale al detto angolo a.b.c. cioè chi ponesse l'angolo. e. sopra l'ãgolo.b. giustãdo la linetta e.d. sopra la linea. a. b. dico che l'altra linetta e.f. si giusterà da se medesima sopra l'altra linea c.b. l'angolo d.e.f. si giusterà, over equalirà attorno attorno con l'angolo a.b. c. & consequentemente, in quanto all'angolo seranno equali, perche se ben le linee a. b. & b. c. son maggior delle linee d. e. & f. e. tamen quella applicatione non diretta delle due linee grandi, e finite, et equale a quella delle due picole, e quello

è quello

è quello che bisogna concedar, perche non si potria dimostrar tal cosa, saluo che al senso cioè con la esperientia in materia.

Petitione 5.

4/5 Adimandiamo etiam che ci sia concesso, che se vna linea retta cascarà sopra due linee rette, & che duoi angoli da vna parte siano minori di duoi angoli retti, che quelle due linee senza dubbio protratte in quella medesima parte sia necessario cōgiongersi.

Il Tradottore.

In questa quinta petitione l'Author dimanda che gli sia anchor concesso, che se vna linea retta cascarà sopra a due linee rette alla similitudine della linea a, b, sopra le due linee, d, c, & e, f, & che duoi angoli da vna medesima parte, come seria li duoi angoli, c, g, h, & e, h, g, del primo essempio, sian minori di duoi angoli retti, che quelle due linee protratte in quella medesima parte, cioè in la parte verso, c, & e, doue sono li predetti angoli, sia necessario a tempo congiongersi insieme, come nel secondo essempio appare in ponto, K, laqual cosa è vero al senso, ouero alla esperientia è manifesta, ne etiam lo intelletto puo dubitar di questo, per ilche non è da negar tal petitione.

Petitione. 6.

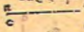
5/15 Similmente adimandiamo che sia concesso due linee rette non chiudere alcuna superficie.

Il Tradottore.

Cō q̄sta cui demtia se pō tono scē se vna se ga ē in sta.

In questa vltima petitione l'Author anchora adimanda, che gli sia concesso, che due linee rette nō includeno alcuna supficie: essempii gratia: siano le due linee rette, a, b, & c, d, come nel primo essempio appare, hor dico che con queste due linee sole non si potra chiuder alcuna superficie, cioè, chi con la mēte ponesse il pōto, a, sopra il ponto, c, come nel secondo essempio appare, & stringer poi, ouer menare il pōto, b, verso il pōto, d, talmēte che se la linea, a, b, serà equale alla, c, d, si cōgiongono insieme, come nel terzo essempio appare, all'hora tutta la linea, a, b, toccarà vniuersalmēte cō ogni sua pte l'altra linea, c, d, & fra l'una e l'altra nō serrarà

Terzo esempio



alcuno spacio, ouero superficie, immo che ambedue le dette linee seranno ridotte in una linea sola come all'intelletto si puo facilmente comprendere, etiam vedere nel detto terzo essempio, et questo è quello che l'Autthore dimanda in questa ultima petitione, & cosi faremo fine alle petitioni, le quale in vero non sono da negare, & chi le negasse, come fu detto in principio, negaria tutta la scientia, & con quel tale, che le negasse non seria da disputare. questa ultima petitione nella seconda tradottione e posta nelle commune sententie, & e l'ultima di quelle: ma secondo il mio giuditio quini mi par essere piu suo conueniente luoco.

Il Tradottore.

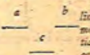
Seguitano le noue concettioni dell'animo, ouero le communi sententie.

Communi sententie.

Prima.

1 Quelle cose che à vna medesima cosa sono equali, fra loro sono equali.

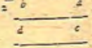
Il Tradottore.



Esempli gratia: Se per caso la linea, a, fusse equale alla linea, c, & che similmente la linea, b, fusse pur equale alla medesima linea, c, si concluderia che per commune sententia la linea, a, seria similmente equale alla linea, b, perche ogni commune intelletto affermerà questo, ne il nostro intelletto puo credere altramente, & per questo si chiama commune sententia: il medesimo se intende nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Seconda.

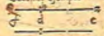
2 Primo esempio. Et se à cose equal siano aggionte cose equali, tutte le summe seranno equali.



Il Tradottore.

Esempli gratia: se per caso fusseno le due linee, a, b, & c, d, equal fra loro, & che alla linea, a, b, aggiongessimo la linea, b, e, & similmente alla linea a, c, come nel secondo esempio appare, & che la linea, b, e, fusse equale alla linea d, f, si concluderia che per commune concettione, ouer sententia, tutta la linea a, e, seria similmente equale a tutta la linea, c, f, perche in vero niun sano intelletto puo dubitar di questo; il medesimo seguita nelle Superficie, Corpi, Angoli, e Numeri.

Secondo esempio



Terza,

Terza.

3 *Et se da cose equali seranno tolte cose equali, quelle cose, che resteranno; seranno equali.*

Il Tradottore,

Questa e il conuerso della precedente: esempli gratia: se per caso le due linee, a,e, & c,f, fussero equali fra loro: & che da quelle ne fussero tolte, ouero, cauate le due parti, b,e, et d,f, et che quelle fossero equali, si concluderia, per commune concettione, li duoi rimanenti, cioe, a,b, & c,d, essere fra loro equali: perche in vero niuno sano intelletto potra credere il contrario: il medesimo sequita nelle Superficie, Corpi, angoli, e Numeri.

Quarta.

4
5 *Et se da cose non equali tu leuarai cose equali, li rimanenti seranno inequali.*

Il Tradottore.

Esempli gratia: se fussero le due linee, a,b, & c,d, & che la a,b, fusse maggiore della, c,d, et che si leuasse dalla linea, a,b, la parte, e,b, & dalla, c,d, la parte, f,d, lequal parti fussero equali fra loro, si concluderia per commune sententia, che li duoi residui, cioe, a,e, & c,f, fussero inequali, cioe, che'l residuo, a,e, fusse maggiore del residuo, c,f, perche, il nostro intelletto non puo dubitare di questo; il medesimo seguitera nelle Supercie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Quinta.

5
4 *Et se a cose inequal tu aggiongerai cose equali, li risultanti seranno inequali.*

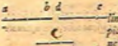
Il Tradottore.

Per esemplificare questa, torremo la figura della precedente, per essere il conuerso di quella: esempli gratia se fussero le due linee, a,e, & c,f, inequali, cioe, che la, a,e, fusse maggiore, & che a queste due linee tu gli aggiongesti le parti, e,b, et f,d, lequal parte fussero equali fra loro, si concluderia per commune scientia, li duoi resultanti, cioe tutta la, a,b, & tutta la, c,d, essere fra loro inequali, cioe, la, a,b, essere maggiore della c,d, perche, il nostro intelletto non puo dubitare di questo, il medesimo si concludera nelle superficie, Angoli, Corpi, & Numeri, &c.

Sesta.

6 Se due cose seranno doppie a una medesima cosa, quelle medesime seran-
6 no fra loro equali.

Il Tradottore.

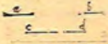


Esempio: Se per caso la linea.a.b.fusse doppia alla linea.c.& che similmente la linea.d.e.fosse pur doppia alla medesima linea,c.si concluderia per commune opinione, ouer sentenzia le due linee.a.b.&.d.e.esser fra loro equali: perche, in vero niun sano intelletto dubiterà di questo: il medesimo si concluderia nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Settima.

7 Se seranno due cose dellequale una e l'altra sia la metà di una medesima
7 cosa una e l'altra di quelle serà equale all'altra.

Il Tradottore.



Esempio: Se per caso la linea.a.fusse la metà della linea.c.d.& che similmente la linea.b.fusse pur la metà della medesima linea.c.d.si cōcluderia, per commune concettione, che la linea.a.fusse equale alla linea.b.perche nessuno sano intelletto negara questo: il medesimo seguita nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Ottaua.

8 Se alcuna cosa sia posta sopra a un'altra, e serà applicata a quella, che
8 l'una non eccedа l'altra, quelle seranno fra loro equali.

Il Tradottore.

Esēpli gratia: Se fussено li duoi triāgoli.a.b.c.& d.e.f.di tal cōditione, che ponēdo l'uno di q̄lli sopra all'altro, si cōuenissено talmente insieme, che uno nō eccedesse l'altro in parte alcuna, cioè, che giustasse l'angolo. a. sopra lo angolo. d. & l'angolo. c. si giustasse, ouero conuenisse sopra l'angolo. f. & similmente la linea. a. c. sopra la linea.d.f.e la linea. a. b. sopra la linea. d. e. e la linea.b.c.sopra la nea.e.f.si concluderia per commune sententia questi duoi triangoli fussено fra loro equali: il medesimo si debbe intendere de ogni altra sorte de figura superficiale; & similmente di due linee, cioè, quando si giustasse una linea sopra

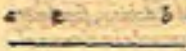
pra un'altra, & che si conuenissino talmente insieme, che l'una non eccedesse l'altra delli capi, ne dalle bande: si concluderia pur per commune sententia che fussero equali, perche il nostro intelletto non potria creder altramente.

Nona.

Ogni tutto è maggiore della sua parte.

Il Tradottore.

Esempli gratia: se dalla linea .a.b. se ne tagliasse una parte, come seria a dire la .b.e. si concluderia per commune sententia, che la detta parte .b.e. fosse minore del tutto, cioè, di tutta la linea .a.b. il medesimo si concluderia in ogni altra parte maggiore ouero minore, & in ogni altra specie di quantità, cioè, in superficie, Corpi, & Numeri, & similmente nelli Angoli &c.



Altre concettioni, ouero communi sententie aggiunte del Campano.

Ma eglie da notare che oltra queste commune concettioni dell'animo, ouero sententie, Euclide ne lasciò molte altre, lequal di numero sono incomprensibili: delle qual questa ne e una.

Se due quantità equali seranno coperate a qual si voglia terza nel medesimo genere insieme seranno ambedue di quella terza ouer equalmente maggiore, ouer equalmente minore: ouer insieme equale.

Il Tradottore.

Esempli gratia, se le due linee .a. & .b. fussero equali fra loro, & che ambedue fussero comparate a un'altra terza linea, come seria a dire alla .c. dice che per commune scientia si concluderia, che ambedue quelle, cioè .a. & .b. fussero ouero equalmente maggiori della detta linea .c. ouer equalmente minori, ouer che tutte tre fussero equali.

Ancora un'altra.

Quanta e alcuna quantità a qual si voglia altra del medesimo genere, tanta puo esser qual si voglia terza ad alcuna quarta del medesimo genere nelle quantita continue, questo universalmente e uero ouero se li antecedenti seranno maggiori di consequenti, ouere minori, perche la magnitudine, cioè, la quantità continua discresce i infinito, ma nelli numeri no e cosi, ma se il primo serà submultiplice del secondo serà qual si voglia terzo equalmente sub multiplice di alcuno quarto: che il numero cresce in infinito, si come le magnitudine discresce in infinito.

Il Tradottore.

Certamente il Cāpano, nell'aggionger questa soprascritta seconda concettione, si è dimostrato di puoco giudicio, a voler che un principiante supponga una cosa che non sa, ne è capace a saper che cosa la sia per fin a tanto che non intende che cosa sia a dire esser una quantità ad un'altra del medesimo genere, laqual cosa si diffinisce nella terza diffinition del quinto libro: e similmente, che cosa sia multiplice e submultiplice si diffinisse nella seconda diffinition del detto quinto. E pero io essorto ogni studente, che non perda tempo in voler intender queste cose aggionte, impero che la maggior parte sono cose frustre, e che confondon l'intelletto del studente, & interrompon l'ordine dell'Auttore, il qual e di non parlar d'alcuna cosa avanti la diffinitione di quella, come vuol il debito, similmente di non metter cosa alcuna superflua, cioe, che non sia bisogneuole in alcuna altra cosa nell'opera sua, e similmente di non essere diminuto, & se pur in alcū luoco pareua che fusse stato diminuto, la causa era processa dalli Scrittori & Copisti che haueano interlasciato, & trasportato molte sue diffinitioni & propositioni, come in questa nostra tradottione, cauata delle due tradottioni, procedendo si potra vedere, Anchora e suo costume di arguire in ogni sua demostratione con le cose passate, & non con quelle, che hanno da venire, come vuol il debito, perche in vero delle cose che hanno da venire si debbe presuponere che il studente non habbia notitia alcuna laqual cosa non e stata considerata dal Campano. Hor per far fine a questi primi principij, della scientia Geometrica, liquali si conoscon, come e detto, per l'intelletto, mediante il senso, e non per demostratione, & venir a quelle cose, che si cognoscon per demostrationi. Bisogna notar qualmente in più modi si dice l'huomo saper una cosa, perche alcuna volta dicemo saper quelle cose, dellequal n'habbiamo certezza simplicemente per alcū di nostri cinque sensi; essempli gratia; se io sento uno a cantare io dirò ch'io so che colui cāta: & se io vedo uno che corra, io dirò che io so che colui corre, & s'io tocco una cosa dura, ouer molle calda, ouer fredda, io dirò ch'io so che quella cosa e dura, ouer molle, calda ouer fiadda, e similmente s'io gusto una cosa dolce, ouer garba, io dirò, ch'io so che quella cosa e dolce, ouer garba, e similmente s'io odoro una cosa odorifera, o puzzolente, io dirò ch'io so che quella cosa e odorifera, ouer

Si conosce le cose medicinale e ancora le morale.

puzzolente: alcuna volta siamo certi d'alcuna cosa per longa esperientia, per il qual modo cognosciamo le cose medicinali. e questo anchor dicemo saper. Alcuna volta dicemo saper quelle cose, dellequal ne habbiamo certezza per intelletto: talmente che l'intelletto nostro non puo credere il contrario: & questi sono li primi principij delle scientie: liquali, conosciuti li lor termini immediate sono conosciuti, essempli gratia: se alcuno cognosce che cosa sia il tutto, & che cosa sia la parte, egli non puo dubitare che ogni tutto non sia maggior della sua parte: il medesimo seguita in tutti li altri, [illegible] il proprio sapere, come afferma Aristotele nel primo della Posteriora non e altro, che a intendere per demostratione.

mostratione, e pero propriamente di quelle cose che intendiamo per demostratione siamo detti hauer la scientia, & di questa sorte di sapere, e di questa scientia si raccoglie da Euclide sopra ogni sua propositione, come procedendo manifestamente, si potra vedere.

Problema primo. Propositione prima.

Possiamo sopra vna data retta linea constituir vn triangolo equilatero.

Sia la data retta linea, a, b, voglio sopra di questa constituir vno triangolo equilatero, & per esequir tal cosa, io ponerò il piede immobile del mio compasso, ouer sesto, sopra l'uno delle estremità della linea, cioè in ponto, a, & l'altro piede mobile lo allargarò insino all'altra estremità, cioè al ponto, b, & secondo la quantità di essa linea data per la terza petitione, descriuerò il cerchio, c, b, d, f, dapoi questo di nuouo farò centro l'altra estremità di essa linea, cioè, il ponto, b, & per la medesima petitione, secondo la quantità della medesima linea, lincarò il cerchio, c, a, d, h, liquali cerchi se intersecaranno fra loro in duoi ponti, liquali sono, c, & d, & l'uno de detti, poniamo il ponto, d, continguarò con ambedue le estremità della data linea, tirando per la prima petitione le due linee, d, a, b, & d, b, & cosi sera constituido, il triangolo, d, a, b, il qual dico esser equilatero perche, dal ponto, a, il qual è centro del cerchio, c, b, d, f, sono tirate le linee, a, d, & a, b, per insino alla circonferentia di quello, per il che seranno equal, per la diffinitione del cerchio, similmente anchora perche dal ponto, b, che è centro del cerchio, c, a, d, h, sono tirate le linee, b, a, & b, d, per insino alla circonferentia di quello, quelle medesimamente seranno fra loro equale, Adonque perche l'una e l'altra delle due linee, a, d, et, b, d, e equale alla linea a, b, come di sopra fu approuato, quelle medesime seranno anchora fra loro equal, per la prima concettione. Adonque sopra la data retta linea habbiamo collocato vn triangolo equilatero che e il proposito.

Il Tradottore.

Bisogna notar che quando occoresse di descriuere semplicemente il detto triangolo equilatero sopra vna data retta linea, cioe, che non fusse bisogno a far la demostratione di tal operar, nō e necessario di descriuer integralmente li detti duoi cerchi, ma basta solamente a designar quella poca parte doue fanno la intersecatione in ponto, d, come appare nella seconda figura, & dal detto ponto d, tirar le due linee, d, a, & d, b, & sera designato il detto triangolo, ma volendo dimostrar, & assignar la causa che quel sia equilatero egli è necessario a compire li detti duoi cerchi, & arguire come di sopra fu fatto, il medesimo si debbe intendere in molte delle sequente probleme.

Il Tradottore.

Conseguentemente a questa propositione nella prima tradottione gliè stato aggionto dal Cāpano il modo di descriuer sopra la medesima linea le altre due specie de triangoli, cioè, il triangolo di duoi lati equali, & quello di tre lati inequali la qual cosa, per esser superflua, & fuor di proposito, la habbiamo lasciata, perche, chi ben considera l'ordine di Euclide come di sopra fu detto trouerà lui non hauer posto alcuna propositione in tutta l'Opra sua in vano cioè che non sia stata bisogneuole nella cōstruttione, ouero speculatione di qualche altra di quelle, che seguitano. Adonque non trouandosi luoco in tutta l'Opra sua, doue sia bisogneuole tal propositione aggionta massime per quel modo, si puo dire lei esser cosa superflua, & fuor di proposito, perilche la habbiamo lasciata, per non confonder il studente con tal propositione inutile. Et chi pur volesse il modo di esequir vn tal Problema, la vigesima seconda di questo primo Libro generalmente ce lo dimostra.

Problema. 2. Propositione. 2.

2/2 Da vn dato ponto possiamo condurre vna linea retta equale a qualunque proposta retta linea.

Sia il ponto dato, a, & la linea data, b, c, voglio dal ponto, a, condurre vna linea retta equale alla linea, b, c, eascbi in qual parte si voglia, per far adonque questo congiongerò il ponto, a, con vna delle due estremità della linea, c, b, qual mi pare, hor congiongesi il ponto, a, con la estremità, c, tirata la linea, a, c, sopra laqual linea constituirò vn triangolo equilatero, secondo la dottrina della precedente, il qual sia, a, c, d, & in quell'estremità della data linea, con laqual ho congionto il dato ponto, cioè, nella estremità, c, ponerò il piede immobile del mio compasso, & descriuerò sopra di quello vn cerchio secondo la quantità della data linea, il qual sia il cerchio, e, b, & allongarò il lato del triangolo equilatero che e opposito al ponto dato, cioe, il lato, d, c, per il centro del cerchio descritto per insino alla circonferentia di quello, & sia tutta la linea cosi protratta la, d, e, & secondo la quantità di quelle sopra il centro, d, linearò vn cerchio, il qual sia il cerchio, e, f, e dapoi questo alongarò il lato, d, a, per insino alla circonferentia di questo vltimo cerchio, & quello concorrà nelle circonferentia di quello in ponto. f. Dico adonque, che la linea, a. f, e equale alla, b, c, perche le due linee, b, c, & , c, e, sono fra loro equale, perche vanno dal centro del cerchio, e. b, alla circonferentia di quello. Similmente anchora le due, d. f, & , d, e, sono fra loro equale, perche etiā loro vanno dal cētro del cerchio, e. f, alla circonferētia, & le due linee, d, a, et d, c, sono etiā equal perche sono li lati del triangolo equilatero. Adonque se le dette due linee d,

a,& ,d,c, serāno leuate via dalle due, d,e, & ,d,f, che sono fra loro equal, li duoi residui, liquali sono, a,f, & ,c,e, seranno etiam equali (per la terza commune sententia.) Adonque perche l'vna e l'altra delle due linee, a,f, & ,c,b, è equale alla, c,e, quelle medesime sono fra loro equal per la qual cosa dal ponto, a, habbiamo tirata la linea, a,f, equale alla linea, b,c, che è il proposito.

Il Tradottore.

Molti principianti, che anchora non sanno che cosa sia il procedere scientifico demonstratiuo, quasi si scandalizzano di questa soprascritta propositione (per la sua bassezza) parendogli (come è il vero) puoterse essequire tal problema per piu corta via, cioè, pigliando diligentemente con vn compasso la misura della data linea, b, c, & con tale appritura di compasso assegnarne vn'altra di tal quantità, che termini nel detto ponto, a, laqual cosa (per esser euidēte al senso) pare a lui che non si debbe, ne si possa negare. A questo se risponde, che egli è il vero che tal conclusione, per esser euidente al senso in materia, mal si puo negare niente di meno tal operare non seria demostratiuo, & l'Auttore è tenuto a demostrar ogni sua propositione, si operatiua come speculatiua, eccettuando le sei petitioni a lui concesse nel principio: Ma alcuno patria dir che l'Auttore haueria fatto meglio a poner tal propositione per principio, ouero per petitione che per propositione: perche, in vero questa non è meno euidente, ouero cōcessibile, che in tirar vna linea retta da vn ponto a vn'altro, ouero il slongar vna data linea terminata. Circa a quest'altra particolarità rispondo, che l'Auttore non ha adimandato la concessione delle sei petitioni per esser cose euidenti, ouero facili da conceder, anzi egli l'ha adimandata per esser impossibile a dimostrar alcuna di quelle, & quando egli hauesse possuto trouar modo de dimostrar alcuna di quelle, egli non haueria posta quella tale per principio, ne adimandato che gli fusse concessa, anzi egli la haueria posta per propositione, & quella dimostrata si come ha fatto di questa soprascritta: essendo adonque la soprascritta demostrabile (come di sopra appare) vergogna seria stata all'Auttore hauerla posta per petitione.

Problema. 3. Propositione. 3.

3 Proposte due linee rette inequal, dalla piu longa di quelle possiamo tagliarne vna parte equale
3 alla minore.

Siano le due linee, a,b, & ,c,d, inequali, et sia la, a,b, minore, voglio dalla, c, d, tagliarne vna parte che sia equale alla, a,b, & per far questo, dal ponto, c, tiro vna linea equale alla, a,b, (secondo che se insegna la precedente,) laqual sia ,e, c, farò adonque il ponto, c, centro, & descriuerò vn cerchio secondo la quā-

tità

tirà della, e, c, laqual segarà la linea, c, d, in ponto, f, dico adonque che la linea, c, f, serà equale alla linea, c, e, perche, ambedue vengono, dal centro, c, alla circonferentia del medesimo cerchio, e perche vna e l'altra delle due linee, a, b, c, f, c, sono equal alla linea, c, e, quelle medesime seranno fra loro equal, che è il proposito.

Il Tradottore.

Similmente di questa soprascritta propositione si come della passata, molti si sogliono scandalizare per le medesime ragioni della passata, perche in vero questa non è altro che il conuerso della seconda petitione, la quale dimanda che sia concesso che si possa slongare vna data linea retta terminata direttamente in longo quanto ne parer onde ad alcuno pareria che l'Auttore potena similmente poner la soprascritta per petitione, cioè, adimandar che fusse concesso che de vna data linea retta terminata se ne potesse tagliar quanto ci pare. Circa à questo rispondo, che la detta seconda petitione è indemostrabile: e la soprascritta è demostrabile, e però vergogna seria stata all'Auttore a poner tal propositione per cosa indemostrabile, essendo demostrabile, e però niuno si debbe scandalizare di tali basse propositione: perche, con queste cose basse, & note, se dimostrerà, poi le cose piu alte, & manco note.

Theorema primo. Propositione. 4.

4 De ogni duoi triangoli, de li quali li duoi lati dell'uno seranno equal alli
4 duoi lati dell'altro: e li duoi angoli di quelli, contenuti da quelli lati equali, seranno equali l'uno all'altro; Anchora le base di quelli seranno equal: & li altri angoli dell'uno alli altri angoli dell'altro, & tutto il triangolo à tutto il triangolo serà equale.

Siano li duoi triangoli, a, b, c, & d, e, f, & sia il lato a, b, equale al lato, d, e, & il lato, a, c, equale al lato, d, f, & l'angolo, a, equal all'angolo, d, hor dico che la base, b, c, è equal all'angolo, f, la qual cosa si approba mettendo, mentalmente il triangolo, a, b, c, sopra al triangolo, d, e, f, nel modo che l'angolo, a, cascasi sopra all'angolo, d, et il lato a, b, sopra il lato, d, e, & il lato, a, c, sopra il lato, d, f, & per il conuerso modo della penultima concettione, è manifesto, che ne li angoli, ne etiã li lati si eccederãno fra loro, perche, l'angolo, a, e equale all'angolo, d, et li lati soprapositi sono equali a quelli doue sono soprapositi, dal presupposito. Adõque li duoi ponti, b, & c, cadeno sopra li duoi ponti, e, & f. Se adonque la linea, b, c, cade sopra la linea, e, f, è manifesto il proposito, perche quando la linea, b, c, sia posta sopra alla linea, e, f, & che la non eccede la detta linea, e, f, ne che etiam lei sia ecceduta da quella, per la penultima concettione, e equale a quella, & per la medesima ragione l'angolo, b, serà equale al-

l'angolo,

l'angolo,e,& l'angolo,c,all'angolo,f,& tutto il triã golo a tutto il triãgolo. Ma se la linea,b,c,per lo auersario,nõ cade sopra la linea,e,f,necessariamẽte cadera,ouer di dentro del triangolo,si come fa la linea,e,g,f,ouer ueramẽte fuora del detto triangolo,secondo che fa la linea,e,h,f,il che essendo,due linee rette chiuderiano superficie,laqual cosa è contra l'ultima petitione. Adonque gli e necessario che la linea,b,c,cada precise sopra la,e,f,perilche seguita il proposito.

Il Tradottore.

Bisogna notare, che ogni lato d'uno triangolo puo essere detto basa di quello triangolo.

Theorema.2. Propositione.5.

5/5 Li angoli che sono sopra la basa,de ogni triangolo de duoi lati equali,è necessario esser fra loro equali,& se li duoi lati equali siano protratti direttamente,saranno anchora sotto alla basa duoi angoli fra loro equali.

Sia il triãgolo,a,b,c,delquale il lato,a,b,sia equale al lato,a,c,dico che l'angolo a,b,c,è equale all'angolo,a,c,b,& se'l serà protratti,ouer slõgati li detti duoi lati,poniamo per fina al,d,& ,e,serà etiã l'angolo, d,b,c,equale all'angolo: e,c,b,laqual cosa se approua in questo modo. Protratte che sia li duoi lati,a,b,& ,a,c, per la terza propositione,farò la linea,a,d,equale alla linea,a,e,& tirarò le due linee,e,b,& ,d,c,& intenderò li duoi triangoli,a,b,e,& ,a,c,d,liquali io approuarò essere equali,& equilateri,& equiangoli,cioè,che li lati dell'uno son equali alli lati dell'altro, ciascheduno suo relatiuo,& similmente li angoli. Perche,li duoi lati,a,b,& ,a,e,del triangolo,a,b,e,sono equali alli duoi lati,a,c,& ,a,d,del triangolo,a,c,d,e l'angolo,a,è commune all'un e l'altro: Adonque,per la precedente propositione la basa,b,e,e equale a la basa,c,d,& l'angolo,e,e equale all'angolo,d,& l'angolo,a,b,e equale all'angolo,a,c,d,Intendo anchora li duoi triangoli,d,b,c,& ,e,c,b,liquali similmente approuarò essere equilateri & equiãgoli,Perche li duoi lati,d,b,et,d,c,del triangolo,b,d,c,sono equali alli duoi lati,e,c,& e,b, del triãgolo,e,b,c,et l'angolo,d,e equale all'angolo, e,Adonq; per la precedẽte,la basa dell'un serà equale alla bassa dell'altro,& li altri duoi angoli dell'uno alli altri due angoli dell'altro,Adõque l'angolo,d,b, c,e equal

e.è equal all'angolo.e.c.b.& questo è il secondo proposito, cioè, che li angoli, che sono sotto alla basa sono equali, & l'angolo b.c.d.è equale all'angolo.e.b.c. Ma perche tutto l'angolo.a.b.e.è equale all'angolo.a.c.d.(come di sopra fu approuato) adunque, per la terza concettione, l'angolo.a.b.c,(residuo) è equale all'angolo.a.c.b.residuo,l'uno e l'altro di quelli è sopra la basa, che è il primo proposito.

Theorema.3. Propositione.6.

6 Se dui angoli de alcun triangolo saranno equali, etiam li dui lati rissguar
6 dante quelli angoli, seranno equali.

Questa è il conuerso della precedente inquanto alla prima parte di quella:perche essendo il triãgolo.a.b.c.del quale li duoi angoli.b.& c.siano equali dico che il lato.a.b.è equale al lato.a.c.Perche se nõ sono equali,p l'aduersario,l'un di quelli necessita sia maggior dell'altro,hor poniamo,che possibile fusse,che il lato.a.b.sia maggiore.Adõque dal lato.a.b.maggiore ne segaremo una parte alla equalità del minore,p la terza propositione, talmẽte che il superfluo sia dalla banda verso.a.hor sia resecato in põto.d.& sia la.b.d.equale alla.a.c.& sia protratta la linea.c.d.Intendo adonque li duoi triangoli.a.b.c.& d.b.c.liquali prouerò esser equilateri & equiangoli. Perche li duoi lati.d.b.& b.c.del triangolo.d.b.c.sono equali alli duoi lati.a.c.& b.c.del triangolo.a.b.c.e l'angolo.b.è equale all'angolo.c.totale per il presupposito: adunque la basa.d.c.è equale alla basa.b.a.& l'angolo.d.c.b.e equale all'angolo.a.c.b.cioè la parte e equale al tutto, che è impossibile.

Il Tradottore.

Nota che l'angolo.A.c.b.verria a esser equale allo angolo.b.ma perche l'angolo.a.c.b,e etiã lui equale al detto angolo.b.del presupposito seguita per commune sententia l'angolo,d.c.b.esser equale all'angolo.a.c.b.la parte al tutto che e impossibile.

Theorema.4. Propositione.7.

7 Se da'li duoi ponti terminanti alcuna linea retta usciranno due linee rette,lequale concorrino a uno medesimo ponto e impossibile dalli medesimi ponti esser dutte altre linee equale alle sue conterminale che concorrino ad altro ponto da quella medesima parte.

Sia

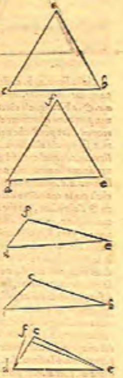
Sia la linea .a. b. dalle estremità dellaqual siano protratte da una medesima parte due linee rette, lequale cõcorrino ĩ uno medesimo põto, come saria la linea a.c. & la b.c. lequale cõcorrono nel ponto .c. Dico che in quella medesima parte, non potranno esser tirate dalle medesime estremità due altre linee, lequale cõcorrino ad altro ponto che nel põto .c. dimõdo che quella laqual serà tirata dal põto .a. sia equale alla linea .a.c. et quella che serà tirata dal põto .b. sia equale alla linea .b.c. laqual cosa, sel fusse possibile, per l'adversario siano tirate due altre linee da quella medesima parte, cioè verso .c. lequale cõcorrino nel ponto .d. & sia la linea .a.d. equal alla .a.c. e la linea .b.d. equale alla linea .b.c. Adonque, over che'l ponto cade dẽtro del triangolo, o ver de fora, perche non puo caderne in l'uno & l'altro lato, perche all'hora la parte seria equale al suo tutto. Ma se quel cade di fora, over l'una delle due linee .a.d. e .b.d. segarà l'una dell'altre due linee .a.c. over .b.c. over etiamdio che ne l'una ne l'altra serãno segate ne dall'una ne dell'altra hor poniamo che l'una delle due seghi l'altra dell'altre due, come appar in la prima figura e sia protratta la linea .c.d. Adõq; pche li duoi lati .a. c. & .a. d. del triãgolo .a.c.d. sono equali l'angolo .a.c.d. serà equale all'angolo .a.d.c. p la quinta propositione, similmẽte pche nel triãgolo .b.c.d. li duoi lati .b.c. & .b.d. sono equali li dui angoli .b.c.d. et .b.d.c. seranno similmẽte equali, p la medema propositione, & perche l'angolo .b.d.c. e maggiore dell'angolo .a.d.c. sua parte, seguita che l'angolo .b.c.d. sia maggiore dell'angolo .a.c.d. donde che la parte seria maggiore del suo tutto laqual cosa e impossibile. Ma se'l põto .d. cade de fora del triãgolo .a.b.c. talmẽte che le linee nõ si seghino come nella secõda figura appare protrarò la linea .d.c. & allõgarò le due linee .b.d. & .b.c. sotto alla basa p fina al .f. et al .e. et pche le linee .a.d. et .a.c. son equale li dui angoli .a.c.d. et a.d.c. serãno equali, p la quinta, similmẽte pche, la .b.c. e la .b.d. sõ equale li angoli che sono sotto alla basa, liquali sono .e.d.f. & .d.c.e. seranno equali, p la secõda parte della medema quinta, adõque perche l'angolo .e.c.d. e minor dell'angolo .a.c.d. seguira che l'angolo .f.d.c. sia minor dell'angolo .a.d.c. laqual cosa è impossibile, cioè ch'el tutto sia minor della parte, & per il medesimo modo se

vedera

reducrà l'aduersario al inconueniente quando che'l ponto, d. cadesse dentro del triangolo, a, b, c,

Theorema.5. Propositione.8.

8 De ogni dui triangoli delli quali li dui lati di l'uno siano equali alli dui
8 lati dell'altro & la basa dell'uno sia equale alla basa di l'altro, li angoli contenuti dalli lati equali e necessario esser equali.



Siano li dui triāgoli.a.b.c.d.e.f. e sia lo lato.a.c.equale allo lato.d.f.& lo.b.c equale allo.e.f.& la basa.a.b.equale alla basa.d.e. Dico che l'angolo.c.e equale all'angolo.f.e l'angolo.a.all'angolo.d.et l'angolo.b.all'angolo.e.& per dimostrar questo io ponerò mentalmente la basa.a.b.sopra la basa.d.e.& per che sono equal niuna di quelle eccederà l'altra, per lo conuerso modo della penultima concettione, adonque ouer che el ponto.c.cade sopra il ponto.f.ouer non, ma ponendo che il ge cada essendo adonque l'angolo.c.soprapposto all'angol.f.le due linee.a.c.& b.c.se conuegneranno sopra alle due.d.f.& e.f.per esser equale fra loro dal presupposito per lo conuerso modo della detta penultima concettione, adonque perche l'angolo.c.non eccede ne si ecceduto dall'angolo.f.sono fra loro equali, per la medema concettione, similmēte argairai li altri angoli esser fra loro equali. Ma sel fusse possibile per l'aduersario chel pōto, c, non cadesse sopra al ponto.f.ma in altro loco come seria dire nel ponto g.hor perche la linea.a.c.che ueria a esser la.g.d.e equale alla.d.f.& la linea.b.c.che ueria a esser la.e.g.e equale alla linea.e.f.e que'le tirate da una medesima parte concorreno in dui diuersi ponti cioe nel ponto.g.& nel ponto.f.laqual cosa e impossibile per la precedente, adonque per forza el ponto.c.caderà sopra al ponto.f.& l'angolo.c.conuegneranno sopra l'angolo.f.& similmente li altri dui angoli conuegneranno sopra al suo corespōdente, adonque seranno equali per la penultima concettione che e il proposito.

Troblema.4. Propositione.9.

9 Potemo diuidere uno dato angolo rettilineo in due parti equali.
9 Sia el dato angolo che bisogna diuidere l'angol.a.b.c.io taglierò dalle due linee.a.b.& b.c.che contegono il detto angolo le due.b.d.& d.e.p la terza propositione

ſtione, fra loro equale, & ſi produrò la linea, d, e, ſopra di laquale, coſtituerò il triangolo, d, f, e, equilatero, per la prima propoſitione, & tirarò la linea, b, f, hor dico che quella diuide il detto angolo dato in due parti equale, & per dimoſtrar queſto: io intendo li duoi triangoli, d, b, f, & e, b, f, & perche li dui lati, b, d, & , b, f, del triangolo, d, b, f, ſono equali alli duoi lati b, e, & , b, f, del triangolo, e, b, f, e la baſa, d, f, alla baſa, e, f, adonque, per la precedente, l'angolo, d, b, f, è equale all'angolo, e, b, f, che è il propoſito.

Il Tradottore.

In queſta ſi come nella prima, biſogna notar che per diuidere ſimplicemente il detto angolo, a, b, c, in due parti equali, cioè non volendo far la demoſtration di tal operare non è neceſſario a diſegnare il triangolo, d, f, e, & manco a tirare la linea, d, e, ma baſta ſolamente a trouar il ponto, f, per mezzo della interſecatione delle circonferentie di dui cerchi, come ſopra la prima propoſition fu detto, & dapoi tirare la linea, b, f, & ſerà eſequido tal problema, & coſi a lui aduerti nelle altre che ſeguitano, perche molte coſe ſe fa per poter far la demoſtratione.

Problema 5. Propoſitione. 10.

10 Puotemo diuidere vna propoſta retta linea in
10 due parti equale.

Sia la propoſta retta linea che è di biſogno diuidere in due parti equali la linea, a, b, ſopra di quella coſtituerò il triangolo, a, b, c, equilatero, & dopo queſto diuiderò l'angolo, c, in due parti equali per la dottrina della precedente con la linea, c, d, hor dico che la linea, c, d, diuide la data linea, a, b, in due parti equali in ponto, d, e per dimoſtrar queſto intendali dui triangoli, a, c, d, & b, c, d, & arguiſco in queſto modo li dui lati, a, c, & c, d, del triangolo, a, c, d, ſono equali alli duoi lati, b, c, & , c, d, del triangolo, b, c, d, e l'angolo, c, dell'un è equal all'angol, c, dell'altro adonque, per la quarta, la baſa, a, d, ſerà equale alla baſa, b, d, ſeguita adonque che la linea, a, b, ſia diuiſa in due parti equale nel ponto, d, che è il propoſito.

Il Tra-

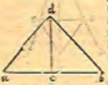
Il Tradottore.

Anchora per diuidere semplicemente vna data linea in due parti equale (poniamo la linea, e, f,) basta a trouar le due opposite intersecatione (quali sian g, e, h,) di duoi cerchi che occoreno nel formar il triangolo equilatero e la linea, g, h, tirata dall'una intersecatione all'altra farà il proposito.

Problema. 6. Propositione. 11.

11 Data vna linea retta, da vn ponto signato in quella potemo cauarui vna
— perpendicolar sussistata dall'una è l'altra parte da dui angoli equali e retti.
11

Sia la data retta linea, a, b, nella qual sia dato il ponto, c, dal quale sia di bisogno tirar fuora vna perpendicolar. Adonque volendo esequir tal effetto faccio la linea, b, c, equal al la linea, a, c, & sopra a tutta la, a, b, constituisco il triangolo a, b, d, equilatero: & dapoi tiro la linea, c, d, laquale dico esser perpendicolare sopra la detta linea, a, b, e, per dimostrar tal cosa intendo li dui triangoli, a, c, d, & , b, c, d, e perche li dui lati, a, c, & , c, d, del triangolo, a, c, d, son equali alli dui lati, c, b, & , c, d,



del triangolo, b, c, d, & la basa, a, d, a la basa, b d, adonque (per l'ottaua) l'angolo, a, c, d, serà equale all'angolo, b, c, d, per laqual cosa ciascun di loro serà retto (per la ottaua diffinitione) & la linea, d, c, serà prependicolar sopra la linea a, b, che è il proposito.

Problema. 7. Propositione. 12.

12 Potemo condurre vna perpendicolare a vna data retta linea de indefi-
—
12 nita quantità da vno ponto signato fuora di quella.

Sia il ponto, a, signato fora della linea, b, c, dal qual bisogni condure vna perpendicolare alla detta linea, b, c, adonque per esequir tal cosa allongarò la linea a, b, c, in l'una è l'altra parte quanto bisogna, & sopra al ponto, a, descriuerò vn cerchio di tal grandezza che seghi la detta linea, a, c, in dui ponti il qual pongo sia il cerchio, d, e, f, g, ilquale seghi la linea, b, c, nelli dui ponti, d, & f, da poi congiongerò il ponto, a, con li dui ponti, d, & f, con le due linee, a, d, & , a, f, & dapoi diuiderò l'angolo, d. a, f, in due parti quali con la linea, a, h, (per la nona propositione) hor dico che la linea, a, h, e perpendicolare sopra la linea, b, c, & per dimostrar questo intendo li duoi triangoli, a, d, h, & , a, f, h, & perche li duoi lati, a, d, & , a, h, del triangolo, a, d, h, sono equali alli duoi lati, a, f, & , a, h, del triangolo, a, f, h, perche le due linee, a, d, & a, f,

Inter- lasata dal car dano estra- mito.

& ,a,f, uengono dal centro alla circonferentia, lo lato, a,b, è cōmũ ambiduoi, e l'angolo, a, dell'uno è equale all'angolo, a, dell'altro, & per la quarta propositione, la basa, d,b, serà equale alla basa, b, f, & l'angolo, b, d, all'angolo, a, b, f, per laqual cosa l'uno & l'altro serà retto, per la ottaua diffinitione, & per la nona, la linea, a, b, serà perpendicolare sopra la linea, b, c, che è il proposito.

Theorema.6. Propositione.13.

13 Li duoi angoli constituidi da ogni linea retta, che stia sopra a una linea
13 retta, ouero che sono retti, ouero che sono equali a duoi angoli retti.

Sia che la linea, a, b stie sopra alla linea, c, d, dico che li duoi angoli constituidi dalla detta linea, a, b, con la linea, c, d, ouer che sono ambiduoi retti, ouer che sono equali a duoi angoli retti, liquali angoli l'uno è l'angolo, a, b, d, & l'altro è l'angolo, a, b, c, & per dimostrar questo arguirò in questo modo. Ouer che la linea, a, b, serà perpendicolare sopra la, c, d, ouer non: se la serà perpẽdicolare sopra la detta linea, c, d, constituerà duoi angoli equali è retti: per lo conuerso modo della ottaua diffinitione, che è il primo proposito. Ma se la non serà perpendicolare, ma che quella sia declinante sopra quella, poniamo uerso, d, all'hora la detta linea, a, b, constituerà duoi angoli, l'uno di quali serà acuto, cioè l'angolo, a, b, d, & l'altro serà ottuso cioè l'angolo, a, b, c, hor dico che questi duoi angoli insieme sono equali a duoi angoli retti, & per dimostrar questo, dal ponto, b, cõduro la perpendicolare, b, e, per l'undecima propositione, sopra la linea, c, d, del laquale li duoi angoli, e, b, c, & , e, b, d, sono retti, per lo conuerso modo della ottaua diffinitione, adunque perche li duoi angoli, d, b, a, & , a, b, e, se equaliano all'angolo, d, b, e, il qual è retto, giontoli ancora l'angolo, e, b, c, che è retto, tutti tre se sanno equali a duoi angoli retti, perche li duoi, cioe, d, b, a, & , a, b, e, sono equali all'angolo, d, b, e, che è retto: il terzo, cioè l'angolo, e, b, c, da si è retto, però tutti tre sono equali a duoi retti, ma l'angolo, a, b, c, ottuso è equale a duoi di quelli tre angoli, cioe all'angolo, e, b, c, che è retto & all'angolo, e, b, a, adunque li duoi angoli, a, b, c, & , a, b, d, sono equali a duoi angoli retti, che è il proposito. Et nota che per questa propositione si manifesta che tutto il spacio che circonda un ponto, in qual si uoglia superficie piana, sempre quello serà equale a quattro angoli retti.

Theorema.7. Propositione.14.

14 Se da uno ponto de una linea retta usciranno due linee rette in diuerse
14 parti, & farà li duoi angoli atorno in se retti, ouero equali a duoi angoli retti, quelle due linee fra loro sono congionte direttamente, & sono una sol linea.

Sia la linea retta,a,b,& dal ponto,b,uscieno due linee rette in parte opposite,& l'una sia la linea,b,c,& dall'altra parte opposita,sia, la linea,b,d,lequal linee feciano li duoi angoli,liquali son,c,b,a,& d,b,a, equali a duoi angoli retti,hor dico che le due linee,c,b,& d,b,sono cōgionte direttamente l'una & l'altra & sono una sol linea,laqual è la linea,c,b,d,& se la non serà una sol linea, per l'auersario,sia protratta la linea,c,b,in cōtinuo & diretto,& per non esser una linea con la linea,b,d,transirà ouer di sopra della detta linea,b,d,come fa la,b,f,ouer di sotto come fa la,b,e,.Adonque perche sopra della linea,c,b,f,gli cade la linea,a,b,li duoi angoli,a,b,c,& a,b,f, per la precedente serà equali a duoi angoli retti,& perche li angoli retti sono equali fra loro, per la quarta petitione,anchora li duoi angoli,c,b,a,& d,b,a,son equali a duoi angoli retti, dal presupposito,perilche li duoi angoli,a,b,c,et,a,b,f,seran equali alli duoi angoli,c,b,a,& d,b,a,adonque cauando communemente l'angolo,c,b,a, li duoi rimanenti per la terza concettione, seranno fra loro equali, cioè l'angolo,d,b,a, seria equal all'angolo,f,b,a laqual cosa è impossibile che la parte sia equale al tutto,& p la medesima uia tu approuerai,la linea,c,b,protratta per fina in,e. che l'angolo.a.b.d.sera equal all'angolo,a,b,e,che è pur impossibile,per laqual cosa serà cōstretto l'auersario a cōfirmare che pratta la linea,c,b,caderà precise in la linea,b,d,& la linea,c,b,d,esser una sol linea,e nō due,che è il pposito.

Theorema.8. Propositione.15.

15/15

Tutti li angoli contraposti de ogni due linee rette che si seghino,fra loro sono equali per ilche eglie manifesto che quando due linee rette si seghino fra loro, li quattro angoli che fanno essere equali a quattro angoli retti.

Sian le due linee rete,a,b,et,c,d,lequai se seghin fra loro ī pōto,e.Dico che l'angolo,d,e,b,è equal a l'āgolo.a.e.c.e l'āgolo,b,e,c,è equal a l'āgolo d e,a,pche li due angoli,e,c,et,c,e,b,sō equai adue angoli

angoli retti, per la terzadecima propositione, & similmente li duoi angoli, c, e, b, d, e, b, sono pur equali a duoi angoli retti, per la medesima propositione. Adõque li duoi ãgoli. a, e, c, & c, e, b, sono equali alli duoi angoli, c, e, b, & b, e, d, per che cosi li duoi primi come li duoi secondi sono equali a duoi angoli retti hora se communamente leuaremo, cosi alli duoi primi come alli duoi secondi, l'angolo c, e, b, li duoi rimanenti, che son li duoi angoli, a, e, c, & , b, e, d, seranno fra lor equali, per la terzadecima concettione, & per lo medesimo modo se approua l'angolo, c, e, b, esser equale all'gol o, d, e, a, che, è il proposito.

Theorema. 9. Propositione. 16.

16 / 16 Essendo protratto direttamente un lato d'un triangolo, qual ne pare, quel farà l'angolo estrinsico maggiore dell'uno e dell'altro angolo intrinsico del triangolo a se opposito.

Sia che'l triangolo, a, b, c, sia protratto el lato, a, b, per fina in d. Dico che l'angolo, d, b, c, è maggiore di l'uno & dell'altro di duoi angoli di dentro del triangolo a lui oppositi, delliquali l'un è l'angolo, b, a, c, e l'altro è l'angolo, b, c, a, & per dimostrar questo io diuiderò il lato, c, b, in due parti equali, per la dottrina della decima, in punto, e, & protrarò la linea, a, e, per fin al ponto, f, talmente che la, f, e, sia equale alla, a, e, poi tirarò la linea, f, b, & fatto questo io intendo li duoi triangoli, c, e, a, & , b, e, f, & perche li duoi lati, a, e, & , e, c, del triangolo, a, e, c, sono equali alli duoi lati. f, e, & , b, del triangolo f, e, b, & l'angolo, e, dell'uno si è equale all'angolo, e, dell'altro, per la precedẽte proppositione, perche sono angoli contraposti, & per la quarta propositione, l'angolo. e, c, a, serà equale all'angolo, e, b, f, e per tãto l'angolo, c, b, d, qual è maggior dell'angolo, c, b. f, sua parte. serà etiam maggiore dell'angolo, a, c, e, per esser l'angolo, a, c, e, equal al, e, b, f, sua parte, & cosi hauemo dimostrato come l'angolo, c, b, d, de fuora del triangolo è maggiore dell'angolo, a, c, b, di dentro del triangolo a lui opposito. Similmente ancora se approua che lui è maggior dell'angolo, c, a, b. Perche diuiderò il lato, a, b, in due parti equale nel ponto, g, per la decima propositione, & protrarrolla linea, c, g, per fin in, h, talmẽte che la, g, h, sia equale alla. g, h, c, per tertia propositione, dapoi protrarrò la. b, K, poi intẽdo li duoi triãgoli, a, c, g, & , g, b, h, che li duoi lati, a, g, & g, c, del triangolo, a, g c, sono equale alli duoi lati, g, b, & f, h, del triangolo, g, b, h, & l'angolo, g, dell'uno è equale, all'angolo, g, dell'altro, per la precedente propositione, & per la quarta propositione l'angolo, g, a, c, è equale all'angolo, g, b, h, hor perche l'ãgolo, K, b, d, è equale all'angolo contraposito, g, b, h, per la precedente propositione sera etiam equale all'angolo, c, a, g, per la prima concettione, & perche l'angolo, c, b, d, è maggiore dell'angolo, K, b, d, sua parte, serà etiam maggiore dell'angolo. g, a, c, a quello equale, ch'è il proposito.

Il Tradottore.

Bisogna aduertir che la linea, b, h, protratta verso, f, è necessita passe so. alla linea *b,f.qil che la linea,b,k,nō si discerne dalla linea,b,f,p esser in quella medesima.*

Theorema 10. Propositione. 17.

17 *Duoi angoli di ogni triangolo(tolti come si voglia)sono minori de duoi angoli retti.*

17 Sia il triangolo.a.b.c. Dico che qualunque duoi angoli di quello sono minori

Per la de duoi angoli retti,pche essendo protratto un lato di quello, come seria il lato,b

pced. c,per fin al d.per la precedente,l'angolo,c,estrinsico seria maggior del angolo a,

Per la et cosi maggiore dell'angolo,b,ma l'angolo.c,estrinsico insieme con l'angolo,c,in-

13. trinsico sono equali a duoi angoli retti,per la terziadecima. Adunque li duoi angoli,b,et,c,intrinsici serāno minori de duoi angoli retti,et similmēte l'angolo,a, insieme co l'angolo.c.(intrinsico)seranno pur minori di duoi angoli retti,perche all'angolo,c, intrinsico volendo equaliare a duoi angoli retti bisognaria accōpagnarlo con un'altro angolo che fusse equale all'angolo,a,c,d,estrinsico, dil che alcun di quelli duoi intrinsici (a lui oppositi) cioè,a, & ,b,& nō sono sufficiēti, per esser ciascū di loro minori del detto angolo,a,c,d, estrinsico. Similmēte se'l serà pcratto il lato,b,a,p il medesimo modo el si approuerà che li duoi angoli,a, et,b,sono minori d duoi angoli retti,che è il pposito.

Theorema. 11. Propositione. 18.

Il lato piu longo de ogni triangolo è opposito al maggior angolo.

18

18 Sia come in lo triāgolo,a,b,c,il quale ha il lato,a,c,maggiore del lato,a,b, Dico che l'angolo,a,b,c,è maggior dell'angolo,b,c,a. Perche il lato,a,c,è maggiore del lato,a,b, della parte verso,a, ne segaremo

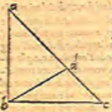
Per la una parte equale al, a,b, per la tertia propositione,

3. qual sia la,a,d,& produremo la linea,b,d, (per la pri

Per la ma petitione.) Ma perche l'angolo,a,d,b,estrinsico

16. del triāgolo,b,d,c,per la sestadecima propositione,

Per la è maggior dell'angolo,b,c,d, intrinsico a lui opposito,& l'angolo,a,d,b,è equale all'angolo, a, b,d,per la quinta propositione,perche il lato,a,d,fu posto equale al lato,a,b. Adonque l'angolo,a,b,d,serà anchora lui maggiore del detto angolo,c,dil che se l'angolo, a,b,d,(per se solo) è maggior del c,molto piu tutto l'angolo, a,b,c, serà maggior del detto angolo,c,che è il nostro proposito. Anchora,perche il lato,a,b,è maggiore del lato,b,c, per lo modo dato di sopra, se potrà prouar che l'angolo,b,c, a,è maggior dell'angolo,b,a,c.



Theorema 12. Propositione 19.

19 *Il maggior angolo de ogni triangolo, e opposito al piu longo lato.*

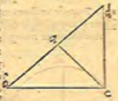
19 Sia il triangolo,a,b,c,hauēte l'angolo,a,b,c,maggior dell'angolo,b,c,a. Dico che il lato,a,c,è maggior del lato,a,b. Perche se'l detto lato,a,c, non è maggior del lato,a,b,per l'auersario,l'è necessario,che'l sia adonque ouer equal a lui,

esser minor di lui, se eglie equale a lui l'angolo, a, c, b, seria equale all'angolo, c, b, a, per la quinta propositio ne, che seria contra il presupposito nostro, il qual fu che l'angolo, a, b, c, fusse maggior dell'angolo, b, c, a. A dōque lo lato, a, c, non puo esser equale al lato, a, b. Dico anchora che'l non puo esser minore, perche se'l lato a, c, fusse minore del lato, a, b, l'angolo, a, b, c, seria minor dell'angolo, a, c, b, per la precedende, che seria molto contrario al nostro presupposito, il qual fu che l'angolo a, b, c, fusse maggiore dell'angolo, a, c, b. A dunque sel lato, a, c, non puo esser ne equale ne minore del lato, a, b, l'è necessario che'l sia maggiore, che è il proposito.

Theorema. 13. Propositione. 20.

20 Duoi lati di ogni triangolo, tolti come si voglia, gionti insieme sono piu lon
20 ghi del restante lato.

Sia il triāgolo, a, b, c, Dico che li duoi lati, a, b, et, a, c, giōti insieme sono piu lōghi del lato, b, c, & p di mostrar questo, sia protratto la linea, b, a, per una in, d, talmēte che la, a, d, sia equale alla, a, c, poi sia tirata la linea, c, d, Et p la quinta, l'angolo, a, c, d, serà equale all'angolo, d, & perche tutto l'angolo, b, c, d, è maggiore dell'angolo, a, c, d, sua parte, serà etiam maggiore dell'angolo, d, A dōque, per la decimanona propositione, il lato, b, d, serà maggiore del lato, b, c, Ma il lato, b, d, è equale alli duoi lati, a, b, & , a, c, per laqual li duoi lati, a, b, & , a, c, gionti insieme sono maggiori del lato, b, c, che è il proposito.



Theorema. 14. Propositione. 21.

21 Se dalli duoi ponti terminanti un lato d'un triangolo uscirāno due linee
21 rette, & che quelle si congiongano in un pōto che sia di dentro del triangolo, quelle medeme due linee certamente seranno piu breue delle altre due linee del triangolo, e conteniranno maggior angolo.

Sia come in questo triāgolo, a, b, c, che dalle due estremità del lato, b, c, uscischino le due linee, b, d, & , c, d, lequale cōcorrano de dentro del triāgolo, a, b, c, nel pōto, d, dico che le dette due linee, b, d, et, c, d, insieme giōti son piu corte che le due linee, b, a, et, c, a, lati del triāgolo, a, b, c, insieme giōti, et che l'angolo, b, d, c, cōtenuto da quelle è magior dell'angolo b, a, c, cō tenuto dalli predetti duoi lati, & p dimostrar questo slōgarò il lato, b, d, p fin che segui il Lato, a, c, i ponto, e per dico ch'i due lati, a, b, e, ci a, c, del triāgolo, a, b, c

gionti insieme sono maggiori del lato.b.e.per la uigesima propositione, & giongendoui equalmente la parte, ouero linea.e.c. li duoi lati.a.b. & .a.c.seranno maggiori insieme gionti delli duoi lati.b.e.& .e.c.(per la quinta concettione) la qual cosa serba in mente, poi perche li duoi lati.d.e. & e.c. del triangolo. c.d.e.gionti insieme sono maggiori del lato. d.c.(per la uigesima propositione) gio togli communemente la linea.d.b.li duoi lati.b. e. & .e.c.seranno ancora maggiori delli duoi lati.b.d.& d.c. (per la cõcettione) donde se li doi lati. b.e.& e.c.sono maggiori delle due linee protratte.b.d.et.d.c.& che li duoi lati.a.b.et a.c.sono maggiori delli ditti duoi lati.b.e.& .e.c.(come di sopra fu approuato, quando dissi, serba in mente) tanto magiormẽte seranno maggiori delle dette due linee protratte.b.d.& .d.c.che è il proposito. Ma, perche l'angolo.b.d.c.e maggiore dell'angolo.d.e.c.(per la sestadecima propositione) & l'angolo.d.e.c.per la medesima decimasesta propositione, è maggior dell'angolo.e.a.b.adũque molto maggior serà l'angolo.b.d.c.del ditto angolo.b.a.c.che è il secõdo proposito.

Problema.8. Propositione.22.

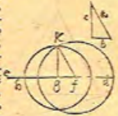
22 Proposte tre linee rette, dellequali le due, quale si uogliano, gionte insieme sieno piu longhe dell'altra, pessemo, con altre tre linee, a quelle equale
22 constituire un triangolo.

Siano le tre proposte linee.a.b.c.lequale siano cosi conditionate, che due, quale si uoglia di quelle, giõte insieme siano maggiore dall'altra, ꝑche altramẽte nõ se potria di tre equale a quelle cõstituir triãgolo, per la uigesima propositione, adonque quãdo uorrò cõstituir un triãgolo di tre linee equale alle tre ꝑdette, facio la linea.d.e.allaquale dalla parte.e.nõ gli pono fin determinato, & dalla parte del.d.ne segho la parte.d.f.equale alla linea.c. ꝑ la tertia propositione, et f.g.equal al.b.& .g.h.equal al.a.& fatto il põto.f.cẽtro descriuo il cerchio.d.K. secõdo la quãtità.f.d. & similmẽte fatto.g.cẽtro descriuo il cerchio.h.K.li quali duoi cerchi se intersegono in duoi põti, l'uno di qlli è il põto.K.altramẽte seguiria che l'una delle tre linee seria maggiore, ouer equale alle altre due giõte insieme, che seria cõtra il ꝓsupposito. hor da põto.K. tiro la linea.K.f.& la linea.K.g.& serà constituido, il triãgolo.K.f.g.de tre linee equale alle tre ꝓposte.a.b.c.ꝑche le due linee.f.d.& f.K.sono equale, ꝑche ambedue uãno dal cẽtro al la circõferẽtia del cerchio.d.K.e.ꝑche la linea.c.è equale alla.d.f.ꝑ la prima cõcettione, serà etiã equale alla.f.K.lato del triãgolo, similmẽte, g.h, & .g.K sono equale, ꝑche uãno dal cẽtro alla circõferẽtia del cerchio.h.K.et.g.h.fu posto equale alla linea.a.adõque.g.K.serà equale alla linea.a.ꝑ la detta prima cõmu ne sententia, ouero cõcettione, & pche f, g, fu tolto equale alla linea, b, adūque li tre lati del triãgolo, f, g, K, sono equali alle tre date linee, a, b, c, che è il proposito.

Problema. 9. Propositione. 23.

23 *Data una linea retta, sopra vn termine di quella, potemo designare vn*
e 23 *angolo rettilineo equale a qualunque angolo rettilineo proposto.*

Sia data la linea, f, e, che è in la figura superiore, & siano le due linee che contengono il dato angolo, a, & b, sotto al qual angolo tirarò la basa, c, desiderando io di fare sopra il ponto, f, della linea, e, f, vno angolo equale all'angolo dato. Azonzo alla linea, e, f, la linea, f, d, equale alla, a, & dalla linea, f, e, sego, ouer assegno, f, g, equale alla, b, & dalla, g, e, assegno etiam la, g, h, equale alla basa, c, & sopra li duoi ponti, f, & g, descriuo li duoi cerchi, d, K, & K, h, secondo la quantità delle due linee, f, d, & g, h, li quali se intersegbano fra loro in ponto K. si come mostra la precedente, e dutte le linee, K, f, & K, g, seranno li duoi lati, K, f, & f, g, del triangolo, K, f, g, equali alli duoi lati, a, & b, del triangolo, a, b, c, & la basa, g, K, equale alla basa, c, Adonque, per la ottaua l'angolo, K, f, g, serà equale all'angolo contenuto dalle due linee, a, & b, che è il proposito.



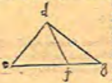
Theorema. 15. Propositione. 24.

24 *De ogni duoi triangoli, di quali li duoi lati dell'vno seranno equali alli*
e 24 *duoi lati dell'altro se l'uno di duoi angoli contenuti sotto di quelli lati equali, serà maggiore dell'altro, Anchora la basa del medesmo serà maggiore della basa dell'altro.*

Siano li duoi triangoli, a, b, c, & d, e, f, et siano li duoi lati, a, b, & a, c, equali alli duoi lati, d, e, d, f, cioè ciascun al suo relatiuo, a, b, al, d, e, & a, c, al, d, f, & sia l'angolo, a, maggior dell'angolo, e, d, f, Dico che la basa, b, c, serà maggiore della basa, e, f, & per dimostrar questo farò l'angolo, e, d, g, per la dottrina della precedente equale all'angolo, a. (del qual l'angolo, e, d, f, verra a esser sua parte, per esser minor di lui) e ponerò, d, g, equal al, a, c, ouer, d, f, e, tirarò la linea, e, g, laqual transirà di sopra della linea, e, f, segando la linea, d, f, ouer sopra la medema linea, e, f, facendo con quella vna medesima linea, ouer di sotto di q̃lla, hor poniamo primamẽte che la trãsisca di sopra la, e, f, segãdo la linea, d, f, (come appar nella prima figura) tirarò la linea, f, g, e serà costituito il triãgolo, d, f, g, de duoi lati equali, pche ciascũ di q̃lli è equal al lato, a, c, dil che l'angolo, d, f, g, serà equale all'angolo, d, g, f, per la quinta propositione, p laqual cosa l'angolo, d, f, g, serà maggior dell'angolo, e, g, f, parte dell'angolo,

d,g,f, a lui equale, del che se l'angolo.d.f.g.da si è maggior dell'angolo,e,g,f, molto piu maggior serà tutto l'angolo e.f.g.del ditto angolo,e,g,f,õde seguita che'l lato.e,g,sia maggior del lato.e,f,per la decimanona propositione, hor dico che'l lato,e.g.si è equale alla basa.b.c.perche li duoi lati.a.b.& a.c.del triãgo

lo,a,b,c,sono equali alli duoi lati,d,e,et,d,g,del triã golo,d,e,g,& l'angolo,e,d.g,fu posto equale all'an golo,b,a,c,onde,per la quarta propositione, la basa, e,g,serà equale alla basa.b,c,per laqual cosa se la.e. g.e maggiore alla.e,f.etiã la,b,c,a quella equale, se rà maggiore della detta,e,f,che è il proposito. Ma se la,e,g,e cascarà sopra la medesima linea,e,f,(come in questa altra seconda figura appare) e siano insie me una medesima linea all'hora la,e,f,serà parte della e.g,adonque,per la vltima concettione,la,e,f, serà minor del e,g,che è il proposito. Ma se la, e,g, trãsisse d. sotto della,e,f,(come in questa altra figu ra appare) siano slongate le due linee, d,f,& ,d,g, (lequal sono equale) fina in K,& h, & per la seconda parte della quinta propo sitione,li duoi angoli che sono sotto alla basa, f,g,seranno equali,cioe lo angolo, K,f,g, serà equale all'angolo, f,g,h,del che tutto l'angolo,e,f,g, serà maggior



del detto angolo,f,g,h,ma se l'angolo,e,f, g, è mag gior del ditto,f,g,h,molto piu maggiore sera dell'an golo.f.g.e,parte di quello,adonque,per la decimano na propositione,il lato,e,g,serà maggior dell'an, e,f,& per consequens,b,c,serà maggior de,e,f,che è il proposito. Questo vltimo mẽbro si poteua ancho ra prouare per la vigesimaprima, perche per quella in la dispositione della terza figura , le due linee,d, g,& ,e,g,seranno maggiore delle due linee.d.f.& .f. e.& perche la d.g.è equale alla,d.f, (per questo che

ambedue sono equale alla,a,c,) serà la,g,e,maggio re della,e.f,per la qual cosa etiam la, b, c,serà mag giore della medesima,e,f,che è il proposito, tamen e meglio dimostrar per il primo modo,accioche in ogni dispositione sia arguito per la quinta.

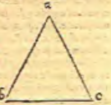
Theorema. 16. Propositione.25.

25 D'ogni dui triangoli, diquali li dui lati dell'vn siano equali alli duoi la-
25 ti dall'altro,& che la basa dell'vno sia maggiore della basa dell'altro. Anchora l'angolo contenuto da quelli lati equali del detto triangolo, che ha la basa maggiore, serà maggior dell'angolo dell'altro triangolo contenuto delli medesimi lati.

Siano li duoi triangoli,a,b,c,& d,e,f, & siano li duoi lati, a, b, & ,a,c,del

primo

primo equali alli duoi lati.d.e.& d.f.del secondo,cioe ciascuno allo suo relatiuo,& sia basa.b.c.maggiore della basa.e.f.dico che lo angolo.a.serà maggiore dell'angolo.d.questa e il conuerso della precedente, la qual cosa se dimostrerà in q̃sto modo. Se l'angolo.a.nõ e maggiore, per l'aduersario,dell'angolo.d.serà adonque equale,ouer minor di lui,equale non puo essere,perche se cosi fusse, per la quarta,la basa.b.c.seria equale alla basa.e.f. che seria contra il presupposito, Ma dico che anchora el non puo essere minore,perche se l'angolo. a.fusse minore dell'angolo.d.la basa.b.c.seria, per la precedente,minor della basa.e.f.che seria molto contra il presupposito, adunque non possendo l'angolo.a.esser ne equale ne minor dell'angolo.d.glie necessario sche sia maggiore,che e il proposito.



Theorema. 17. Propositione. 26.

26 De ogni duoi triangoli di quali li duoi angoli
26 di l'uno seranno equali à duoi angoli di l'altro
ciascuno al suo relatiuo, anchora che vn lato del
l'vno sia equale à un lato l'altro, ò sia quel tal la
to fra li duoi angoli equali o veramente opposito
à vno de quelli, anchora li duoi restanti lati di
l'vno seranno equali alli duoi restanti lati del-
l'altro, ciascuno al suo risguardante,ouer relatiuo, & similmente l'altro an-
golo di l'uno serà equale à l'altro angolo dell'altro.

Siano li duoi triangoli.a.b.c.& .d.e.f.& sia l'angolo.b.equale allo angolo.e.& l'angolo.c.equal al l'angolo.f.& sia el lato.b.c.equale al lato. e.f.ouer l'uno delli altri duoi lati.a.b.& a.c.sia equal a uno delli altri duoi lati.d.e. & . d.f. cioe uno di loro al suo relatiuo,cioe che.a.b.sia equale al d.e.ouer.a.c. al.d.f.Dico che li altri duoi lati dell'uno seranno equali alli altri duoi lati dell'altro,& l'altro angolo dell'uno serà equal all'altro angolo dell'altro, cioe l'angolo.a.serà equale all'angolo.d. Ponerò adunque primamẽte che lo lato.b.c.sopra del quale giaceno li duoi angoli . b.c.sia equale al lato.e.f.sopra del quale giaceno li duoi angoli.e f. liquali sono stati posti equali alli detti duoi angoli.b.c.hor dico che'l lato. a.b.serà equale al lato.d. e.il lato.a.c.al lato.d.f.& l'angolo.a.all'angolo.d. Perche, se possibil sia per l'aduersario,che'l lato.a.b.non sia equale al lato.d.e. l'uno di quelli serà adonque maggior,hor poniamo che'l lato. d. e. sia maggiore del lato. a. b. io segarò del lato.d.e.la parte.g.e.equali al lato.a. b. per la tertia propositione, e produrò la linea.g.f.li duoi lati adonque.e.g.& .e.f. del triangolo. e. g. f. sono equa-

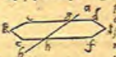
li caci

li duoi lati.a.b.& .b.c.del triangolo.a.b.c.& l'angolo.a.b.c.è equale all'angolo. g.e.f.dal prosuppošito, per la qual cosa l'angolo.g.f.e. seria equale all'angolo.a.c.b.per la quarta propositione, & perche l'angolo.d.f.e. si è anchora lui equale al ditto angolo.a.c.b.dal prosuppošito per la prima concettione, serà etiã equale all'angolo.g.f.e.sua parte, che è impossibile, per l'ultima cõcettione, adonque.d.e.serà equale al.a.b. per la quarta propositione, il lato. d.f.serà etiã equale al lato.a.c.et l'angolo.d.all'angolo.a. serà equale, che è il primo mẽbro della diuision proposta, Sia anchora li duoi angoli.b.et.c.equali alli duoi angoli.e.f.come prima, et sia lo lato.a.b.il quale è opposito all'angolo.c.equale al lato. d. e. il qual è opposito all'angolo. f. ilqual è posto equale all'angolo. c. dico che lato.b.c.serà equal al lato.e.f.& il lato.a.c.al lato.d. f. & l'angolo. a.all' angolo.d.& sel lato.e.f.non fusse equale al lato.b.c.per l'aduersario l'uno di loro serà maggior dell'altro sia adonque.e.f.maggior del.b.c. e.per tanto ponerò e.h.equale al.b.c. per la tertia propositione, & produrò la linea. d.h. & serà constituido il triangolo.d.e.h.che li duoi lati.e.d.& .e.h.son equali alli duoi lati.b.c.& .b.a.del triangolo.a.b.c.e.l'angolo.e.si è equale all'angolo. b.dal presupposito, dilche l'angolo.e.h.d.seria equale a l'angolo.b.c.a.per la quarta propositione, e langolo. f.per esser equale anchora all'angolo. c. serà etiam equale all'angolo. e.h.d. per la prima concettione, la qual cosa è impossibile, per la sestadecima propositione, che l'angolo. e. h. d. estrinsico del triangolo.d. h.f.sia equale allo angolo.h.f.d.intrinsico, & opposito, adonque il lato. e.f.serà equale al lato.b.c.& similmente, per la quarta propositione, il lato.d.f.al lato. a.c.serà equale, e l'angolo. e.d.f.all'angolo.b.a.c.che è il secondo membro della proposta diuisione, dilche tutto il proposito serà manifesto.

Theorema. 18. Propositione. 27.

27 *Se una linea retta caderà sopra a due linee rette, & facia li duoi angoli*
27 *coalterni fra loro equali, quelle due linee seranno equidistante.*

Sia come è linea.a.b.la qual cade sopra le due linee.c.d.& .e.f.& sega la linea.c.d. in ponto.g.& la linea. e.f. in ponto.h.& sia l'angolo.d.g.h.equale all'angolo.e.h.g.Dico che le dette due linee.c.d.& .e.f.sono equidistante, ma se possibile è per lo aduersario, che non siano equidistante, poniamo che protratte dalla parte. c. e. concorrano nel ponto.K. ouero dalla parte. d. f. nel ponto. l. & sia pur come si voglia, che accaderà lo impossibile, per la decimasesta propositione, perche l'angolo estrinseco seria equale allo intrinseco, & opposito, perche

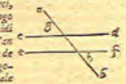


uno delli detti angoli alterni, li quali sono posti equali, serà lo estrinsico, & l'altro serà lo intrinseco, perche concorrendo le due linee.d.c.& .e.f.in ponto. K.seria formato uno triangolo, che seria. g.h.K. & seria prodotto il lato. K.g.fina in.d.facendo l'angolo.h.g.d.estrinseco, il quale è posto equale all'angolo. e.h. g.intrinseco, et opposito, la qual cosa è impossibile per la sopralegata propositione perche l'è impossibile che le due linee, protratte da qual parte si voglia, cõcorrano, correrano adonque seranno equidistante per la vigesima seconda diffinitione, che è il proposito.

Theorema. 19. Propositione. 28.

28 *Se una linea retta vegnerà sopra a due linee rette, che l'angolo intrin-*
28 *seco causato da quella sia equal all'angolo estrinseco a se opposito, over che li duoi angoli intrinseci da una medesima parte siano equali a duoi angoli retti quelle due linee seranno equidistante.*

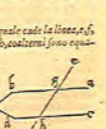
Sia come la linea .a.b. laqual sega le due linee .c.d. & .e.f. nelli duoi pōti .g.h. & sia l'angolo .g. estrinseco, equale all'angolo .h. extrinseco, dalla medesima parte verso .d.f. over che li duoi angoli .g. et .h. intrinseci, tolti, dalla medesima parte, siano equali a duoi angoli retti. Dico che le due linee .c.d. & .e.f. sono equidistāte, hor sia primamēte l'angolo .d.g.a. equale all'angolo .f.h.g. et perche l'angolo .c.g.h. per la quinta decima propositione serà anchora lui equale all'angolo .d.g.a. per la prima concettione, serà etiam equale all'angolo .g.h.f. per laqual cosa la linea .c.d. è equidistante alla linea .e.f. per la precedente propositione, perche li angoli .g.h.f. & c.g.h. alterni sono equali. Anchora siano li duoi angoli, d, g, h, & f, h, g, equali a duoi angoli retti, & perche li duoi angoli, d, g, h, & , c, g, h, similmēte sono equale a duoi angoli retti, per la tertia decima propositione, l'angolo c, g, h, serà equale all'angolo, f, h, g, per laqual cosa le dette due linee, c, d, & , e, f, per la detta propositione precedente, seranno equidistante, che è il proposito.



Theorema. 20. Propositione. 29.

29 *Se una linea retta caderà sopra a due linee equidistante, li duoi angoli co*
29 *alterni seranno equali, & l'angolo estrinseco serà equale allo angolo intrinseco a se opposito, & similmente li duoi angoli intrinseci constituidi dall'una e l'altra parte seranno equali a duoi angoli retti.*

Siano le due linee, a, b, & , c, d, equidistante, sopra lequale cade la linea, e, f, segādo quelle nelli duoi pōti, g, h, dico che li duoi angoli, g, h, coalterni sono equali, et che l'angolo, g, estrinsico è equale all'angolo, h, intrinsico a se opposito tolto dalla medesima parte, & che li duoi angoli, g, h, intrinsici tolti da una medesima parte sono equali, a duoi angoli retti, et questa è il cōverso delle due precedēte, hor per dimostrar che l'angolo, b, g, h, è equale all'angolo, c, h, g, procederemo cosi. se l'angolo, b, g, h, nō è equal all'angolo, c, h, g, l'uno de quelli serà maggiore, sia adōque maggiore lo angolo, c, h, g, & perche li dui angoli, c, h, g, g, h, d, sono equali



à dui angoli retti per la.13.propositione, & perche l'angolo,b.g.h.e minor del ditto angolo,c.h.g,ponendolo con lo angolo,d.h.g,in summa seranno minori de dui angoli retti, adonque se le dette due linee,a.b,& ,c.d.seranno protratte dalla parte del,b,d,concorreranno ad alcuno ponto,per la quarta petitione,come seria al ponto,k.adonque non seriano equidistante (per la uigesima seconda diffinitione) che è contra il proposito,& perche questo è impossibile,seranno adonque li detti dui angoli,h.g.h,& ,c.h.g,coalterni equali ch'è'l primo proposito:et da questo si manifesta ancora il secondo; perche l'angolo,b.g.h, si è equale al l'angolo,a.g.e,per la quintadecima,adonque,per la prima concettione,l'angolo,a.g.e,serà etiam equale all'angolo,c.h.g,cioè lo estrinseco serà equale allo intrinsico a se opposito,ch'è il secondo proposito,dal qual similmente si manifesta il terzo,perche li dui angoli,a.g.e,& ,c.h.g, sono equali,dandoli communamente l'angolo.a.g.h.la summa serà anchora equale, dilche li dui angoli.c.h.g. & .a.g.h,sono equali alli dui angoli.a.g.h.& .a.g.e.& perche li dui angoli. a.g.e.& .a.g.h.per la.13.sono equali a dui angoli retti; adonque li dui angoli.a.g.h.& .c.h.g.seranno equali a dui angoli retti, che sono li dui angoli intrinseci,posti dalla medesima parte uerso.e.a.che è el terzo proposito.

Theorema.21. Propositione.30.

30 *Se due linee rette seranno equidistante a una medema linea quelle medesi*
30 *me seranno fra loro equidistante.*

Siano le due linee,a.b.et.c.d.delle quale l'una et l'altra siano equidistante alla linea.e.f. Dico che queste due linee,cioè la,a.b.& .c.d.sono fra loro equidistante.Et questo è uero uniuersalmente,o siano le dette linee.a.b.& .c.d.in una medema superficie con la medesima linea.e.f.ouer uamente non,tamen in questo loco non se intende altramente, se non secondo che tutte siano in una superficie,& di quelle che sono in diuerse superficie si approua nella nona propositione del.11.che sono equidistante,hor adonque siano tutte tre in una superficie io tirarò la linea.g.h.segando le dette tre linee nelli tre ponti.k.l.m.& perche la.a.b.e.equidistante alla.e.f.l'angolo.a.k.l..si è equale all'angolo.k.l.f.per la prima parte della precedẽte perche sono coalterni,e perche la.c.d.è etiam equidistante alla.e.f.l'angolo.f.l.k.estrinsico, serà equale all'angolo.l.m.d.intrinsico a se opposito,per la seconda parte della precedente,dilche se li dui angoli.l.m.d.& .a.k.l.ciascuno equale all'angolo.k.l.f.per la prima cõcettione,seranno etiam fra loro equali,per laqual cosa se l'angolo.a.k.l.è equal all'angolo.l.m.d.le dette due linee.a.b.& .c.d.sono equidistante per la uigesima settima propositione,perche li detti dui angoli sono coalterni, ch'è el proposito.

Questa manca nel Cardano.

Problema.10. Propositione.31.

31 *Da un ponto dato fora di una proposta retta linea potemo condurre una li*
31 *nea retta equidistante a quella linea proposta.*

Sia

Sia il põto.a.dato de fora della linea.b.c. dalqua le bisogni tirare una linea equidistante alla linea.b.c.tirò la linea.a.d.casciente come si uoglia con la linea.b.c.cõstituẽdo l'angolo.a.d.c. & l'angolo.a.d.b. Et sopra el ponto.a.cõstituerò (per la dottrina della uigesima terza proposition) l'angolo.e.a.d. equale all'angolo.a.d.b. ouer l'angolo.f.a.d. equale all'angolo.a.d.c. (che darà quel medesimo) e perche li detti angoli sono coalterni, la linea.f.e.serà equidistante alla linea.b.c. (per la uigesima settima propositione) che è il proposito.

Theorema.22. Propositione. 32.

31/32 L'angolo estrinsico di ogni triangolo; d'uno lato produto, è equale alli duoi intrinsici a lui opposti, & tutti li tre angoli intrinsici di quello è necessario esser equali a duo angoli retti.

Sia el triangolo.a.b.c.e sia alongato el lato.b.c. fina in,d.dico che l'angolo,a,c,d,estrinsico si è equale alli duoi angoli,a,& ,b,intrinsici oppositi a se, insieme gionti,& che li tre angoli.a.b.c.del ditto triangolo,a,b,c,insieme gionti sono equali a duoi angoli retti e per dimostrar questo dal ponto.c.tirarò (per la dottrina della precedente) la linea,c,f, equidistante alla linea,a,b,& l'angolo,f,c,a,serà equale all'angolo,a,(per la prima parte della uigesima nona) per che sono coalterni, & l'angolo,f,c,d,estrinsico serà equale all'angolo,b,intrinsico (per la seconda parte della medesima uigesima nona propositione) per laqual cosa tutto l'angolo, a, c, d, estrinsico si è equale alli duoi angoli,a,& ,b,intrinsici a lui oppositi che el nostro primo proposito, & per che li duoi angoli,a,c,b,& ,a,c,d,son equali a duoi angoli retti (per la terza decima propositione) adonque li tre angoli,a,b,& ,c,intrinsici del triangolo seranno equali a duoi angoli retti che è il secondo proposito,& nota che per questa propositione è manifesto che tutti li angoli de ogni figura multiangola tolti insieme sono equali a tanti angoli retti quanto è el numero di'ella è distante dalla prima,duplicato uerbi gratia delle figure multiangole,ouero poligonie la prima de tutte si è il triangolo, perche non si puo formar figura de rette linee de manco de tre lati, perche con duoi linee rette non si puo constituir figura superficiale (per la ultima petitione) pero el triangolo è la prima figura de rette linee, la seconda figura si è il quadrilatero, la terza si è el penthagono,ouero figura de cinque lati & angoli & cosi ascendendo el numero delli lati ouero angoli a qual numero si uoglia; cauando di quello el numero binario el rimanente serà el numero dell'ordine della figura come essempli gratia de una figura de otto lati, & angoli per uoler el numero ordinario della detta figura caua de otto duoi, per regola ferma resta sei, per lo numero ordinario della figura predetta adonque lei serà la sesta figura & cosi se procederà in ciascuna altra, dico

adonque

adonque chel triangolo qual è la prima figura tutti li suoi angoli sono equali a duoi angoli retti, cioè a tanti angoli retti quanto è el doppio del numero ordenario della figura che è uno per essere la prima, li quattro angoli d'uno quadrangolo seranno equali a quattro angoli retti, cioè al doppio del numero ordenario della figura laquale è duoi per esser la seconda el doppio de duoi si è quattro & li cinque angoli del pēthagono che è la terza seran equali a sei angoli retti cioe el

doppio de tre che è el numero ordenario della figura de cinque angoli & li otto angoli de una figura de otto lati seranno equali a duodeci angoli retti cioe doppio de sei ch'è el numero ordinario de detta figura come de sopra fu detto & cosi uscirà in ciascun'altra figura de molto numero de angoli laqual cosa se manifesta della infrascritta causa perche qualūche figura tale si e divisibile & resolubile in tanti triangoli quāto distarà dalla prima over quāto è el suo numero ordinario tirando le rette linee da qual voi de sei angoli alli angoli opposini & tutti li tre angoli de ogni triangolo di quel

la resolutione sono equali a dui angoli retti però se indupla el numero ordinario della figura, elqual numero deriva del numero delli triangoli componenti essa figura, el qual numero de triangoli sempre serà duoi, cioè duoi manco chel numero delli angoli, over lati de ditta figura exempli gratia. Sia el pēthagono. a,b,c,d,e, da l'angolo, a, di quello produrrò le linee, a,c, & a,d, alli duoi angoli, c, & , d, oppositi al ditto angolo, a, e, serà el ditto pēthagono tutto risolto in li triangoli, a,b,c, a,c,d. Et, a,d,e, liquali sono tre, si come è il numero ordinario della detta figura, laqual, come di sopra dissi, è la terza, & perche li tre angoli di ciascun de ditti tre triangoli sono equali a duoi angoli retti, però se indoppia el numero de ditti triangoli, cioè el numero ordinario della figura che tre fia è sei per el numero deli angoli retti a che se equalisano li cinque angoli de detta figura che è il proposito. Anchora puotemo proponere le medesima materia in questo altro modo dicendo che tutti li angoli de ogni figura poligonia overo moltiangola equalmente tolti insieme, sono equali a tanti angoli retti quanto è il doppio del numero deli suoi angoli, trattone sempre quattre per regola cioè trattone quattro del doppiamento fatto, laqual cosa se dimostra cosi da un ponto tolto dentro di detta figura, a ciascun angolo de detta figura, siano tirate linee, tutta la detta figura serà resoluta in tanti triangoli quanto seranno li suoi angoli, come appar in la figura de otto angoli che è qui dentro, laqual è risoluta in otto triangoli che li tre angoli de cadauno sono equali a duoi angoli retti, però fra loro otto triangoli conteneranno sedeci āgoli retti, delliquali sedeci quattro ne formano fra loro otto atorno al pōto che

è de

è de dentro della figura doue ciascũ di loro terminano con uno angolo occupãdo tutto quello spacio che at torno al predetto põto, ilquale spacio sempre se equalia a quattro angoli retti, come in fine della terciadecima propositione fu detto, et approuato adonque de quelli sedeci angoli retti ne cauaremo quattro per regola, cioè per li quattro fatti attorno al ponto, resta dudeci per il numero dalli angoli retti a chi se equaliano li otto angoli della datta figura, che è il proposito. Ancora el se manifesta per le cose ditte che protrahendo ciascun lato d'una figura moltiangolo tutti li angoli estrinseci gionti insieme se equaliano a quattro angoli retti che così se dimostrarà, sopra il penthagono, a, b, c, d, e, protratto il lato, a, b, fina in f, il lato, b, c, fin, a, g, il lato, c, d, fin in, h, il lato, d, e, fin in, K, il lato, e, a, fin, in, l, hor dico che tutto l'angolo, a, intrinseco del penthagono cõ l'angolo estrinseco sono equale a duoi angoli retti per la terciadecima ꝓpositione, et ꝑ la medesima ragione li duoi ãgoli, b, intrinseco, et b, estrinseco così de tutti li altri, per laqual cosa li angoli, a, b, c, d, e, intrinsechi & estrinseci seranno fra tutti equali a diece angoli retti, ma perche li cinque angoli del ditto penthagono son equali a sei angoli retti, come di sopra fu demostrato. Adonque se delli detti diece angoli retti a chi se equaliano li predetti angoli intrinseci & estrinseci del penthagone cauaremo li sei a chi se equalia li cinque ãgoli intrinseci, cioè quelli del pẽthagono restarãno quattro per li angoli estrinseci, cioè li ãgoli, b, a, l, c, b, f, d, c, g, e, d, h, & a, e, K, adonque tutti li detti angoli estrinseci del predetto pẽthagono si equaliano a quattro angoli retti, et così riuscirà i ciascũ altra figura poligõia ch'è il ꝓposito.

Ancora è manifesto, che di ogni penthagono, del qual cadauno lato sega dui delli altri lati, ha cinque angoli equali a duoi angoli retti.

Sia il penthagono che se prepone, a, b, c, d, e, & cõcio sia che'l lato, a, c, seghi lo lato, b, e, in ponto, g, et lo lato, a, d, seghi il medesimo in ponto, f, et l'angolo, a, f, g, serà equale alli duoi angoli, b, & d, conciosia che quello sia lo estrinseco a quelli, in lo triangolo, f, d, b. Similmente l'angolo, f, g, a, serà equale alli duoi angoli, c, & e, conciosia che quello sia lo estrinseco a quelli in lo triangolo, g, c, e, ma li dui angoli, a, f, g, & f, g, a insieme con l'angolo, a, sono equali a duoi angoli retti. Adõque li quattro angoli, b, d, et, c, e, insieme cõ l'ãgolo, a, sono equali a duoi ãgoli retti ch'è il ꝓposito.

Theorema. 23. Propositione. 33.

33 Se in la sommità de due linee equidistante, & di equal quantità, siano
33 congionte due altre linee, quelle medesime seranno anchora equale & equidistante.

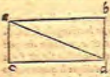
Siano le due linee,a,b,& c,d,equidistante & equale,delle quale cõgiongerò le sue estremità per le linee,a,c,& b,d,lequal dico esser equale,& equidistante. Et per dimostrar questo io tirarò la linea,a,d,& perche le due linee,a,b,& c,d,sono equidistante,dal presupposito,l'angolo,b,a,d, serà equale allo angolo,a,d,c, per la prima parte dela vigesimanona propositione:& li duoi lati,a,b,&,

a,d,del triangolo,b,a,d,sono equali alli duoi lati,d,c,& d,a,del triangolo,d,c,a, & langolo,d,a,b,del primo si è equale all'angolo,a,d,c,del secondo. Adõque,per la quarta propositione,la basa,b,d, del primo è equale alla basa,a,c,del secõdo, & l'angolo,a,d,b,del primo è equale all'angolo,d,a,c,del secondo,ma per che li ditti duoi angoli son coalterni,la linea,a,c,serà equidistante alla linea,b,d, per la vigesima septima propositione , e perche prima fu approuato che le medesime due linee, ouer base,a,c,& b,d,son equale,l'un e l'altro proposito è manifesto.

Theorema.24. Propositione.34.

34 Ogni superficie contenuta da lati equidistanti , ha le linee , & li angoli
34 contraposti equali,& lo diametro diuide quelle per mezzo.

Sia la superficie.a.b.c.d.de lati equidistanti,cioè che la linea,a,b, sia equidistante alla linea,c,d,similmente la linea,a,c, alla linea,b,d, hor dico che le due linee,a,b,& c,d,sono equale fra lor,similmente le due linee,a,c,& b,d,sono etia fra loro equale , cioe ciascun lato si è equale al suo opposito. Anchora dico che l'angolo,a,è equale,all'angolo ,d, a lui contraposito, similmente l'angolo,b,è equale all'angolo,c,io tirarò il diametro,a,d,ilquale etiam diuiderà quella detta superficie,a,b,c,d,per mezzo cioe in due parti equale,lequal cose demostrerò in questo modo,perche,a,b,& c,d,son equidistante dal presupposito , li duoi angoli,b,a,d,& c,d,a,son equali,per la prima parte della vigesima nona propositione,perche sono coalterni,ma perche anchora,a,c,& b,d, sono equidistanti li duoi angoli,c,a,d,& b,d,a,son equali, per la detta vigesimanona propositione, perche sono coalterni,hor intendo li duoi triangoli,a,d,b,& d,a,c,& perche li duoi angoli,a,& ,d,del triangolo,a,d,b,sonte equali alli duoi angoli,a,& d,del



triangolo,d,a,c,& lo lato,a,d,sopra delquale giaceno quelli angoli equali,in l'uno e l'altro triangolo e commune. Adonque per la vigesima sesta propositione,lo lato,a,b,serà equale al lato,c,d, & similmente lo lato,a,c,al lato,b,d,serà equale,etiam l'angolo,b, serà equale all'angolo,c,e perche li duoi angoli,a,sono equali alli duoi angoli,d,come è dimostrato di sopra adõque per la secõda cõcettione,tutto l'angolo,a,serà equale,a,tutto l'angolo,d,a lui cõtraposito.dico anchora che'l diametro,a,d,com'è detto di sopra,diuide dita superficie in due parti equale perche,a,b,è equale al,c,d,& ,a,d,è cõmune adunque li duoi lati,a,b,& a,d,del triangolo,a,b, d, sono equali alli duoi lati, d.e. & d.a. del triangolo d.a.e. & l'angolo d.a.b. è equale all'angolo e.d.b. adunque per la quarta propositione, la basa a.e. serà equale alla b.sa b. d. et per tutto il triangolo a.b.d. serà equale a tutto il triangolo a.e.d. che è il proposito.

Il Tradottore.

Bisogna notare che ogni superficie contenuta da linee equidistante è detta parallelogramma, & le specie di queste figure paralellogramme, over de lati equidistanti sono solamente quattro, & ancora quattro son quelle che furno diffinite in la vigesima prima diffinitione, cioe il quadrato il tetragon longo, il rhombo, et il rhomboide.

Theorema. 35. Propositione. 35.

35/35 Tutte le superficie de lati equidistanti i constituide sopra una medesima basa, & in medesime linee equidistante, sono fra loro equale.

Siano le due linee a.b. & c.d. equidistante intra lequale sia la superficie a.c.f.e. de lati equidistanti sopra la basa c.e. & sopra la medesima basa et intra le medesime linee sia l'altra superficie g.c.h.e. similmente de lati equidistanti. Dico che le due predette superficie sono equale, laqual cosa se dimostrerà in questo modo. Perche l'una è l'altra delle due linee a.f. & g.h. sono equale alla linea c.e (per la precedente propositione) adonque per la prima concettione la linea a.f. serà equale alla linea g.h. dilche levando communamente ad ambedue la linea g.f. remanerà le due linee a.g. & f.h. lequale seranno etiam fra loro equale (per la terza concettione) anchora perche (per la precedente) il lato a.c. è equale al lato f.e. & (per la seconda parte della vigesima nona propositione) l'angolo h.f.e. è equale a l'angolo g.a.c. cioe lo estrinsico allo intrinsico a se opposito, dilche li duoi lati a.c. & a.g. del triangolo a.c.g. sono equali alli duoi lati f.e. & f.h. del triangolo f.e.h. & l'angolo c.a.g. dell'uno è equale a l'angolo e.f.h. adonque (per la quarta propositione) il triangolo a.c.g. serà equale al triangolo f.e.h. adonque giongendo a ciascuno la irregular figura quadrilatera laquale e.g.c.f.e. (per la prima concettione) la superficie a.c.f.e. serà equale alla superficie g.c.h.e. che è il proposito, ma se la linea c.g. della figura superiore andasse a terminare nel ponto f. come in questa seconda figura appare, dico anchora che la superficie f.c.h.e. è equale alla superficie a.c.f.e. che con la medesima argumentatione di sopra fatta se dimostra, perche per la medesima uia li duoi triangoli f.a.c. & f.e.h. sono fra loro equali, dilche aggiongendo a ciascun il triangolo f.c.e. la superficie a.c.f.e. serà equale alla superficie f.c.e.h. dilche è il proposito. Ma se per caso la linea c.g. della prima figura andasse a terminare intra f. & h. come in questa tertia figura appar. Similmente dico che la superficie g.c.e.h. è equale alla superficie.

f.g. sia.a.c.f.e.che cosi se dimostrerà perche (per la propositione precedente) argomentando come de sopra fu fatto, la linea.a.f. serà equale alla linea.g.h. dalche aggionto al l'una e l'altra linea.f.g. serà etiam tutta la linea.a.g. equale a tutta la linea.h.f. & per le medesime rason de sopra adutte il triangolo.a.g.c. serà equal al triangolo.f.e.h. adonque aggionto l'uno e l'altro il triangolo.c.k.e. & detratone poi il triangoletto.g.k.f. da l'uno e dall'altro restera in ultimo la superficie.g.c.h.e. equale alla superficie.a.c.f.e. che è il proposito.

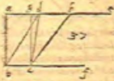
Theorema.26. Propositione.36.

36 Tutte le superficie parallelogramme, constituide in base equale, & fra medesime linee paralelle, sono fra loro equale.
36

Siano adonque le due superficie.a.b.c.d. & e.f.g.h. parallelogramme over de lati equidistanti constituide intra due linee equidistante, lequal son le due linee.a.f. & c.h. e sopra equal base, lequal base son.c.d. & g.h. dico che la superficie.a.b.c.d. le necessario che la sia equale alla superficie.e.f.g.h. laqual cosa se approverà in questo modo, io tirarò le due linee.c.e. & d.f. donde (per la trigesima tertia propositione) la superficie.c.e.d.f. serà de lati equidistanti, per questa rasone, perche.e.f. è equale, & equidistante al.c.d. perche l'uno e l'altro è equale al.g.h. seguita adonque (per la precedente) che l'una e l'altra delle due superficie.a.b.c.d. & e.f.g.h. è equale alla superficie.c.e.d.f. dalche per la prima concettione seranno etiam fra loro equale, che è il proposito.

Theorema.27. Propositione.37.

37 Tutti li triangoli liquali sono constituidi sopra una medesima basa fra due
37 medesime linee equidistante sono fra loro equali.



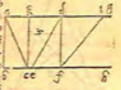
Siano li duoi triangoli.a.b.c. & d.b.c. constituidi ambidui sopra la basa.b.c. & fra le due linee.a.e. & b.f. lequal siano equidistante, hor dico che li ditti duoi triangoli a.b.c. & d.b.c. sono fra loro equali, perche tirarò la linea.c.g. equidistante alla linea.b.a. similmente la linea.c.h. equidistante alla linea.b.d. per la dottrina della trigesima prima propositione, & per la trigesima quinta propositione, le due superficie a.b.c.g. & d.h.b.c. seranno equale, & perche li duoi triangoli a.b.c. & d.b.c. sono la mitade di ciascuna di quelle (per lo correlario della trigesima quarta propositione) adonque li detti duoi triangoli sono etiam fra loro equali (per la settima concettione) che è il proposito.

Theoro-

Theorema. 28. Propositione. 38.

38/38 *Se dui triangoli seranno constituidi sopra basi equale, & fra medesime linee equidistante, seranno fra loro equali.*

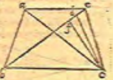
Siano li dui triangoli a.b.c. & d.e.f. constituidi sopra le basi b.c. & f.e. equale & fra le linee a.g. & .b. h. equidistante, hor dico che li detti dui triangoli sono fra loro equali. Et per dimostrar questo io tirarò la linea c.k. equidistante alla linea a.b. (lato del triangolo a.b.c.) & similmente la linea f.l. equidistante al lato e.d. & le due superficie a.b.c.k. & d.e.f.l. seranno equale (per la trigesima sesta propositione) & perche li detti dui triangoli sono la mità di ciascuna di quelle (per lo corelario della trigesima quarta propositione) dilche (per commune sententia) li detti dui triangoli seranno equali, che è il proposito.



Theorema. 29. Propositione. 39.

39/39 *Ogni dui triangoli equali, se seranno constituidi sopra una medesima basa, è da una medesima parte, seranno fra due linee equidistante.*

Siano li dui triangoli a.b.c. & d.b.c. constituidi sopra la basa b,c, da una medesima parte, et siano equali. Hor dico che questi dui triangoli sono fra due linee equidistante. Questo è il converso della trigesima settima. Dal ponto a. tirarò una linea equidistante alla basa b.c. laquale se quella transirà per il ponto d, è manifesto il proposito. Se non quella transirà di sopra, over di sotto, transisca prima di sopra, & sia la a,e, & produrò la linea b, d, per fina a tanto che seghi la linea a,e, in ponto, e, & tirarò la linea c,e, Et perche il triangolo e,b,c, è equale al triangolo a.b.c. (& per la trigesima settima propositione) Etiam lo triangolo d.b.c. fu posto equale al ditto triangolo a,b,c, Adonque (per la prima concettione) lo triangolo b.d.c. serà equale al triangolo b,e,c, laqual cosa è impossibile, che la parte sia equale al tutto (per l'ultima concettione) dilche tirando dal ponto, a, una linea equidistante alla basa b,c, non puotrà transire di sopra dal ponto, d, . Anchora dico che non transirà di sotto dal dito ponto d, & se pur fusse possibile (per l'adversario) ponemo sia la linea a, f, segante la linea d.b. in ponto f, io tirarò adonque la linea f,c, e perche il triangolo f.b.c. per la trigesima settima propositione) si è equale al triangolo a,b,c, similmente il triangolo d,b,c, fu posto equale al ditto triangolo a.b.c. dilche (per la prima concettione) il triangolo b,f,c, seria equale al triangolo d.b.c. cioe la parte seria equal al tutto che è impossibile (per l'ultima concettione) adonque perche la linea procetta

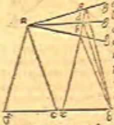


del ponto a,equidistante alla basa b.c.non puo transire,ne di sopra,ne di sotto. dal lo ponto d,seguita de necessitade,che quella transisca per esso ponto d,ilquale è il proposito. Et tu debbi da notare che da questa,& dalla precedente ci manifesta che se una linea retta segarà li duoi lati d'un triangolo in due parti equale quella tal linea serà equidistante al terzo lato,laquale cosa se dimostrerà in questo modo, sia il triangolo a,b,c,che li duoi lati a.b.& a c. di quello siano segati dalla linea d,e,in due parti equale nelli duoi ponti d,& e. Dico che la linea d e si è equidistante al b.c.& per demostrar questo io tirarò nel quadrilatero d,e,b,c,li duoi diametri d,c. & b.e hor dico che'l triangolo d,e,b, per la trigesima ottava propositione, serà equale al triangolo a,d,e,perche sono sopra due base equale,perche la d.b,e equale alla d.a.dal presupposito e ciascun di loro terminano nel ponto e.dal qual se puo tirar una linea che sera equidistante alla basa over linea b a.per la trigesima prima propositione,dilche se puo dir che sono etiam fra due linee equidistante,abenche la linea non gli sia tirata ancora per le medesime ragione il triangolo c,e,d,serà equale al medesimo triangolo a d,e,dilche per la prima concettione, il triangolo d,e,b,serà equale al triangolo d, e,c.liquali sono constituidi sopra la medesima basa d,e,dilche per la presente trigesima nona propositione, seranno fra due linee equidistante,adonque la linea d, e, è equidistante alla linea b c che è il proposito.

Theorema. 30. Propositione. 40.

40/40 Se duoi triangoli equali seranno constituidi sopra equal base d'una medesima linea, & da una medesima parte egli è necessario quelli esser contenuti fra due linee equidistante.

Siano li duoi triangoli a.b.c,& d e f equali constituidi sopra le due base b. c. & e f equale, lequal base sono d'una medesima linea,cioe b f,& statuidi da una parte medesima,cioe verso a et d,dico adunque li detti duoi triangoli esser fra due linee equidistante,e questa e il converso della trigesima ottava,et se approva per quella medesima si come etiã la precedente per la trigesima settima,dal ponto a sia tirata una linea equidistante alla b,f,laquale se la transirà p il ponto d,e manifesto il proposito,se non quella se la transirà di sopra, over di sotto come la a,g,transisca prima di sopra, & sia producta la e, d, per fina a quella laqual sia. e.g. & sia tirata la linea, g . f, & per la trigesima ottava, il triangolo a.b.c.serà equale al triangolo, g, e, f, per laquale cosa il triango, d,



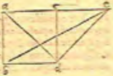
e,f,

e.f. sera equale allo triangolo g.e.f. cioe la parte seria equale al tutto, laqual cosa e impossibile, adonque non transira di sopra, transisca adonque di sotto, & seghi la linea d.e. in ponto h. & sia dutta la linea f.h. & per la trigesimaottaua il triangolo h.e.f. sera equale al triangolo a.b.e. per laqual cosa sera etiam equale al triangolo d.e.f. cioe la parte al tutto, laqual cosa e impossibile. Adonque per che quella non transira se non per il ponto d. e manifesto il proposito.

Theorema. 31. Propositione. 41.

41 | 41 Se vno parallelogrammo, & vno triangolo seranno constituidi in vna medesima basa, & in medesime linee equidistante, el parallelogrammo conuien esser doppio al triangolo.

Siali parallelogrammo a.b.c.d. & lo triangolo. e. b.d. sopra la basa b.d. fra le due linee a.e. & b.d. lequale siano equidistante. Dico che il parallelogrammo a.b.c.d. e doppio al triangolo e.b.d. & per questo io tirarò il diametro a.d. ilquale diuide il detto parallelogrammo in due parte equale per lo correllario della trigesima quarta propositione, adonque il triangolo a.b.d. sera la mitade del ditto parallelogrammo, & perche'l triangolo e. b. d. e equale al triangolo a.b.d. per la trigesima settima propositione, seguita adonque che'l triangolo e.b.d. sia etiam lui la mita del ditto parallelogrammo a.b.c.d. che e il proposito. Similmente tu potrai approuare che se vn parallelogrammo & vno triangolo seranno constituidi sopra equal base & fra medesime linee equidistante, il parallelogrammo sera etiam doppio al detto triangolo, laqual cosa Euclide non ha posto, perche ligeramente e manifesta da questa precedente, & dal correlario della trigesima quarta, et per la trigesima ottaua. Diuiso il parallelogrammo, per il diametro in duoi triangoli, & sopra la basa del parallelogrammo, fra le medesime linee equidistante constituido il triangolo, ilquale il parallelogrammo sera doppio per il detto correlario, & esso triangolo sera equale all'altro, per la trigesimaottaua.



Problema. 11. Propositione. 42.

42 | 42 Puotemo designar vna superficie de lati equidistanti, in vn angolo equale a vn angolo assignato, & che essa superficie sia equale a vn triangolo assignato.

Siale assignato angolo a. & lo assignato triangolo b.c.d. voglio designare vna superficie de lati equidistanti, che sia equale al detto triangolo b.c.d. & che duoi di suoi lati contraposti siano equali, al angolo, a. perche la non puo hauer vno angolo solo equale al angolo, a. per la trigesima quarta propositione) diuidendo la basa, c.d. in due parti equale, per la decima propositione al ponto.

e.tiro la linea b,e,& dal ponto b,conduro la linea b,f equidistante alla linea c,d,& sopra il ponto e. della linea d,e,constituisco l'angolo d,e,g,equale a l'angolo a (per la uigesima tertia propositione) e dal ponto d,tiro la linea d,f,equidistante alla linea e,g,e serà constituido il paralellogrammo g,e,f, d, ilquale contiene in se tutte le cose addimandate, perche il triangolo b,c, e,è equale al triangolo b,e,d,per la trigesima ottaua propositione,per esser la c,e.equale alla e,d.adonque tutto il triangolo b,c,d,uerra a esser doppio al triangolo b e d.ma perche il paralellogrammo g e f d.è ancora lui doppio al medesimo triangolo b,e,d,per la precedente,perche ambidui sono sopra la basa d,e,& in medesime linee equidistante seguita adonque per la sesta concettione,che'l ditto paralellogrammo sia equale al triangolo b,c,d,per esser ciascun di loro doppi al triangolo b,e,d,dilche hauemo descritto il paralellogrammo g.e.f.d.equale al triangolo b,c, d,assignato,& l'uno & l'altro di duoi angoli g,e,d,& f,g,di quello contraposti sono equali all'angolo a. assignato,che è il proposito.

Speculatione .32. Propositione .43.

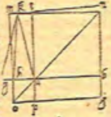
43/43 Li supplimenti di quelli paralellogrammi che sono attorno del diametro di ogni paralellogrammo sono fra loro equali.

Sia il paralellogrammo a.b.c.d, in lo quale tiro lo diametro b,c,e similmente tiro la linea e.f.equidistante a l'uno & l'altro delli duoi lati a.b.& c. d. laquale sega il diametro b.c.in ponto h,dal quale ponto h,tiro la linea k,g,equidistante a l'un e l'altro lato a,c,& b,d,talmente che quella sega l'uno & l'altro delli predetti lati a.b.& c.d.dilche tutto lo paralellogrammo, a.b,c,d,serà diuiso in quattro paralellogrammi,cioe a, g,h,e,g,b,h,f,e,h,c,k,& h,k, f, d, delli quali li duoi (cioe e,c,k,h,& g,b,h, f,) sono detti stare attorno il diametro b.c.perche quello transisse per mezzo di loro,e pero sono attorno il diametro, li altri duoi paralellogrammi,cioe a,e,g,h,& k. h,f,d,sono detti supplementi,& questi duoi supplementi sono equali l'uno & l'altro. Perche li duoi triangoli a.b,c,& c,d, b, sono equali per il correlario della trigesimaquarta. Similmente anchora li duoi triangoli g.b.h.& f.b.h,sono equali (per lo medesimo correlario della trigesima quarta propositione) & li duoi triangoli h.c,e,& k,h,c,Similmente sono equali per lo medesimo correlario. Adonque leuādo uia li duoi triangoli g.h.h,& e,h,c,de tutto il triangolo a.b,c,e similmente li duoi triangoli h.f.h. & k.c,h,de tutto il triangolo,

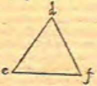
golo b,c,d,seranno li duoi residui,per la tertia concettione,anchora fra loro equali; li quali residui sono li detti duoi supplementi,che è il proposito.

Problema .12. Propositione .44.

44/44 Proposta una linea retta,sopra quella puotemo designare una superficie de lati equidistanti, in uno angolo dato, & che essa superficie sia equale à uno triangolo assignato.



Sia la data linea a,b,& il dato angolo c,& lo dato triangolo d,e,f,hor voglio sopra la linea a, b, designarli una superficie de lati equidistanti,talmente che la detta linea a,b,sia un di lati di quella,& che l'uno e l'altro de dui angoli contrapositi sieno equali all'angolo c.dato,perche la non puo haver un angolo solo equale all angolo c,per la trigesima quarta propositione,& che tutta la predetta superficie sia equale al triangolo d,e,f. Questa tal propositione è differente dalla quadragesima seconda in questo,che qui sia da uno lato della superficie che se ha da descrivere:cioe la linea a. b ma in la detta quatragesima secõda non se ne da niun,quando adonque vorrò descriverò quella tal superficie sopra la detta linea a,b,gli aggiongo la linea a,g, ad essa linea a.b.in diretto a quella laqual pongo equale alla basa e,f,del triangolo dato,sopra dellaquale linea a,g, constituisco uno triangolo equale al dato triãgolo d,e,f,& equilatero,laqual cosa faccio in questo modo cõstituisco l'angolo a,g,k,equale all'angolo e,et l'angolo g,a,k,equal all angolo f,(per la dottrina della vigesima tertia propositione)& perche la base g,a, fu posta equale alla basa e,f,adonque il triangolo g,a,K.per la vigesima sesta propositione,sera equale, & equilatero al triangolo d,e,f,hor dividerò la basa g,a,in due parti equale in lo ponto h,e tirarò la linea k,h, & dal ponto K, produrò la linea m k,n,equidistante alla linea g.b.& per la trigesima ottava propositione, il triangolo a,h,K,sera equale al triangolo g,h.k,hor sopra il ponto, a, con la linea, g,a farò l'angolo g,a,l,equale all angolo c,dato per la vigesima tertia propositione, & del ponto b,produrò b,m,equidistante al l,a, & serà constituido il parallelogrammo m,h,l,a, fra le due linee m,n, & g,b,ilqual parallelogrammo, m. h, l, a, per la quadragesima prima propositione,sera doppio al triangolo K, h, a, per laqualcosa sera etiam equale a tutto il triangolo k.g.a.& similmente, al triangolo, d,e,f.proposto(per la prima concettione)tirarò adonque la linea b,n, equidistante alla linea l,a,per la trigesima prima propositione,constituendo il parallelogrãmo l,a,n, b, Anchora produco il diametro n,a,ilquale tiro per fina a tanto che'l



concorra con la linea m.h. anchora lei protratta in ponto o, ilqual concorso approueremo in fin di questa propositione, & dal ponto o, tira la linea o.q. equidistante alla linea l.h. & produco la linea a,b. fina che la si interseghe con la linea o,p, cioe fa in ponto q. & sera constituido il parallelogrammo n,o,q,h, hor e slongaro la linea l.a.e. per fin al ponto p, dilche tutto il grande parallelogrammo sera diuiso in li quattro parallelogrammi l.a.m.b.l.a.m.h.a.b.o.p.a.p.b.q, delli quali li duoi l. a, e.b. & h.o.a.p. sono attorno al diametro n,o, li altri duoi m.b.l.a. & a.p.b. q sono detti supplimenti, liquali per la precedente propositione sono equali. & perche il triangolo d,e,f, como di sopra fu dimostrato, si e anchora lui equale supplemente. m.b.l.a. sera etiam (per la prima concettione) equale all altro supplemento a. b. p. q. ilquale e cõstituido sopra la data linea a.b. E perche l'angolo b.a.p. per la quintadecima propositione, si e equale all'angolo l.a.h. & l'angolo c. dato si e equal al detto angolo l.a.h. (perche cosi fu constituido) seguita adonque per la prima concettione, che l'angolo b.a p. sia equal al c. dato. Egli e adonque manifesto, che sopra la linea a,b, data, essergli descritta la superficie de lati equidistanti a.b.p.q. equale al dato triangolo d,e,f, & l'uno e l'altro di duoi angoli a,q, (contrapositi di quella) sono equali al dato angolo c, come fu il proposito. Hor ci resta a prouar che producendo le due linee n.a. & m.h. e necessario che si congiongano, come fu di sopra promesso, hor perche le due linee n.b. & m.h. l'una e l'altra e equidistante, alla linea l. a, seranno etiam per la trigesima propositione, fra loro equidistante, & per la tertia parte della vigesimanona, li duoi angoli m.n.b. & n.m.h. son equali a duoi angoli retti, et perche l'angolo l.n.a. e menor de tutto l'angolo m.n.b. per l'ultima cõcettione, adonque li duoi angoli n.m.h. & m.n.a. gionti insieme serã minori di duoi angoli retti seguita adõque per la quarta concettione, che slõgarò le due linee n.a. m. b. in quella parte l'e necessario in chi cõcorrẽ insieme, laqual cosa era da demostrare.

Problema . 13. Propositione . 45.

o/45 Possemo constituir vn parallelogrammo, equal a vn dato rettilineo in vn dato angolo rettilineo.

Siano il dato rettilineo a,b,c, d, & lo dato angolo rettilineo sia e, hor b sogna costruere uno parallelogrãmo equal al predetto rettilineo a,b,c,d, ma che sia cosi conditionato che habbiamo uno angolo equale allo angolo c. ma perche lui nõ ne puo hauere uno senza duoi cioe duoi contrapositi, per la trigesima quarta proposi tione, diremo adonque che habbia duoi angoli contra positi equali al ditto angolo e, & per concludere questa cosa farò in questo modo, tiro la linea d.b. diuidẽdo il detto rettilineo in li duoi triangoli a.b.d. & d.b. c. poi per la quadragesima seconda propositione. cõstruisco il parallelogrammo f.k b.g. equale al triangolo a,b,d, hauente l'angolo b.k.f. equale al dato angolo c. & sopra

sopra la linea, over lato h.g. per la precedente propositione, constituisco il paralellogrammo h.g.m.l. equale all'altro triangolo d.b.c. havente l'angolo m.h.g. equale al predetto angolo e dato. Et perche li duoi angoli f.k.h. & m.h.g. ciascun per uno sono stati constituiti equali all'angolo e dato, dilche per la prima concettione seranno etiam fra loro equali. Et aggiongendo communamente a ciascun di loro l'angolo g.h.k. per la seconda concettione, li duoi angoli f.k.h. & g.h.k. seranno etiam equali alli duoi angoli g.h.k. & g.h.m. ma perche li duoi angoli f.k.h. et k.h.g. per la tertia parte della vigesimanona propositione sono equali a duoi angoli retti li duoi angoli adonque k.h.g. et g.h.m. seranno etiam equali a duoi angoli retti, seguita adonque per la quartadecima propositione, che la linea k.h. & la linea h.m. siano direttamente congiunte insieme & siano insieme una sol linea, che seria la linea k.m. hor perche fra le due linee k.m. & f.g. (le quale sono equidistante) sono segate dalla linea h.g. li duoi angoli h.g.f. & m.h.g. alterni sono equali (per la prima parte della vigesimanona propositione) giongendoli communamente, all'uno e l'altro l'angolo h.g.l. li duoi angoli adonque m.h.g. & h.g.l. sono equali alli duoi angoli h.g.f. & h.g.l. (per la prima concettione) et li duoi angoli m.h.g. et h.g.l. per la tertia parte della ditta vigesimanona. Propositione, sono equali a duoi angoli retti, seguita adonque che li duoi angoli h.g.l. & h.g.f. siano equali a duoi angoli retti, dilche le due linee f.g. & g.l. sono indirette congionte, per la quartadecima propositione, & sono fatte una sol linea, che è la linea f.l. Ma perche f.k. (per la trigesima quarta propositione) è equale alla h.g. etiam equidistante, similmente m.l. è equale, et equidistante alla medesima h.g. (per la trigesima propositione) f.k. & m.l. seranno etiam fra loro equale & equidistante, & le due linee k.m. & f.l. che le congiongeno (per la trigesimaterza propositione) sono equale, & equidistante. Adonque tutto k.f.m.l. e paralellogrammo. Et perche il paralellogrammo k.f.h.g. fu constituido equale al triangolo a.b.d. & similmente il paralellogrammo h.g.m.l. al triangolo d.b.c. Adonque tutto il paralellogrammo k.f.m.l. serà equale a tutto il rettilineo a.b.c.d. & perche l'angolo k. fu constituido equale all'angolo e, dato, dilche havemo constituido il paralellogrammo k.f.m.l. equale al dato rettilineo a.b.c.d. etiam l'angolo k. equal al dato angolo e che è il proposito.

Il Tradottore.

Bisogna notare qualmente il dato rettilineo, a, b, c, d, puo essere contenuto da linee equidistante, & non equidistante, etiam de piu di quattro lati, perche questo nome rettilineo, è un nome generale, sotto al quale si intende ogni specie de figura contenuta da linee rette, per tanto se'l dato rettilineo fusse contenuto da

cinque

cinque lati quello se deueria risoluere in tre triangoli, & procedere come se fatto di sopra, cioe sopra la linea l.m. costruerai il terzo triangolo (per la quadragesima quarta) & cosi se anderia procedendo quando che'l ditto rettilineo fusse contenuto da piu de cinque lati.

Problema.14. Propositione.46.

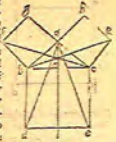
45
46 Da una data retta linea puotemo descriuere un quadrato.

Sia la data retta linea a.b. della quale voglio descriuere il quadrato dalle due estremita, ouer ponti a. & b. della detta linea a.b. per la undecima propositione duco le due perpendicolare a.c. & b.d. sopra di quella laquale perpendicolare, per la ultima parte della vigesimaottaua propositione, sono equidistante, perche li duoi angoli a. & b. intrinsici sono ambiduoi retti (per la diffinitione ottaua,) poi facio l'una e l'altra di quelle, per la tertia propositione, equale alla medesima linea a.b. poi tiro la linea c.d. laqual sera ancor lei equale & equidistante alla linea a.b. (per la trigesima tertia propositione) & perche li duoi angoli a. & b sono retti l'uno e l'altro delli altri duoi angoli c. & d. seranno etiam retti (per la ultima parte della vigesimanona propositione, ouer per la trigesimaquarta propositione) adunque per la vigesima diffinitione a.b.c.d. e quadrato che e il proposito. Anchora se poteua far in quest'altro modo, protratta che sia la linea a.c. indefinita perpendicolare sopra a b in ponto a. & tagliata che sia la parte a.c. (per la tertia propositione) equale alla ditta linea a.b. tirando poi dal detto ponto c. la linea indefinita c.d. che sia equidistante alla linea a.b. per la trigesima prima propositione, & di quella segaroe la parte c.d. (per la tertia propositione) equale alla linea a.c. ouer a.b. poi sia congiunto il ponto d. con lo ponto b. cõ la linea d.b. laquale per la trigesimatertia propositione sera equale alla linea a.c. etiam equidistante, & tutti li angoli sono retti (per la trigesima quarta propositione) adonque la detta figura a.b.c.d. si e quadrato, per la vigesima diffinition che e il proposito.

Theorema.33. Propositione.47.

46
47 In ogni triangolo rettangolo, lo quadrato che vien descritto dal lato opposito all'angolo retto, ducto in se medesimo, e equale alli duoi quadrati che vengon descritti delli altri duoi lati.

Sia il triangolo a.b.c. delquale l'angolo a. sia retto, dico che'l quadrato del lato b.c. e equal al quadrato del a.b. & al quadrato del a.c. tolti insieme: adonque quadrarò questi lati secondo la dottrina de la precedente, e per il quadrato del b.c. sia la superficie b.c.d.e. & per il quadrato del b.a. la superficie b.f.g.a. & per il quadrato



drato del a.c. la superficie c.h.k. replico adonque & di co che il quadrato b.c.d.e. è equale ad ambiduoi li quadrati a.b.f.g. & a.c.k.h. gionti insieme, e per dimostrar questo dall'angolo retto. a. produrò alla basa d.e. del gran quadrato tre linee, cioe la linea a.l. equidistante al l'uno e l'altro lato b.d. et c.e. laqual segha il lato b.c. in ponto m. & la linea a.e. & la linea a.d. Ancora dal li altri duoi angoli b. & c. tiro alli duoi angoli di duoi quadrati minore le due linee b.k. et c.f. lequale se intersegan fra loro dentro lo medesimo triangolo a.b.c.k. perche l'una e l'altra delli duoi āgoli b.a.c. et b.a.g. è retto seranno adonque le due linee c.a. & a.g. in diretto congionte per la quartadecima propositione, & seranno una linea sola, ch'è la linea g.a.c. e per le medesime ragioni le due linee b.a. & a.h. seranno per una sol linea, cioe la linea b.h. perche li duoi angoli c.a.b. & c.a.h. son retti, perche adonque sopra la basa b.f. & fra le due linee f.b. & g.c.a. consistando il paralellogrammo, over quadrato b.f.g.a. & il triangolo b.c.f. per la 41. il paralellogrammo b.f.g.a. sera doppio al ditto triangolo b.f.c. & il triangolo b.f.c. è equale al triangolo b.a.d. per la quarta propositione, perche li duoi lati f.b. & b.c. del primo son equali alli duoi lati a.b. & b.d. del secondo, perche b.f. & b.a. ciascun è lato del quadro b.f.g.a. pero son equali, similmente, li altri duoi, cioe b.c. & b.d. ciascuno è lato del gran quadrato b.d.c.e. & per questo son ancora lor equali & l'angolo b. del primo è equale all'angolo b. del secondo perche l'uno e l'altro è composto d'un angolo retto, & dell'angolo a.b.c. seguita adonque, per la ditta quarta propositione, che'l ditto triāgolo b.f.c. sia equal al ditto triangolo b.a.d. & perche il quadrato b.f.g.a. è doppio (come è detto di sopra, al triangolo b.f.c.) sera etiam doppio (per commune sententia) al triangolo b.a.d. Ma perche il paralellogrammo b.d.l.m. è ancora lui doppio al medesimo triangolo a.b.d. per la quadragesima prima propositione) perche ambiduoi son constituti di sopra la basa b.d. & fra le due linee b.d. & a.l. equidistante, seguita adonque, per la sesta concettione che'l paralellogrammo b.f.g.a. sia equale al paralellogrammo b.d.l.m. per esser ciascun di loro doppio al triangolo a.b.d. Et per questo medesimo modo, & con le medesime propositione provaremo che li duoi triangoli k.b.c. & a.e.c. sono equal fra loro, & lo paralellogrammo over quadrato a.c.h.k. è doppio a l'un di loro, qual si voglia, & similmente il paralellogrammo c.e.l.m. sera pur doppio a qual si voglia seguitera poi come di sopra, che'l paralellogrammo, c.e.l.m. sera equal al quadrato a.c.k. di che tutto il quadrato grande b.c.d.e. per esser composto delli predetti duoi paralellogrammi b.d.l.m. & c.e.l.m. sera equale a ambiduoi li predetti quadrati insieme gionti, che è il proposito.

Il Tradottore.

Da questa propositione si manifesta, che il quadrato del diametro di ciascun quadrato è doppio al quadrato della sua costa, come, verbi gratia, sia il quadrato a.b. c.d.

c.d.nelqual tiro il diametro a.d.hor dico che'l quadrato descritto di sopra a.d.per la precedente serà doppio al quadrato descritto sopra la costa over lato a.c.over sopra un delli altri tre lati, laqual cosa si demostrerà in questo modo,perche il lato a.c.e equal al lato c.d.p la diffinitione del quadrato,et similmente l'angolo c.e retto adonque (per la presente propositione) il quadrato del lato a.d.del triangolo a.d.c. per esser opposito al l'angolo c.che retto,serà equale alli duoi quadrati delli duoi lati a.c.et c.d.liquali duoi quadrati seranno equali (per commune scientia) dilche essendo equale ad ambiduoi insieme (per commune scientia) sera doppia a un sol di quelli perche uno vien a esser la mità della somma de tutti duoi,per esser equali l'uno all'altro,e questo e quello che voui inferire.

Theorema. 34. Propositione. 48.

47/47 Se'l quadrato. che vien descritto da uno lato d'un triangolo, detto in se medesimo sera equale alli duoi quadrati, che vengon descritti delli dui restanti lati, l'angolo alqual e opposito quel tal lato e retto.

Sia il triangolo a.b.c.& sia il quadrato del lato a, c,equale alli duoi quadrati delli duoi lati a.b.et b.c.insieme giunti. Dico che l'angolo b,(alqual si oppone il detto lato a.c.(e retto E questa e il converso della precedente dal ponto b.tiro la linea b.d.per la undecima propositione,perpendicolare alla linea a.b.c.e pongo quel la equale alla linea c.b.& producto la linea c.d. Et per che l'angolo d.b.c.e retto,il quadrato adonque del lato c.d.sera equale (per la precedente) alli duoi quadrati delli altri duoi lati c.b.& b.d.& perche b.d.fu posta equale al b.c.li loro quadrati(per commune scientia)seranno equali,perche sopra linee equale se descriveno quadrati equali.hor gionge(ndo) communemente a l'uno e l'altro delli detti duoi quadrati il quadrato della linea a.b.due somme seranno equale,per la prima concettione, et perche una de queste due somme sera equale al quadrato della a.c.l'altra sera equale al quadrato della d.c. Adonque li quadrati delle due a.c.& d.c.seranno equali,& perche li quadrati equali son contenuti de linee equale,per commune scientia,adonque la linea a.c.serà equale alla linea d.c.adonque li tre lati a.b.a.c.& c.b.del triangolo a.b.c.sono equali alli tre lati b.d.b.c.et c.d.del triangolo d.b.c.seguita adonque,per l'ottava propositione che l'angolo a.b c.sia equale al angolo d.b.c.& perche l'angolo d.b.c.e retto,sera etiam retto l'angolo a.b.c.che'l è il proposito.

IL FINE DEL PRIMO LIBRO.

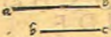
LIBRO SECONDO DI EVCLIDE

1 *Ogni parallelogrammo rettangolo è detto contenersi sotto alle due*
1 *linee che circondano l'angolo retto.*

Parallelogrãmo rettãgolo

PER intelligenzia di questa diffinitione, bisogna notare qualmente le specie principale di parallelogrammi sono due, cioe rettangolo, & non rettangolo: il rettangolo è quello che a tutti li suoi quattro angoli retti, Et il non rettangolo è quello, che non ha alcuno angolo, che sia retto, e l'uno e l'altra di queste due specie si divide in due altre specie. Le specie del rettangolo l'una e il quadrato, & l'altra è il tetragono longo, & le specie del parallelogrammo non rettangolo l'una e il rhombo, & l'altra e il rhomboide, & tutte queste specie furono diffinite in la vigesima prima diffinitione del primo, hor tornando a proposito. L'auttor per maggior nostra instructione, et intelligentia delle cose che seguita, in questa diffinitione ci avvertisse qualmente il parallelogrãmo rettangolo è detto contenersi sotto a due di quelle linee che comprendeno uno di suoi quattro angoli retti, & accio che meglio me intendi sia il parallelogrãmo a.b.c.d. e sia rettangolo dico che questo tal parallelogrammo, & altri simili se dirà esser contenuto sotto alle due linee a.b. & a.c. che comprendeno l'angolo a per retto, lequale sono per equale alle altre due opposite a quelle, per la trigesima quarta del primo. Et questa diffinitione, over suppositione deriva da questo. Perche la quãtità di ogni figura superficiale, o sia rettangola o non rettangola, parallelogramma o non parallelogramma, sempre se aprende, over conosce la sua quantità per mezzo della quantità della sua vera longhezza, & larghezza, & sua vera longhezza, & larghezza non è sempre equale a quelle due linee che circõdano, over comprendano l'uno di suoi quattro angoli, salvo che nella figura parallelogramma rettangola, essempli gratia, la quantità della vera longhezza del proposto parallelogrammo rettangolo a.b c.d. è tanto quanto la quantità dell'una delle due linee a. b. over c. d. & la quantità della sua vera larghezza e tanto quanto la quantità dell'una delle due linee a.c over d.b laqual cosa non seguita nelli altri parallelogrammi non rettangoli cioe nel rhombo, over nel rhomboide, ne etiam in altra figura, perche le due linee che contengono alcun delli angoli del rhombo, over del rhomboide, over d'altra figura, non se equalia l'una alla quantita della sua vera longhezza & l'altra alla quantità della sua vera larghezza, si come nel parallelogrammo rettangolo e detto, e però non se dice ne si puo dire rhombo, over il rhomboide, over altra figura non rettangola sia contenuta sotto ad alcune due di quelle linee che contengono alcuno di suoi angoli, come nel parallelogrammo rettangolo è detto.

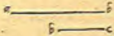
Anche-



Anchora bisogna notare che questo paralellogrammo rettangolo si costuma a nominarlo sotto molti altri diversi nomi, over parlari. E per essempio, sia le due linee a. b. & b. c. dico che tanto significa over importa à dire.

Quello che vien fatto del dutto della a.b. in la b.c.
El rettangolo della a.b. in la b. c.
El prodotto che vien fatto del dutto della a.b. in la b.c
La moltiplicatione della a.b. in la b.c.
Quello che è contenuto sotto della a. b. & b. c.
La superficie rettangola contenuta sotto le a.b. et. b.c

Quanto che è a dire il paralellogrammo rettangolo descritto dalle dette due linee, over contenuto sotto di quelle. cioè ponendo la b.c. orthogonalmente sopra l'una delle estremità della a.b. poniamo in ponto b, et dal ponto c, tirare la linea c.f, equidistante alla a.b. et dal ponto a. tirare la linea a.d, equidistante alla c. b. laqual se intersega con la c.f in ponto d. et serà compito il paralellogrammo rettangolo a. b. c. d. contenuto sotto le dette due linee a.b. & b.c. (o per dir meglio sotto di due altre equale a quelle,) et se le dette due linee fusser note per numero di qual che famosa misura, etiam il detto paralellogrammo seria noto per numero: essempli gratia, se la linea a. b. fusse otto piedi di longhezza, & la b.c. ne fusse cinque, dico che l'area superficiale del detto paralellogrammo seria quaranta piedi superficiali cioè quaranta quadretti de un piede per fazza, et questo quaranta nasce dalla moltiplication della b.c. fia la a.b. cioè de cinque fiate otto fa quaranta, & con tal modo si cognosce la quantità superficiale di ogni paralellogrammo rettangolo, cioè se misura la sua longezza & larghezza, dapoi il se moltiplica il numero delle misure della longhezza fia il numero delle misure della sua larghezza, & il prodotto di tal moltiplicatione serà la quātità superficial di tal paralellogrammo, cioè serà tāti quadretti d'una di qlle misure cō che misurasti per fazza, o siano piedi, o pertiche, o passa, & accio che meglio me intendi te voglio dar un'altro essēpio, sia il paralellogrammo rettangolo g. h. i. K. & sia la linea g. h over i. k. sette misure, poniamo sette pertiche, & la linea g. i. sia cinque pertiche, come etiam per le sue divisioni appare, hor dico che l'area superficiale di quello paralellogrammo sera trentacinque, ilqual trentacinque nasce della moltiplicatione di cinque fia sette, & questo trētacinque dico, che glie trētacinque quadretti di una pertica, per lato, laqual cosa se manifesta in questo modo tirando da ciascuna delle intermedie divisione della linea g. h, una linea equidistante all'una & l'altra g. i, & h. K. alla similitudine della linea m. l. similmente de caduna delle intermedie divisioni della linea g. i. tirando una linea equi



distante

distante dall'una e l'altra linea g,h, & i,k. alla similitudine della linea n,o, & fatto questo sera diviso il detto paralellogrammo in trentacinque quadretti. come sensibilmente puoi vedere, & etiam per la trigesima quarta del primo, approuare cadauno di quelli essere una pertiche per faccia, cioe una di quelle sette divisione della linea g,h, quale supponemo sieno pertiche, & questo è quello che volemo inferire.

2 Quelli paralellogrammi che sega per mezzo il diametro di ogni spatio paralellogrammo, sono detti stare attorno al medesimo diametro, & qual si voglia de quelli detti paralellogrammi che stanno attorno al detto diametro con li dui supplementi è detto gnomone.

Quali sieno li paralellogrammi che stano attorno del diametro, e quali sieno li supplementi fu dechiarato sopra la demostratione della quadragesimatertia del primo.

Sia il paralellogrammo a,b,c,d, & lo diametro di quello, a,d, il qual diametro sia diviso dalle due linee e,f, & g,h, dette equidistante alli lati oppositi del ditto paralellogrammo laqual se segano fra loro sopra il detto diametro a,d in ponto k, dilche questo tal paralellogrammo sera diviso in quattro paralellogrammi, & li dui de quelli, cioè li paralellogrammi a,g,e,k, & k,h,f,d, liquali el diametro a,d, li sega per mezzo, sono detti stare attorno al diametro come sopra alla detta quadragesima tertia propositione del primo etiam fu detto, & li altri dui che non sono segati del detto diametro, c,d,f,n, d. tri supplementi per la quadragesima tertia del primo liquali dui supplementi sono e,k,c,h & g,k,b,f, hor dico che questi dui supplementi gionti con un delli dui paralellogrammi a,e,g,k, over k,h,f,d, che stano attorno al diametro, insieme componeno una figura chiamata gnomone, verbi gratia, tollendo il paralellogrammo k,h,f,d, insieme con li dui supplementi e,k,c,h, & g,k,b,f, formaranno una figura, come qui appare, laqual (come è detto di sopra) si chiamarà gnomone, ma che tolesse anchora l'altro paralellogrammo a,e,g,k, con li predetti dui supplementi, e,k,c,h, & g,k,b,f, formaranno etiam loro una figura, come qui appare, laquale, come è detto di sopra, si chiamarà similmente gnomone, e questo è quello che volemo inferire. Onde seguita che

aggionto e cauato di questi duoi gnomoni il parallelogrammo che gli māca resta meno un'altra uolta tutto il parallelogrammo, et abenche, il detto gnomone cresca di area, tamen il non se altera ouer muta della sua circonferentia laterale, si come dice Aristotele nelli predicamenti.

Il Tradottore.

Gnomon

Questo sopra scritto correllario uol inferire che per l'aggiongere ouer cauare delli sopradetti parallelogrāmi sforze se cresce, ouer se sminuisce la superficie della figura, doue si aggionge ouer caua, & tamen non gli cresce ouer sminuisce la circonferentia laterale, essempli gratia, se del parallelogrammo a.b.c.d. ne cauaremo lo parallelogrammo a.g.e.k. restarà lo primo gnomone, ilqual gnomone serà di minor superficie del parallelogrammo a.b.c.d. tamen la sua circonferentia laterale serà equale alla circonferentia laterale del detto total parallelogrāmo, cioe che le sei linee e.k: k.g. g.b: b.d: d.c, et c.e, che circondano il detto gnomone, sono equale in summa alli quattro lat. a.b: b.d: c.e. a. che circondano il totale parallelogrammo, laqual cosa per te facilmente apprehenderai, senza altra demostratione.

Theorema. 1. Propositione. 1.

Se seranno due linee rette delle quale una sia diuisa in quante parti si voglia, Quello che vien fatto del dutto dell'una in l'altra serà equale a quelli rettangoli che seranno produtti del ducto della linea non diuisa in caiauna parte della linea particolarmente diuisa.

Siano le due linee a.b. et c. una dellequal, cioe a.b. sia diuisa poniamo in tre parti l'una dellequal parte sia a.d, la seconda d, e, & la terza e, b, hor dico che quel che uien fatto dal ducto della linea c. in tutta la linea a.b. serà equale a quelli parallelogrammi rettangoli (gionti insieme) che seran fatti della linea c in la a.d. & in le d.e, & in la e.b. E per dimostrar questo sopra li duoi ponti a. & b. erigero le due linee a.n. & b.m. perpendicolare alla linea a.b. (per la dottrina dell'undecima propositione del primo) dellequal perpēdicolare ne segarò le duoi parti a, f, & . b . g. che ciascuna sia equale alla linea c, poi compirò il parallelogrammo a, f. b. g. ducendo la linea f. g. & questo tal rettangulo, ouer parallelogrammo è proprio il ducto della linea c in tutta la linea a.b come di sopra fu detto. Anchora delli duoi ponti d. & e. tirarò le due linee d, h, & e.k. equidistante alli duoi lati a, f & b g è l'una è l'altra di quelle seranno equale (per la trigesima quarta propositione del primo) similmente l'una è l'altra serà equal alla linea a. f. & per la pri-

una concettione, alla linea e. Adonque per le cose diffinite di sopra, il rettangolo a. d, f, b, vien prodotto dal dutto della linea e. in la linea a. d. & vien ditto esser contenuto sotto a quelle (come fu detto di sopra) & così il rettangolo d, h, e, K, della detta linea e. & della linea d. e. serà contenuto, & similmente il rettangolo e. k. h. g. vien pur fatto della linea e, dutta in linea e. h. & perche tutti quelli tre rettangoli piccoli insieme gionti empiono totalmente tutto il gran rettangolo a, f, b, g, però tutti tre gionti insieme sono equali a quello, che è il proposito.

Theorema. 2. Propositione. 2.

2/2 Se una linea retta serà divisa in parti, quello che è fatto dal dutto de tutta la linea in se medesima, serà equale a quelli rettangoli che seranno fatti dal dutto della medesima in tutte le sue parti.

Sia la linea a. b. laqual sia divisa in quante parte si voglia, ma per il presente sia divisa in tre l'una sia a. c. la seconda c. d. la terza d. b. hor dico che quello che vien fatto dal dutto di tutta la linea. a. b. in se medesima, che seria il quadrato di quella, serà equale a quelli tre rettangoli che seranno fatti dal dutto de tutta la ditta linea a. b. in ciascuna di quelle tre parti, cioe nelle tre linee a. c. c. d. & d. b. & per dimostrar questo sopra la linea a. b. per la quadragesima sesta propositione del primo descriverò il quadrato a, b, e, f. & dalli duoi ponti c. & d. produrrò le due linee. c. g. & d. h. equidistante alli duoi lati a, e, et b, f, dilche tutto il quadrato a, e, f, b, serà diviso in tre rettangoli, liquali son a. e. g. c. g. e. h. d. & b. d. f. b. & perche le due linee c. g. & d. h. sono equale, & ciascuna di loro sono equale al lato a. e. che è quanto la a. b. per la trigesima quarta propositione del primo, adonque li tre rettangoli sono contenuti sotto la linea a, b, per longhezza, & per larghezza l'uno è contenuto sotto alla parte a, c, l'altro sotto alla parte c. d. il tertio sotto le parte d. b. & perche li ditti tre rettangoli empieno totalmente tutto il quadrato a. b. e. f. il nostro proposito vien a esser manifesto. Anchora per la precedente se potea proceder in questo modo, sia tolto la linea k. equale alla linea a. b, & perche il rettangolo compreso sotto alla linea K. & alla linea a. b divisa serà equale, alli rettangoli fatti della linea K. in tre parti della a. b, come nella precedente fu dimostrato, ma perche il rettangolo della K. in la a. b. è quanto il quadrato della a, b, & li rettangoli della K. in le parti de a. b. è tanto quanto li 3 rettangoli de a. b. in le tre parti de lui medesimo, perche la K. & la a. b. sono equale seguita adonque la verità del nostro proposito.

Theorema. 3. Propositione. 3.

3/3 Se una linea retta serà divisa in due parti (come si voglia.) Quello che vien fatto dal dutto di tutta la linea, in l'una de dette due parti, se-

serà equale al dutto della medesima parte in se medesima, & al dutto dell'vna parte in l'altra.

Sia la linea a.b. diuisa in a.c. et b.c. dico che quello che è fatto da tutta la linea a.b. in la sua parte a.c. cioe rettangolo contenuto sotto a tutta la linea a, b, & la sua parte a,c. serà equale al quadrato della medesima parte a.c. insieme con lo rettangolo contenuto sotto al le due parti, cioe a.c. & c.b. E per demostrar questo co stituerò sopra la linea a.b. il rettangolo a,b,d,e talmẽ te che la sua larghezza a.d. sia equale alla parte a. c. & questo farò per la dottrina della prima propositione, poi dal ponto c, produco la linea c,f, equidistante alli dui lati a,d, & b,e. laqual linea c,f, serà equale al lato d, a, & al lato b, e, per la trigesima quarta propositione, & per la prima concettione serà etiam equale alla parte a,c, siche il rettãgolo a,c,d,f, sera quadrato, et serà quello della parte a,c, et l'altro rettãgolo c,b,f,e, quello ch'è fatto della parte a,c, dutta in la parte c. b. perche se vede che la sua larghezza c,f, e equale alla parte a, c, & la longhezza è l'altra parte c.b. & perche questi dui rettangoli, cioe il quadrato a,c,d,f, & lo rettango o c,b, f, e impieno totalmente tutto il gran rettangolo a, b, d, e seguita adonque che lor dui siano equali a quel solo, e perche questo grã rettangolo e contenuto sotto alle due linee a,b, & e,b, et a,d, e equale alla parte a,c, adonque il nostro proposito è manifesto, anchor per vn'altro modo se poteua far questa demostratione, cioe tolendo la linea g, equale a la linea a,c, perche il rettangolo della linea g, in tutta la linea a.b. (per la prima propositione di questo) serà equale alli dui rettãgoli fatti della linea g, in diuisa in le due parti a.c. & c.b. della linea a.b. diuisa, & lo rettangolo della linea g, in tutta la linea a. b. è tanto quanto lo rettangolo della parte a,c, in tutta la detta linea a,b, perche g, e tanto quanto a,c, dal prosupposito, similmente il rettangolo de g, in a, c, è tanto quanto il quadrato da a,c, etiam il rettangolo de g, in l'altra parte c,b, e tanto quanto il retto angolo della parte b,c, in l'altra parte c.b. siche per la detta prima propositione di questo seria delucidato il nostro proposito.

Theorema. 4. Propositione. 4.

$\frac{4}{4}$ *Se vna linea retta serà diuisa in due parti come si voglia, quel che vien fatto dal dutto de tutta la linea in se medesima, e equale alli quadrati che vengono fatti dal dutto dell'vna & l'altra parte in se medesima e al dutto, dell'vna parte in l'altra due volte.*

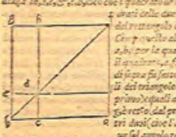
Corellario.

$\frac{4}{4}$ *Da questo è manifesto che in ogni quadrato, le due superficie parallelogramme, che il diametro segha per mezzo son ambedue quadrate.*

Sia

Sia la linea.a.b. diuisa in.a.c.& .b.c. dico che'l quadrato de tutta la linea.a.b. e equale alli duoi quadrati delle due linee.a.c.& .b.c.& al doppio di quello che fatto dal dutto della linea.c.b.in la.a.c. (cioe del rettangolo de.c.b.in.a.c.) Et per dimostrar questo descriuerò sopra la linea.a.b.per la quadragesima sesta, del primo il quadrato.a.b.f.g.& tiro il diametro.f.b & dal põto.c.per la trigesima prima propositione del primo duoco la linea.c.h.equidistante alli duoi lati.b.g.& .a.f.laqual sega il diametro.f.b.nel ponto.d. dalqual ponto.d.tiro la linea.K.e. per la medesima trigesima prima del primo, equidistante alli duoi lati.a.b.& .f.g.& cosi tutto il quadrato.a.b f g.serà diuiso in quattro rettangoli delli quali li duoi, cioe,a,k,c,d,& h,d,g,e, sono li duoi supplemẽti liquali sono equali fra loro per la quadragesima tertia propositione del 1 li altri duoi,cioe.K.d.f.h. & .c.d.b.e, sono quelli, che sono segati per mezzo dal diametro.f.b & questi duoi sono quadrati laqual cosa se demostrerà in questo modo, perche.c.h.è equidistante al lato.a.f.& ambedue sono segate dalla linea.f.b.dilche per la seconda parte della uigesimanona del primo l'angolo.b.d.c.intrinseco serà equale allo angolo.b.f.a.intrinseco a se opposito,& perche l'angolo.a.b.f.è equale anchora lui al ditto angolo.b.f.a.per la quinta propositione del 1.perche il lato.a.f.è equale al lato.a.b del triangolo. a. f.b. dilche per la prima concettione l angolo.c.d.b serà equale all'angolo.c.b.d.seguita adonque per la 6. propositione del primo,che'l lato c.d.sia equale al lato.c.b.del triangolo.c. b.d. & per la trigesima quarta propositione del 1.il lato.d.e serà equale al lato.c.b. similmente il lato.e.b.al lato. c. d. seguita adonque per la prima concettione che'l parallelogrammo,c d.b.e.sia di quattro lati equali,diro anchora etiam quel esser rettangolo,perche la linea c.d.è equidistante alla linea c.b.& ambedue sono segate della linea.a.b.d.dilche per la tertia parte della uigesimanona del primo,li duoi angoli.d c b.& e.b.c.intrinseci sono equali a duoi angoli retti.& perche l'angolo.e.b.c. e retto per essere l'angolo del quadrato.a.b.f g.è necessario che etiã l'āgolo.d.c.b.sia retto & per la trigesima quarta del primo,li duoi angoli.c,d.e & .b.e.d.contraposti seranno retti,adonque c.b.d.e.serà quadrato,& serà il quadrato della linea.c. b,& per lo medesimo modo e sia se approuerà. K.d.f.h. esser quadrato, dilche il corrolario era manifesto,& perche il lato.K.d. del quadrato.k,d.f b. (per la trigesima quarta del primo) è equale alla linea.a.c. seguita adonque che'l quadrato.K.d.f.h.sia il quadrato della linea. a.c. Adonque li duoi quadrati. c b. d.e. & . k. d.f.h. sono li duoi quadrati delle due linee. a.c. & . c.b. & perche li duoi supplimenti. a.c.k. d,& h.d.g.e.sono equali.per la quadragesima tertia del primo, & lo supplimento . a, c,K.d. è contenuto sotto alla linea.a.c. & alla linea,c.b.(perche,c.d è equale al c.b)adonque ambiduoi li supplimenti.a.c.k.d & h.d.g.e gionti insieme seranno il doppio del produtto della parte. a. c. in la parte. c. b. & perche questi duoi supplimenti insieme con li duoi quadrati de .a.

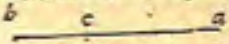
c. & .d.e.b. empieno precisamente il gran quadrato a.b.f.g de tutta la linea.a.b, adonque tutti lor quatro sono equali a lui solo, che è il proposito. Nella prima tradottione se fa la demostratione della presente quasi al opposito di questo, perche ivi prima constitui sce il quadrato.c.d.b.e sopra la parte.e.b. poi gli aggiongo el detto quadreto il gnomone secondo il ditto diretino dell'altra linea.a.c ilquale se farà in questo modo, divisa lo quadretto.c.d.b.e tiro il diametro.b.d. et dal ponto.a, duco la perpendicolare sopra la linea.a.b.laqual sia la linea.a.k, laqual.a.k. insieme col diametro d.b produro fina a tanto che concorrano nel ponto.f. & dal ponto.f. produrò.f.h equidistante alla linea.e.b, laqual.f.h.insieme con, b,e. produro fina che concorranno in ponto.g.e produro.c.d, fina in h, & .e,d, fina.k, & così serà constituido il gran parallelogrammo.a,f,h,g, diviso in quatro parallelogrammi. come appare, hor ne bisogna dimostrar che lui sia quadrato insieme con lo parallelogrammo.h,f,d,b, & questo si farà mediante il presupposito quadretto, c,d.b,e, perche li duoi lati.e.d. & .e,b, del triangolo.d,e,b, sono equali, li duoi angoli, e,d, b. & .e.b,d, sono etiam equali, per la quinta del primo, & perche l'angolo, e, è retto (dal presupposito) di che per la trigesimaseconda del primo, li ditti duoi angoli.e,d,b, & , e, b, d, ciascun di loro serà la mità d'un angolo retto, & per le medesime ragion l'uno e l'altro delli altri duoi angoli,c,d,b, & , c, b, d, seranno la mità d'un angolo retto. per laqual cosa li quatro angoli, cioe, h, f, d, & , h, d,f. & h,f,d, & k, d, f, ciascun di loro seranno la mità d'un angolo retto, & questo se approuerà (per la seconda parte della vigesimanona del primo) perche la linea h,f, sega le due linee a.f. & h c.equidistante, e similmente le altre due g.f. & e.k etiam g,h, che sono pur equidistante di che l'angolo, h, f,d. serà equale all'angolo.c.d,b, cioe è la mità d'un retto, & l'angolo, h,d. f. serà equale all'angolo, c, b, e. adonque li duoi angoli, h,d.f,d. & , h,f,d, sono equali perche ciascũ è mezzo angolo retto, adonque li duoi lati h,d, et, h,f, del triangolo.d,h, f, per la sesta del 1. seranno equali similmente li duoi lati k,d. & .k.f. del triangolo. K,d.f. per le medesime ragion seran equali, & per la trigesima quarta del primo, il parallelogrammo, K. f.d,b, serà de lati equali etiam rettangolo, perche li duoi angoli terminanti in. f. sono mezzo angolo retto per uno, adonque tutto l'angolo, g. f.a, serà retto, similmente l'angolo, h. d.k, & similmente per la terza parte della vigesima nona del primo, l'angolo, a, & l'angolo, g. seranno retti, similmente li duoi lati.g.f. & .g.h, del triangolo, g,h f seranno equali (per la sesta del primo) & similmẽte li altri duoi lati.a b. & , a. f, dell'altro triãgolo, a.b, f, serã equali, Adonque li duoi parallelogrammi.a.f.h.g, & .h.f.d.b, seranno quadrati, per la trigesimaquarta del primo, & perche il gran quadrato.a f.h.g, è il quadrato di tutta la linea.a.b. & quello è diviso in quattro rettangoli li duoi che sono a torno al diametro.f.b sono li quadrati delle due linee,a,c, & .c.b. perche la linea k,d è equale alla linea,a c.& li duoi supplementi sono equali fra loro (per la quadragesima terzia del primo) & l'uno di quelli,cioe,a,k,e,d,e contenuto sotto alle due linee,a.c.& c,b perche,c.d è equale al detto,c,b. Adonque li duoi supplementi a,k,c,d,b,e,g,gionti insieme seranno il doppio di quello che è fatto della linea,a c,in la linea,c b,& perche li ditti duoi suplemēti insieme cō li duoi quadrati delle due linee,a,c,& c b,impiono precisamente il gran quadrato,a,f,b g, adonque tutti quattro se equalizano a lui solo, che è il proposito. Anchora per un'altro quasi simile modo se puo far questa demonstratione,sia anchora la medesima linea,a b. divisa in,a,c,& c,b,dico che'l quadrato de tutta la linea a,b,è equale alli duoi quadrati delle due linee,a,c,& c b insieme con il doppio del rettangolo compreso sotto alle due linee,a,c,et,c b Con questo altro modo lo dimostrarò sopra la linea, a,b,(per la quadragesima sesta del primo) cōstituisco il quadrato,a,f,b,g,in quello tiro tutte le linee, come di sopra fu fatto,cioe,f,b,e h,k,c,& perche li tre angoli del triangolo,g,f,b,sono(per la trigesima seconda del primo)equali a duoi angoli retti, & perche l'angolo, g,è retto(dal presupposito)necessita adonque che li altri duoi(cioe l'angolo,g f b,& g,b,f.) insieme siano un sol angolo retto,& pche li duoi lati,g f & g,b,del



ditto triangolo g f b,sono equali(dal presupposito per esser li lati del quadrato)li 2 angoli,g,f b.& g,b f,(per la quinta del primo)serāno equali,& perche tutti duoi sono un sol angolo retto,adonque cadauno di loro serà un mezzo angolo retto,& perche la linea,e,b,sega le due linee,f,a,& b c,equidistāte,l'angolo,d,e,b,estrinseco serà equale all'angolo,a,intrinseco & perche l'angolo,a,è retto(per esser l'angolo del quadro) l'angolo,d c b,serà etiam retto,& perche li tre angoli del triangoletto d c b(per la detta trigesima seconda del primo)sono equali alli duoi angoli retti,e perche l'angolo,c è retto li altri duoi insieme seranno un sol angolo retto, e perche l'angolo,d,b,c,è mezzo angolo retto(come è provato nel triāgolo, a f b) adonque l'altro angolo c d b serà un'altro mezzo angolo retto. Adonque li duoi angoli,c,b,d,& c d b,seranno equali(& per la sesta del primo)li duoi lati,c, d, & c,b,seranno etiam equali(& per la trigesima quarta del primo) il lato, d, e serà b equale al lato c b & lo lato,e,b,al lato,c,d, & l'angolo d c b , all'angolo , d , e, d,ch'è retto, similmente tutto l'angolo. b. è retto (ch'è l'angolo del gran quadro) retto serà etiam tutto l'angolo, d, a lui opposito, adonque c d b e, serà quadrato,(& della linea,c b,come appare)& per la medesima ragione serà etiā quadrato,K.d.f.h,seguita adonque che li duoi paralellogrammi, c d b e, & , K d, f h,che sono intorno al diametro,f b,sono quadrati,il correlario adonque serà manifesto,& perche, d, K, è equale al c.a. il quadrato adonque K. d. f. h. serà il quadrato della linea a.c & perche li duoi supplementi a. K.c.& d. h. e.g. sono equali(per la quadragesima terzia del primo)e perche il supplemento, a c k d, è contenuto sotto alla linea a.c.& alla linea c b(per esser c.d.equale al ditto c.

F 3 b.) adon-

b.) adonque ambidoi li ditti supplementi insieme, sei ranno il doppio del rettangolo fatto della linea. a.c.in la linea c.b.& perche li detti dui supplementi insieme con li detti dui quadrati delle due linee.a.c.& c.b. impieno precisamente il gran quadratto.a.f.b.g. della linea.a.b.adonque tutti quattro seranno equali a lui so lo, che è il proposito. Anchora piu facilmente se poteua far la demostration della soprascritta propositione (per la seconda & terza propositione) essempli gratia, sia anchora la linea.a.b diuisa in.a.c. & c.b. dico che'l quadrato de tutta la linea. a.b. serà equale alli dui quadratti delle dette due linee.a.c,b,& al doppio del rettangolo cōpreso sotto alle due parti.a.c.& b.c. che per questo altro breue modo se dimostrerà. Perche'l quadrato della linea.b (diuisa in.c.) è equale (per la seconda propositione di questo) alli dui rettangoli fatti di tutta la linea a.b. in le sue due parti.a.c.& c.b.ma, perche ciascun di questi dui rettangoli sono equali al rettangolo de l'una in l'altra & al quadrato di essa parte (per la tertia di questo) essempli gratia, il rettangolo de tutta la linea.a,b,in la parte,a,c,è equale al rettangolo del la,a,c,in la,c,b.& al quadrato della detta,a,c,(per la tertia di questo) similmēte

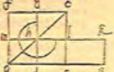


l'altro rettangolo della linea,a,b, in l'altra, c,b.è parequale a un altro rettangolo della ditta linea.c.b.in la detta linea,a,c,& al quadrato della detta linea,c,b,(come nella detta tertia questo fu dimostrato) e perche adonque questi dui rettāgoli della linea,a,b, in le due parti,a,c,& c,b,uno di loro è cōposto del quadrato della parte,a,c,& d'un rettāgolo della.c.b.in la,a,c,& l'altro è composto il quadrato dell'altra parte.c.b.e d'un altro rettangolo pur della,c,b,in la,a c,dilche tra tutti dui li detti rettāgoli de,a, b,in le due parti.a.c.& c.b.contenerano li dui quadrati de le due parti.a.c. & c. b.etiam due uolte el rettangolo della.c.b.in la.a.c. & perche li detti dui rettāgoli de.a.b.in le due parti.a.c.& c.b. sono equali al quadrato della detta linea, a, b, (come è detto di sopra) seguita adonque (per la prima concettione) che li dui quadrati de le due linee,a,c,et,c,b,con lo doppio del rettangolo della, b, c,in la, a,c, esser equali al detto quadrato de la detta linea a,b,che è il proposito, ma procedendo per questo modo non se porria a delucidar il correllario, cioe che le superficie che sono segate dal diametro ambedue siano quadrate, però è meglio ciascun delli altri 2 modi di sopra posti, ma nō uolēdo approuar il correllario questo seria piu breue.

Theorema. 5. Propositione. 5.

5/5 Se'l serà segata una linea retta in due parti equali,& in due altre non equale, il rettangolo che è contenuto sotto alle settioni inequali, di tutta la linea, con il quadrato che vien descritto da quella linea che è fra l'una,& l'altra settione, è equale al quadrato che vien descritto dalla mità di tutta la linea detta in se medesima.

Sia



Sia la linea a,b, diuisa in due parte equale nel ponto c, & in due parti inequale, nel ponto d, dico che'l quadrato della linea c,b, è equale a quello che vien fatto dal a.d in d,b, & del quadrato de c,d, & per dimostrar questo io descriuerò sopra la linea c, b, (per la quadragesima sesta del primo) il quadrato c,e,b,f, nel quale tiro il diametro e,b, & dal ponto d, tiro la linea d,g, equidistante alli dui lati c,e, & b, f, laqual segarà il diametro e, b, in ponto h, & dal ponto h, tiro una linea equidistante alla linea a,b, laqual sia h,k, laqual segarà la linea b,f, in ponto m, & la linea c,e, in ponto, l, & tirarò la linea a, k, equidistante alla linea c,e, hor dico che l'una e l'altra delle due superficie l,g, & d, m, (per lo correlario della precedente) serà quadrata (e per la quadragesima terza del primo) li dui supplementi c,h, & h,f, sono equali, giongendo adunque equalmente a ciascuno il quadrato d,m, (per la seconda concettione) il parallelogrammo c,m, serà equale al parallelogrammo d, f, & perche il parallelogrammo a,l, è equale al parallelogrammo c,m, (per la trigesima sesta del primo) per esser la basa a, c, equal alla basa, c, b, & (per la prima concettione) serà etiam equale al parallelogrammo d,f, Adonque se del parallelogrammo a,h,m, la sua parte, a, l, è equale al parallelogrammo, d,f, tutto il ditto parallelogrammo, a, h, serà equal al gnomone, che circonda el quadrato, l, g, & perche il

ditto gnomone insieme con lo quadrato l,g, (ilquale vien a esser il quadrato della linea c,d, per esser l, h, equale alla ditta c, d, impieno precisamente tutto il quadrato c,f, della linea c,b, seguita adonque che'l ditto gnomone insieme col quadrato della linea c,d, sian equali al quadrato della linea c,b, & perche il detto gnomone è equale (come è detto) al parallelogrammo a,h, ilquale è contenuto sotto alle due parti a,d, & d,b, inequale (per esser d,h, equale alla detta d,b,) per esser ciascun lato del quadrato d,m, adonque il parallelogrammo a,h, insieme con lo quadrato della linea c,d, serà equali al quadrato della linea c.b. che è il proposito.

Il Tradottore.

Nota che per le due superficie l,g, & d,m, se die intendere le due superficie l,e, h,g, & d,h, h, m, perche in nominar una superficie quadrangola, in la seconda traditione se costuma à nominarla solamente cō due lettere diametralmente opposite come di sopra si è fatto, è pero di questo bisogna auertire in le cose che seguita.

Theorema.6. Propositione.6.

6 Se una linea retta sia diuisa in due parti equali, & che à quella sia aggionto in longo un'altra linea, quello che vien fatto dal ducto di tutta la li-
99 nea cosi composta, in quella che gia è stata aggionta con quello, che

vien fatto dal dutto della mità della linea in se medesima: è equale al quadrato descritto dal dutto di quella linea che è composita da quella linea agionta, & dalla mità, in se medesima.

Sia la linea a,b diuisa in due parti equale in ponto c. & quella che gli sia aggionta la linea b,d. dico che'l quadrato della linea c,d, (il qual sia c d e f) è equale al rettangolo fatto da tutta la linea a, d, in la b, d, & al quadrato della linea c, b, Et per dimostrar questo produrò nel quadrato predetto il diametro d. e. & dal ponto b tiro la linea b,g, equidistante alla linea d,f, la qual segarà il diametro e,d, nel ponto h. dal qual ponto h, tiro la linea h,k, equidistante alla linea a,d, laqual sega la linea f,d, in ponto m. & la linea c,e, in ponto l. & produrò la a,k, equidistante alla c,l. dilche il parallelogrammo a,l, serà equal al parallelogrammo c,h, (per la trigesima quinta del primo) per esser la a,c, equale alla c,b, & lo supplemento c,h, serà equale al supplemento h,f (per la quadragesima tertia del primo) per laqual cosa a,l, serà etiam equale al ditto supplemento h,f. dilche aggiungendo equalmente a ciascun di loro lo parallelogrammo c,m, la summa serà ancor equal (per la seconda concettione) adonque il gnomone f,b,l, serà equale alla superficie a,m, aggiongendoli etiam equalmente l,g, (qual è quadrato) per lo correlario della quarta, serà per le ditte due summe anchor equale, et perche il ditto gnomone f,b,l, col lo quadrato l,g, se equalia al quadrato c,f, adonque il rettangolo a,m, con lo detto quadrato. l, g, serà equal al ditto quadrato c,f, il quale è il quadrato della linea c. d. & perche il quadrato l g, è il quadrato della linea c,b per esser l,h, equale al c,b & lo rettangolo a,m, è contenuto fatto a tutta la linea a,d, e alla linea d,b, (per esser d,m, equale al b,d,) per esser ciascun lato del quadrato b,m, seguita adonque che l rettangolo fatto della linea a. d. in la linea b. d. con lo quadrato della linea c. b. esser equali al quadrato della linea c,d, che è il proposito.

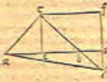
Theorema. 7. Propositione. 7.

7 / 7 Se vna linea retta sia diuisa in due parti, come si voglia, quello che vien fatto dal dutto de tutta la linea in se medesima con quello, che vien fatto dal dutto di l'vna di dette parti in se medesima, è equale a quelli rettangoli che vengono fatti da tutta la linea in la medesima parte due volte, & al quadrato dell'altra parte in se medesima.

Sia la linea a. b. diuisa in due parti in ponto c. dico che'l quadrato de tutta la linea a. b. con lo quadrato della linea. c. b. è equale a quello che vien fatto dalla linea a. b. due volte in la c. b. insieme con lo quadrato della linea a. c. Et per dimostrar tal cosa descriuerò il quadrato della linea a. b. (per la quadragesima sesta

del

al quadrato che vien descritto della metà della prima linea, & a quello che vien produtto da quella, che è composta della metà, & dall'aggionta, cioè di quelli duoi quadrati tolti insieme.



Sia la linea a.b. divisa in due parti equali in ponto e. & a quella sia aggionta la linea b. d. dico che'l quadrato della linea a.d. insieme con lo quadrato della linea b.d. tubbidue così insieme sono doppii alli duoi quadrati delle due linee a.e. & e. d. tolti ambiduoi insieme & per dimostrar questo dal ponto e. (per la 11 del primo) rizzo la linea c.e. perpendicolar alla linea a. d. & quella (per la 3 del primo) pongo equale a l'una e l'altra delle due a.e. & e.b. & dal ponto c. (per la prima petitione) duco le due linee c.a. & c.b. e serà concluso il triangolo c.a.b. delche l'uno e l'altro de duoi angoli a. et b. per le ragione adutte nella precedente, serà la mità d'un angolo retto, et similmente l'uno et l'altro delli duoi angoli che sono al c. serà pur la mità d'un angolo retto, dalche tutto l'angolo c. serà esser retto (per esser composto de duoi mezzi angoli retti) & dal ponto c (per la trigesima prima del primo) produco la linea c.f equidistante alla linea a.d. & equale alla linea e.d. & produco f.d. poi slongo le due linee c.b. et f.d. per fina a tanto che le concorrano in ponto g. et produco la linea e.g. (et per la ultima parte della vigesima nona del primo) l'angolo c.e.f. serà retto. et perche l'angolo e.c.b è mezzo angolo retto, adonque l'angolo b.c.f serà ancora mezzo angolo retto, et perche (per la trigesima tertia del primo) f d. è equidistante a c.e. serà l'angolo f (per la trigesima quarta del primo) retto, et (per la trigesima seconda del medesimo) l'angolo c.g.f serà la mità d'un angolo retto, et perche li duoi angoli g.c.f. et f.g.c. (del triangolo f.c.g.) sono equali, per esser ciascun mezzo angolo retto seguita (per la sesta del primo) ch'il lato c.f. sia equal al lato f.g. et perche l'angolo g.d.b, (per la seconda parte della vigesimanona del primo) e retto & l'angolo d.g.b. e la mità d'un retto (come provato habbiamo) adonque per la detta trigesima seconda del primo l'angolo d b g. serà etiam lui la mità d'un retto, et per la sesta del primo il lato b.d serà equale al d.g. Adonque per la penultima del primo, il quadrato de c.g. è doppio al quadrato de c.f. similmente serà etiam doppio al quadrato de e.d. per esser e.d. equal al c.f. (per la detta trigesima quarta del primo) anchora per la detta penultima del primo, il quadrato de a.c. serà doppio al quadrato de a.e. et perche il quadrato de c.g. è doppio (come è detto) al quadrato de e.d. adonque li duoi quadrati delle due linee a.c. et c.g. tolti insieme seranno doppii alli duoi quadrati delle due linee a.e. et e.d. tolti insieme et perche il quadrato de a.g. si è tanto quanto li detti duoi quadrati de a.c. et de c.g. (per la detta penultima del primo) seguita adonque che'l quadrato solo della linea a.g. sia doppio alli detti duoi quadrati de a.e. et e.d. tolti insieme, et perche il quadrato a.g. si è tanto quanto, li duoi quadrati de a. d. et de d. g. (per la detta penultima del primo) seguita adonque che li detti duoi quadrati de a. d. et d.

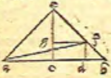
primo) equale al quadreto b.m. & perche il supplemento l,p, equale al ditto supplemento c,l, (per la quadragesima tertia del primo) serà etiam equale al ditto quadretto b,m, (per la prima concettione) e perche il lato del quadretto n,q, cioe n,l, (per la trigesima tertia del primo) è equal al c.b & c,b, e equale (come è detto) al lato b,d, (seguita per la prima cõcettione) che'l lato n,l, sia equale al lato b,d, (& per commune scientia) il quadretto n.q. serà equale al quadretto b, m, dilche tutto il quadreto c,p, vien esser diviso in quattro parte equali, cioe in li quattro quadretti predetti, e perche li dui supplementi a,k, & k, f, del quadrato a,f, son equali per la quadragesima tertia del primo, & perche n.c. e equale al b.l. lato del quadretto b,m, per la trigesima tertia del primo, similmente il lato k,n, del quadretto n. q e equale al detto lato b. l, per esser li detti quadrati equali, adonque, per la prima concettione, k n serà equale al n.c, & per la trigesima sesta del primo, il parallelogrammo c.o. serà equale al parallelogrammo n.r. & perche li dui supplementi n,r & k,h, de l quadrato l.e. sono equali, per la ditta 43. del primo, cavandoli delli dui primi supplementi cioe de a.k, & k.f. li dui rimanenti, cioe a.n. & q.f. per la tertia cõcettione, seran equali, e perche k.h. e equale, come è detto, al n.r. & n.r. è equal al a.n. seguita adonque che le quattro superficie, cioè a.n. n.r. k. h. et q.f. siano equale, per esser ciascaduna equale alla superficie a.n. over c o, che e la medesima, & perche la detta superficie a.n. giongendo il quadreto c.l. tutta la summa cosi composita, che seria il rettangolo a.l, sarà il rettangolo compreso sotto la linea a. b. & alla linea b.d. per esser b. l. equale alla linea b.d, adonque le quattro superficie a.n o. k k. h. & q. f. insieme con li quattro quadretti c. l. b. m. n. q. l. p. seranno in summa quattro superficie a.l. lequal summe seria gnomon s. t. y. over z. p. a che è el medesimo, & perche il quadrato r g e il quadrato della linea a c, per esser r. k, equale al a c per la trigesima quarta del primo, e il detto quadrato r.g insieme con lo detto gnomone, se equaliano al quadrato de la linea a. d, cioè al quadrato a.f seguita adonque che il quadretto della linea a. c. insieme con li quattro rettangoli fatti della linea a b in la linea b. d. se equaliano al quadrato della linea a,d, che e il proposito.

Theorema. 9. Propositione. 9.

9 Se una linea retta sia divisa in due parti equali et in due non equali li quadra
9 ti, che vengono fatti dal detto delle settioni non equali in se medesime tolti insieme, son doppii alli quadrati descritti della mità della linea, & de quella linea che giace fra una e l'altra settion tolti insieme.

Sia la linea a,b divisa in due parti equale in ponto c, & in duoi parti non equale in ponto d, dico che'l quadrato della linea a,d, giunto con lo quadrato della linea d.b, sono doppii al quadrato della linea a.c giunto con lo quadrato della linea c,d, & per dimostrar questo, dal ponto c tiro la linea c,e, perpendicolare alla linea a d. e quella faccio equal a l'una e all'altra delle due linee a c & c b & produco le due linee e, a, & e, b, & serà constituido il triangolo a,e,b, el quale e diviso in duoi

triangoli, c, e, b, & c, e, a (dalla perpendicolare, e, c,) et perche el lato, c, e, è equale al lato, c, b, (del triangolo, e, c, b,) li dui angoli, c, e, b, & e, b, c (per la quinta del primo) sono equali, & per esser l'angolo, e, c, b, retto l'uno e l'altro delli dui angoli, c, e, b, & e, b, c, (per la trigesima seconda del primo) serà la mità d'un angolo retto, & per le medesime ragione li dui angoli, c, a, e, & c, e, a, ciascun di loro serà la mità d'un angolo retto dilche tutto l'angolo, e, sarà retto (per esser composto de dui mezzi angoli retti) hor dal ponto, d, produco la linea, d, f, equidistante alla, e, c, & perpendicolare sopra la linea, a, b, dilche l'uno, e l'altro delli dui angoli, d, serà retto, et perche l'angolo, d, b, f, (come è detto) e mezzo angolo retto, et perche l'angolo, b, d, f, è retto necessita (per la trigesima seconda del primo) che l'angolo, d, f, b, sia mezzo angolo retto (& per la sesta del primo) il lato, d, f, serà equale la lato, d b, hor dal ponto, f, conduco la linea, f, g, equidistante alla linea, a, b, dilche li dui angoli che sono al, g, per la seconda parte della vigesima nona del primo) l'uno e l'altro serà retto, & l'angolo, e, f, g, per la ditta trigesima seconda del primo, serà la mità d'un angolo retto, per laqual cosa li dui lati g, e, & g, f, per la sesta del primo, seranno equali, & per la penultima del primo, il quadrato de, e f, è equal al quadrato de, e, g, & al quadrato de, g, f, per laqual cosa il quadrato del ditto, e, f, serà doppio al quadrato solo de, g, f, & per esser g, f, equale al c d, per la trigesima quarta del primo, seguita adonque che'l quadrato de e, f sia doppio al quadrato de, c, d, hor tiro la, f, a, & perche il quadrato de, e, a, è equale al quadrato de, a, c, & al quadrato de, c, e, per la detta penultima del primo, & perche, a c è equale al, c, e seguita che'l quadrato de a, e, sia doppio al quadrato de, a, c, & perche il quadrato de, e, f, è equale al, e, e, seguita che'l quadrato de, a, e, & de, e, f, per la detta penultima del primo, adonque il quadrato de, a, f, serà doppio al quadrato de, a, c, & al quadrato de c d, & perche il quadrato del detto, a, f, per la detta penultima del primo, anchora lui è equal al quadrato della, a, d, & al quadrato della, d, f, seguita adonque che'l quadrato della a, d, & lo quadrato, della, d, f, gionti insieme sono doppi al quadrato della, a, c, & al quadrato della c d, tolti insieme, & perche il quadrato della, d, f, è equale al quadrato della, d, b, adonque li quadrati delle due linee, a, d, & d, b, seranno doppij alli quadrati delle due linee, a c, & c, d, che è il proposito.



Theorema. 10. Propositione. 10.

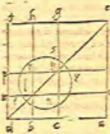
10
10
Se una linea retta serà divisa in due parti equali, & che a quella sia aggionto in longo un'altra linea, il quadrato, che vien descritto da tutta con la aggionta, & il quadrato, che vien descritto da quella, che è aggionta l'uno e l'altro di quelli dui quadrati tolti insieme è necessario esser doppij,

al

del primo) qual sia il quadrato a.b.d.e. & protrarò il diametro d.b. dal ponto c. tirerò la linea c.f. equidistante alla linea.b.e. laqual sega il diametro d.b. in la ponto g. et dal ponto g. tiro la linea K.g.h. equidistante al la linea.a.b. & perche il quadrato.a.e. è lo quadrato c.b. sono tanto quanto il quadrato K.f. con le due superficie.a.h.c.e. & perche le due superficie.a.h. & c.e. sono de pie del gnomone.a.h.f. tanto quanto è il quadrato.c.h. per esser il detto quadrato compunto due fiade, cioe una in la superficie.a.h. & l'altra in l'altra superficie.c.e. & perche queste due superficie a.h. & c.e. sono equale (come per la 43. del primo se puo prouare) & l'una di quelle, cioe a.h. è contenuta sotto a tutta la linea a.b. & alla linea c.b. per essere b.h. equale alla b.c (per esser ciascuna lato de c.h. ilquale è quadro insieme con K.f. per il correlario della quarta di questo, adonque le due superficie a.h. & c.e. insieme sono il doppio de c.h. aggiunto e quelle il quadrato K.f. (ilqual vien a esser il quadrato della a.c. per esser la h.g. equal alla detta a.c. tutte queste summa sera equal a tutto il quadrato.a.e. insieme con lo quadrato.c.h. che è il proposito.

Theorema. 8. Propositione. 8.

8 Se vna linea retta sia diuisa in due parti come si voglia, & à quella gli sia aggiunto in longo un'altra linea equale a una di quelle parti. Quello che vien fatto dal dutto di tutta la linea cosi composta in se medesima, serà equale al rettangolo fatto dal dutto della prima linea in quella aggionta quattro volte, & al quadrato de l'altra parte.



Sia la linea a.b. diuisa in ponto c. alla quale sie aggiunto in longo la linea.b.d. equale alla parte c.b. dico che'l quadrato de tutta la linea.a.d. (ilquale sie a.e. f.) è equale a quattro rettangoli fatti della linea. a. b. in la linea b. d. & al quadrato della linea a. c. Et questo serà manifesto dutto il diametro e.d. e dalli duoi ponti c. & b. dutte le due linee c.g. & b.h. equidistante alla linea d.f. lequale segano il diametro. e. d. nelli duoi ponti l. & k. dalliquali ponti tiro le due linee, o. q. h. r. & m.l.n.o equidistante alla linea a.d. dilche tutto il quadrato della e.d. serà diuiso in noue superficie delle quale le superficie o.g. e tutta la superficie e.o. sono quadrate (per lo correlario della quarta di questo) & perche il quadrato e.p. è diuiso in le quattro superficie l.h.m.q. & l.p. delle quale le due cioe h.m. & n.q. son etiam quadrate (per lo detto correlario della quarta di questo) & perche o.d. e equale al b.c. al suo supplemento c.h. serà (per la trigesima sesta del primo)

d. & d.g. siano in summa doppi alli detti duoi quadrati de a, e, & e, d, per gionti insieme, & perche d,h, e equale al d g il quadratto de d.h (per commune scientia) serà etiam equale al quadrato de d, g, seguita adonque che li duoi quadrati de, a, d. & b.d. gionti insieme siano doppi alli duoi quadrati de a.e. & e.d. per gionti insieme, che è il proposito.

Problema. 1. Propositione. 11.

11 Puotemo segare una data retta linea si conditionatamente che il rettan-

11 golo che e contenuto sotto di tutta la linea, & di una parte, sia equale al quadrato che vien fatto dell'altra parte.

Sia la data linea a, b, laqual volemo dividere cosi conditionatamẽte che quel vien produtto da tutta la linea in la sua menor parte sia equale al quadrato dell'altra maggior parte, & per far tal cosa descriverò il quadrato sopra la detta linea a.b. (per la quadragesima sesta del primo) ilqual sia a,b,c,d, & divido il lato b,d, in due parti equale in ponto e, & produco la a, e, & slongo etiam la e, b, fina in ponto f, talmente che la e.f. sia equale alla a.e. & sopra la parte intrinsica b f descrivo (per la quadragesima sesta del primo) il quadrato b. f. g. h. ilqual segà dalla linea a b. la parte b. h. equale alla parte b. f. hor dico che la linea a,b, e divisa talmente in ponto h. che quello che e fatto da tutta la linea a,b, in la sua minor parte a,h, e equale al quadrato dalla parte h, b, Et per dimostrar questo slongo la g,h, per fin al k, laqual serà equidistante al a, c, perche adonque la linea d,b, e divisa in due parti equale in ponto e, et a quella egliè aggionta la linea b. f. Il rettangolo compreso sotto a tutta la linea d, f, & alla linea b, f, col quadrato della e,b, per la sesta di questo, serà equale al quadrato della e, f, & perche e, f, si e equale alla e. a. il rettangolo adonque fatto della d, f, in la b, f, con lo quadrato della e,b, serà equale al quadrato della e, a, & perche il quadrato della, e.a. (per la penultima del primo) si e equale alli duoi quadrati delle due linee e.b. & a,b, seguita adonque che 'l rettangolo della d, f, in la, b, f, con lo quadrato della. e,b, sia equale al medesimo quadrato della, e, b. insieme con lo quadrato della, a,b, levando via da l'una & l'altra summa il quadrato della ditta. e,b, li duoi rimanenti (per la tertia concettione) seranno fra loro equali, delli quali rimanenti l'uno serà il rettangolo fatto della, d, f, nella, b, f, & l'altro è il quadrato della. a.b. et perche il rettangolo fatto della, d, f, nella. b. f. si è la superficie, d, g, perche, f, g, è equale al. b, f. (per esser ciascun di loro lato del quadrato. b. f. g. h.) adonque la superficie, d, g, serà equale al quadrato della, a, b, cioè al quadrato, a, d, hor se cõmunamẽte ne cavamo la superficie, d, h, li duoi rimanẽti seranno anchora equali (per la detta tertia concettione) l'uno di quali rimanenti è la superficie, a, k, l'altro serà il quadrato b, f, g, h, & perche la superficie. a. k, è contenuta sotto a tutta la linea, a, b, et alla sua minor parte, a, h, (per essere, a, c, equal cõ a.b,) & lo quadrato b, f, h, g, è il

quadra-

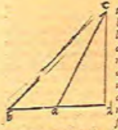
quadrato de.b.b.cioe de l'altra sua maggior parte, adonque la linea,a,b,serà diui-
sa secondo il proposito nel ponto,b,perche la superficie,ouer rettangolo de tutta la
linea,a,b,in la sua minor parte. a.b. è equale al quadrato dell'altra sua maggior
parte,b,b. Et nota che non bisogna affaticarsi in voler diuidere in questo modo vn
numero perche è impossibile,come in la vigesima nona del sesto si manifestarà.

Il Tradottore.

La vigesima nona del sesto non dimostra quel che dice il commentatore,cioe che'l
non si possa diuidere vn numero sotto la detta conditione, anzi la dimostra in la se
sta del terzodecimo.

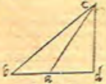
Theorema.11. Propositione.12.

12/12 In li triangoli che hanno un'angolo ottuso tanto è piu potente quella li-
nea che sotto tende a l'angolo ottuso,de ambi li altri duoi lati che contengo-
no l'angolo ottuso,quanto è quello che è contenuto sotto uno di quelli lati,&
quella linea a se direttamente congiunta a l'angolo ottuso tagliata dalla per
pendicolare di fora del triangolo due volte.



Sia il triangolo,a,b,elquale habbia l'angolo,a,ot-
tuso dal ponto,c,sia dutta vna linea perpendicolare al
la linea.a.b. laqual de necessità casca fuora del triango
lo,a,b,c,altramente l'angolo,a,saria retto,ouer minor
d'un retto(per la sestadecima del primo)laqual cosa se
ria contra 'l presupposito,ouer che cadendo di dentro
del triangolo sopra la linea,a,b,constituerà il triangolo
verso,a,cioe li duoi angoli di quello sariano maggiori de
duoi angoli retti,cioe l'angolo,a,insieme con l'angolo
retto(che faria la perpendicolare) laqual cosa è impos
sibile,(per la trigesima seconda del primo) siche adon
que la detta perpendicolare caderà de fuora del detto triangolo,a,b,c,laqual ponia
mo sia la linea,c,d,ma perche la linea.b,a,non arriua fina al ponto del cadimento
della detta perpendicolare,però slongaremo quella per fina al detto ponto ilquale
sia il ponto,d,hor dico che'l quadrato del lato,b,c,(ilquale sotto tende all'angolo a
ottuso)è tanto maggior delli duoi quadrati delle due linee,a,b,& a,c,(che conden-
te il detto angolo,a ottuso)quanto è il doppio di quello,che vien fatto dal,a,b,in,a
d,ma inanti che vegnamo alla demostratione bisogna notare qualmente la possan
za di una linea,è in rispetto al suo quadrato. Onde tanto se dice poter una linea
quanto è il quadrato descritto sopra a quella,ouer quanto è il produtto di quella du
ta in se medesima,hor vegniamo alla dimostratione della proposta propositiõ. Per
che la linea,b,d,è diuisa in due parti in põto,a,dilche il quadrato de tutta la linea
b,d,serà equali(per la.4.di questo)alli duoi quadrati delle due linee,b,a,& a,d,&
al doppio di quello che vien fatto della,a,b,in la,a,d,& perche il quadrato della b

c, per

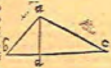


c, (per la penultima del primo) e equale al quadrato della b,d, & al quadrato della d,c, adonque il quadrato di questa b,c, serà equale alli quadrati delle tre linee b,a, a,d, & d,c, & al doppio di quello che vien fatto dal a,b in a,d, ma (per la medesima penultima del primo) il quadrato della a,c, e equal alli dui quadrati delle due linee a,d, & d,c, adonque il quadrato della b,c, e equal alli dui quadrati delle due linee b,a, & c,a, & al doppio di quello che vien fatto della b,a in a, d, per laqual cosa il lato b, c, puo piu delle due linee b,a, a,c, tanto quanto il doppio di quello che vien fatto del a,b, in, a, d, perche gia havemo detto che tanto se dice poter qualunque linea quanto quello che la produce ducta in se medesima, che è il proposito.

Theorema. 12. Propositione. 13.

12 Quella linea che risguarda un angolo acuto di ogni triangolo ossigonio [illegible] manco de ambidue li altri lati, che contengono quel angolo acuto, [illegible] è quello che è contenuto due volte sotto de quello lato alquale [illegible] perpendicolare di dentro, & a quella sua parte che giace fra quel angolo acuto & la perpendicolare.

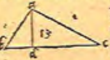
Quello che qui se propone del lato risguardante alcun angolo acuto in el triangolo ossigonio se verifica del lato riguardante qual si voglia angolo acuto in ogni triangolo, o sia orthogonio, over ambligonio, over ossigonio.



Sia adunque il triangolo a.b.c. & sia qual triangolo si voglia che habbia lo angolo c, acuto se'l serà ossigonio ducendo la perpendicolare dallo angolo a, over dallo angolo b, al suo lato opposito, la detta perpendicolare sempre caderà di dentro del triangolo (come sotto si demostrarà) ma, se il ditto triangolo a,b,c, serà ambligonio, over orthogonio ducendo la perpendiculare dall'angolo ottuso (over del retto) al lato opposito e necessario che quella cada di dentro del triangolo (e questo di sotto se demostrarà) sia adonque l'angolo a, retto over ottuso over acuto per lo triangolo ossigonio producendo da quello la perpendicular al lato b,c, opposito caderà dentro del triangolo sopra la detta linea, over lato b,c, quella poniamo sia la linea a,d, & perche in ogni triangolo e necessario che gli sia dui angoli acuti (per la trigesima seconda del primo) dilche stante il presupposito l'angolo b, serà etiam acuto si come e l'angolo c, dico adonque chel quadrato de a,b, (che opposito all'angolo c, acuto) e tanto minor delli dui quadrati delle due linee a,c, & b. c, quanto e il doppio di quello che vien fatto della b,c, in la d,c, over dico che'l quadrato della a, c, (ilquale etiam e opposito all'angolo b, ilquale ponessemo etiam acuto) e tanto minor di lli dui quadrati delle due linee a.b. & b.c. quanto è il doppio di quello che vien fatto della c,b, in la d,b, perche la linea b,c, divisa in due parti nel ponto d, il

quadra-

quadrato di tutta la linea b,c,cō lo quadrato della parte d,c,(p la 7. di q̄sto) ferà equal a quello che vien fatto della b,c,in la d,c,due volte et al quadrato dell'altra parte (cioe della b,d,) dilche agiongendo a l'uno e l'altro il quadrato della a, d, fera etiam il quadrato della b,c,con li duoi quadrati delle due linee a,d,& d,c, equale alli duoi quadrati delle due linee a,d,& d,b,& al doppio di quello che vien fatto della b,c,in la c,d,& perche (per la penultima del primo) il quadrato della a,c,e equale alli quadrati delle due linee a,d,& d,c, adonque il quadrato della b, c, con lo quadrato della a,c,e equal alli quadrati delle due linee a,d,& b,d,& al doppio di quello rettangolo che vien fatto della b,c,in la c,d,(ma per la medesima penultima del primo) il quadrato de a,b,e equal alli dui quadrati delle due linee a,d, & b,d, Adonque il quadrato della b, c, con lo quadrato della a, c, si e equal al quadrato della a,b,& al doppio di quel che vien fatto della b,c,in la c,d,per laqual cosa il quadrato solo della a,b,seria minor delli detti duo quadrati de b,c,& a,c, quanto seria il doppio di quel che vien fatto della detta b, c, in la c,d,che e il proposito, per simil modo tu approuerai, che'l quadrato del lato a,c,che opposito all'angolo b,acuto, esser tanto minor delli quadrati delle due linee a, b, & b, c, quanto e il doppio di quello che vien fatto della c,b,in la b,d, Et e da notar che per questa,& per la precedente, e per la penultima del primo, che conosciuto che hauemo li lati,di ogni triangolo se conosce la area superficial di quello, & con lo agiuto delle tauole de corde,& arco,se cognosce in ogni angolo di quello.



Il Tradottore.

Hora per approuare che tirando de l'angolo a, del proposito triangolo a.b.c.una perpendicolare al lato b, c, opposito come le necessario (essendo l'angolo a,obtuso ouer retto ouer acuto d'un triangolo ossigonio) che lei cada di dentro del triangolo, poneremo il medesimo triangolo a,b,c,& prosupponeremo (che tirando al detto angolo a,una perpendicolare alla linea b,c,che'l sia possibile (per l'aduersario) che la cada de fuora del triangolo nel ponto d, & longarò la linea c,b,per fin al detto ponto d,& ferà costituido il triangolo a,b,d.de fora del proposito triangolo a,b,c,et perche li duoi angoli a. b,c,& a,c, b, stante l'angolo a.secondo il prosupposito (per la trigesima seconda del primo) sono acuti, adonque se l'angolo a,b,c, e acuto l'angolo a,b,d,del triangolo a,b,d.(per la tertia decima del primo) ferà obtuso & l'altro angolo a,d,b,(per esser costituido della perpendicolare a,d,) ferà retto, adonque li duoi angoli a,b,d,& a.d.b.(del triangolo a,b,d,) gionti insieme seriano maggiori de duoi angoli retti, laqual cosa e impossibile (per la decima settima del primo) seguita adonque che la detta perpendicular debba cader di dentro del triangolo de necessità, che e il proposito.

Proble-

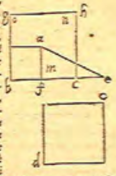
Problema. 2. Propositione. 14.

o *Proposti duoi quadrati, come si voglia, a l'uno di quelli puotemo descriuere un gnomone equale all'altro.*

Il Tradottore.

Questa propositione in la prima tradottione fu posta in fine del primo libro, ma per non esser lui suo conueniente loco, lo hauemo quiui assettata.

Siano adonque proposti li duoi quadrati, a, b, & c, d. & sia il proposito de descriuere atorno il quadrato. a. b. un gnomone, che sia equale a l'altro quadrato. c. d. Per tanto sia alongato uno di lati del quadrato, a, b, direttamente, per fina alla equalità d'uno di lati del quadrato, c, d, et sia, f, e, cioe che, f, e, sia equal a uno de lati del quadrato, c, d, & dal ponto, e, sia tirata una linea al ponto, a, (angolo del quadrato, a, b,) et serà constituido il triangolo. a. f. e. orthogonio (per esser l'angolo, a, f, e, retto) & perche il quadrato de, a, e, si è tanto quanto li duoi quadrati delle due linee, a. f. & . f. e. (per la penultima del primo,) ma il quadrato della. f. e è equale al quadrato, c, d, & lo quadrato della, a, f, è equale al quadrato. a. b. adonque il quadrato della, a, e, si è equale alli duoi quadrati a. b. & c. d. Et perche li duoi



lati, a, f, & f, e sono maggiori (per la uigesima del primo) del lato. a. e. & perche la b f. si è equale alla f. a tutta la linea. b. e serà maggiore del ditto lato. a. e. Adonque della linea, b, e, sia resegata la parte. b. c. (per la terza del primo) equale al lato, a, e, talmente che la, b, c, sia equale alla ditta, a, e, & sopra la linea. b. c. (per la quadragesima sesta del primo) sia constituido il quadrato. b. c. g. h. ilqual quadrato, b, c, g, h, è equale al quadrato della, a, e, (come di sopra fu approuato) si è equale alli duoi quadrati, a, b, & c. d, adonque il quadrato. b. c. g. h. (per la prima concettione) serà equale alli duoi quadrati, a, b, & c, d, ma il quadrato. b. c. g. h. soprabonda al quadrato, a, b, nel gnomone, m, n, o, ilqual gnomone, m, n, o, verrà a esser equale al quadrato c, d, adonque atorno il quadrato, a, b, h, hauemo descritto il gnomone. m n. o. equale a l'altro quadrato, c, d, che è il proposito.

Problema. 3. Propositione. 15.

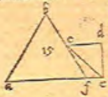
14 *Puotemo descriuere un quadrato equale a uno dato triangolo.*

14

Sia il dato triangolo, a, alqual noi volemo descriuere uno quadrato equale, designarò una superficie de lati equidistanti, & de angoli retti (per la quadragesima seconda del primo) equale al dato triangolo, a, laqual ponzo sia la superficie, b, c, d, e, & se per caso li lati di quella fussero equali, cioe, che lo lato, b, d, fusse equale al lato, d, e, noi hauerissimo quello che cercamo, perche la detta superficie

perficie per la diffinitione feria un quadrato, come fe adimonda, ma fe li lati feranno inequali all hora agiõgerò il lato minore, al lato maggiore in diretto, et fia c.f. cioè che, e.f. sia equale al, c.e, suo minor lato, il qual c.f. lo è agiunto in diretto al. b.c. suo maggior lato secõdo la rettitudine, hor tutta questa linea, b.f. dividerò in due parti equale in ponto, g, & fatto, g, cētro sopra la linea b.f. secondo la quantità della linea. g.b. descriuerò il mezzo cerchio. b h.f. & lo lato, e.c. allongarò per fin a tāto che'l seghi la circonferentia in põto, h, hor dico che'l quadrato della linea, c.h, è equal al dato triã golo dato. Et per dimostrar questo io tirarò la linea, g, h, et pche la linea, f b divisa in due parti equali in pon to, g, & in due parti inequali in ponto, c, q̃llo che vien fatto del dutto della b, c, in la, c, f, con lo quadrato del la, c, g, (per la quinta di questo) è equale al quadrato della, g f, & perche, g, h, è equale alla, g, f, (per la quar tadecima diffinitione del primo.) perche ambedue se

parteno dal centro, g, e uãno alla circonferentia, adonque quello che uiē fatto dal dutto della, b, c, in la, c, f, con lo quadrato della, g, c, ferà equale al quadrato della, g, h, & perche il quadrato della, g, h, si è equale (per la penultima del primo) alli dui quadrati delle due linee, g, c, & c, h, adonque li detti duoi quadrati de, g, c, & c, h, feranno equali al detto quadrato, de, g, c, insieme con quello ch'è fatto dal dutto della, b, c, in la, c, f, leuando adonque communamente da l'una e l'altra parte il quadrato della, c, g, restarà il quadrato solo della, c, h, equal a quello che vien fatto dal dutto della, b, c, in la, c, f, & perche il dutto della, b, c, in la, c, f, e equale alla superficie, b, c, d, e, perche, c, e, e equale alla, c, f, adonque il quadrato della linea, c, h, ferà equale alla superficie, b, c, d, e, & perche la superficie, b, c, d, e, è equale al triangolo, a, adonque il quadrato de la linea, c, h, ferà equale (per la prima concettione) al triangolo, a, che è il proposito. Et nota che per questo modo se troua il lato tetragonico de qual si voglia figura più longa da una banda che dall'altra, & simplicemẽte d'ogni figura contenuta da linee rette sia come si uoglia, Perche ogni tal figura la resoluemo in triangoli, & de cadauno di quelli triangoli, trouamo il lato tetragonico secondo la dottrina di questa propositione, & dapoi trouamo (per la penultima del primo) una linea laqual possi in tutti quei lati tetragonici trouati essempli gratia, voglio al presente trouar il lato tetragonico della figura irregular a, b, c, d, e, f, resoluo quella in tre triangoli quali sono, a, b, f, e, d, e, & e, f, e, Anchora secõdo la dottrina di questa ritrouo li lati tetragonici di quelli tre triãgoli, qua li siano, g, h, h, k, & k, l, erigo la, h, k, perpendicularmente sopra la, g, h, e tiro la, g, k



onde (per la penultima del primo) il quadrato della g. k. serà equale alli quadrati delle due linee, g. h. & h. k. & lo terzo lato, k. l, costituito perpendicolarmente sopra la linea g. k. & tiro la linea g. l. e la linea, g. l. (per la detta penultima del primo) serà il lato tetragonico di tutta la figura rettilinea proposta, ch'è il nostro proposito.

Il Tradottore.

El testo di questa ultima propositione di questo secondo libro in la seconda tradottione dice in questa forma.

Possemo constituir un quadrato equale a un dato rettilineo.

La qual propositione è più generale della soprascritta, perche lei propone tutto quello, che agionge il commentatore nella soprascritta, ma non la conclude, per il modo dato di sopra anci la cõclude (per la quadragesimaquinta del primo) della qual manca la prima tradottione, cioe lui vol che sia cõstituido uno parallelogrammo rettangolo equal al dato rettilineo (per la detta quadragesimaquinta del primo) dapoi procede come di sopra si fece del parallelogrammo, b. d. &c.

LIBRO TERZO DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

Li cerchi se dicono esse re equali, quando li diametri, over li mezi diametri di quelli sono equali, & maggiori quelli di quali li detti diametri, over mezzi diametri sono maggiori, & minori quelli di quali sono minori.

Il Tradottore.

QVESTA diffinitione, over suppositione è assai manifesta da se, cioe che cerchi che hãno li lor diametri, over li lor mezi diametri equali sono fra loro equa

 li, &

li, & quelli che li hanno maggiori sono maggiori, & econuerso, e questo basta senza addar esempio, vero è che questa è piu presto suppositione, ouer petitione che diffinitione.

Diffinitione 2.

2 Vna linea se dice toccare un cerchio. quando che
2 la tocca il cerchio, talmente che alongandola da l'una e l'altra parte, quella non segha il cerchio.

Il Tradottore.

In la presente diffinitione vien notificato come vna linea vien detta toccare vn cerchio quando quella tocca il detto cerchio talmente che alongandola da l'una e l'altra parte la non segha il detto cerchio, per essempio, sia il detto cerchio .a. toccado dalla linea, b, c, in ponto .c. & dalla linea .e. f. in ponto, e, & perche chi uenuasse, ouer producesse la linea, b, c, dalla parte, c, uerso, d, ouer dalla parte, b, verso, g, lei non segarà il detto cerchio, come al senso si puo considerare, pero se dirà, che la detta linea, b, c, tocca il detto cerchio in lo detto ponto .c. laqual cosa non si puo dire della linea. e. f. perche chi dureisse quella dalla parte .e. inuerso .a. senza dubbio lei segarai il detto cerchio come da te puoi considerar, pero non si intenderà che essa linea .e. f. sia toccante il cerchio .a. anzi serà segante il detto cerchio. & la b. c. sera toccante il detto cerchio.

Diffinitione 3.

3 Quelli cerchi si dicono toccarse insieme liquali toccandosi fra loro non si se-
3 ghano.

Il Tradottore.

In questa diffinitione vien dechiarido come li cerchi sono detti toccarsi fra loro quando quelli se toccano l'uno cõ l'altro, e non si segano essempio, siano li dui cerchi a. & b. liquali si toccano nel ponto. c. & li dui altri .d. & .e. liquali si toccano etiam loro, ma si seghano nelli dui ponti .f. & g. dilche li dui cerchi, a. & . b, per che si toccano, & nõ si seghano nel ponto. c. se dirano toccanti fra loro nel ponto .c. laqual cosa nõ si dirà delli dui cerchi d. et. e. abenche anchor a loro si toccano, perche nel toccar che fanno si seghano nelli dui põti f. g. anzi se diranno seganti fra loro & li dui, a. b, et b. toccanti & similmente li dui. b. & b. in ponto .m.

Diss.

Diffinitione. 4.

4/4 Le linee rette in vn cerchio sono dette equalmente distante dal centro, quando le perpendicolare dutte dal centro a quelle seranno equale.

Il Tradottore.

El se dechiara in questa diffinitione che le linee rette tirate in qualche cerchio sono dette equalmente distare dal centro del detto cerchio, quando le perpendicolare del detto cetro a ciascuna di quelle seranno equale, essempio siano le due linee b.c. & d.e. nel cerchio, a, & sopra ciascuna di loro (dal centro, a.) siano dutte le perpendicolare a, f, et a, g, se per caso le dette due perpendicolare cioe, a, f, & a, g, seranno equale le dette due linee. b. c. & d, e, se diranno equalmente distare dal centro ideo &c.

Diffinitione. 5.

5/4 Et piu distare dal centro è detta quella in la quale cadē piu longa la detta perpendicolare.

Il Tradottore.

Questa diffinitione abenche la sia disgionta dalla passata, tamen la se die intendere congiunta con quella, perche dice che le linee pur descritte in qualche cerchio, quella è detta piu distāte dal centro del detto cerchio, in laqual cade la perpendicolare piu longa, essempio, siano le due linee, h, i, & k.l. in lo cerchio m. sopra dellequale dal cētro m. siano tirate per la duodecima del primo, le due perpendicolare m.n. & m.o. & perche la perpendicolare m.n. è piu longa della perpendicolar m.o se dirà che la linea h.i. è piu distante dal centro m. che non è la linea k.l. & questo è quello, che se vuol inferire.

6/6 Diffinitione. 6.

Quella linea retta che contiene la parte d'vn cerchio è detta corda.

Il Tradottore.

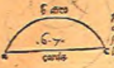
La presēte diffinitione ne aduertisse come quella linea retta che cōtiene la parte d'vn cerchio è nominata, corda, essempio sia la parte del cerchio. a: b. c.

contenuta dalla linea curua.a.b.c.& dalla linea retta.a.c.dice che la linea.a.c.è detta corda.

Diffinitione. 7.

7/0 Et la parte della circonferentia se chiama arco.

Il Tradottore.

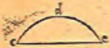


La presente diffinitione seguitando le parole della precedente dice che quella parte di circonferentia che cõtiene la detta parte di cerchio è chiamato arco, che seria la linea curua.a.b.c.della figura superiore laqual se satisfa, etiam per lo esempio di questa.

Diffinitione. 8.

8/6 Et l'angolo che è contenuto dalla corda e dal arco è detto angolo della portione.

Il Tradottore.



La presente diffinitione dice che l'angolo che è cõtenuto dalla corda & dallo arco d'una portione è detto āgolo della portione essēpio.sia la portione c.d.e dico che ciascuno delli duoi angoli contenuti dalla corda c.e.& dal arco.c.d.e.sono detti angoli della portione liquali angoli l'uno è l'angolo.c. & l'altro è l'angolo.e. &c.

Diffinitione. 9.

9/7 L'angolo,che è contenuto da due linee rette che vsciscano da qualunque ponto che sia in l'arco, & vadino alli termini della corda, è detto stare sopra l'arco.

Il Tradottore.

Questa diffinitione admonisce, che quel angolo è detto stare sopra de l'arco,ilquale è cõtenuto da due linee rette dutte di qual si voglia pōto,che sia in l'arco alli duoi termini della corda,essempio,sia la portione.a.b.c.& sopra del'arco sia tolto il pōto b.dal quale tirandole due linee a.b.&.c.b.alli duoi termini della corda.a.c.serà constituido l'angolo.a.b.c.ilqual angolo a.b.c.è detto stare sopra l'arco a.b.c.ideo,&c.

Diffinitione 10.

9/10 Settor dal cerchio è vna figura, che è contenuta sotto a due linee rette, dutte dal centro, & sotto a l'arco comprehenso da quelle.

Il Tra-

Il Tradottore.

La presente diffinitione ne da intendere come il settor di cerchio è una figura laquale è contenuta sotto a due linee rette dutte dal centro, & sotto l'arco compreheso de quello, essempio, sia il cerchio.b.c.d. descritto sopra il centro.a. dal qual centro a, dutte le due linee.a.b. & .a.c. dice che la figura che è contenuta dalle due linee rette.a.b. & .a.c. & dallo arco, b, c, se chiama settor di cerchio.

Diffinitione 10.

10 Et l'angolo contenuto da quelle due linee è detto
9 stare sopra il centro.

Il Tradottore.

La presente diffinitione (seguitano la precedente) dechiara l'angolo circondato, ouer contenuto da quelle due linee rette dutte dal cētro del detto cerchio è detto stare sopra il centro del detto cerchio, ilqual angolo seria quello che è contenuto dalle due linee.a.b. et a.c. sopra il centro.a. della figura circular della diffinitione precedente, laqua satisfa per lo essempio etiam di questa.

Diffinitione 11.

11 Le portioni di cerchi sono dette simile, in lequali li angoli, che stanno
10 sopra l'archo sono fra loro equali.

Il Tradottore.

La presente diffinitione ne aduertisse come le portioni, ouer parti di cerchi sono dette simile, in lequali li angoli che stanno sopra l'arco sono equali fra loro, essempio, siano le due portioni.a.b.c. & .e.d.f. hauēte ciascuna di loro uno angolo sopra dil suo arco, liquali angoli l'uno sia l'angolo.b. (contenuto dalle due linee rette.a.b. & .c.b. sopra l'arco, a, b, c, nel detto põto.b.) l'altro sia lo angolo.d. (contenuto dalle due linee rette.e.d. & f.d. sopra l'arco.e.d.f. nel detto ponto.d.) dice adonq; che se l'angolo.b. (che è sopra l'arco, a, b, c) serà equal a l'angolo.d. (che è sopra l'arco.e, d, f.) la portion.a, b, c, serà simile alla portion.e.d.f. abenche l'una sia de maggior cerchio che l'altra.

Diffinitione 13.

13/0 Anchora li archi sono simili, liquali al predetto modo riceueno equali angoli.

Il Tradottore.

La presente diffinitione seguitando il parlar della precedente dice che anchora li archi delle dette portioni sono simili, quando che receueno al predetto modo li angoli equali, cioè al modo della precedente, essempio, se l'angolo .b. contenuto dalle due linee .a b. & c. b. (della precedente) sopra l'arco .a. b. c. serà equale all'angolo .d. contenuto delle due rette .e. d. & f. d. sopra dell'arco .e. d. f. (pur della figura della precedente) all'hora l'arco .a. b. c. serà simile al l'arco .e. d. f. abenche l'uno sia maggior dil l'altro & questo è quello che se uuol inferire.

Problema. 1. Propositione. 1.

1/1 Potemo ritrouare el centro d'un proposto cerchio.

Sia il proposto cerchio .a. b. c. ilquale uolemo ritrouare il suo centro tiro nel detto cerchio la linea .a. c. laqual termini oue si uoglia nella circonferentia di esso cerchio laqual linea .a c. (per la decima del primo) diuido in due parte equali nel ponto .d. dalqual ponto .d. (per la undecima del primo) conduceremo una perpendicolare alla detta linea .a. c. et quella produco da ambe le parti fin che la se applica alla circonferentia quale sia la linea .b. d. e. laqual linea .b. e. pur diuido in due parti equali in ponto .f. (per la detta decima del primo) il qual ponto .f. dico esser il centro del detto cerchio, perche se quello non è il centro del detto cerchio, per lo aduersario) quel serà adonque ouer in la linea .b. e. ouer che serà di fora di quella hor dico che l non puo esser nella detta linea .b. e. & se pur il fusse possibile per l'aduersario ponimo che'l sia il ponto .g. essendo adonque il ponto .g. il centro del detto cerchio la linea .g. b. seria (per la diffinitione quartadecima del primo) equale alla linea .g. e. (perche ciascuna se parte dal centro e ua alla circonferentia) e perche la .f. e. sè etiam equale alla .f. b. (per commune sentẽtia) la .f. b. serà maggior della parte .g. b. e consequentemente la .e. f. seria etiam maggior della .g. e. (per esser la .g. e. equale alla detta .g. b.) laqual cosa è impossibile (per la ultima concettione) che la parte .f. e. sia maggior del tutto cioè della .g. e. seguita adonque che'l detto cẽtro nõ puo esser nella detta linea .b. e. eccetto che nel ponto .f. Anchora dico che'l non puo essere de fuora della detta linea .b. e. e se pur fusse possibile (per lo detto aduersario) ponimo che'l sia il põto .h. siano tirate le linee .h. a. h. d. & h. c. et serà costituido li duoi triãgoli .h. a. d. et .h. d. c. et perche li duoi lati .h. d. & d. a. del triangolo .h. a. d. sono equali alli ti duoi lati.b.d.& d.c.del triangolo.b.d.c.& similmente la basa.b.a. dell'un seria equal alla basa.b.c.dell'altro (perche ambe si parteno dal centro.b.et vanno alla circonferentia) seguiria adonque (per la ottaua del primo) che l'angolo. b d c.de l'uno seria equale all'angolo.b.d.a.dell'altro, & perche questi duoi angoli. b. d. a. & .b.d.c.sono causati dalla linea.b.d.cadente sopra la linea.a.c. dalche essendo li detti duoi angoli, equali, ciascun di loro seria retto (per la ottaua diffinitione del primo) e perche l'angolo.a.d.b.fu constituido retto adonque l'angolo.a.d.b.seria equale all'angolo.a.d.b.(per la tertia petitione per esser ambiduoi retti laqual cosa è impossibile.per la ultima conceptione (che la parte se equali al tutto, seguita adonque che'l centro del dato cerchio, non possendo esser in alcun loco de fuora del ponto f.che quel sia nel proprio ponto.f.che è il proposito.

Corellario.

1/1 Onde egliè manifesto che due linee rette in un medesimo cerchio che terminano in la circonferentia, niuna di quelle segharà l'altra orthogonalmente in due parti equale, se quella non transisse sopra il centro.

Il Tradottore.

In questo correlario se conclude che per le cose dette & dimostrate di sopra egliè manifesto che se due linee rette seranno in un cerchio terminante nella circonferentia di quello, niuna l'una segharà l'altra orthogonalmente in due parti equale se quella non passa per il centro di esso cerchio, si come di sopra si è visto nella linea. b.d.laquale sega la linea.a.c.orthogonalmente in due parti equale in ponto.d.& quella passar per lo ponto.f.centro del detto cerchio.a.b.c.e questo è quello che nel correlario se vol inferire.

Theorema.1. Propositione.2.

2/2 Se si menarà una linea retta, da uno a l'altro de duoi ponti signati in su la circonferentia d'un cerchio è necessario che quella seghi il cerchio.

Sia il cerchio.a.b.il centro del qual sia il ponto.c. sopra della circonferentia di quello sian li duoi ponti.a. & .b. Dico che ducendo una linea retta dal ponto.a. al ponto.b.le necessario che quella seghi il detto cerchio.a.b. & se possibil fusse per l'aduersario ch'ella non lo seghi, ma che quella transisca di fuora dal detto cerchio ponimo sia la linea.a.e.b, & che sia retta per satisfar lo detto aduersario dal cētro.c.producerò le due linee.c.a.et.c.b.et serà constituido il triāgolo delle tre linee.c.a.c.b.& della linea. a.e.b. del quale li duoi lati.c.a.et.c.b.sono equali perche ambiduoi vieneno dal centro alla circonferentia, adonque (per la quinta del primo) l'angolo.c.a.b.serà equal all'angolo.c.b.a.tirarò anchora la linea.c.e. so-

pra la detta linea.a.e.b.laqual sega la circonferentia nel ponto.d.& diuide il detto triãgolo.a.b,c.in li dui triangoli c,e,b,et,c,e,a.& perche l'angolo c,e,a, estrinseco(per la sesta decima del primo)e maggior dell'angolo.c.b.e, intrinsico a se opposito,& perche l'angolo.c.a.b.è equale al detto angolo.c.b.e,seguita adonq;(per communa scientia)che'l detto angolo.c.e.a sia etiam maggiore del detto angolo.e.a.c.(& per la decima nona del primo)il lato.a.c.serà maggiore del lato.c.e. & perche.c.d,è equal(per la decima quarta diffinition del primo)al detto lato.c.a seguita adonque(per cõmuna scientia)che la detta linea,c.d, sia maggiore della detta linea.c.e,laqual cosa è impossibile,cioe che la parte sia maggiore de tutto (per la ultima concettione,perche adonque la detta linea congiongente li detti dui ponti,a.&.b.non puo transire de fuora del detto cerchio, de necessità transirà di dentro,& transiendo di dentro segharà quello, che è il proposito.

Theorema. 2. Propositione. 3.

3/3 Se serà vna linea retta collocata dentro a uno cerchio, laqual non passi per il centro,& che un'altra che uenga dal centro seghi quella in due parti equali,egliè necessario che la stia sopra a quella orthogonalmente, & se lei starà sopra a quella orthogonalmente è necessario che la diuida quella in due parti equali.

Sia la linea.a.b.collocata dentro del cerchio, a, b, il cẽtro delqual sia il ponto,c,& la linea.c,d, che uien dal centro,c,quella diuida la linea, b, a,in due parti equali nel ponto.d,dico che la detta linea, c, d, diuide la detta linea,b,a,orthogonalmẽte,cioe che la,c,d, è perpendicolare sopra la.b,a,& è conuerso, cioe che se la linea,c,d,diuide la detta linea,b,a,orthogonalmẽte dico che lei diuide la detta linea,b,a,in due parti equale.Et per dimostrar questo produrò dal ponto,c.le due linee,c,b,& c,a,constituendo il triangolo,c,b,a, diuiso in dui triangoli dalla linea,c,d,hor poneremo prima che la detta linea,c,d,diuida in due parti equali la detta linea,a,b,adonque li dui lati,c,d,& d,a,del triangolo,c,d,a, seranno equali alli dui lati,c,d,& d, b, del triangolo,c,d,b,& la basa,c,a,alla basa,c,b,serà equale,perche ambe uengõ dal centro,c,& uanno alla circonferentia, adõque,per la ottaua del primo,l'angolo, d,dell'uno serà equale all'angolo,d,dell'altro, dilche,per la ottaua diffinitione del primo,ciascun di loro serà retto,per la nona diffinition del detto,la linea. c,d.serà perpendicolare sopra della detta linea.b.a.che è il primo proposito, hor uegniamo al secondo ponendo che la,c,d,sia perpendicolare sopra la,b,a,dimostrarò che la dettac,d.diuide la detta,b,a,in due parti equali,in questo modo perche,la,c,d, e perpẽdicolare sopra la,b,a,seranno li dui angoli quali sono al ponto, d,ambidui retti,dilche l'uno serà equale all'altro,& perche'lo angolo,c,a,d, è etiam equale, (per la quinta del primo) all'angolo .c.b.d. per esser tutto il triangolo .c.b.a. de dui lati equali, adonque li dui angoli .c.d.b. & .c.b.d., del triangolo .c.d.b. sono equali alli dui angoli .c.d.a. & .c.a.d. del triangolo .c.a.d. & il lato .c.d. dell'uno è equale al lato .c.d. dell'altro dilche (per la vigesima sesta del primo) il lato b.d. serà equale al lato a.d. adonque la linea .b.a. verra a esser divisa in due parti equale nel ponto .d. che è il secondo proposito.

Theorema .3. Propositione .4.

Se due linee rette se segaranno fra loro dentro d'un cerchio, et che ambe due non transiscono sopra il centro, le necessario che quelle non si seghino fra loro in parti equale.

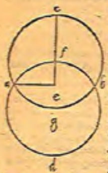
Sia il cerchio .a.b.c.d. il centro del qual sia il ponto .e. nel quale siano le due linee .a.c. & .b.d. lequal si seghino fra loro nel ponto .f. & l'una e l'altra, over una di quelle non passi per lo centro .e. Dico che in tra loro non si divideno in parti equali, cioè che l'una e l'altra sia divisa dell'altra in due parti equali, quando questo fusse possibile per l'adversario, poniamo prima che ne l'una ne l'altra passi per lo centro .e. & che si divideno almanco in parti equale (per l'adversario) in ponto .f. tirarò la linea .e.f. & perche .e.f. vien dal centro .e. & divide le due linee dette in dui parti equale nel detto ponto .f. dilche (per la prima parte della precedente) seria perpendicola sopra di ciascuna di quelle et li dui angoli .a.f.e. & .e.f.c. fatti sopra la .a.c. saria ciascun di loro retto & similmente l'uno e l'altro delli altri dui angoli .e.f.d. & .e.f.b. (fatti sopra la linea .b.d.) seria etiam retto & perche li angoli retti son equali (per la terza petition) adonque l'angolo .e.f.c. saria equale all'angolo .e.f.d. laqual cosa è impossibile che l'angolo .e.f.c. minore sia equale all'angolo .e.f.d. maggiore, adonque le dette

due linee .a.c. & .b.d. non se ponno dividere fra loro in parti equale, similmente se una transirà per lo centro .e. & l'altra non, le pur necessario che le non se possano dividere fra loro in parti equale & se possibile fusse per l'adversario) poniamo che la .b.d. passi per lo centro .e. & la .a.c. no, & che pur ambe se dividano in parti equali, adonque se la .b.d. che viene dal centro .e. divide la linea .a.c. in due parti equali, e necessario, per lo correllario della prima di questo, che la .b.d. sia perpendicolare sopra la .a.c. & se la .b.d. sega la .a.c. perpendicolarmente similmente la .a.c. segharà etiam la .b.d. perpendicolarmente, & si la .a.c. segha la .b.d. perpendicolarmente & in due parti equale, per l'adversario, è necessario per lo detto correllario della prima di questo che la .a.c. passi per lo centro .e. che seria contra il presupposito, seguita adonque che se in un circolo serano due linee che si seghan ambedue non seranno segate in parti equal se ambedue non passano sopra il centro che è il proposito.

Theo-

Theorema .4. Propositione .5.

5 / 5 *Li centri di cerchi, che fra loro si segano, è necessario esser diversi.*



Siano li duoi cerchi .a.c.b. & a.d.b liquali si seghino fra loro nelli duoi ponti a. & b. Dico che li centri di questi tal cerchi sono diversi, cioe che sono diversi lochi, over che nõ ponno esser descritti questi duoi cerchi sopra un medesimo centro ma in diversi centri ma se possibil fusse (per l'adversario) che ambiduoi havessino uno medesimo centro, poniamo che quello sia il ponto e. cioè che ponto .e. sia commun centro di ambiduoi li detti cerchi, produrò le due linee. e.a. & e .f.c. & perche le due linee, e.a. & e.f. si parteno dal centro e. & vanno alla circonferentia del cerchio a.f.b.d. seranno equali (per la decimaquarta diffinitione del primo) & similmente la linea . e.c seria etiam lei equale alla linea . e.a perche anchora loro vanno da dito centro.e. alla circonferentia del cerchio a.c.b.g & perche le due linee, cioe .e.c. & la parte .e.f. ambe sono equale alla linea .e.a. (per la prima concettione) seriano etiã fra loro equale : laqual cosa è impossibile (per la ultima cõcettione) che la parte sia equale al tutto seguita adonque che li detti duoi cerchi non ponno haver in un medesimo centro che gli sia commun ad ambiduoi : ma diversi che è il proposito.

Theorema .5. Propositione .6.

6 / 6 El centro di cerchi che fra loro si toccano, l'è necessaria che non sia un medesimo.

Sia li duoi cerchi a . b . & a. c. che si tocchino fra loro nel ponto a. Dico che li cẽtri de quelli duoi cerchi sono diversi, cioe che non puonno haver uno centro che gli sia commun ad ambiduoi, & se pur il fusse possibile (per l'adversario) che ambiduoi li detti cerchi habbiano uno sol centro che gli sia cõmune a tutti duoi, quel lo sarà nel cerchio minore, qual ponemo sia il ponto d. hor dal centro d. produro le due linee d.a. & .d. b. c. & perche le due linee c.d. & d.a vanno dal centro al la circonferẽtia del cerchio.a.c. sarian pur equale (per la decima quarta diffinitione del primo) similmente la linea.d.b. sceria pur equale alla linea d.a. (per la ditta decima quarta diffinitione del primo) perche ambedue veneno dal centro alla circonferentia del cerchio.a.b.

per

per esser adonque le due linee (cioe .d.c. & la parte .d.b.) ciascuna equale alla linea .d.a. seriano etiam fra loro equale (per la prima concettione) laqual cosa è impossibile che la parte .d.b. sia equale al tutto cioe alla .d.c. (per la ultima concettione) adonque li detti duoi cerchi non puono hauer un medesimo centro, seguita adonque che siano diuersi, che è il proposito, & se li detti cerchi fussero congiunti dalla parte di fuora il proposito saria da se manifesto, perche ciascun hauaria il suo centro in mezzo per la diffinitione del centro diche non hauerianno un medesimo centro anzi ciascun di loro hauerà il suo dentro di se.

Theorema .6. Propositione .17.

7 Se in el diametro d'un cerchio sia signato un punto, il qual non sia il
7 centro, & da quello siano dutte piu linee rette alla circonferentia, quella che transirà sopra il centro serà piu longhissima de tutte le altre, & quella che compirà il diametro serà piu breuissima di tutte le altre e quella che serà piu propinqua al centro serà piu longa delle altre che manco se gli accostano, & quanto piu seranno remote dal centro, tanto piu conuengono esser piu curte, ancora le due linee colaterale equalmente distante alla breuissima cioe equalmente distanti con l'estremita alla estremità della breuissima, ouer longhissima è necessario esser equale.

Sia el cerchio .a.c.d. il diametro del quale sia la linea .a.f. & il centro di quello sia il ponto, .h, & sopra .a.f. sia signato il ponto .K. fuora del centro .h. dal quale siano dutte piu linee lequal siano .K.a. .K.b. .K.c. .K.d. .K.e .K.f. .K.g. alla circonferentia, & la .K.a. transita sopra il centro .h. & la .K.f. sia il compimento del diametro, et sia .K.e. & .K.g. equidistante a .K.f. cioè che li duoi ponti .e. & .g. siano equalmente distanti dal ponto .f. ouer che l'angolo .e.K.f. sia equale al angolo .f.K.g. Dico che la .K.a. è piu longhissima di ciascuna delle altre (per esser quella che passa sopra il centro .h.) & la .K.f. è la

piu breuissima di ciascuna delle altre per esser quella che compisse il diametro .a.K.f. le altre linee tanto son piu longhe quanto son piu propinque al centro .h. perche gratia la .K.b. è piu longa de .K.c. & .K.c. è piu longo de .K.d. & .K.d. è piu longa de .K.e. & .K.e. & .K.g. sono equale. Et per dimostrar queste cose io tirarò dal centro .h. le linee .h.b. .h.c. .h.d. .h.e. e perche li duoi lati .b.h. et .h.K. del triangolo .b.h.K. sono maggiori (per la 20. del primo) del lato .b.K. e perche .b.h. è equal .a.h. (perche ambi escono dal centro .h. alla circonferentia) giontoli communamente il lato .h.K. tutta la linea .a.K. serà equal alli detti duoi lati .b.h. et .h.K. e perche li detti duoi lati .b.h. et .h.K. son maggiori (com'è detto) del lato .b.K. seguita adonque che tutta la linea .a.K. (per communa sententia) sia maggiore della linea .b.K. & per la medesima ragione serà maggiore etiam

ce

de ciascuna delle altre, che è il primo proposito. Anchora perche li duoi lati h,k & k,e. (del triangolo.h.k.e) sono maggiori (per la detta vigesima del primo) del lato.h.e. & perche il detto lato h.e. è equale alla linea h.f (per la quartadecima del primo) adonque li duoi lati k.h. & k.e. (per commune scientia) feranno maggiori della detta linea h.f. cauando communamente il lato h.k. (per la quarta concettione) il lato solo k.e. serà etiam maggiore dell'altro rimanente, cioe de k.f et con la medesima ragione se dimostra ciascuna delle altre linee esser maggiore della medesima linea k.f. & questo è il secondo proposito. Anchora perche li duoi lati h.b. & h.k. del triangolo b.h.k. sono equali alli doi lati c.h. & h.k. del triangolo c.h.k & l'angolo b.h.k. è maggiore dell'angolo c.h.k. (per la vigesima quarta del primo) la basa b.k. serà maggiore della basa c.k. & per la medesima ragione k.c. serà maggior de k.d. & k.d serà maggiore de k.e. & questo è il terzo proposito. Anchora se le due linee k.e. & k.g. non sono equale (per lo aduersario) l'una serà maggiore dell'altra, hor poniamo che la k.g. sia maggiore della k.e. & della detta k.g. ne segheremo la parte k.l (per la tertia del primo) equale alla k.e & produrò la h.l. fina che ella seghe la circonferentia in ponto.m. & perche l'angolo.g.h.f. è equale all'angolo.f.h.e. (dal presupposito) & (per la terzadecima del primo) l'angolo l.k.h. è equale all'angolo.e.k.h. et li duoi lati l.k & k.h. del triangolo. l.k.h. sono equali alli duoi lati e.k. & k.h. del triangolo e.k.h. adonque (per la quarta del primo) la basa h.l. è equale alla basa h.e. et perche la h.m. è etiam lei equale alla detta h.e. (per la quartadecima diffinitione del primo) seguita adonque (per la prima concettione che la h.l. sia equale alla h.m. laqual cosa è impossibile, sono adonque le due linee k.g. & k.e. equale che è il quarto proposito, & questa tal figura dal volgo è chiamata piede di occha.

Theorema. 7. Propositione. 8.

8/8 Se fuora d'vn cerchio sia segnato vn ponto, & da quello alla circonferentia sieno dutte piu linee segando il cerchio, quella che trasserà sopra il centro serà piu longha de ciascaduna delle altre, & le piu propinque al centro seranno piu longhe delle altre piu remote. Et quelle linee particole applicate alla circonferentia di fuora via quella, che giace in diretto con lo diametro sia minore di ciascaduna delle altre, & le piu propinque a quelle seranno piu corte delle piu lontane. Et le due linee che dall'una banda e l'altra equalmente se appropinquano alla breuissima sono equale.

Sia il ponto, a, segnato di fuora del cerchio b.c.d.e.f. il centro delqual sia il ponto, n. & dal ponto, a, sieno dutte piu linee alla circonferentia segbando il detto cerchio,

chio, lequal sieno a.k.n.h.a.b.c.a.g.d.& a.f. e dico che la.a.b. che trapasse sopra il centro.n. serà longhissima de tutte le altre a vna per vna ancor dico che la a.c. è maggiore della.a.d. per esser piu propinqua al centro.n.et similmente la a.d. serà maggiore del.a.e. e oltra di questo dico che delle linee partiale di fuora del cerchio la linea.a.k. serà piu breue de tutte le altre a vna per vna per esser quella che giace indiritto con lo diametro k.h. & dico che la a.h. è minore della.a.g. (per esser piu propinqua alla detta minima.a.k.) similmente.a.g. serà minore della.a.f. Dico anchora che se'l serà tutta la.a.l. talmente che quella.& la.a.h. equalmente distano dalla.a.k. cioe che l'angolo.k.a.h. sia equale all'angolo.l.a.k. seranno equale, & per demostrar questo io produrò dal cētro.n. le linee.n.e.n.d.n.c.n.f.n.g.n.h. Et perche li duoi lati.a.n.& n.c. dal triangolo.a.n.c. (per la uigesima del primo) sono maggiori del lato.a.c. ma perche li detti duoi lati.a.n. & n.c. sono equali alla linea.a.b. per esser la.n.c. equale alla.n.b. (p la quartadecima diffinitione del primo) seguita adonque che la linea.a.b. sia etiam maggior del detto lato.a.c.& per la medesima ragione serà maggior de tutte le altre a una per una che è il primo proposito. Anchor perche li duoi lati.a.n.& n.c. del triangolo.a.n.c. sono equali alli duoi lati.a.n.& n.d. del triãgolo.a.n.d. (per la decima quarta diffinitione del primo) & l'angolo.a.n.c. è maggiore de dell'angolo.a.n.d. siche la basa.a.c. serà maggiore (per la uigesimaquarta del primo) della basa.a.d.& per la medesima ragione la.a.d. serà maggior della.a.e. che è il secōdo proposito. E anchora perche li duoi lati.a.h et.n.h. (del triangolo.a.n.h.)

sono maggiori (per la uigesima del primo) del lato.a.n.& per esser la parte.n.k. equale al lato n.h. lo lato solo.a.h. (per commune scientia) serà maggior dell'altro residuo.a.k. et per la medesima ragione ciascuna delle altre linee partiale di fuora serà maggiore della linea.a.k. che è il terzo proposito. Anchora perche le due linee.a.h.& h.n. sono minore (per la uigesima prima del primo) delle due linee.a.g.& g.n. et la.h.n. è equale (per la quartadecima diffinitione del primo) alla.g.n. serà adonque (per commune scientia) la.a.g. maggiore della.a.h.& per la medesima ragione la.a.f. serà maggiore della.a.g. che è il quarto proposito. Anchora se la.a.l. non è equale al.a.h. (concesso che lor sian equalmente distãte dal.a.k.) l'vna serà maggior dell'altra (p l'aduersario) hor ponemo che la.a.l. sia maggior della.a.h. ponerò adonque la.a.m. equale alla.a.h.& produrò la.n.m. perche adonque li duoi lati.m.a.& a.n. (del triangolo.m.a.n.)

m.a.n. sono equali alli duoi lati.h.a. & .a.n. (del triangolo .h.a.n.) & l'angolo m.a.n. è equal all'angolo.h.a.n. dilche per (la quarta del primo) la basa.m.n. serà equale alla basa.n.h. & perche la.n.o. è anchor lei equal alla detta basa.n.h. (per la quartadecima diffinition del primo adunque la n.o. (per la prima concettione) seria etiã equal alla detta basa.n.m. laqual cosa è impossibile che la parte sia equale al tutto adonque le dette due linee.a.l. & .a.h. niuna puo essere maggior di l'altra seguitarà adonq; che l'una sia equale all'altra che è il quinto proposito, e sappi che la figura de questa propositione è detta dal vulgo coda di pauone.

Theorema .8. Propositione .9.

9 Se dentro a un cerchio sia segnato un ponto, & da quello siano dutte piu
6 che due linee alla circonferentia equale, quel ponto è necessario esser centro di quel cerchio.

Sia il ponto.a. segnato dentro del cerchio b.c.d. dal qual siano dutte le tre linee.a.b.a.c. & .a.d. alla circonferentia, lequale pongo, che siano equale. Dico che'l ponto.a. è necessario che lui sia il centro del ditto cerchio, & per dimostrar questo io produrò le due linee c.b. & .b.d. & dividerò l'una e l'altra in due parti equale (per la decima del primo) cioe.d.b. in ponto f. & c.b. in ponto.e. & produrò e.a. & f.a. lequale applicarò dall'una e l'altra parte alla circonferentia & perche li duoi lati.a.e & c.e. del triangolo.a.e.c. sono equale alli duoi lati.a.e. & e.b. del triangolo a.e.b. & la basa a.c. è equale alla basa.a.b. (dal presupposito) dilche (per la ottaua del primo) l'angolo e dell'uno serà equale all'angolo e dell'altro (& per la 13. diffinition del primo) li detti duoi angoli quali terminano nel põto e ciascun di loro serà retto similmente ancor l'uno e l'altro delli duoi ãgoli che sono al ponto f. è retto, adonque perche l.h. divide la c.b. orthogonalmente & in due parti equale nel ponto e. quella (per lo correlario della prima di questo) transirà per lo centro del dato cerchio.b.c.d. similmente anchora la. K. g. per lo medesimo correlario transirà per lo medesimo centro del dato cerchio, adõque sel centro del cerchio b.c.d. è nella linea l.h. & nella linea. K. g. le necessario che quel sia il põ

to della intersegatione delle dette due linee (cioe il ponto a. per esser un ponto commune in l'una e l'altra linea) che è il proposito. Anchora per un altro modo se porria far questa demostratione, hor sia il cerchio.a.b.c. nel quale sia tolto in ponto d. & dal detto ponto d. siano che ne cada le tre linee d.a.d.b. et d.c. equali. Dico. che'l detto ponto d. sia è il centro del dato cerchio a.b.c. & se possibile fusse (per l'auersario) che'l detto ponto. d. non sia il detto centro, è necessario adonque che lui sia in qualche altro locho hor ponemo che sia il ponto e lo tirarò dal ponto d. al ponto e. la linea d. e. & quella slongarò in diretto da ambe le parte insino alla circonferentia, toccando quella nelli duoi ponti f. & g. adonque.

que,f,g,serà il diametro del cerchio,a,b,c,& pche nel diametro,f,g,è tolto il pōto,d,il quale non è il cētro del detto cerchio,per satisfattione dil aduersario, & dal detto ponto,d,sono tirate le linee,d,a,d,b,d,c,d,g,delle quale,d,g,p la settima di questo,serà la piu lōgha de tutte le altre,e la linea,d,c,serà maggior della d,b,& la,d,b,serà maggior della,d,a,laqual cosa seria contra il presupposito, & che fu prosupposto che le,d,a,d,b,d,c, fussino equale, ilche seria impossibile che essendo equale l'una possa esser maggiore dell'altra, seguita adonque che'l detto centro,non possendo esser in altro loco fuora del ponto,d,sia il proprio ponto,d,che è il proposito.

Theorema.9. Propositione.10.

10/10 Se uno cerchio segha un'altro cerchio, egli è necessario che quello lo seghi solamente in duoi luoghi.

Siano se gli è possibile,per l'aduersario li duoi cerchij che si seghino i piu che'i duoi luoghi poniamo sopra li tre ponti,a,b,c,io producrò le due linee,a,b,et a,c,lequale diuiderò in due parti equali in li pōti,d, et e,& dal pōto, e,producrò la linea,e,f,ppendiculare sopra la linea,a,c,& dal pōto,d,la linea,d,f,perpendicolare sopra la linea,a,b,& seghinsi le due linee,e,f,& d,f,in ponto,f,& per lo correllario della prima de questo,il ponto, f, serà il centro dell'uno e l'altro cerchio, laqual cosa è impossibile per la quinta di questo.

Theorema.10. Propositione.11.

11/11 Se uno cerchio toccarà di dentro da se un'altro cerchio,& che da l'un centro all'altro sia condutta una linea retta,alongādo quella drettamēte uerso la parte doue si toccano,le necessario che quella transischa per il ponto del toccamento.

Siā li duoi cerchij,a,b,c,et,a,d,e,liquali si tocchino fra loro di dētro uia nel ponto,a,& sia,f,il centro dil cerchio,a,b,c,& g, sia il cētro dil cerchio,a,d,e, & sia dutto dal cētro,f,al centro,g,la linea,f,g,Dico che allōgādo la detta linea,f,g,uerso,a, le necessario che q̄lla trāsischa p lo ponto,a,& se possibile fosse,per l'aduersario,che quella non trāsisca per lo detto ponto,a,poniamo che quella possa transire come fa la linea, f, g, b, della seconda figura, producrò le due linee,a,g,& a,f,perche il ponto,f,è il centro del cerchio a,b,c,le due linee f,a, & f,b,per la diffinitione del cerchio,serāno equale,& perche li duoi lati,f,g,et

g.a. del triangolo.a.f.g. per la uigesima del primo, sõ piu lõghi del lato.f.a. serãno etiam piu longhi, per cõmune scientia della linea.f.h. hor leuando communamente lo lato.f.g. lo lato solo.g.a. per commune scientia seria etiam piu lõgho del residuo.g.h. et perche la g.i. è equale, per la diffinitione del cerchio, alla.g.a. dil che la.g.a. è maggior della.g.h. seguiria, per cõmune scientia, che la.g.i. sia maggior etiã lei della g.h. laqual cosa è impossibile che la parte sia maggiore del tutto. Adõque se la linea.f.g. slongandola uerso a, non puo transire per ponto alcuno che sia de fuora del detto ponto.a. de necessità adonque transirà per quello, che è il proposito.

Theorema.11. Propositione.12.

11/12 Se seranno duoi cerchij che si tocchino fra lor della parte di fuora conducendo una linea retta da l'un centro all'altro quella tal linea transirà per il ponto del toccamento.

Siano li duoi cerchij, a, b, c, et. a, d, e, cõtingẽti fra loro de fuora uia nel ponto, a, & il cẽtro del cerchio, a, b, c, sia il ponto, f, & il centro del cerchio, a, d, e, sia il ponto. g. Dico che conducendo dal centro, f, al centro, g, la linea, f, g, quella de necessità transirà per lo põto, a, & se possibile fusse, per l'aduersario, che quella transisce come fa la linea, f, c, d, g, dal ponto, a, siano tirate le due linee, a, f, & a, g, costituendo il triangolo, a, f, g, adonque perche il ponto, f, è il centro del cerchio, a, b, c, la linea, f, a, serà equale alla linea, f, c, per la diffinitione dil cerchio, similmente perche il ponto, g, si è il centro dil cerchio, a, d, e, la linea, a, g, serà equale alla linea, g, d, dil che le due linee, f, c, & g, d, seriano equale alli duoi lati. f, a, & g, a del triãgolo, a, f, g, & perche tutto il lato, f, c, d, g, è maggior delle dette due linee, f, c, & g, d, sera etiam, per communa scientia, maggiore delli duoi lati, a, g, et. a, f, laqual cosa è impossibile, per la uigesima del primo, ch'un lato d'un triangolo sia maggior delli altri duoi lati, immo sempre bisogna che sia minor, come nella detta uigesima del primo se dimostra. Seguita adonque che tirando dal centro. f, al centro, g, la linea, f, g, non puo transire per altro loco che per lo ponto, a, che è il proposito.

Theorema.12. Propositione.13.

12/13 Se uno cerchio toccarà un'altro cerchio, di dentro, ouer di fuora, lo toccherà solamente in un luogo.

Ma se pur fusse possibile che un cerchio tocchi un'altro cerchio di dẽtro, ouer di fuora i due luoghi, poniamo primamẽte che'l cerchio, a, b, c, d, sia toccado dal cerchio,

chio,e,b,f,d,nelli duo ponti,b,et d,tirando adonque dal ponto,d,al ponto,b,la linea,b,d,la qual linea,b,d, per la seconda di questo cadera di dentro di ambidui li detti cerchij, & diuidendola in doe parti equali nel ponto g, & dal ponto, g, tirando la linea, a,g,c,orthogonalmente sopra la detta linea,b,d,quel la (per lo correlario della prima di questo) transira ꝑ ambidue li centri delli detti dui cerchij,adonque la linea,a,g,c, trãsirà per li duoi centri delli detti duoi cerchij cõtingẽti, et nõ passaria per alcun delli duoi põti,b,& ,d,laqual cosa è impossibile (per la precedẽte propositione) seguita adõque che vno cerchio nõ puo esser toccado d'alcun altro cerchio di dẽtro via ĕ piu de vno luogo solo, che è il primo proposito, hor vegniamo alla demostratione del secondo, & poniamo che'l cerchio,a,b,c,d, (se possibile è ꝑ l'aduersario) sia toccado dal cerchio,a,K,c,de fuora via nelli duoi põti,a,et,c,tirando adonque dal ponto,a,al ponto,c, la linea,a,c,quella caderia fuora del cerchio,a,K,c,la qual cosa è impossibile (per la seconda di q̃sto,) adonque seguita il proposito. Anchora ꝑ q̃sto altro modo se fusse possibile che un cerchio possa tocar di dentro via vn'altro cerchio in duoi luoghi, ouer in duoi ponti, poniamo che'l cerchio,a,b,c,d, sia toccado dal cerchio,e,b,f,d,nelli duoi põti,b,et,d,& poniamo che'l ponto,g,sia il centro del cerchio,a,b,c,d, et lo ponto, h,sia il centro di l'altro cerchio,e,b,f, d, hor tirando dal centro,g,al centro,h,la linea,g,h, & quella produr indiretto da ambedue le parti quella passerà (per la precedente) per duoi ponti,b,& , d, come se vede far alla linea,b,d,adonque perche la,h,g, è maggior della,b,h,(sua parte) & la,g,d,è equal, per la diffinitione del cerchio, alla g, b, adonque per cõmuna scientia la, g, d, serà maggior della detta b, h, & se la,g,d,è maggior della detta, b, h, molto piu maggiore serà tutta la, h,d, della ditta,b,h,& perche il ponto,h,è centro del cerchio,e, b,f,d,dal che la linea, h,d, seria equal, per la diffinitione del cerchio,alla linea,h,b,& gia hauemo prouato che la è molto maggiore,adonque e impossibile che la,h,d,possa esser maggiore, & equale alla,h,b,seguita adonque che'l cerchio,e,b,f,d, non puo toccare il cerchio,a,b,c,d,saluo che in uno ponto solo,che e il proposito.

Theorema. 13. Propositione. 12.

23 Se in vn cerchio seranno piu linee rette, che siano equal fra loro, le necessario
14

serio che quelle siano equalmente distante dal centro, & se quelle seran equalmente distante dal centro, e necessario che siano fra loro equale.

Sia il cerchio, a, b, c, d, il centro del qual sia il ponto, e, nel qual cerchio siano le due linee, a, d, & , c, b, lequal se seranno equale fra loro, dico che seranno equalmente distante dal centro, e, & per lo contrario se le dette due linee seranno equalmente distante dal centro, e, dico che fra loro seranno equale, perche se noi poniamo prima che le sian equale produrò dal centro, e, le due linee, e, f, & e, g, perpendicolare sopra alla, a, d, & , b, c, dil che la linea, a, d, per la terza di questo serà divisa in due parti equali nel ponto, f, similmente la linea, b, c, nel ponto, g, anchora dal centro, e, io tirarò le quattro linee, e, a, e, d, e, b, e, c, & serà costituido li duoi triangoli, e, a, d, & , e, b, c, & perche li duoi lati, e, a, et a, d, del triangolo, e, a, d, sono equali alli duoi lati, e, c, & , b, c, del triangolo, e, b, c, (per la diffinitione del cerchio) & la basa, a, d, serà etiam equal alla, c, b, dil che (per la ottava del primo) l'angolo, a, d, e, serà equale all'angolo, b, c, e, & perche li duoi lati, e, d, & , d, f, del triangolo, e, d, f, sono equali alli duoi lati, e, c, & , c, g, del triangolo, e, c, g, (perche la, d, f, è equal alla, c, g, perche tutta, a, d, fu posta equale alla, b, c, però la mità de, a, d, (che è, d, f,) serà equal alla mità de, b, c, (che è, g, c,) & l'angolo, d, è equal all'angolo, c, dil che la basa, e, f, (per la quarta del primo) serà equal alla basa, e, g, & perche queste due base veneno dal centro, & sono perpendicolare sopra le dette due linee, a, d, & , b, c, seguita adonque, per la quarta diffinitione di questo, che le dette due linee, a, d, & b, c, siano equalmente discoste dal centro, che seria la prima parte del proposito.

Anchora p un'altro modo la puotemo dimostrar dicēdo il quadrato della, e, d, (p la penultima del primo) val tanto quāto li duoi quadrati delle due linee, e, f, & f, d, & similmēte il quadrato della, e, c, val tanto quanto li quadrati delle due linee, e, g, & , c, g, & perche il quadrato della, d, e, è equale al quadrato della, e, c, et lo quadrato della, d, f, al quadrato della, c, g, seguita adonque che'l quadrato della, e, f, sia etiā equale al quadrato della, e, g, & per cōmuna scientia, la e, f, seria equale alla, e, g, & così è manifestā la medesima prima parte, hor veniamo alla seconda ponēdo che le due linee, a, d, & , b, c, siano equalmente discoste dal centro, cioe che la, e, f, sia equale alla, e, g, come vuole la quarta diffinitione di questo, dico che la, a, d, è equale alla, b, c, perche le due linee, e, d, & , e, c, sono equale, per la diffinitione del cerchio, li loro quadrati seranno etiā equali, similmente li duoi quadrati delle due linee, e, f, & , e, g, seran etiā equali, per esser le dette due linee equal dal presupposito cavādo adonque del quadrato della, e, d, il quadrato della, e, f, et del quadrato della, e, c, il quadrato della, e, g, li duoi rimanēti, p la terza cōcettione, seranno etiā equali li quali duoi rimanēti l'uno serà per la penultima del primo, il quadrato della linea, d, f, l'altro serà il quadrato della linea, c, g, dil che se'l quadrato della, d, f, è equale al quadrato della, c,

la, c,

la,e,g,sequita che la,d,f,sia equale alla,e,g,& se la,d,f,è equale alla,e,g,il doppio della,d,f,cioè la,d,a,serà equale al doppio della,e,g,cioe alla,c,b,e questa è la seconda parte del proposito.

Theorema.14. Propositione.15.

14 Se in un dato cerchio seranno piu linee rette il diametro serà maggior de
15 ciascuna delle altre,& quelle che seranno piu propinque al detto diametro seranno piu longhe di quelle che gli seranno piu lontane.

Sia come in lo cerchio,a,b,c,d,il centro dil quale sia il põto,e,nel qual caschino piu linee lequale siano a,b,a,c,a,d,f,g,h,K,& sia la linea,a,e,d,del diametro del detto cerchio.dico la detta linea,a,e,d,essere la piu longhissima de cadauna delle altre,& la linea f,g,esser piu longa della linea,h,K,per essere piu propinqua al detto diametro,a,e,d,et similmẽte la linea a,c,e maggiore,per la medesima causa,della linea,a,b,Et per dimostrar questo dal centro,e,alla estremità delle dette linee,io tirerò le linee,e,b,e,c,e,f,e,g,e,h,e,K,& perche li duoi lati,e,f,& e,g,del triangolo,e,f,g,sono maggiori,per la uigesima del primo,del lato,f,g,& li predetti duoi lati insieme sono equali al diametro,a,e,d,perche ciascuno di loro sono la mità del diametro,per la diffinitione dil cerchio,adõque il diametro,a,d,per communa scientia,serà etiam lui maggiore del ditto lato,f,g,& per la medesima ragione serà etiam maggiore della,a,c,& cosi ancora serà maggior,de,h,K,etiam de,a,b,ma che,f,g,sia maggior de,h,K,& a,c,de,a,b,se manifestarà in questo modo,perche li duoi lati,e,f,& e,g,del triangolo,e,f,g,sono equali alli duoi lati,e,h,e,K,del triangolo,e,h,K,perche tutte nanno dal centro alla circonferentia,& l'angolo,f,e,g,è maggiore dell'angolo,h,e,K,la basa,f,g,per la uigesima quarta del primo,serà maggiore della basa,K,h,similmente ancora li duoi lati,a e,& e,c,del triangolo,a,e,c,& sono equali alli duoi lati,a,e,& e,b,del triangolo,a,e,b,& l'angolo,a,e,c,è maggiore del angolo,a,e,b,dil che la basa,a,c,serà maggior,per la detta uigesima quarta del primo,della basa,a,b,& cosi il proposito uien a esser concluso.

Theorema.15. Propositione.16.

15 Se dall'un di termini del diametro de alcun cerchio serà dutta orthogonal
16 mente una linea retta le necessario che quella cada di fuora del detto cerchio & fra quella è il cerchio le impossibile che gli possa capire altra linea retta. E l'angolo contenuto de quella,& dalla circonferentia è piu acuto de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette,e l'angolo fatto di dentro dal diametro,e dalla circonferantia e maggiore de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette.

Sia il cerchio,a,b,c,descritto sopra il centro,d,il diametro del quale sia la linea,a,c, Dico che tirando dal pōto,a,una linea che sia ppendicolare alla linea, a,c,quella tal ppēdicolare de necessita caderà de fuora del detto cerchio,& fra quella linea,ouer perpendicolare,e la circonferētia del detto cerchio nō è possibile che gli possa capire alcun'altra linea retta. E l'angolo cōtenuto dalla detta linea, ouer ppēdicolare, & dalla circonferētia del detto cerchio è minore de ogni angolo rettilineo,(cioè che sia contenuto da due linee rette)& quello angolo contenuto dal diametro,del detto cerchio,& dalla circonferentia è maggiore de ogni angolo acuto contenuto pur da linee rette .lequal cose se dimostrāno a una per una.hor comminciando dalla prima dico che tirando dal ponto,a,una linea retta perpendicolare al diametro,a,c,de necessita caderà de fuora del detto cerchio,& se pur fusse possibile,per l'aduersario, che potesse cadere di dentro poniamo che quella cada come fa la linea,a,b,dal centro, d,produro la linea, d, b,& serà constituido il triangolo,d,a,b,dil quale li duoi lati,d,a,& d,b,sono equali,perche uanno dal centro alla circonferentia,dilche li duoi angoli, d,a,b, & d,b,a,per la quinta del primo,seran equali,& per esser la linea,b,a,perpēdicolare sopra,a,c,per il presupposito,l'angolo,b,a,d, sarebbe retto dilche ancora l'angolo,d,b,a,seria pur retto,donde il triāgolo,a,b,d,haueria doi angoli retti, laqual cosa è impossibile,per la trigesima seconda del primo,seguita adonque che tirando dal ponto,a,una perpendicolare al diametro,a,b,quella de necessita caderà de fuora.hor poniamo che quella tal perpendicolare sia la linea,a,e, hor dico che fra la detta linea,a,e,& la circonferentia non è possibile che gli possa capire alcuna linea retta,& se pur fusse possibile,per l'aduersario,poniamo che gli capisca la linea,a,f,alla qual linea,a,f,dal centro,d,produremo una perpendicolare laqual poniamo, se possibile è,che quella sia la linea,d,g,& perche l'angolo,d,g,a,del triangolo,d,a,g,seria retto donde l'angolo,g,a,d,per la trigesima seconda del primo,ueria esser menor d'un angolo retto dilche il lato, a, d, per la decima nona del primo, seria maggiore del lato, d, g, (per esser opposito a maggior angolo) laqual cosa è impossibile, anci la detta, d, g, seria maggior di lei per quella parte che passa di fuora dil cerchio, cioè dalla circonferentia al ponto,g,p laqual cosa seguita che fra la detta linea, a,e, & la circonferētia,a,b,nō puo capirli alcuna linea retta,& per questo se manifesta che l'angolo contenuto dalla circonferētia,a,b,& dalla linea retta,a,e,(ilquale è detto angolo della contingentia) è minore de ogni angolo cōtenuto da due linee rette - ma se alcun angolo rettilineo potesse essere equale,ouer minor dell'angolo della contingenti a quello tal angolo se potria diuidere,per la nona del primo, in due parti equale,dil che seguiria che fra la linea,a,e, & la circonferentia,a,b,potesse capirli una linea retta,laqual cosa è impossibile,come de sopra è sta dimostrato p laqual cosa se manifesta che l'angolo cōtenuto dal diametro,a,c,et dalla circōferentia

rentia

zentia esser maggior de tutti li angoli acuti contenuti de due linee rette perche non è differente dall'angolo retto se non in l'angolo della contingentia, ilquale hauemo dimostrato esser minore de ogni angolo rettilineo.

Correlario.

15/16 Donde el se manifesta anchora che ogni linea retta dutta da l'un di termini del diametro de alcun cerchio orthogonalmente quella esser contingente con lo detto cerchio, & che la detta linea retta tocca il detto cerchio solamente in un ponto, perche egli è dimostrato nella seconda de questo, che una linea tirata dall'un all'altro de dui ponti posti in la circonferentia d'un cerchio quella cade di dentro segando quello, laqual cosa bisognaua dimostrare.

Anchora per cose dette di sopra le da esser notado che'l non uale questa argumentatione che dice questo transisce dal minore al maggiore, & per tutti li mezzi. Adonque transisce etiam per lo equale. Ne anchora quest'altra che dice trouandosi il minor & lo maggior d'una cosa, è possibile trouar etiā lo equale laqual cosa se manifesta in questo modo, sia il cerchio, a, b, descritto sopra il centro, c, il diametro del quale sia la linea, a, c, b, & dal suo termine, a, sia dutta la linea a, d, ortogonalmente laqual sarà per lo corellario di questa contingente con lo cerchio, a, b, nel ponto, a, sia anchora descritto sopra il ponto, a, secondo la quantità del diametro, a, b, il cerchio, b, e, d, & sia imaginato la linea retta, a, b, essere mouesta sopra il ponto, a, per la circonferentia dell'arco, b, e, d, talmente che'l ponto, b, numeri tutti li ponti dell'arco, b, e, d, per fina a tanto che quella peruenga alla linea, a, d, cuoprendo quella, & per che l'angolo, b, a, d, è retto il serà come il non sia possibile pigliar alcuno angolo acuto che la linea, a, b, non habbia fatto uno con lo diametro del cerchio minore, cioè con la linea retta, a, c, b, stabile a lui equale, perche quella ha transito all'angolo retto numerando il sito de tutti li angoli acuti di quali è manifesto alcuni essere minori dell'angolo de mezzo cerchio, contenuto dalla circonferentia, a, b, & dal diametro, a, c, b, e l'angolo retto le manifesto esser maggiore de quello medesimo. Dico che nel transito fatto dalli angoli acuti minori all'angolo retto maggiore nissuno fra mezzo ne sia fatto che sia a quello equale, & se pur fusse possibile ch'ella ne habbia costituido alcuno poniamo che'l sia quello, che habbia fatto la linea, a, b, mobile quando il ponto b, è gionto sopra il ponto, e, dall'arco, b, e, d, perche adonque l'angolo, e, a, b, è equale all'angolo del detto semicerchio, ma l'angolo del detto semicerchio è lo amplissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette, per l'ultima parte di questa, dilche l'angolo, e, a, b, seria etiam lui amplissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette. Sia adonque diuiso l'angolo, e, a, d, in

due parti equale, per la nona del primo, per le linee, e, f, dilche, per commune scientia, l'angolo, f, a, b, serà piu ampio dell'angolo, e, a, b, per laqual cosa seguiria che alcun angolo acuto rettilineo serà piu ampio del an pissimo, laqual cosa è impossibile, ancora se puo procedere in quest'altro modo ponendo pur che l'angolo e, a, b, sia equale all'angolo del semicerchio, & perche l'angolo del semicerchio con l'angolo della contingentia sono equali all'angolo retto similmẽte l'angolo, e, a, b, con l'angolo, e, a, d, è equale a uno angolo retto dilche l'angolo, e, a, d (per commune scientia, saria equale all'angolo della contingẽtia, & perche l'angolo della contingẽtia è acutissimo de tutti li angoli acuti contenudi da linee rette, per la tertia parte di questa, l'angolo adonque, e, a, d, a lui equale serà etiam acutissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette. Ma l'angolo, e, a, f, per commune scientia, è molto piu acuto di lui, adonque il saria alcun angolo rettilineo piu acuto de l'acutissimo cioe di quel della contingentia, laqual cosa e impossibile, come di sopra in questa fu dimostrato. Adonque non serà alcun angolo rettilineo equale all'angolo del semicerchio cõtenuto dalla mita della circonferẽtia, a, b, & dal diametro, a, c, b, & perche la linea, a, b, mobile transisce dal minore al maggiore, & per tutti li mezzi & non per lo equale. similmẽte perche il se puo trouare un'angolo maggior etiam minor, del detto angolo del mezzo cerchio, contenuto de linee rette & tamẽ nõ se ne puo ritrouare un che gli sia equale, egli manifesta la oppositione contra all'una e l'altra argumentatione predetta. Onde a quello è da essere resposto per destruttione.

Problema.2. Propositione.17.

16 Da un dato ponto, a un dato cerchio puotemo menare una linea retta toc-
17 cante.

Come sia il dato põto, d, e il dato cerchio, a, b, il cẽtro del qual sia il ponto, c, voglio dal põto, d, menare una linea retta che tocchi il cerchio, a, b, produco la linea d, c, laqual segharà la circonferẽtia del detto cerchio a, b, nel ponto, a, sopra laquale descrivo il cerchio, d, e, secondo la quantità della linea, d, c, sopra il medesmo cẽtro, c, & dal ponto, a, produco la linea, a, e, perpẽdicolare alla linea, d, c, laqual seghe la circõferẽtia dil cerchio, d, e, in lo ponto, e, & produtto la linea, e, c, seghãte la circõferẽtia dil cerchio, a, b, in lo põto, b, e, dipoi produco la linea, d, b, laqual serà toccãte il cerchio, a, b, nel detto ponto, b, perche li duoi lati, a, c, & c, e, del triangolo, a, c, e, sono equale alli duoi lati, b, c, & c, d, del triãgolo, b, c, d, et l'angolo, c, è commun all'un e l'altro dilche, per la quarta del primo, l'angolo, c, a, e, serà equale all'angolo, d, b, c, ma l'angolo, c, a, e, è retto, per laqual cosa l'ãgolo, d, b, c, serà *b,c, serà etiam retto. Adonque per lo correlario della precedente la linea, d, b, serà toccante il cerchio, a, b, che è il proposito.*

Theorema 16. Propositione 18.

17/18 *Se una linea retta tocca un cerchio, e dal toccamento al centro si mena una linea retta è necessario che la sia perpendicolare sopra quella che tocca.*

Sia la linea, a, b, laqual tocchi il cerchio, c, e, nel ponto, c, il centro delquale cerchio sia il ponto, d, & sia congionto il detto ponto, c, con lo centro, d, per la linea, c, d. Dico questa tal linea, d, c, essere perpendicolare sopra la linea, a, b, che tocca, & se quella non fusse perpendicolare sopra la detta linea, a, b, (per l'aduersario) poniamo adonque che quella sia la linea, d, f, cioe che la linea, d, f, sia perpendicolare sopra la detta linea, a, b, la qual segharà la circonferentia del cerchio in ponto, e, dilche l'uno e l'altro delli duoi angoli, che sono al, f, son retti, adonque l'angolo, f, c, d, (per la trigesima seconda del primo) serà minor d'un retto, dilche serà etiam minor dell'angolo, d, f, c, seguita adonque che'l lato, d, c, per la decima nona del primo, sia maggior del lato, d, f, laqual cosa è impossibile che'l minor sia maggior del maggior donde el si manifesta, d, c, esser perpendicolare sopra della, a, b, che è il proposito.

Theorema 17. Propositione 19.

18/19 *Se una linea retta toccarà uno cerchio, & dal ponto del toccamento nel detto cerchio si meni orthogonalmente una linea retta in quella medesima è necessario esser il centro.*

Come sia la linea, a, b, toccante il cerchio, c, e, nel ponto, c, & dal ponto, c, sia dutto dentro del detto cerchio, c, e, una perpẽdicolare alla linea, a, b, laqual sia la linea, c, e, dico che'l centro del detto cerchio, c, e, è nella linea, c, e, questa è al contrario della precedente, e se possibile è che il detto centro non sia in la detta linea, c, e, de necessità serà in qualch'altro loco de fuora di essa linea, c, e, poniamo adõque che'l sia il põto, d, io produrò la linea, d, c, laqual linea, d, c, per la precedẽte seria pp̃dicolare sopra alla linea, a, b, laqual cosa è impossibile conciosia che la linea, c, e, fu posta perpẽdicolar sopra di detta linea, a, b, dilche nõ è possibile che ambedue possano esser perpendicolare sopra di quella nel medesimo ponto, c, perche il seguiria questo disconueniente che l'angolo, d, c, a, fusse equale.

equale all'angolo, e, c, a, perche ambiduoi fariano retti, feguita adonque che'l centro del detto cerchio, c, e, (non poſſando eſſer fuora della linea, c, e.) ſia in eſſa linea, c, e, che è il propoſito.

Theorema 8. Propoſitione 20.

19/20 *Se in un cerchio ſerà conſtituito uno angolo ſopra il centro, & uno altro ſopra la circonferentia, liquali habbino una medeſima baſa de circonferentia l'angolo del centro ſerà doppio all'angolo della circonferentia.*

Come ſia il cerchio, a, b, c, il centro del quale ſia il ponto, d, nel quale ſia l'angolo, a, d, c, ſopra il centro & l'angolo, a, b, c, ſopra la circonferentia & ſia l'un & l'altro de detti angoli ſopra la medeſima baſa, laqual è la circonferentia, a, c. Dico che l'angolo, a, d, c, e doppio allo angolo, a, b, c, laqual coſa ſe approuerà in queſto modo, perche le due linee, a, b, & b, c, ouer incbiudeno di dentro da loro le due linee, a, d, & d, c, ouer che una di quelle paſſerà ſopra l'una di loro facendoſi con quella una ſol linea, ouer che una delle dette due linee, a, b, & b, c, ſegarà una delle dette due linee, cioè, a, d, ouer, c, d. Sia adonque primamente che le due linee, a, b, & b, c, incbiudeno di dentro da loro le due linee, a, d, & d, c, come in la prima figuratione appare, & ſia produtto la linea, b, d, e, (& per la 32. del primo) l'angolo, a, d, e, di fuora è equale alli duoi angoli di dentro liquali ſono, b, a, d. &, a, b, d, del triãgolo, a, b, d, et perche li detti duoi angoli, d, a, b, & d, b, a, ſono equali fra loro, per la quinta del primo, l'angolo, a, d, e, ſerà doppio all'angolo, a, b, d, ſimilmẽte anchora l'angolo, e, d, c, ſerà doppio all'angolo, d, b, c, per laqual coſa tutto l'angolo, a, d, c, è doppio a tutto l'ãgolo, a, b, c, ch'è il propoſito. Ma ſe una delle due linee, a, b, et b, c, paſſaſſe ſopra una delle due linee, a, d, & c, d, talmente che faceſſino inſieme una linea ſola, come nella ſeconda figuratione appare, dico anchora che l'angolo, a, d, c, è doppio all'angolo, b, per la detta quinta & trigeſima ſeconda del primo pur ſe manifeſta, perche l'angolo a, d, c, di fuora è equale alli duoi angoli, d, b, c, & d, c, b, di dentro liquali ſono equali, per la detta quinta, però l'angolo, a, d, c, ſerà doppio all'angolo, d, b, c, che è il propoſito. Ma ſe una delle due linee, a, b, & c, b, ſegarà una delle due linee, a, d, & c, d, come nella tertia figuratione appare doue la linea, a, b, ſega la linea, d, c, ſia produtta la linea, b, d, e, donde per le ragion dette nella ſeconda figuratione l'angolo, e, d, c, è doppio all'an-

e l'angolo,d,b,a,similmente tutto l'angolo,e,d,c,e pur doppio a tutto l'angolo,d,b,c,per laqual cosa l'angolo,a,d,c, e doppio l'angolo,a,cioe,a,b,c,se tutto l'angolo,e,d,c,e doppio a tutto l'angolo,e,b,c,et cioe l'angolo,e,d,a,parte di tutto l'angolo,e,d,c,e doppio all'angolo,d,b,a,ch'e parte de tutto l'angolo,d,b,c, per commune scientia,e il residuo,a,d,c,sera etiam doppio al residuo,a,b,c,ch'e il proposito.

Il Tradottore.

El testo di questa soprascritta propositione,tolto secondo che parla la prima tradottione patenia oppositioni assai,perche lui dice che se in un cerchio sia constituido un'angolo sopra il centro,et un'altro sopra la circonferentia liquali habbiano una medesima basa lo inferiore sera doppio al superiore, laqual cosa non seguitara se in un cerchio,qual sia il cerchio,a,b,c, di questa quarta figuratione sia tirata una linea retta,qual sia la,a,c,et congiongendo le due estremita di quella con il centro,d,etiam con un ponto tolto nel arco,a,b c,qual

sia il ponto,b,sera constituido li duoi angoli,cioe l'angolo,a,d,c,sopra il centro, & l'angolo,a,b,c,sopra la circonferentia liquali hanno una medesima basa che e la detta linea,a,c,e niente dimeno l'angolo,a,d,c,sopra il centro non e doppio all'angolo,a,b,c,sopra la circonferentia,come facilmente si puo provare,& pero piu correttamente parla il testo della seconda tradottione,qual vuol che li detti angoli habbiano equal circonferentia,cioe equal basa de circonferentia e non de linea retta,e pero tutto quel spacio,che e atterno all'angolo,a,d,c,e doppio all'angolo,a,b,c,perche hanno una medesima basa di circonferentia che e la circonferentia,a,e,c,& per dimostrarlo io tirarò la linea,b,d,& quella alongarò per fine alla circonferentia in ponto,f,& perche l'angolo,c,d,f,per la prima parte della trigesima seconda del primo,e equale alli duoi angoli,d,b,c,& ,d,c,b,liquali seno equali,per la quinta del primo,e pero venira a esser doppio all'angolo,d,b,c,e per le medesime ragione l'angolo,f,d,a,sera etiam doppio al angolo,a,b,d,e pero tutto il spacio composto delli detti duoi angoli,c,d,f,& f,d,a,sera doppio a tutto l'angolo,a,b,c,che e il proposito.

Theorema.15. Propositione.21.

20 Se in una portione di cerchio sieno molti angoli sopra del arco constituidi,
21 sieno infra loro equali.

Come sia in la portione,a,d,b,del cerchio,a,d,b,il centro di qual sia il ponto,f, sieno molti angoli sopra l'arco,a,d b,della portion maggior liquali sono, c, d,et e,quelli dico esser equali fra loro,et per dimostrare questo sia tirata la corda,a,b,et

dalle

dalle sue due estremità siano dutte al cētro,f,le due linee,a,f,& b,f, dil che l'angolo,a,f,b,cōstituido sopra il centro (per la precedente) serà doppio a cadauno di loro,seguita adonque che cadauno delli detti tre angoli,c,d,&,e, sia la mita de l'angolo,f,dil che (per la 7.concettione) seranno equali,che è il proposito.

Il Tradottore.

Per le demostrationi di sopra adutte è manifesto il proposito,in quanto alla portion maggiore, ma se li detti angoli seranno sopra l'arco della porti ne menore,come in la seconda figura appare (per quel che demostrassimo sopra la precedente è manifesto il proposito)perche cadauno delli detti angoli è la mitade di qlla qualità di spatio che circonda l'angolo, f,onde per la settima cō cettione seguita il detto ppposito.

Theorema.20. Propositione.20.

21 Se dentro a uno cerchio serà descritto uno quadrilatero, qualunque duoi
22 angoli contrapositi di quello è necessario esser equali a duoi angoli retti.

Sia il quadrilatero,a,b,c, descritto di dentro dal cerchio,a,b,c,d,qual sia cosi conditionato che tutti li suoi quattro angoli termini a pōto in la circoferētia del detto cerchio. Dico che qualunque duoi angoli cōtrapositi di quello, sono equali a duoi angoli retti. Et per dimostrar questo tirarò li duoi diametri del detto quadrilatero,cioe,a,c,& ,d,b,& per la precedente,l'angolo,c,b,d,serà equale all'angolo, c,a,d, & l'angolo,a,b,d,similmente serà equale all'angolo a,c,d,per laqual cosa tutto l'angolo,a,b,c,serà equale alli duoi angoli, a,c,d,& c,a,d,del triangolo,a,d,c, & perche li ditti duoi angoli insieme con altro angolo,a,d,c,per la trigesima secōda del primo,sono equali a duoi angoli retti,seguita adonque che tutto l'angolo,a,b,c,insieme con tutto l'angolo,a,d,c, a lui opposito,sono equali a duoi angoli retti,che è il proposito,similmente ancora se approuerà li duoi angoli,d,a,b,& d,c,b,contrapositi,esse equali a doi angoli retti,

Theorema.20. Propositione.23.

22 Egli è impossibile a constituire due portioni di cerchio simile, & inequale
23 sopra una assegnata linea retta da una medesima parte.

Sia la assegnata retta linea,a,b,sopra della quale sia fatta la portiō di cerchio

a,b,c,

a,b,c, Dico che sopra la medesima linea dalla medesima parte non se potrà cosi fare vn'altra portione di cerchio, che sia simile a quella, & che sia maggiore, ouero minore di lei. Ma se questo fusse possibile sia fatto adonque la portion, a, d, b, maggiore di quella, tamen sia simile a lei, sia fatto anchora l'angolo, a, c, b, in la portion minore, & l'angolo, a, d, b, in la portion maggiore, serà adonque che le due linee, a, d, & b, d, inchiudeno di dētro da loro le due linee, a, c, & b, c, come appare in la prima figuratione, ouer che vna delle due prime se farà vna medesima linea con vna delle secōde, come in la secōda figuratione si manifesta, ouer che vna segarà l'altra, come in la terza figuration si dimostra, ma sel serà al primo modo l'angolo, c, per la vigesimaprima del primo, serà maggior dell'angolo, d, adōque per la duodecima diffinition di questo, non son simile, ma sel serà al secōdo modo, al presente l'angolo, c, per la sestadecima del primo serà maggiore del l'angolo, d, ne cosi adōque le dette due portioni seranno simile, per la detta duodecima diffinition di questo, ma se serà al. 3. modo, cioè che la linea, a, d, seghi la linea, c, b, & seghi la circōferētia della portion minore nel ponto, e, e sia dutta la linea, b, e, l'angolo, a, e, b, per la medesima decimasesta del primo, e maggiore dell'angolo, d, & perche l'angolo, e, e nella medesima portion minore doue e etiā l'angolo, c, dalche, per la vigesimaprima di questo serà equale al detto angolo, c, seguita adōque che sel āgolo. c. e maggiore dell'āgolo d, similmēte l'angolo, c, serà etiā maggiore del ditto angolo, d, per laqual cosa a niū modo le dette dui portioni sono simile, per questo medesimo modo anchora

tu approuerai che sopra la linea, a, b, non puo esser fatto vna portione simile alla portione, a, c, b, menore de quella, ponendo, c, in lo loco del, d, & el, d, in lo loco del, c, in le precedente figuratione, l'angolo, d, per la detta. 21. & 16. del primo procedendo per lo modo fatto di sopra, serà in tutte le dette tre figuratione maggiore dell'angolo, c, per laqual cosa le dette, portioni non serāno simile. Et nota che abenche sia proposto sopra una medesima linea non posser esser fatto due portion simile inequale da una medesima parte, nientedimeno seguita la verità che le non puon anchor esser fatte da diuerse parte, cioe vna da una parte de detta linea, e l'altra dall'altra, perche eglie licito ponear come la minore, la qual e da vna parte, soprapposta alla maggiore, laqual e dall'altra parte, il sarà necessario, per lo conuerso modo della ottaua concettione, quella esser eccedута dalla maggiore, adonque per la presente. 23. non seranno simile, che e il proposito.

Theorema. 22. Propositione. 24.

23 Se simile portioni di cerchij sono sopra linee equale, quelle portioni e ne-
24 cessario che siano equali.

Siano

Siano le due linee, a, b, & c, d, equal sopra lequale siano le duoi portioni di cerchi, a, e, b, & c, f, d, le quale siano simili. Dico quelle medesime esser equale, & se possibile è che non siano equali vna di quelle posta sopra all'altra la maggiore eccederà la minor (per lo conuerso modo della penultima concettione) ma la linea a, b, non eccede la linea, c, d, ne quella è eccedota da lei (conciosia che sono equale dal presupposito) per la qual cosa seguiria il contrario della precedente, che è impossibile, seguita adonque che le dette portioni siano equale, che è il proposito.

Problema. 3. Propositione. 25.

24 Puotemo compire il cerchio de vna data portione, o sia maggiore, ouer
25 minore d'un mezzo cerchio.

Per questa conclusione, la intentione è questa, de ogni dato arco, ouer de ogni data parte de cerchio compire il cerchio. Sia adonque, a, b, c, qual si voglia arco, del qual voglio compire il circolo, tirarò in quello due linee casschuna come si voglia, lequali sieno, a, c, & b, d, lequali diuidendo io in due parti equali, cioe la, a, c, in ponto, e, & la, b, d, in ponto, f, & tirando la, e, g, perpendicolare alla, a, c, & la f, h, perpendicolare alla, b, d, le quali si segbono fra loro in ponto, K, (& per lo correlario della prima di questo) il centro del cerchio serà in l'una & l'altra delle due linee, e, g, & f, h, per la qual cosa il ponto, K, e il centro, ma se la, e, g, nõ segha la, f, h, ma siano vna sol linea, si come serà se le due linee, a, c, & b, d, siano equidistante, allhora quella se applicarà alla circonferẽtia del dato arco dall'una e l'altra parte adonque diuisa quella per mitade ĩ ponto, K, iui serà il cẽtro del dato cerchio (per il detto correlario) anchora le dette due linee, e, g, & f, h, non puon esser equidistante perche conciosia che il centro del detto cerchio sia in l'una e l'altra (p il detto correlario) seriano duoi centri del medesimo cerchio, & cosi per q̃sto modo tu puoi de ogni arco, ouer de ogni portione, cõmunamente demostrare qualmente se cõpisse il suo cerchio, tamen perche il si vede l'authore in questa conclusione variare secondo le diuerse specie delli archi di tutte le portioni, numerando le specie, demostraremo diuisamente per le specie, qualmente se compisse il cerchio di ogni data portione. Sia adonque primamente la data portione, a, b, vn mezzo cerchio (& per la diffinitione del mezzo cerchio) la linea, a, b, serà il diametro diuisa adonque quella per mezzo in ponto, c, il detto ponto, c, serà il centro

del

del cerchio: sia ancora la portion .a.c.b. maggior del mezzo cerchio la corda della qual sia la linea .a.b. laqual divido in due parti equali in põto .d. dalqual conduco la .d.c. perpendicolar a quella, cõciosia che la portiõ .a.c.b. sia maggior del mezzo cerchio, la .a.d. serà minor del mezzo diametro, & la .d.c. è maggior del mezzo diametro, adonque la .d.c. è maggior che la .a.d. adonque, per la .19. del primo l'angolo .c.a.d. è maggiore dell'angolo .a.c.d. sia adonq; fatto l'angolo .c.a.e. per la vigesima tertia del primo, è equal all'angolo .a.c.e. prodatta la linea .a.e. laqual seghi la linea .c.d. in põto .e. & per la sesta del primo, la linea .a.e. serà equale alla linea .e.c. sia adonque tirata la linea .e.b. & per la quarta del primo la linea .e.b. serà equale alla linea .a.e. per laqual cosa le tre linee .a.e. e.b. e.c. sono equale, adonque, per la nona di questo il põto .e. è il centro del cerchio. sia anchora la portione .a.c.b. menore del mezzo cerchio, dellaquale la corda sia la .a.b. laquale divido in due parti equali in ponto .d. dal qual conducono la linea .c.d.f. perpendicolare alla linea .a.b. laqual seghi la circonferentia in ponto .c. & è manifesto questa transire per il centro, per il correlario della prima di questo, ancora tiro la linea .a.c. e l'angolo .a.c.d. serà maggior di l'angolo .c.a.d. perche sel fusse equale seria la portione .a.c.b. un mezzo cerchio, & sel fusse menore seria maggiore d'un mezzo cerchio, & è posto che sia menore, adonque tiro la linea .a.e. che faccia con la linea .a.c. un angolo equale al angolo .c. & seghi la linea .c.f. in ponto .e. & è manifesto che il ponto .e. cade di fuora della portion, & tiro la linea .e.b. & perche lo angolo total .a. è equale al angolo .c. per la sesta del primo, la linea .e.a. è equale alla linea .e.c. et perche, per la quarta del primo, la linea .e.b. è equale alla linea .e.a. per la nona di questo, il ponto .e. è centro del cerchio, per laqual cosa è manifesto il proposito secondo tutte le specie delle portioni di cerchi.

Theorema. 23. Propositione. 26.

$\frac{25}{26}$ Se in cerchi equali over sopra il centro, over sopra la circonferentia siano angoli equali e necessario quelli cascare sopra archi equali.

Siano dui cerchij equali, cioe il cerchio .a.b.c. il cẽtro dilqual sia il ponto .d. & il cerchio .e.f.g. il centro dilquale sia il põto .h. & sopra li cẽtri di q̃lli siano fatti li duoi angoli .a.d.c. et .e.h.g. liquali siano posti equali. dico che li duoi archi .a.b.c. & .e.f.g. sono equali fra loro, la qual cosa se dimostra in q̃sto modo. siano tirate le due linee .a.c. et .e.g. et siã fatti li duoi

angoli

angoli in la circõferẽtia de quelli che fiano sopra li predetti archi, liquali siano l'angolo.a.b.c.et l'angolo.e.f.g.perche adõque li detti duoi cerchij sono equali

li suoi mezzi diametri, per la prima diffinitione sono equali. & perche li duoi angoli.d.et.h.sono equali le due linee.a.c.& e.g. per la quarta del primo, sono equali, & per la uigesima di questo, l'angolo.b. serà equale all'angolo.f.che cosa che l'angolo.d.si è equal all'angolo.h. & l'uno e l'altro e doppio a quello che è cõstituido sopra della circonferẽtia del suo arco, pe ro l'angolo.b.per cõmuna sententia, serà equale al l'angolo.f.adonque, per la penultima diffinitione di questo le due portioni.a.b.c.& e.f.g.sono simili, & pche sono sopra le due linee. a.c.& e.g.equale quelle serãno, per la uigesima quarta di questo, equale fra lo ro, per laqual cosa l'arco.a.b.c.serà equale all'arco.e.f.g.Ma se li duoi angoli. b.& f.(liquali sono sopra della circonferentia) seran posti equali (per la detta diffinitione) le dette portioni seranno simili, & l'angolo.d.serà par, per la detta uigesima, equale all'angolo.h.& perche li cerchi sono posti equali, per la quar ta del primo, le due linee.a.c.& e.g.seranno equale, per laqual cosa le due por tioni.a.b.c.& e.f.g.per esser simile & sopra le due linee.a.c.& e.g.equale se ranno, per la detta uigesima quarta di questo, etiam fra loro equale si come pri ma, & l'arco.a.b.c.serà per equale all'arco, e.f.g.& per la terza communa sen tentia, l'arco.a.i.c.serà etiam equale all'arco, e, k, g, che è il proposito della se cõda tradottione, perche in quella solum conclude che l'arco.a.i.c.è equal cõ l'arco, e.k.g.niente per questo modo se uerifica l'una e l'altra.

Theorema.24. Propositione.27. conuersa della precedente.

26/27 Se in cerchi equali si toglie archi equali li angoli formati sotto quelli, o sia no costituidi sopra li centri de quelli, ouer sopra le circonferẽtie le necessario che siano equali.

Siano li duoi cerchi equali. l'uno sia il cerchio.a, b, c, il cẽtro del quale sia il põto.d. l'altro sia il cerchio. e, f, g, il cẽtro del quale sia il ponto.h.& sia li doi ar chi.a.b.c.et.e.f.g.equali, et siano fatti sopra alli det ti archi duoi angoli sopra il cẽtro liquali siano.d.h, dutte le linee, a, d, c, d, e, h, g, h, Et anchora sopra li medesmi archi siano fatti duoi altri angoli in la circonferentia liquali siano, b, & f. dutte le linee, a, b, c, b, e, f, & g, f, dico li duoi ango li, d, &, h, esser fra loro equali, & ancor li duoi altri angoli.b. & .f.esser par fra loro equali laqual cosa se dimostra in que sto modo. Se li detti duoi angoli, d, & h, non sono fra loro equali, per l'ad uersario, l'un serà maggior dell'altro. hor poniamo che l'angolo.h. se possi bile è, sia maggior dell'angolo. d. del angolo.h.ne sia tagliato, ouer seghato

l'angolo

l'angolo k,h,g.il qual sia equal all'angolo.d.cioe sopra il ponto h.sia fatto l'angolo k.h.g.(per la vigesima terza del primo)equale al angolo d,(& per la precedente)l'arco k.e.f.g.serà equale all'arco a,b,c,ma li dui archi.a.b.c.& e.f.g.sono posti equali.seguiria adonque(per la prima commune sententia)che l'arco.e.f.g fusse equale all'arco k,e,f,g,laqual cosa è impossibile (per l'ultima commune sententia,)seguita adonque che li dui angoli d.& e,h.g,siano equali. Anchora per simil modo tu approuerai li dui angoli b.& f.esser equali,overo havendo provato che li dui angoli d.& h.son equali seguita(per la vigesima di questo)li dui angoli b.& f.esser equali,et econuerso. Anchora con simile proceder se approua quello che dice la presente propositione in la seconda tradutione,cioe che se in cerchij equali li angoli che sono deduti sopra equale circonferentie sono fra loro equali o siano al centro,over alla circonferentia,cioe se la circonferentia.a.c.sia posta equale alla circonferentia e.g.delli detti dui cerchij equali li angoli d,e,h,fatti sopra il centro(deduti sopra le dette due circonferentie equale) seranno equali(e se non fussero equali per l'aduersario)l'uno seria maggiore di l'altro,& ponendo per che l'angolo h fusse maggiore dell'angolo d, & segado per da l'angolo h.lo angolo K.h.g,equale all'angolo d.seguiria(per quello fu concluso in fin della precedente)che la circonferentia k,g fusse equale alla circonferentia.a.c & per la prima commune sententia)la circonferentia K.g.seria equale alla circonferentia e,g,che è impossibile(per la ultima commune sententia)si che ambedue hanno uno medesimo procedere,abenche l'una concluda diversamente dall'altra,provando una vien a esser provata etiam l'altra.

Theorema. 25. Propositione. 28.

27 Se in cerchij equali, linee rette equale, rasegbino archi. anchora quel-
28 li archi è necessario esser equali cioe il maggiore al maggiore il minore al minore.

Siano li dui cerchij equali a,b,c,et d,e,f,et q̃li siano le due linee rette b,c,et e,f,equale,lequal segbino li dui archi(b.a c.& e.d.f.)maggiori & li dui archi, b,g,c,& e,h,f,menori,dico che l'arco b.a.c.maggiore e equale all'arco e,d,f,maggiore & l'arco b.g.c,minore et equal all'arco e,h,f,perche essendo ritrovati li centri de detti cerchij(per la prima di questo)liquali siano k,l.& siano congionti. K.b.k,c.l.e,& l.f.& perche di cerchij equali li suoi semidiametri sono anchora equali (per la prima diffinitione di q̃sto)adonque due linee b, k.et K,c.son equale alle due linee l.e.et l.f.e la basa b,c, (p il pp̃osito)equale al la basa.

basa e.f. adonque l'angolo b.k.c. (per la 8. del primo) è equal a l'angolo e.l.f. & li angoli equali (per la 26. di questo) caseno sopra archi equali, adonque l'arco b.g. c. e equale all'arco e.h.f. & tutto il cerchio a. b. c. è equal tutto il cerchio. d.e.f. adonque il rimanente arco b.a.c. (per la 3. commune sententia) e equale al rimanente arco e.d.f. adonque in li cerchi equali se linee rette equale secchin li archi di detti archi seranno de necessita equali, cioe il maggiore al maggiore, il minore al minore, che è il proposito.

Il Tradottore.

El testo di questa soprascritta propositione in la prima tradottione e tutto corotto concludendamente parla, come in essa appare.

Theorema. 26. Propositione. 29.

28/29 Li archi equali de cerchij equali e necessario c'habbiano corde equale.

Siano li doi cerchij equali, a.b.c. il centro del qual, e il ponto, d. & f.g. il centro del quale e il ponto h. & sia l'arco a.b.c. e equale all'arco e.f.g. dico che la corda, ac c. è equale alla corda e.g. et per dimostrar questo siano tirate le linee d.a. d.c. e. c. h. g. & per la vigesima settima di questo) l'angolo d. serà equale all'angolo, h. per la qual cosa la basa, over corda a.c. (per la quarta del primo) serà equale alla basa, over corda, e.g. che e il proposito, e nota che tutte le passioni che hauemo approuate de diversi cerchij equali quelle piu fortamente intenderai esser vere de vno medesimo cerchio.

Problema. 4. Propositione. 30.

29/30 Puotemo diuidere vno arco dato in due parti equali.

Sia dato l'arco ouero circonferentia, a b c. qual sia di bisogno da diuidere in due parti equale sia tirata la corda, a, c, & quella sia diuisa in due parti equali in ponto, d. & dal ponto d. (per la vndecima del primo) sia tirata la perpendicolar. d.b. laqual sega la circonferentia del dato arco in ponto b, ilqual ponto b. dico che

diuide

divide il dato arco in due parti equali, & per dimostrare quello fia tirate le due linee b,a, b,c, lequale feranno equale (per la quarta del primo) laqual cosa l'arco, a b (per la prima parte della vigesima ottava di quello) serà equale all'arco, b, c, che è il proposito.

Theorema 27. Propositione 31.

30 / 31 Se vno angolo de linee rette è fatto nel mezzo cerchio ilquale stia sopra l'arco, certo quello angolo è retto. Ma se la portione del cerchio doue è l'angolo è maggior del mezzo cerchio, all'hora quel angolo sia menore che'l retto. Et se la portione del cerchio, doue è l'angolo è menore del mezzo cerchio, allhora quello angolo è maggior del retto. E anchora ogni angolo della portione maggior del mezzo cerchio è maggior che'l retto, & ogni angolo della portione menore del mezzo cerchio è menor del retto.

Sia il cerchio, a, b, c, (il centro del qual sia il ponto d, è il diametro a, d, c,) e fatto se nel mezzo cerchio a, b, c, sopra la circonferentia l'angolo, a, b, c, (menate le linee a b, et b, c,) dico l'angolo, a, b, c, essere retto, & per dimostrar tal cosa, sia tirato dal l'angolo, b, al centro, d, la linea, b, d, & perche le due linee, d, a, & d b, (del triangolo, a, b, d, sono) equale (per la diffinition del cerchio) l'angolo, a, (per la quinta del primo) serà equale all'angolo, a, b, d, & per le medesime ragione l'angolo, c, serà equale all'angolo, d, b, c, & perche l'angolo, c, d, b, per la 32. del primo, è equale alli duoi angoli, a, & a, b, d, dalche (per communa scientia) serà doppio all'angolo, a, b, d, & per le medesime ragione l'angolo, a, d, b, serà etiam doppio all'angolo d b, c, adunque li duoi angoli, c, d, b, & a, d, b, insieme sono doppi a tutto l'angolo, a, b, c, & perche li detti duoi angoli c, d, b, & a, d, b, per la terzadecima del primo, sono equali a duoi angoli retti adonque tutto l'angolo, a, b, c, serà la mità di duoi angoli retti, per laqual cosa

serà retto che è il primo proposito. Anchora per questo altro modo se puo dimostrar l'il detto angolo, a b c, esser retto, sia produtta la linea, c, b, fin a al ponto, e, l'angolo, a, b, e, esteriore (per la trigesima 32. del primo) serà equale alli duoi angoli, a, & c, & perche l'angolo, a, è equale all'angolo, a, b, d, & l'angolo, c, all'angolo, d b c, l'angolo adonque, a, b, e, viene a esser equale a tutto l'angolo, a b, c, adonque l'uno e l'altro, per la decima diffinitione del primo, serà retto. El secondo proposito se manifesta in questo modo, sia il cerchio, a b c, il centro del quale sia il ponto d, nelquale sia la portion, a b c, maggiore del mezzo cerchio, la corda dellaquale sia la linea, a, c, & sia fatto sopra la circonferentia di qual la l'angolo.a.b.c.(dutte le linee.a.b.et.b.c.) dico quello tal angolo esser minor d'un retto,& per dimostrar questo sia tirato il diametro.a.d.e.& la linea.e.b. hor dico che l'angolo.a b e.(per la prima parte di questa)e retto,per laqual cosa l'angolo.a.b.c.serà minor del retto(per la ultima commune scientia)conciosia che quello è parte del retto,e cosi è manifesto il secondo proposito. El tertio se delucide rà in questo modo siano un'altra fiada in lo cerchio.a.b.c.(il centro delqual sia il ponto.d.)la portione.a.b.c.la corda dellaquale sia la linea.a.c.laqual portione è minore del mezzo cerchio,& sia fatto sopra la circonferentia di quella l'angolo.a.b c.(dutte le linee.b.a.& .b.c.)dico quest'angolo.a b c.esser maggior del retto,laqual cosa se dimostra in questo modo. Sia protratto dal ponto.a il diametro.a.d.e.& dal ponto.e.la.linea.e.b. l'angolo.a.b.e.(per la prima parte di questa) e retto per laqual cosa l'angolo.a.b.c.e maggiore di lui,e però il nostro tertio proposito serà manifesto, el.4.el.5. se approuerà in questo modo,siano in lo cerchio.a b c d (il centro delquale è il ponto.e.)la portione.a b c.maggiore del mezzo cerchio la corda della quale è la linea.a c.& la portione.a.d.c.minor del mezzo cerchio,la corda dellaquale è la medesima linea retta.a.c. dico l'angolo contenuto dall'arco.b.a.& dalla corda.a.c.esser maggior del retto.& l'angolo contenuto dal l'arco.d.a.& dalla corda.a.c.esser minor del retto,& per dimostrar questo,dal ponto.c.sia dutto il diametro c.e.b.& dal ponto.b.la linea.b.a.fina al.f.dilche l'angolo.b.a.c.(per la prima parte di questa)serà retto et (per la tertia decima del primo)l'angolo f.a.c.similmente serà retto,perche adonque l'angolo b.a.c.è par te dell'angolo contenuto dall'arco.a b.& dalla corda

a.c.però è minor di lui(per la ultima concettione)che'l quarto proposito. Et perche l'angolo contenuto dall'arco.d.a.& dalla corda.a.c.è parte dell'angolo.f a c, che è retto,adonque serà minor di lui,per laqual cosa è manifesta tutta questa conclusione de cinque membri.

Correlario.

c 31 Da qui è manifesto che se un'angolo d'un triangolo serà equal alli altri dui angoli del detto triangolo quel angolo è retto,& è conuerso quando li dui angoli d'un triangolo seranno equali all'altro terzo quelli seràno equali a un'angolo retto.

Anchora delle due ultime parti della sopra scritta propositione si manifesta la instantia,ouer oppositione contra quelle due argumentationi,allequale demostrassemo anchora la instantia,ouer oppositione in la sesta decima di questo,pero che

che el se transisse dall'angolo della portione minore del mezzo cerchio il quale è minor del retto (per la ultima parte di questa) all'angolo della portione maggiore del mezzo cerchio, il quale è maggiore del retto (per la penultima parte di questa) nondimeno el non se transisse per lo equale, conciosia che ogni portione del cerchio sia over mezzo cerchio, over minore, over maggiore del mezzo cerchio, ma conciosia che l'angolo del mezzo cerchio sia tanto quanto l'angolo della portione minore (per la prima parte della sestadecima di questo) cioè minor del retto (per la ultima parte di questa) & l'angolo della portione maggiore sia maggiore del retto: & nientedimeno el non serà angolo de alcuna portione, ne simplicemente alcuno contenuto dalla circonferentia & da una linea retta, ne retto, ne equale a uno retto. Ma accio che questo piu chiaro sia manifesto sia in lo cerchio.a.b.c. il centro del quale sia il ponto.d. la linea.a.b. alla quale non sia determinato fine dalla parte.b. segando dal medesmo cerchio la portione minore & l'angolo di quella serà (per la ultima parte di questa) minor del retto. sia il diametro di questo cerchio la linea.a.d.c. & sia imaginato la linea.a.b. esser mossa verso la parte.c. sopra il ponto.a. laquale tanto quanto che la serà de qua dal ponto.c. overo in lo medesmo ponto.c. coprendo il diametro.a.d.c. quel la serà con l'arco l'angolo menor del retto, ma in ogni ponto oltra il pōto.c. come seria in ponto.e. quella farà, per la penultima parte di questa, l'angolo magior del retto. adonque el se transisse dal minore al maggiore e non per lo equale, e secondo che in li angoli de rette linee el se puo trovar un'angolo maggiore dell'angolo del mezzo cerchio & uno minore, e tamen non se puo trovare lo equale, come fu dimostrato in la sestadecima di questo, similmente in li angoli delle portioni el se puo trovare il maggiore, etiam il minore del retto, & nientedimeno el non se puo ritrovare lo equale, come se manifesta in questa demostratione.

Theorema. 28. Propositione. 32.

31/32 Se una linea retta toccara un cerchio, & dal ponto del toccamento sia tirata una linea retta nel detto cerchio laquale seghi il detto cerchio, e non passi per lo centro di quello, quella fa duoi angoli con la linea che tocca, che cadaun di quelli sono equali alli duoi angoli che stanno sopra l'arco in le portioni alterne.

Sia la linea retta.a.b. laqual tocchi il cerchio.c.d.e.f. in ponto.b. il centro del qual cerchio sia il ponto.g. & dal ponto.d. sia dutta la linea.d.f. nel detto cerchio segante quello, e non passi per lo centro.g. & siano fatti l'angolo.d.e.f. sopra la portiō.d.e.f. dutte le linee.e.d. & .e.f. et l'angolo.d.c.f. che stia sopra l'arco della portione.d.c.f. dutte le linee.c.d. & .c.f. dico l'angolo.c. essere equal al

l'angolo.b.d.f.& l'angolo.c. all'angolo.a.d.f.Et q̃ dimostrare q̃sto sia dutto il diametro.d.g.h.& la linea.f.h.e per la decima ottaua di q̃sto, la linea.d.h. serà perpẽdicolare sopra de.a.b.& per la prima parte della precedente, l'angolo.d.f.h.serà retto, per la qual cosa li dui angoli.a.d.h,et.d.f.h.sono equali, giõtoli adonque cõmunamẽte lo angolo.h.d.f.tutto l'angolo.a.d.f.serà equale alli dui angoli liquali sono.d.f.h.& .h.d.f.ma q̃sti dui cõ l'angolo.h. sono equali a dui angoli retti, per la trigesima secõda del primo, adonque l'angolo.a.d.f.con l'angolo.h. sono equali a dui angoli retti, ma l'angolo.a.d.f.cõ l'angolo,b,d,f, sono similmente equali a dui angoli retti, per la tertiadecima del primo, adõque l'angolo.b.d.f.è equale all'angolo,h, & perche l'angolo,e,per la uigesima prima di questo e similmente equale all'angolo,h, seguita adõque per la prima cõmuna sciẽtia, l'angolo,b,d,f, esser equale all'angolo,e, che è il primo proposito, & perche li angoli,e,& .c.sono equali a dui angoli retti per la uigesima seconda di questo & similmẽte li dui angoli.a.d.f.& .b.d.f.sono, per la tertiadecima del primo etiam loro equali a dui angoli retti di che, per commune scientia, l'angolo. e.serà equal angolo,a,d,f, ch'è il secõdo proposito anchora questo secondo se puo dimostrar in quest'altro modo se l'angolo,a,d,f, con l'angolo,h, sono equali a dui angoli retti, come di sopra fu dimostrato, & l'angolo, c, con l'angolo,h, similmente sono equali a dui angoli retti, per la uigesima seconda di questo adõque l'angolo.c.per communa scientia, è equal all'angolo, d.f.che è il proposito.

Problema.5. Proposition.33

Sopra una data rettilinea puotemo descriuere una portione di cerchio recipiente un'angolo equale a uno angolo dato rettilineo.

Sia la data retta linea,ab,,et,c,il ditto angolo,sopra la linea,a,b,uoglio descriuer una portion del cerchio che riceua in la circõferẽtia uno angolo de rette linee equale all'angolo.c. adõque l'angolo c,ouer che lui è retto ouer che lui è maggiore del retto, ouer che lui è minor del retto hor sia primamente retto. Io diuiderò la linea,a,b, in due parti equai & descriuerò sopra di quella di quello il mezzo cerchio (et per la trigesima prima di questo) serà fatto il preposito, ma sel serà ottuso produrò la linea, d, e, con la linea, b, a, continēte l'angolo, b, a, d, equal all'angolo, c, e dal ponto, a. cōdurò la linea, a, e, perpēdicolare sopra la linea, a, d, & sopra il ponto, b, farò vn'angolo, per la 23. del primo equal all'angolo, e, a, b, nel quale lo ottuso eccede el retto, dutta la linea, b, f, q fina alla ppēdicolar, a, e, & per la sesta del primo, li duoi lati, f, a, f, b, del triangolo, f, a, b, sono equali et per tanto farò il ponto, f, centro d'vn cerchio, et sopra di quello descriuerò secondo la quantità della linea, f, a, il cerchio, a, h, b, la circōferentia del quale passarà etiā per lo ponto, b, (per esser la b, f, equale alla, f, a) (& per lo correlario della sestadecima di questo) la linea, a, d, serà contingēte il cerchio, per laqual cosa l'angolo il quale sia fatto in la portione, a, h, b, per la precedēte è equale all'angolo, d, a, b, & per la prima cōmuna sententia serà etiam equale all'angolo, c, che è il proposito, ma essendo l'angolo, c, acuto produrò la linea a, g, continente con la linea, a, b, vn'angolo equale a l'angolo, c, & dal ponto, a, produrò la linea, a, e, perpendicolare alla linea, a, g, & sopra il ponto, b, farò vn'angolo equale all'angolo, e, a, b, ī lo qual l'angolo retto eccede l'angolo acuto, dutta la linea, b, f, fina alla perpendicolare, a, e, onde per la sesta del primo, le due linee, f, a, & f, b, seranno equale, e per tanto fatto il ponto, f, centro di cerchio descriuerò secondo la quantità della linea, f, a, lo cerchio, a, K, b, la circonferētia del quale transirà etiā per lo ponto, b, per esser la, f, b, equale alla, f, a, & per lo correlario della sestadecima di questo, la linea, a, g, serà continēte il cerchio, p laqual cosa l'angolo il quale è fatto in la portione, a, K, b, è equale a l'angolo, g, a, b, per la precedente, & per la prima concettione, serà etiam equale al l'angolo, c, che è il proposito. Anchora se poseua procedere per quest'altro modo, cioe costituendo pur con la linea, a, b, nel ponto, a, per la vigesimaterza del primo l'angolo, g, a, b, equale all'angolo, c, & dal ponto, a, tirare la linea, a, e, per la vndecima del primo, perpendicolare alla linea, a, g, & per la decima del primo, diuidere la linea, a, b, in due parti equale in ponto, f, & dal ponto, f, produrre la linea, f, h, per la vndecima del primo perpendicolare alla linea, a, b, & dal pōto, h, doue la detta ppēdicolare, f, h, segha la linea, a, e, produrre la linea, h, b, & perche le due linee, a, f, et, f, b, sono equale, & la linea, f, h, è commune al triāgolo, a, f, h, et al triāgolo, f, h, b, adonque le due linee, a, f, et, f, h, del triāgolo, a, f, h, sono equale alle due linee, f, b, et, f, h, del triangolo, f, h, b, & l'angolo a, f, h, è equal all'angolo, h, f, b, per esser ciascun di loro retto dal presupposito, dil che la base, a, h, de l'uno serà equal alla basa, h, b, dell'altro, p la quarta del primo, adonque facēdo il ponto, h, cētro de un cerchio, et sopra quello descritto uno cerchio secondo la quantità de, h, a, la circonferētia di quello passerà per lo ponto, b, per esser la, h, b, equale alla, h, a, il qual sia il cerchio, a, b, e, & per lo corre-

lario della detta sestadecima di questo, la linea, e, g, tocca il cerchio nel ponto, a, per la qual cosa ogni angolo qual sia fatto in la portione, a, K, e, b, serà equale all'angolo, g, a, b, (per la precedente) & perche l'angolo, g, a, b, fu descritto equale all'angolo, c, seguita adonque che ogni angolo descritto in la detta portion a, K, e, b, serà equale all'angolo, c, che è il proposito, & cosi se poria procedere quando l'angolo, c, fusse maggior del retto, ideo.

Problema. 6. Propositione. 34.

33 Da vno dato cerchio potiamo tagliare una portione recipiente vn'ango
34 lo equale a vno dato angolo rettilineo.

Sia il dato cerchio, a, b, f, & , c, il dato angolo rettilineo, voglio dal cerchio, a, b, f, seghare vna portione la quale receua vno angolo equale all'angolo, c, produrò la linea, d, a, e, (per la decima settima di questo) che tocchi il dato cerchio in põto, a, dal quale producto la linea, a, b, (in lo detto cerchio) contineste con la linea, a, e, l'angolo, e, a, b, equale all'angolo, c, dal che la portione, a, f, b, (per la trigesima seconda di q̃sto) serà recipiẽte vno angolo equale all'angolo, e, a, b, & perche l'angolo, e, a, b, fu posto equal all'angolo, c, adonque la portione, a, f, b, per cõmuna scientia, serà recipiente vn'angolo equale all'angolo, c, che è il proposito.

Theorema. 29. Propositione. 35.

34
35

Se in vno cerchio due rette linee si seghano fra lor quello che procede da vna parte d'una de dette linee nell'altra parte de quella medesima e equal a quello rettangolo che e contenuto sotto al le due parti dell'altra linea.

Siano le due linee, a, c, et, b, d, lequal se seghã fra lor in lo cerchio, a, b, c, d, sopra il põto, e, dico che lo rettangolo che vien fatto dalla parte, a, e, in la parte, e, c, e equale a q̃llo che viene fatto della parte, b, e, i la parte, e, d, perche ouer che ambedue le dette linee trãsirãno per lo cẽtro del cerchio, ouer solamente una di quelle, ouero niuna. hor poniamo primamẽte che ambedue passino per lo centro come in la prima figura appare. Adonque il ponto, e, serà il centro del cerchio, & tutte le quattro linee, e, b, e, d, e, a, e, c, seranno equale, per la diffinitione del cerchio, per laqual cosa il proposito è manifesto, ma se vna sola de quelle passerà per lo centro & sia quella la, b, d, & il centro del cerchio sia il ponto, f, certamente

la, b,

la,b,d,segherà la,a,c,in due parti equali, ouer in due parti nõ equali ponimo prima che quella la seghi in due parti equali serà adõque per la prima parte della tertia di questo la linea,a,c,seghato orthogonalmẽte della detta linea, b, d,ꝑ tãto sia,dutta la linea,f, c, & per la quinta del secondo q̃llo che vi è fatto della,

b,e,in la,e,d,cõ lo quadrato della,e,f, serà equale al quadrato della linea, f, d, cioe al quadrato della linea,f,e,& perche il quadrato dalla detta linea,f,e,è equale ꝑ la penultima del primo alli duoi quadrati delle due linee,e,f,et,e,c,adõque quel che è fatto della,b,e,in la,e,d,cõ lo quadrato della,e,f, serà equale alli duoi quadrati delle dette due linee, e,f,& ,e, c, adonque leuãdo communamẽte da l'una e l'altra parte il quadrato della,e,f, ꝑ la tertia cõmune sentẽtia li duoi rimanenti seranno etiã equali,cioe quello che è fatto della,b,e,in la e,d, serà equale al quadrato della linea,e,c,& perche la,e,c,è equale alla,a,e,il proposito è manifesto ma se la,b,d,(laquale transisce per lo cẽtro)segherà la,a,c,in due parti nõ equale,come in questa tertia figuratione appare,del centro,f,sia dutta la,f,g,perpẽdiculare sopra la,a,c,dil che la a,g,per la,2. parte della tertia di questo serà equale alla,g,c,sia dutta anchora la linea,f,c,onde per la detta quinta del secõdo,quello che è fatto della,b,e,in la,e,d, col quadrato della, e,f, serà equale al quadrato della,f,d,cioè al quadrato della,f,c, & perche il quadrato della detta linea,f,c,(per la penultima del primo) è equale alli duoi quadrati delle due linee,f,g,& ,g,c,seguita adonque che quello che è fatto della,b,e,in la,e,d,co'l quadrato della linea,f,e,equal alli duoi quadrati delle due linee,f,g, & g, e,et perche il quadrato della detta linea,f,e,è equale

alli duoi quadrati delle due linee,f,g,& g, e, per la detta penultima del primo per esser l'angolo, e, g,f, retto adonque quello ch'è fatto della,b,e, in la, e, d, con li duoi quadrati delle due linee,f,g,& ,g,e,serà equale alli duoi quadrati delle due linee, g, c,& ,g, f, tolendo adonque cõmunamente dell'una e l'altra parte il quadrato della linea,g, f, resterà quello che è fatto della,b,e,in la,e,d, col quadrato solo della linea,g,e,equale al quadrato della linea,g, c, ma per la quinta del secõdo quel che è fatto della,a,e, in la, e, c, col quadrato della linea,g,è anchora lui equal al medesimo quadrato della,g,c,seguita adonque per communa sententia che quello che e fatto della,b,e,in la,e, d, co'l quadrato della linea,g,e,e equale a quello che e fatto della,a,e,in la,e,c,co'l quadrato della linea,g,e,tolendo adonque dall'una e l'altra parte il quadrato della linea, g, e, restarà per la tertia communa sententia quello che è fatto della, b, e, in la, e,d, equale a quello che vien fatto della,a,e,in la,e,c,che e il proposito.Ma se ne l'una ne l'altra de quelle transisse sopra il centro, ouer aueniente che una di quelle diuiderà l'altra in due parti equali, ouer in due parti non equali, hor poniamo

primamente che la linea, b, d, diuida la linea, a, c, in due parti equali in ponto, e, come in questa quarta figuratione appare, producerò la linea, g, f, e, h, diametro del cerchio che transisca per il ponto della diuisione di quelle, cioe per lo ponto, e, & perche la linea, g, h, (laqual transisce per lo centro del cerchio) diuide la linea, a, c, in due parti equali nel ponto, e, quel lo che è fatto della g, e, in la, e, h, è equale per lo secondo modo di questa conclusione a quello ch'e fatto della, a, e, in la, e, c, & perche la, g, h, diuide la, b, d, in due parti non equali per lo tertio modo di questa medesima conclusione, quello che è fatto della, b, e, in la, e, d, serà etiam lui equal a quello ch'è fatto del la, g, e, in la, e, h, adonque quello che vi e fatto della, b, e, in la, e, d, e equale a quello che e fatto della, a, e, in la, e, c, che e il proposito, ma se niuna de loro non diuide l'altra in due parti equali, come in questa vltima figuration appare, tirata pur la linea, g, f, e, h, diametro del cerchio che transisca pur per lo ponto, e, quello ch'e fatto della g, e, in la, e, h, serà equal per lo tertio modo di questa a quel che e fatto della, b, e, in la, e, d, & per lo medesimo serà etiam equale a quello che e fatto della, a, e, in la e, c, dilche per commune sententia quello ch'e fatto della, b, e, in la, e, d, seria etiam equale a quello ch'e fatto della, a, e, in la, e, c, che e il proposito.

Theorema. 30. Propositione. 36.

35 Sel se signarà vno ponto fuora d'un cerchio, & da quello si meni due li-
36 nee rette, al cerchio, l'una che seghi, & l'altra che tocchi il detto cerchio, quello che se contenerà sotto di tutta la linea segbante, & della parte estrinsica, serà equale al quadrato che se descriuerà della linea che tocca.

Sia il ponto, a, signato di fuora del cerchio, b, c, d, (il centro dil quale e il ponto e.) dal qual sieno dutte al cerchio le due linee, a, b, toccante, & la, a, c, segbãte il detto cerchio dico che q̃llo che vien fatto de tutta la, a, c, in la parte, a, d, equale al quadrato della, a, b, perche, ouer che la, a, d, c, passa per lo centro, ouero nõ ponimo prima che quella passi per il cẽtro (che e il põto .e.) et sia dutta la linea, e, b, laquale per la decimaottaua di questo serà perpendicolare sopra la linea, a, b, et perche la linea, d, c, e diuisa in due parti equali nel ponto, e, & a q̃lla e aggiõta la linea, d, a, serà per la sesta del secondo quello che e fatto della, c, a, ĩ la a, d,

col

col quadrato della linea,e,d,serà equale al quadrato della linea,e.a.& il quadrato della linea,e,a, per la penultima del primo,è quanto li duoi quadrati delle due linee,a,b,& e,b,per esser l'angolo,a,b,e.retto, adonque quello che è fatto della linea,c,a,in la parte. a,d,col quadrato della linea,e,b,serà equale alli duoi quadrati delle due linee,a,b,& b,e,et perche la e,d,è equale alla,e,b,per la diffinitione del cerchio, li loro quadrati seranno etiā equali, adonque quel che è fatto della,a,c,in la,a,d,col quadrato della,b,e, serà equale alli duoi quadrati delle due linee,a,b,& ,b,e, tolendo adonque communamente dall'una e dall'altra parte il quadrato della,b,e,restarà,per la tertia concettione, quel che è fatto della,c,a,in la,a,d,equale al quadrato della linea,a,b,che è il proposito;ma se la linea,a,d,c, nō trāsisse per lo centro,e,come in questa seconda figura appare,sia tirata la linea,a,f,e,g,sopra il cētro,e, & siano dutte le due linee,e,d,& ,e,b,& sia,e,h, perpendicolare sopra alla linea,a,d,c,& per la tertia di questo,la,d,h,serà equale alla,c,h,perche adonque la linea,d,c,e divisa per equale parti nel ponto,h,& a quella è aggionto la linea,a,d,per la sesta del secondo, quel che e fatto della,c,a,in la,a,d, col quadrato della,d, h,serà equale al quadrato della linea,a,h,onde aggionto a ciascuno il quadrato dela,h,e,quello che e fatto della,c,a,ī la,a, d,cō li quadrati delle due linee,d,h, & h,e,cioe col quadrato della,d,e,impero che il quadrato della,d.e,e quanto li duoi quadrati delle due linee,d,h,& ,h,e, per la penultima del primo,perche l'angolo,e,h,d,e retto serà equale alli duoi quadrati delle due linee,a,h,& ,h.e,cioe al quadrato della linea, a,e, per la penultima del primo, & il quadrato della,e,d,e equale al quadrato della,e, f, per la diffinitione del cerchio, adonque quello che e fatto della,c,a,ī la,a,d,col quadrato della,e.f,e equale al quadrato della,e,a,anchora per la ditta sesta del secondo, quello che e fatto della,g,a,in la,a,f,col quadrato della linea.f,e equale al quadrato della linea, a, e,per la qual cosa cadauno de essi rettāgoli fatti della, c,a,in la,a,d,& della,g,a,ī la.a,f, col quadrato della linea,e.f,e equale al quadrato della linea,a,e,a,però seranno equali fra loro,tratto adonque di ciascuno il quadrato della linea,e,f,serà quello che e fatto della,c,a,in la,a,d,equale a quello ch'e fatto della,g,a,ī la a,f,ma

quel

quel che è fatto della.g.a.in la.f.a.è equale al quadrato della linea,a,b,ꝙ lo pri mo modo di questa adunque quello che è fatto della,c,a, in la,a,d, è equale al quadrato della,a,b, che è il proposito. Da questa propositione si manifesta che quãto uno ponto è dato fuora d'un cerchio e da quello molte linee si menino nel cerchio segãdolo, quello che è fatto de tutte le linee nel la parte di fuora sian fra loro equali, perche ciascuno di quelli rettangoli sono equali al quadrato della linea che tocca, e ancora menãdo da quel ponto due linee che tocchino il detto cerchio de necessità quelle seranno fra loro equale, impero che'l quadrato di ciascuno serà equale al rettangolo fatto de tutta la linea segante in la parte di fuora, & questo piu euidentemente si mani festa per la penultima del primo, sia il ponto,a. segnato fuora del cerchio,b,c,d.il centro delquale sia il ponto.e. & da quello sian dutte le due linee,a.b.&,a,d, che tocchino li cerchi in li duoi ponti,b,d, dico le dette due linee esser fra loro equale, & per dimostrar questo produrò le linee,e,a,e,b,e,d, onde per la decimaottaua di questo, l'uno e l'altro di duoi angoli,b.&,d, serà retto e, per la penultima del primo, il quadrato della,a, e, serà equale alli duoi quadrati delle due linee,a,b,& b,e, similmẽte anchora alli duoi quadratti delle due linee,a,d,et,d,e, ꝑ laqual cosa li quadrati delle due linee,a,b,&,b,e. sono equali alli quadrati delle due linee a,d,&,d,e, & perche li quadrati delle due linee,e,b,&,e,d, per commune scientia, sono equali, per esser le due linee,e,b,& e,d, per la diffinitione del cerchio dilche li duoi quadrati delle due linee,a, b,& a,d, per la tertia concettione, seranno equali, adunque, per commune scientia, la,a,b,e, equale alla,a,d, che e il proposito, anchora ꝑ quest'altra uia, sia dutta la linea,b,d, per la quinta del primo, l'angolo,e,b,d, serà equale all'angolo,e,d,b, per esser la, e,b, equale alla,e,d, & perche l'uno e l'altro di duoi angoli,b,&,d, e retto serà, per commune scientia, l'angolo,a,b,d, residuo equale all'angolo,a,d,b, residuo, adonque per la sesta del primo, la linea,a,b, e equale alla linea,a,d, che e il medesimo proposito.

Theorema.31. Propositione 37.

36/37 Se'l serà segnato uno ponto fuor d'un cerchio dalqual sian dutte due linee rette alla circonferentia una segante l'altra alla circonferentia applicata,

plicata, e fussi dalla circonferentia la linea segante nella parte di fuora, equale al quadrato della linea applicata, di necessità quella linea applicata e toccante il cerchio.

Sia il ponto a segnato fuora del cerchio b.c.d. il centro del quale sia il ponto e, dal quale siano dutte al cerchio la linea a.b.d. segante quello, & la linea a.c. applicata alla circonferentia e sia quel che e fatto della d.a. in la a.b. equale al quadrato della a.c. dico la linea a.c. esser toccante, & questa e il converso della precedente, perche se la non e toccante, per l'adversario, sia adonque la a.f.e. per la precedente, quello che e fatto della d.a. in la a.b. serà equale al quadrato della a.f. onde il quadrato della linea a.f. seria equale al quadrato della linea a.c. per esser ciascun di lor equal a quello che è fatto di tutta a.d. in la parte a.b. adonque la a.c. (per commune scientia) seria equale

alla a.f. la qual cosa e impossibile per l'ottava di questo, adonque la a.c. serà toccante, che e il proposito) questo medesimo se approvarà anchora demostrativamente, sia la superior dispositione et il presupposito, & se la linea a.b.d. transisse per lo centro sia dutta la linea c.e. serà (per la 6. del secondo) quel che e fatto della d.a. in la a.b. col quadrato della e.b. equal al quadrato della a.e. ma per esser la e.b. equal alla c.e. per la diffinitione del cerchio, serà quello che e fatto della a.d. in la a.b. col quadrato della c.e. equale al quadrato della a.e. ma quel che e fatto della a.d. in la a.b. e posto equale al quadrato della a.c. adonque il quadrato della a.c. col quadrato della c.e. e equale al quadrato della a.e. adonque, per la ultima del primo, l'angolo c. e retto, onde, per lo correlario della sestadecima di questo, la linea a.c. serà toccante il cerchio che e il proposito ma se la a.b.d. non transisse per lo centro sia dutta dal ponto a. una linea transiente per lo centro, & perche quello che e fatto de tutta questa in la parte de fuora de essa linea e equale a quello ch'e fatto della d.a. in la a.b. di quella che non passa per lo centro, per la precedente, & perche quello che e fatto de tutta la linea a.b.d. che non passa per lo centro, in la parte a.b. e equale al quadrato della a.c. dal presupposito, serà etiam per commune scientia, quel che e fatto della linea a.d. transiente per lo centro in la parte a.b. equale al quadrato della a.c. diche la a.c. per le ragione dette, serà toccante il cerchio.

IL FINE DEL TERZO LIBRO.

LIBRO QVARTO DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

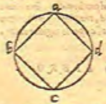
1/1 VNA figura rettilinea viene detta esser descritta in vn'altra figura rettilinea, quando ciascun'angolo delle figura inscritta tocca ciascun lato de quella in laquale è descritta.

Sia il triangolo, a, b, c, descritto di dentro del triangolo, d, e, f, talmente che ciascun'angolo del triangolo, a, b, c, tocca ciascun lato del triangolo. d, e, f. (in li tre ponti. a, e, b, c,) hor dico che'l triangolo, a, b, c, vien detto esser inscritto in lo triangolo, d, e, f, similmente se'l fusse il quadrato, a, b, c, d, descritto di dentro dil quadrato, e, f, g, h, talmente che ciascun angolo del quadrato, a, b, c, d, tocchi ciascun lato del quadrato, e, f, g, h, nelli quattro ponti, a, b, c, d,) dico che il quadrato, a, b, c, d, vien detto esser inscritto di dentro del quadrato, e, f, g, h, & cosi si deue intendere de ogni altra sorte de figura contenuta de linee rette.

Diffinitione. 2.

2/2 Similmente vna figura vien detta esser descritta cerca a vn'altra figura, quando ciascuno lato della circonscritta tocca ciascun angolo de quella cerca laquale è descritta.

Sia come è il triangolo, d, e, f, (della precodente) che ciascun lato di quello tocca ciascũ angolo del triãgolo, a, b, c, per laqualcosa il triangolo, d, e, f, vien detto esser descritto attorno al triangolo, a, b, c, & similmente il quadrato, e, f, g, h, vien detto esser descritto cerca al quadrato, a b c d perche ciascuno lato di quello tocca ciascuno angolo del detto quadrato, a b c d.



Diffinitione. 3.

0/3 Vna figura rettilinea vien detta esser descritta in vno cerchio, quando ciascaduno angolo della inscritta tocca la circonferentia dello cerchio.

Si come

Si come apparerà lo quadrato. a. b. c. d. che ciascuno angolo di esso quadrato tocca la circonferentia del cerchio a.b.c.d. (in li quattro ponti a.b.c.d.) per laqual cosa il detto quadrato vien detto esser descritto in lo detto cerchio et cosi serria detta ogni altra figura rettilinea.

Diffinitione. 4.

0/4 Ma vna figura rettilinea vien detta esser descritta circa a vn cerchio quando ciascun lato della circonscritta tocca la circonferentia del cerchio.

Si come accade al quadrato e.f.g.h. ilquale (perche ciascun lato di quello tocca la circonferẽtia del cerchio a.b.c.d.) in li quattro ponti a.b.c.d. vien detto essere descritto circa al detto cerchio a.b.c.d. & cosi serria detta ogni altra figura rettilinea.

Diffinitione. 5.

0/5 Similmente vno cerchio vien detto esser descritto in vna figura rettilinea, quando la circonferentia del detto cerchio tocca ciascun lato de quella tal figura in la qual e descritto.

Si come accade al cerchio a.b.c.d. (della figura precedente) il qual vien detto esser descritto in lo quadrato e.f.g.h. (perche la circonferentia di quello toca ciascun lato del detto quadrato e.f.g.h. & cosi seria detto quando cosi fusse in ogni altra figura rettilinea.

Diffinitione. 6.

0/6 Vno cerchio vien detto esser descritto circa a vna figura rettilinea quando la circonferẽtia del detto cerchio tocca ciascuno angolo de quella tal figura circa laquale è descritto.

Si come interuiẽ al cerchio a.b.c.d. ilquale (perche la sua circonferentia tocca ciascuno angolo della figura, a.b.c.d.e.f. rettilinea) vien detto esser descritto circa a essa figura rettilinea.

Diffinitione. 7.

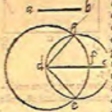
0/7 Vna retta linea vien detta conuegnire in vn cerchio quando li estremi di quella cadeno in la circonferentia del detto cerchio.

come appare alla linea a.b. laquale vien detta conuegnire in lo cerchio a.b.c

(perche

(perche li suoi duoi estremi, cioe li duoi ponti a. et. b. che sono il fine di quella) cadeno precisamente in la circonferentia del detto cerchio a. b. c.

Problema primo. Propositione prima.



1/1 Dentro à vno dato cerchio puotemo accommandare vna linea retta equale a vna data retta linea laquale non sia maggiore del diametro

Sia il dato cerchio c, d, e, il diametro del quale è la d, c, è la linea data a. b. laqual non e maggior del diametro c, d, voglio dentro del dato cerchio accommodare vna linea equale alla linea a. b. laqual se la ferà equale al diametro d, c, gia e fatto quello ch'e proposto perche in lo cerchio, d, e, c, e stata adatatta la linea retta, d, c, equale alla data linea a, b, ma sel diametro d, c, e maggiore di essa linea b, sia tolto dal diametro d, c, la parte d, f, per la tertia del primo, equal alla linea a, b, e sopra il ponto d, secondo la quantità della d, f, sia descritto il cerchio f, e, g, seghante il detto cerchio in duoi ponti g, & e, all'vno di quelli sia dutta, dal ponto d, vna linea retta come la d, e, ouer, d, g, & l'vna e l'altra di quelle sera equale alla linea a, b, perche l'vna e l'altra de esse linee d. e. & d. g, per la diffinition del cerchio, sono equal alla linea d, f, laqual fu posta equale alla detta linea a, b, per laqual cosa hauemo il proposito.

Problema. 2. Propositione. 2.

2/2 Dentro a vno dato cerchio puotemo collocare vn triangolo equiangolo a vn triangolo assignato.

Sia lo assignato triangolo. a, b, c, & lo assignato cerchio d, e, f, voglio dentro a questo cerchio collocare, vno triangolo equi angolo. al triangolo a, b, c, non è necessario essere equilatero. ma e ben possibile a essere, produro la linea g. d. h. toccante il cerchio in ponto de sopra ilqual facia l'angolo h. d. f. dutta la linea d, f, per la vigesima tertia del primo, equale all'angolo c, & similmente l'angolo g, d, e, dutta la linea d, e, equale al l'angolo, b, & tiro la linea e, f & per la trigesima seconda del tertio, l'angolo e, serà equale all'angolo h, d, f, & l'angolo h, d, f, fu constituido equale all'angolo.

c, adonque

Adonque (per commune scientia) l'angolo,e,serà equale all'angolo.c.& (per le medesime ragione l'angolo.f.serà equale al angolo,b,(per la qual cosa l'angolo, d,tertio del triangolo,e,d,f,serà equale (per la trigesima seconda del primo) all'angolo,a,che è similmente il tertio,del triangolo,a,b,c,per la qual cosa hauemo il proposito,cioe in lo cerchio,d,e,f,hauemo collocato il triangolo,d,e,f,che li suoi tre angoli sono equali alli tre angoli del triangolo,a,b,c,cioe ciascun al suo correspondente come volevamo.

Problema.3. Propositione 3.

3
3 Intorno a vno assignato cerchio, potemo descriuere vno triangolo equiangolo a vno triangolo dato.

Sia lo assignato triangolo,a,b,c,& lo assignato cerchio,d,e,f,(il centro delquale è il ponto,g,) intorno a quello cerchio voglio descriuere vno triangolo equiangolo al triangolo,a,b,c,(equilatero non e necessario ma è possibile) produco la basa,b,c,dall'vna e l'altra parte acciochè siano fatti li duoi angoli estrinsici, & dal centro,g,produco la linea,g,d,fina alla circonferentia & constituisco l'angolo,d,g,e(ducta la linea,g,e,) equal all'angolo,b,estrinsico & similmente l'angolo, d,g,f,(ducta la linea g,f,)equale all'angolo,c,estrinsico & dalli ponti,d,e,f,produco in l'vna e l'altra parte le linee orthogonalmente le quale(per lo correlario della sesta decima del tertio) seranno toccante il cerchio lequale linee toccanti produco da ciascuna parte fina a tanto che concorrano in li ponti.h.K.L.(il qual concorso approuaremo di sotto) perche adonque in lo quadrilatero,h,d,e,g,li duoi angoli,d,& e,sono retti seranno li duoi altri angoli,g,&,h.equali a duoi angoli retti conciosia che li quattro angoli di ciascun quadrilatero sono equali a quattro angoli retti (come è dimostrato supra la trigesima seconda del primo) & perche li duoi angoli,h,cioe lo intrinsico e lo estrinsico

sono similmente equali a duoi angoli retti(per la tertiadecima del primo ma l'angolo.h.estrinsico fu posto equal a l'angolo,e.g.e,serà adonque l'angolo.h.intrinsico (per commune scientia) equale all'angolo,b,anchora per simile ragione l'angolo. c,intrinsico è equale all'angolo.L.essendo adonque li duoi angoli,h,& l.del triangolo,h,l,K,equali alli duoi angoli,b,& .c.del triangolo.a.b.c.de necessità anchor l'angolo,K(per la.32.del primo, serà equale all'angolo,a,equiangoli,adonque sono li duoi triangoli,a,b,c,& h.l.k.siche atorno al cerchio.d.e.f.hauemo descritto il triangolo,h,l,k,equiangolo al triangolo.a.b.c.che è il proposito.

Hora ci resta a prouare come le tre linee contingenti in li detti tre ponti, d, f, e, protratte da ciascaduna parte di necessità cõcorreranno, perche li duoi angoli che sono al ponto, e, l'uno e l'altro è retto, e similmente l'uno e l'altro de quelli che sono al ponto, d, e, non retto, s'el sarà inteso con la mente esser tirata una linea dal, d, al, e, li duoi angoli liquali sono alla parte, h, seranno minori de duoi angoli retti, per laqual cosa protratte in quella parte le due linee, l, d, h, & k, e, h, (per la penultima petitione) concorreranno, & per la medesima ragion concorreranno, etiam le due linee, h, d, l, & k, f, l, & similmente le due, l, f, k, e, h, e, k, che è il proposito.

Problema. 4. Propositione. 4.

4/4 In uno dato triangolo puotemo descriuere uno cerchio.

Sia lo assignato triangolo, a, b, c, uoglio di dentro di questo triangolo descriuere uno cerchio, diuido li duoi angoli, a, & b, di questo triangolo (per la nona del primo) in due parti equali dutta linee, a, d, & la linea, b, d, lequali concorrano in lo ponto. d. dal qual ponto, d, duco le perpendicolare (per la duodecima del primo) alli tre lati del detto triangolo, liquali sono, d, e, d, f, & d, g, & perche l'angolo, a, de uno di duoi triangoli, e, d, a, & g, a, d, è equale all'angolo, a, dell'altro, e l'uno e l'altro di duoi angoli, e, & g, è retto, e lo lato, a, d, è cõmune, dilche la linea, d, e, (per la uigesima sesta del primo) serà equale alla linea, d, g, per la medesima ragione l'angolo, b, dell'uno de duoi triangoli, e, b, d, & f, b, d, è equale all'angolo, b, dell'altro, e l'uno e l'altro delli duoi angoli, e, & f, è retto, e ancora il lato, d, b, è commune, dilche (per la medesima uigesima sesta del primo) la linea, e, d, serà equale alla linea, e, f, per laqual cosa le tre linee, d, e, d, f, d, g, sono equale, fatto adunque il centro in ponto, d, & descritto il cerchio secondo la quantità de una de dette tre linee transirà (per la nona del tertio) per le altre due estremità, & perche ciascuna delle tre linee, a, b, b, c, & c, a, (per lo corelario della sestadecima del. 3.) serà toccante il cerchio descritto il proposito uien esser manifesto.

Problema. 5. Propositione. 5.

5/5 Circa uno triangolo assignato, sia quello orthogonio, ouer amblygonio, ouer oxygonio, puotemo descriuere un cerchio.

Sia il triangolo assignato, a, b, c, uoglio circa di lui descriuere uno cerchio, Diuido li suoi duoi lati, a, b, & a, c, (per la decima del primo) in due parti equali, cioè, a, b in ponto, d, & a, c in ponto, e, dalli quali ponti produco le perpendicolare (per la undecima del primo) alle linee, a, b, a, c, lequalle allongo fina tanto che quelle cõcorrano insieme in lo ponto, f, & siano, d, f, e, f, & quelle concorrano, perche l'uno

e l'altro

e l'altro delli duoi angoli.d.& e.e retto sel serà inteso esser tirata vna linea. del.d.e.al.e.li duoi angoli che se ranno fatti, alla parte doue seranno tirate seranno minori duoi angoli retti, per laqual cosa quelle concorreno (per la penultima petitione, adonque dal ponto.f. ilquale è il ponto del concorso, ilqual dico esser il centro del quesito cerchio tiro le linee a ciascun angolo lequal sono.f.a. f.b. f.c.& perche in lo triangolo.a.d.f. li duoi lati.a.d.d.f. sono equali alli duoi lati.b.d.& .d. f. del triangolo.b.d.f.& l'angolo.d.dell'uno è equale all'angolo.d.dell'altro, perche l'uno,e l'altro e retto, dilche, per la quarta del primo, la linea.a.f. serà equale alla linea.f.b.& per la medesima ragione la linea.f.c.serà equale alla linea.f.a.per esser similmente li duoi lati.a.e.& e.f.del triangolo. a.e.f.equale alli duoi lati. f.e. & e.c.del triangolo.c.e.f.&l'angolo.e.dell'uno all'angolo.e. dell'altro, adonque, per la nona del tertio, el ponto.f.serà il centro del quesito cerchio, questa uniuersal demostratione a ogni specie di triangolo.tamen perche il se uede auctore nel mezzo voler uariare disgiongendo intra lo triangolo orthogonio lo ambligonio, & loxigonio, dilche l'e da esser dimostrato di ciascun de quelli quale ne piace da per se.

sia adonque il trigono proposito orthogonio, e sia lo angolo a.retto, il lato, b.c. opposito al detto angolo retto diuiso in due parti equali in ponto.f.ilqual põto.f.dico essere il centro del quesito cerchio, & per dimostrare questo dal ponto.f.al mezzo dell'uno delli duoi altri lati ilqual sia il ponto.d.duco la linea. f. d. & perche la linea.f.d.diuide li duoi lati.a.b.& .b.c.del triangolo a. b.c.in due parti equali la detta linea.f.d.serà equidistante al tertio lato, cioe alla linea.a.c. (& questo fu demostrato sopra la trigesima nona del primo, & perche l'angolo.a.è posto retto serà, per la seconda e tertia parte della vigesima nona del primo, l'uno è l'altro di duoi angoli che sono al ponto.d.serà retto, sia adonque tirata la linea.f.a.& perche li duoi lati.a.d.& d.f.del triangolo.a.d.f. sono equali alli duoi lati.d.b.& d.f.del triangolo.d.b.f.& l'angolo.d.de l'uno è equale all'angolo.d.dell'altro la base.b. f.dell'uno, per la quarta del primo, serà equale alla base.f.a. dell'altro, & perche la linea.b.f.fu equale alla linea.f.c. dal presupposito. seranno, per commune sententia, le tre linee.b.f.a f.&.f.c.fra loro equal. p laqual cosa il ponto.f. per la nona del tertio, serà il centro del quesito cerchio. ancora

sia il dato triangolo a.b.c.ambligonio & sia l'angolo, a.ottuso il lato. b .c. che rissguarda questo angolo ottuso diuido in due parti equali in ponto.f.dal qual alli ponti di mezzo delli altri duoi lati quali sia.d.& e.duco le linee.f.d.& f.e.e per

 quelle

quello che fu demostrato sopra la trigesima nona del primo) la linea.h.d. serà equidistante al lato.a.c. & la linea.h.e.al lato,.a.b. per laqual cosa l'uno e l'altro delli duoi angoli.h.d.b.& .e.h.b.(per la vigesima nona del primo) seranno equali al l'angolo.a.& per tanto l'uno e l'altro de quelli serà acuto, dutte adonque le perpendicolari.d.f.alla linea.a.b.& .e.f.alla linea.a.c.sia a tanto che quelle concorrano in ponto.f.(ilqual dico esser il centro del cerchio quesito)ilqual concorso è manifesto per le ragion di sopra adutte & l'una e l'altra de quelle segar la linea.b.c.che riguarda l'angolo.a.acuto,& quelle concorrere de fuora del triangolo.a.b.c.(per lo converso modo della trigesima prima del terzo)altramente l'angolo retto seria equale al acuto,adonque dal ponto.f.il quale il ponto del concorso de quelle produco le linee.f.a.f.b.f.c.& perche li duoi lati.a.d.& d.f.del triangolo, a, d, f.sono equali alli duoi lati.d.b.& .d.f.dello triangolo.d.b.f.d.f.e l'angolo.d.dell'uno è equale allo angolo.

d.dell'altro(per esser ciascaduno de loro retto) la basa.f.b.dell'uno(per la quarta del primo)serà equale alla basa.a.f.dell'altro.& per le medesime ragione la basa.f.c.(del triangolo.e.f.c.) serà equale alla basa.a.f.(del triangolo.a.e.f.)dilche(per la prima commune sententia) le tre linee.f.b.f.a.f.c.seranno fra loro equale,onde(per la nona del terzo) il ponto.f.serà il centro del quesito cerchio, sia de nuovo che il triangolo a.b.c.sia ossigonio diviso tutti li lati di quello in doi parte equali,cioè il lato.a.b.in ponto.d.& lo lato,.a.c.in ponto.e.& .b.c.in ponto.h.tira le linee,.d.e.d.h.& e.h.(& per quello che fu demostrato sopra la trigesima nona del primo).d.h.serà equidistante al,.a.c.& .e.h.al.a.b.per laqual cosa l'uno e l'altro delli duoi angoli.h.d.b.& .e.h.b.(per la seconda parte della vigesima nona del primo)serà equale all'angolo,.a.e. per tanto l'uno e l'altro serà acuto,dutte adonque le perpendicolar cioe.d.f.alla linea.a.b.& .e.f.alla linea.a.c.e manifesto quelle concorrere dentro il triangolo.a.b.c.(altramente l'angolo retto se equaliaria allo acuto, over che seria menor de quello)e sia il ponto del concorso.f.ilquale dico essere il centro del cerchio.& per dimostrar questo,produco le linee.f.a.f.b.f.c.& perche li duoi lati.a.d.& d.f.del triangolo.a.d.f.sono equali alli duoi lati.b.d.& d.f. del triangolo b.d.f.& l'angolo.d.dell'uno equale all'angolo.d.dell'altro,onde(per la 4 propositione del 1.) la linea.b.f. serà equal alla linea.a.f. similmente perche li duoi lati a.e.& .e.f.del triangolo.a.e.f.e son equali alli duoi lati.c.e.& e.f. del triangolo, c.e.f.& l'angolo.e.de l'uno equal all'angolo de l'altro,dilche(per la medesima quarta del primo)la basa.f.c.serà equale alla basa.f.a. onde (per la prima commune sententia) le tre linee.b.f.f.a.f.c.seranno fra loro equale,per la qual cosa il ponto, f.(per la nona del terzo)serà il centro del cerchio quesito.

Corrolario

Corolario.

5/5 Per le cose dette è manifesto che se il triangolo serà orthogonio il centro del cerchio da circonscriuere cade in mezzo del lato che è opposito al l'angolo retto se quel serà ambligonio il centro cade di fuora de' triangolo. Ma se quello serà oxigonio cade dentro del triangolo, & è conuerso, quando il centro del cerchio cade sopra il lato. b. c. l'angolo che sie nel mezzo cerchio, cioè l'angolo. a, è retto, & se il detto, centro cade di fuora del triangolo è ambligonio, ma sel cade di dentro il serà oxigonio.

Il Tradottore.

Da questa quinta el se ne caua il modo de trouar il centro de uno cerchio che la sua circonferentia passi per tre ponti propositi ad bene placitum, domente che non siano in linea retta, essempio, siano li tre ponti. a. b. c. uo glio trouare il centro d'un cerchio che la sua circonferentia transisca per cadauno delli predetti tre ponti. a. b. c. immagino che li detti tre ponti siano li tre angoli d'un triangolo, & che le tre differentie delli detti ponti siano li tre lati del detto triangolo, & con questa immaginatione diuido la differentia che è dal ponto. a. al ponto. c. in dui parti equali orthogonalmente con la linea retta. d. e. (per la decima & undecima del primo) & quel medesimo faccio della differentia che è dal ponto. a. al ponto. b. cioè la diuido per in due parti equali orthogonalmente con la linea. f. g. lequal due linee. d. e. & f. g. se intersegano in lo ponto. h. il qual ponto. h. dico essere il centro del quesito cerchio che per li modi sopra posti in lo primo modo chiaro appare, adonque descriuè de sopra il centro. h. uno cerchio secondo la quantità de. h. b. ouer. h. a. la circonferentia di quello transirà per cadauno delli altri ponti, che è il proposito.

Problema. 6. Propositione. 6.

Dentro de uno dato cerchio puotemo descriuere uno quadrato.

6/6 Sia il dato cerchio. a. b. c. d. il cētro del quale è il pō to. e. voglio dētro di esso cerchio descriuer un quadrato tiro in detto cerchio li duoi diametri. a. c. & b. d. segandose orthogonalmente sopra il centro. e. di quali congiungo le estremità, tirando le linee. a. b. b. c. c. d. & . d. a. lequale dico contener il quesito quadrato, perche le quattro linee, e.a.e.b.e.c. & , e. d. (per la diffinitione del cerchio) sono equale fra loro & li quattro angoli che sono al centro e, son equali fra loro per esser ciascun di loro retto, siche (per la quarta del primo) le quattro linee, a.b. b.c. c.d. & d.a. sono etiam fra loro equale, & cadauno di quattro angoli a, b, c, & d, e retto (per la prima parte della trigesima prima del tertio) perche ciascun de quelli è nel mezzo cerchio, adonque il quadrilatero. a.b c.d. (per esser de quattro lati equali & de angoli retti e quadrato (per la 21 diffinition del primo) che è il proposito.

Problema. 7. Propositione. 7.

2
7
Circa a uno dato cerchio puotemo descriuere vn quadrato.

Sia il preposto cerchio a.b c. d. il centro dilquale e il ponto. e, voglio d'intorno a questo cerchio descriuere vnò quadrato tiro in lui li duoi diametri a.c. & b d. seguita fra loro orthogonalmente sopra il centro, e, alle estremità delli quali con duco in l'vna & l'altra parte le linee orthogonalmente fina a tanto che ciascuna di quelle concorrano insieme & siano li ponti del concorso de quelle. f. b. x. & per lo correlario della sestadecima del tertio ciascuna delle predette quattro linee così tirate seranno toccante il detto cerchio perche adonque in lo quadrilatero, a.f.b, e li tre angoli, a, b, & , e, sono retti il quatro angolo (il quale, e, f,) serà anchora lui retto, perche li quatro angoli de cadauno quadrilatero sono equale a quattro angoli retti, come fu dimostrato sopra la trigesima seconda del primo

& per la medesima ragione ciascaduno delli altri angoli g. h. & k. serà retto, adunque (per la seconda parte della vigesima ottaua del primo) le due linee e, f, g & k. h. etiam le due. f.k, & . g. h. sono equidistante adonque, f.k, per la 34 del primo) è equale al g, h. & f g. al K. h. (& per la medesima 34 del 1. (f. K. è equale al b, d. & f.g, al a. c. ma. b. d. è equale al a.c. (per esser ciascun di loro diametro del cerchio) onde (per la rima concettione) le quattro linee, f.k. g.h. f, . & b , sono equale, & li quattro angol. f.g. K. h. sono retti, come di sopra fu approuato, adonque il quadrilatero, f g. k. h. (per la diffinitione) è quadrato, che è proposito.

Problema. 8. Propositione. 8.

3
8
In vn dato quadrato puotemo descriuere vno cerchio.

Sia lo dato quadrato. a. b. c. d. voglio dentro di lui descriuere vno cerchio diuido cadauno lato di quello in due parti equali (per la decima del primo) cioe, a, d. al ponto, f. b, a, in ponto, g, , b, in ponto, b, & , d, c. in pon to,e, & produco le linee.e.g.& .f.h.lequali si segano fra loro in ponto,k.ilqual di co esser il centro del cerchio,perche la linea,f.h.per la trigesima tertia del primo) serà equale & equidistante alla linea.a.b.(per questo che la.a.f.& .b.h.son equa le & equidistante.similmente(per la medesima)la detta.f.h.serà equale & equi- distante al lato.d.c.& per le medesime ragione.g.e.serà equale & equidistante al,a,d,et similmente al.b.c.et perche tutte le mitade di quattro lati del detto qua drato (per la comuna scientia) son fra loro equali dilche le quattro linee . K . g.K.h.k.e.et.k.f.(per la trigesima quarta del primo)seranno equale fra loro,adon que descriuendo sopra il centro.k.il cerchio secondo la quantità de.k.g.ouer de. K. f.ouer de.k.e.ouer de k.h.transisse etiam per li altri tre ponti,& serà toccante le quattro linee,ouer lati del quadro cioe a.b.b.c.c.d.& d.a.& lo ponto.k.serà (per la nona del tertio) il centro del quesito cerchio, che è il proposito.

Problema.9. Propositione.9.

6 Circa vno assignato quadrato puotemo descriuere vno cerchio.
9

Sia il quadro a.b,c,d,voglio circa di lui descriuere vno cerchio tiro in lui li dui diametri,a.c.& .b.d.segantisi fra loro in ponto,e equal dico esser el centro del circulo(conciosia che le due linee a.b.et.a.d.siano equale(li dui angoli.a.d.b.& a.b.d.(per la quinta del primo) seran equali.& perche l angolo . a .b . e retto . (per la.32.del primo l'vno et l'altro de quelli serà la mitade di vn retto.Anchora con simil modo el se prouerà ciascun delli altri angoli porti ali contenuti dal li predetti diametri,& dalli lati del proposto quadra to esser la mità d'vn retto. Perche adonque lo ango b,e,a,d, è equale allo angolo, e,d,a,(per la sesta del primo)la linea ,e,a, serà equale alla linea. e,d,(per la medema ragione,e,b,serà etiam equal al,e,a,& .e. c,serà equale al.e. d. dilche descriuendo sopra el pon to,e,el circulo secondo la quantità de vna delle qua tro linee,e,a,e.b,e,c, ouer ,e,d, transirà etiam per li altri tre ponti,& (per la nona,del tertio) el ponto,e, erà el centro del detto circulo,che è il proposito.

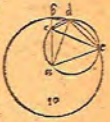
Problema.10: Propositione. 10.

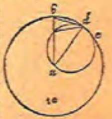
10 Puotemo designare vno triangolo de dui
10 lati equali del quale l'vn e l'altro di dui angoli. che sono sopra la basa sia doppio dell'altro.

Le intentione e da descriuere vno triangolo de dui lati equali & del tertio non equale, del quale l'vno e l'altro de i dui angoli che sono sopra il lato che non è equale alli altri dui sia doppio al tertio. Et per far que sto sia tolto beneplacito vna linea retta laqual sia.a.b.laqual sia diuisa secondo che ne insegna la vndecima del secondo in ponto,c,talmente che quello ch'e fatto della a,b,in la,b c,sia equale al quadrato della.a.c.& fatto il ponto,a.centro sia descrit to (secondo la quantità della detta linea,a.b)il cerchio,b,d,e,dentro dilquale sia accomodata la linea, b, d. (per la prima di questo) equale alla linea,a, c, & sia no produtte le due linee.d.a.e d.c.dico il triangolo, a, b, esser tal qual è stato proposto & per dimostrar questo sia circonscritto vn cerchio,ilqual sia,d,c,a,(per la quinta di questo)al triangolo,d. c, a, perche adunque la linea, d, b, è equale alla linea.a.c.serà quello che vien fatto della. a. b. in. b. c. equale al quadrato della linea,b,d,per laqual cosa la linea,b,d,(per la ultima del tertio) e toccante il cerchio,d,c,a,(& per la trigesima seconda del medesimo)l'angolo,c,d,b,è equale al angolo,c,a,d,giunto adunque communamente l'angolo,c, d, a tutto l'angolo, b, d, a.(per la seconda concettione)serà equal alli duoi angoli,c,a,d,& c,d,a,ma (per la trigesima seconda del primo) l'angolo,b,c,d,è equale alli medesimi duoi angoli c,a,d.& c,d,a,(perciò è estrinsico a quelli)adonque l'angolo,b,d,a, è equale all'angolo,b,c,d,& perche l'angolo, a,d,b, è equale all'angolo,a,b,d,(e per la quinta del primo) per essere li doi lati,a.b.& a.d.equali (per la diffinitione del cerchio) l'angolo,b,c,d, per la prima concettione, serà equale all angolo,c,b,d,adonque,per la sesta del primo, la linea.c.d.è equale alla linea,b,d, & perche la linea, b, d,fu posta equale alla linea,c.a.seguita adonque, per la prima cõmune sententia,che la linea,c.d.sia equale alla linea,c.a. adonque, per la quinta del primo, l'angolo.c.a d.è equale all'angolo,c d. a. perche adonque l'uno et l'altro di duoi angoli.c.d.b.et.c.d.a.è equale all'angolo.a.c.d.tutto l'angolo. b. d. a. serà doppio all'angolo,d,a.b. & per tanto l'angolo. a. b. d. a lui equale è anchora a lui doppio al medesimo angolo.b.a d.che è il proposito. Forsi l'adversario dice il cerchio.d c.a.circonscritto al triangolo partiale segherà il cerchio,b.d.e. in alcun ponto dell'arco.b.d. siche insieme segherà la linea.b.d.onde quella non serà applicata al cerchio,si come se suppone in la demostratione, ma serà segante quello,sia adunque, se possibile è,come pone l'adversario,& dal ponto.b.sia dutto al detto cerchio minor la linea, b.f. (per la 17.del tertio)toccante quello siano dutte le linee.f.a.f.d sera,per la penultima del tertio,quello che vien fatto della.a.b.in la.b.c equale al quadrato della. b.f. adonque la.b.f.è equale alla,b.d.per laqual cosa l'angolo.b. f.d. per la quinta del primo,serà equale all angolo.b.d.f. & perche l'angolo.a.f.a.è equale, per la trigesima seconda del tertio,all'angolo,a,d,f,& perche tutto l'angolo. b. f. d. per la ultima concettione, è maggior dell'angolo.b.f.a. serà etiam maggiore dell'angolo.

f.d.a.

f.d.a. (a quello equale) & perche l'angolo.f.d.b.è equal al detto angolo.b.f.d. seguiria (per commune scientia) che l'angolo.f.d.b.fosse maggiore dell'angolo.f. d.a.laqual cosa è impossibile (per la vltima concettione) che la parte sia maggior del tutto, adonque il cerchio.a.e.conuien seghare in alcun ponto l'arco.b.d. ancho ra per uno altro modo possiamo dimostrar questo che il cerchio minor per modo al cuno seghar à la linea.b.e. perche il detto aduersario forse dirà che seghera quella non seghando l'arco.d.b.del maggior cerchio.se pur possibil è che seghi quella sia quella in ponto.h.& serà quello che è fatto della.a.h.in.h.e.equale a quel che vien fatto della.e.h.in.h.b. Perche'l fu demostrato di sopra nella penultima del terzo che se in alcuno ponto segnato fuora d'vn cerchio siano dutte quante linee si voglia al detto cerchio segante quello tutti li rettangoli côtenuti sotto e cadauna di esse linee in le sue parti estrinseche sono equali fra loro, & perche quello vien fatto della.a.h.in.h.e.è equale al quadrato della.b.d. (dal presupposito) seguiria adonque che quello che vien fatto della.b.e.in.h.b.esser equale al quadrato della.d.b. laqual cosa è impossibile (per la seconda del secondo) per la qual cosa il proposito è manifesto. E nota che'l minor cerchio de necessità seghera il maggiore & taglia da quello vno arco equale al arco.b.d. & lo maggiore similmête taglia dal medesimo uno arco equale alle arco.d.c. laquale cosa se approuerà così. Se il minore non segha il maggiore adonque il toca quello in ponto.d.& perche (per la vndecima del terzo) li cêtri di cerchij che si toccano & il ponto del toccamento sono in vna linea, serà il cêtro dello minore cerchio in la linea.a.d. per quello che in quella è il centro del maggiore, & il ponto del toccamento, adonque (per la decima ottaua del terzo) l'angolo.a.d.b.è retto, dilche similmente l'angolo.a.b.d. (a lui equale) è retto, onde seguiria che li tre angoli del triangolo.a. b.d.fussono maggiori de duoi angoli retti, laqual cosa è impossibile, per la trigesima seconda del primo. Adonque lui segha quello in li duoi ponti.c.& d. sieno l'arco.c.d.del maggiore essere equale all'arco.d.b.& l'arco.d.e. del minore essere equale all'arco.d.e.produco le linee.d.e.c.e & e.a.c. per la uigesima settima del terzo.ciascuno di quattro angoli liquali sono.d.e.c.e.a.d.e.a.c.& a.d.c. serâno equali perche li duoi archi.d.e.& e.a.sono equali perche (per la prima disposition di questa la.d.c.fu trouata equale alla.d.b.laqual.d.b. fu posta equale alla. a.c.e per tanto le.d.c.& c.a.sono equali.& pero li duoi archi (per la uigesima ottaua del terzo) sono equali per laqual cosa tutto l'angolo.a.c.d.è doppio all'angolo.b.a.d. & per tanto serà etiam equale all'uno e l'altro di duoi angoli.a.b.d. & a.d.b.& perche l'angolo.a.c.d.è equale all'angolo.a.d.c. per la quinta del





del primo) perche,a,e,& a,d,sono equale(per la diffinitione del cerchio, perche tenno del centro alla circonferentia)feranno li dui angoli,e, d,del triangolo,a,e, d,equali alli dui angoli d.& b,del triangolo,a.d b,adonq. (per la trigesima seconda del(primo)l'altro angolo,a,del vno ferà equale all'altro,angolo a.dell'altro, adonque(per la vigesima sesta del tertio)l'arco,e,d,del maggiore è equale all'arco,d,b,& p le medesima l'arco,e,d,del minore è equale , all arco, d, e, & questo è quello . che hauemo proposito.

Problema. 11. Propositione. 11.

11/11 In vn dato cerchio pottemo descriuere vno penthagono equilatero , & equiangolo .

Sia il dato cerchio a b c d voglio di dentro di lui descriuere vno pëthagono equilatero et equiangolo descriuo vno triangolo(per le precedente)ilqual sia,f,g,h, che habbia ciascun di dui angoli che sono sopra la basa g,h.doppio all'angolo,f,& descriuo(per la seconda di questo)in lo cerchio,a,b,c,il triangolo,a,c,b,equiangolo al triangolo f g h & sia l'vno e l'altro di dui angoli a b c & a c b doppio all'angolo c a b . Diuido l'vno è l'altro de quelli(per la nona del primo) in due parti equali dutte le due linee b e. & c.d. e per la vigesima sesta del tertio,li cinque archi in liquali li cinque ponti,a,d,b,c,e diuideno il cerchio feranno equali fra loro p questo li cinque angoli che cadeno in li detti archi sono equali fra loro , adonque per le linee rette continuate da quelli cinque ponti lequal sono a d.d.b. b c.c e.& e,a,ferà il penthagono,a,d,b,c,e in scritto in lo dato cerchio tal qual è sta proposto(per la vigesima nona del tertio) qual è equalatero conciosia che li cinq. archi li quali licinque lati di quello son'corde sono equali fra loro-anchora dico q̃l esser equiãgolo perche la circonferentia,a,e,è equale alla circonferentia d b giungendo a cadauna di quelle la circonferentia , e , c.b.(per la seconda commune sententia) tutta la circonferentia,a,e,c, b, è equale tutta la circonferentia. d.b. c. e adonque li dui angoli a d b & d a e (per esser deduttj sopra le dette due circonferentie equale) (per la vigesima settima del tertio)feranno equali fra loro,e per questa medesima ragion cadauno di quelli angoli che sono sotto,a,e,c,& e.c.b,& c b.d.feranno equali a cadauno di quelli ãgoli che sono sotto e a d & a d b adonque il penthagono, a, d b c è equiangolo, & di sopra hauemo demostrato come egli è equilatero,adunque in lo dato cerchio,a.b.c.hauemo descritto il pëthagono,a,d,b,c,e,equilatero, & equiangolo che è il proposito.

Problema.12. Propositione.12.

12 *Circa a uno dato cerchio potemo descriuere uno penthagono, equilatero,*
12 *& equiangolo.*

Sia il proposto cerchio, a.b.c. il centro delquale è il ponto, f. uoglio circa di la descriuere uno penthagono equilatero & equiangolo sopra la circonferentia del dito cerchio secondo la dottrina della precedente notarò li 5 ponti angulari (quasi come hauesse inscritto un penthagono, liquali siano a.d,b,c,e, alliquale dal centro) tirarò le linee f.a f.d.f.b.f.c.f.e, & dalli medesimi ponti protarò le perpendiculare a queste linee, & quelle slongarò in l'una e l'altra parte fina a tanto che quelle (se

corrino in li cinque ponti g h k l m & queste linee saranno, per lo correlario della decimasesta del tertio, toccante il cerchio, & a questi ponti del circonfo, dal centro f condurò le linee f g f h f K f l f m, & per che fu dimostrato sopra la penultima del tertio che se d'alcun ponto signato fuora d'un cerchio sian dutte 2. linee al detto cerchio toccante quelle che quelle serano equale, serà la linea g a, equale alla linea g d, & la, h,d, alla h b & cosi de tutte le altre. Ma perche li cinque archi in li quali li cinque ponti a d b c e diuideno il cerchio, sono equali fra loro, per la uigesima settima del tercio, li cinque angoli, a f d.d f b.b f c.c f e.e f a. liquali sono deduti sopra a questi archi in lo centro f. seranno fra loro equali, ma li duoi lati, a g & f a del triangolo f a g sono equali a duoi lati d g & f d del triangolo f g d. & il lato g f è commune, adonque (per la ottaua del primo, li duoi angoli de quelli liquali sono al centro, f, e similmente li duoi angoli che sono al g, sono equali fra loro, & per la medesima ragione li duoi angoli liquali sono al centro f in li triangoli d.f.h. et b.f.h e anchora li duoi che sono al ponto h sono equali. Similmente anchora cadauno delli altri tre angoli liquali sono.b f.c.c.f.e.e. f.a. & cadauno di tre liquali sono, k.l.m. sono diuisi in due parti equali li primi per la linea, f.K, li secondi per la linea f.l. li terzi per la linea, f.m, & perche questi tre angoli liquali sono.b.f.c.c.f.e & e.f.a sono equali a se medesimi etiam alli altri duoi (liquali sono.a f.d. & d.f.b. sono pur equali seranno le diece mitade de quelli liquali sono diece angoli fatti in lo centro f. equali fra loro perche adonque li duoi angoli a. & f. del triangolo g.a f. sono equali alli duoi angoli a & f. del triangolo m a f et lo lato a f e commune (per la 26 del primo) l'angolo g. de l'uno serà equale all'angolo m. dell'altro & lo lato g.a. al lato. a.m per la medesima ragione serà l'angolo g. (nel triangolo g f d) equale al angolo.h in lo triangolo.d.f.h & lo lato g.d serà equale al lato.d.h. per laqual cosa perche g.a. e la mità de g. m. & g.d. è la mità de g.h. & g.a. & g d. sono equali seranno per commune scientia) g m & g.h. (che sono il doppio di quelle) equali fra loro similmente anchora hauerremo prouato g m esser equale al m

l. &

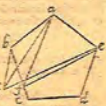
l. & m.l. al l.k. & l.k. al l.k.h. per laqual cosa il pẽthagono g.h.k.l.m. è equilatero, ma dico anchora quello esser equiangolo, conciosia che li duoi angoli che sono al g. sono fra loro equali & li duoi che sono al m. similmente equali fra loro & .5. per che li duoi angoli che sono al g. sono fra loro equali & li duoi che sono al m. similmente equali, cioè che l'angolo al m. partiale l'uno e l'altro di sopra fu approuato esser equali, cioè che l'angolo f.g.h. è equale all'angolo f.m.e. dil che (per la medesima commune scientia) tutto l'angolo g. è equale a tutto l'angolo m. & per la medesima ragione se approuaria la equalità in tutti li altri angoli, per laqual cosa è equiangolo, e cosi il proposito è manifesto.

Problema. 13. Propositione. 13.

12/13 *Dentro a uno assignato penthagono equilatero, & equiangolo puotemo descriuere uno cerchio.*

Sia lo assignato penthagono equilatero, & equiangolo (perche delli altri non è necessario questo esser possibile) a.b.c.d.e. voglio dentro di lui descriuere uno cerchio diuido li suoi duoi propinqui angoli liquali sono, a. & e. (per la .9. del primo) in due parti equali ducte le linee a.f. & e.f. fin a tanto che quelle concorrano in lo ponto f. de dentro del pentagono, il qual dico esser il centro del detto cerchio, e questo de sotto se dimostrerà, ma prima voglio chiarire doi dubbi, cioè qualmente è necessario che le due linee a.f. et e.f. concorrano insieme, et di dentro del pentagono, perche adonque li 5. angoli del lato penthagono come fu demostrato sopra la .32. del primo, sono equali a 6. angoli retti, adonque ciascun angol del penthagono serà equal a un angolo retto & a un quinto de angolo retto, similmente duoi mezzi angoli del detto penthagono sono equali pur a un angolo reto, & a un quinto de retto, & perche la linea a.e. cade sopra le due linee a.f. et e.f. & li duoi mezzi angoli f.e.a. & f.a.e. sono minori de duoi angoli retti (per la .5. petitione) protratte in quella parte concorreranno. ancor dico che concorreranno di dentro del penthagono, e se possibile fusse, per l'aduersario, che non concorressero di dentro del penthagono, concorreranno, ouer de fuora del detto penthagono, ouer in lo lato di esso penthagono, ouer in l'angolo di quello, che è opposito all'uno e l'altro delli angoli diuisi, hor ponemo primamente che quelle concorrano di fuora in ponto f. & sia ducta la linea b.f. & perche li duoi lati e.a. & a.f. del triangolo e.a.f. sono equali alli duoi lati a.b. & a.f. del triangolo b.a.f. & l'angolo a angolo e.a.f. dell'uno all'angolo a. dell'altro (per la quarta del primo) la basa e.f. serà equale alla basa f.b. e perche l'angolo a. partiale è equal al angolo e. partiale (perche tutto l'angolo a. (dal presupposito) è equal a tutto l'angolo è serà (per la sesta del primo) f.a. equale al f.e. per laqual cosa f.a. (per la prima concettione) seria etiam equale al f.b. adonque per la .5. del primo li duoi angoli f.b.a. & f.a.b. seriano equali, & perche l'angolo f.b.a. è maggior del l'angolo e.b.a. (del penthagono) similmente l'angolo.

golo.f.e.b.(per commune sententia) serà maggiore del detto angolo.e.b.a. & per che lo angolo.b.a.e. è equale al angolo.b.a.e.[illegible] angolo.f.e.b. serrà e essi maggiore (per commune sententia) del detto angolo.b.a.e. laqual cosa è impossibile (per la ultima concettione) che la parte sia maggior del tutto, adunque non ponno concorrer de fuora del pentagono hor poniamo adonque che quelle (se possibile è per l'aduersario) concorreno sopra il lato.b.c. in puonto.f. arguendo per le precedente, & per il precedente modo serà l'angolo.e. partiale equale a tutto l'angolo.b.a.e. laqual cosa è impossibile, ma se per caso l'aduersario dicesse forsi che quelle concorreno in l'angolo.c. serà per le medesime, & per il medesimo modo (l.b.) equale al.a.e.d. per tanto e quello come prima l'angolo.e.a.b. seria equale all'angolo.b.a.e. ma perche questo non puo esser (per la ultima concettione) sia adonque il ponto del concorso (il qual è.f.) dentro del penthagono dal qual conduco cinque perpendicolare alli cinque lati di quello lequale sono.f.g.f.h.f.K.f.l.f.m. & alli duoi angoli di quello propinqui (dal lato destro & sinistro) alli duoi angoli diuisi in due parti equali, liquali sono.b.& d. conduco le due linee.f.b.f.d. & perche li duoi angoli a.& m. del triangolo.a.f.m. sono equali alli duoi angoli.a.& g. dello triangolo.a.f.g. & lo lato.a.f. commune serà (per la 26. del primo) la.f.m. equale alla.f.g. ancora per la medesima ragione tu approuerai la.f.l. esser equale alla.f.m. tolti delli duoi triangoli.e.f.m. & e.f.l. perche da principio li duoi lati.a.f.& a.b. del triangolo.a.f.b. sono equali alli duoi lati.a.f. & a.e. del triangolo.a.f.e. & l'angolo.a. dell'uno all'angolo.a. dell'altro serà (per la quarta del primo) l'angolo.b. partiale equale all'angolo.e. partiale, & perche tutto l'angolo.b. è equale a tutto l'angolo.e. del presupposito, & tutto l'angolo.e. è diuiso in due parti equali serà etiam tutto l'angolo.b. diuiso in due parti equali, per lo medesimo modo tu approuerai tutto l'angolo.d. esser diuiso in due parti equali per la equalità del angolo.d. partiale & e. partiale tolti per li triangoli.e.d.f. & c.d.f. perche adonque li duoi angoli.g.& b. del triangolo.g.f.b. sono equali alli duoi angoli.h.& b. del triangolo.h.f.b. & lo lato.f.b. è commune serà (per la 26. del primo) la.f.h. equal alla.f.g. per lo medesimo tu approuerai la.f.k. esser equale alla.f.l. tolte dalli triangoli.l.f.d. & k.f.d. perche adonque le cinque linee.f.g.f.h.f.K.f.l.& f.m. sono equale serà il ponto.f. (per la 9 del tertio) centro del cerchio, il qual discriueremo secondo la quantità de una de quelle, e quello toccarà tutti li lati del penthagono per la equalità delle linee & non segarà alcuno de quelli (per la 16. del tertio) e cosi il proposito è manifesto



Problema 14. Propositione. 14

14 Circa a uno dato penthagono equalatero & equiangolo puotemo descriuere uno cerchio.

Sia come in prima il penthagono equilatero et equiangolo (perche delli altri questo non è necessario esser possibile) a.b.c.d.e voglio di lui descriuere vno cerchio (questa è quasi conuersa dalla.12.) diuido li duoi propinqui angoli di quello (liquali sono.a.et c.) in due parti equali (per la 9. del primo) ducto le linee.a.f.& c.f. ducte fin a tanto che quelle concorrano di dentro di esso penthagono in ponto.f.& quelle concorreno, & dentro del penthagono (come fu approuato in la precedente) & dal ponto del concorso conduco alli altri angoli le linee lequal siano.f.b.f.e.f.d.& perche li duoi lati.a.f.& a.b. del triangolo.a.f.b. son equali alli duoi lati.a.f.& a.e. del triangolo.a.f.e.& l'angolo.a. dell'un all'angolo.a. dell'altro (per la 4. del primo) la.f.b. serà equale alla.f.e.& l'angolo.b.partiale all'angolo.e. partiale, & perche tutto l'angolo.b. è equal a tutto l'angolo.e.et tutto l'angolo.e.è diuiso in due parti equali, serà similmente tutto l'angolo.d. diuiso in due parti equali, & per questo modo anchora tu prouarai l'uno e l'altro delli angoli.c.& d. esser diuiso in due parti equali, & le cinque linee.f.a.f.b.f.c.f.d.f.e. esser equali, per laqual cosa (per la 9. del tertio) il ponto.f. serà il centro del cerchio, & cosi il proposito è manifesto.

Problema.15. Propositione.15.

15/15 In vn dato cerchio possiamo descriuere vno essagono equilatero & equiangolo.

Sia il proposto cerchio.a.b.c.d. il centro delqual sia il ponto.e. voglio dentro di lui descriuere uno essagono equilatero & equiangolo, produco il diametro a.e.c.& secondo la quantità del mezzo diametro.e.c.(fatto centro il ponto.c.) descriuo il cerchio.e.b.d. seghante il primo in li duoi ponti.b.d. dalli quali produco li duoi diametri nel cerchio primo liquali sono.b.e.g.& d.e.f. congiongo adonque le estremità di detti tre diametri con sei linee lequale sono.a.f.f.b.b.c.c.d.d.g.& g.a. lequali dico contener lo essagono questo, perche (come dimostra la prima del primo) l'un e l'altro di duoi triangoli.b.e.c.& c.e.d. serà equilatero, per laqual cosa serà etiam equiangolo (per la 5. del medesimo) (adonque per la 32. del primo) li duoi angoli.b.e.c.& c.e.d. & un altro insieme che sia equale a uno de quelli, sono equali a duoi angoli retti; per questo che ciascun de loro è il tertio de duoi angoli retti ma quelli con l'angolo.d.e.g.) per la tertiadecima del primo) son pur equali a duoi angoli retti, adonque l'angolo.d.e.g. (per commune scientia) è equale all'uno, et

l'altro de quelli, per laqual cosa li sei angoli che son al centro.e.(per la 15. del primo) mo) sono fra loro equali, adonque (per la 26. del terzo) li archi in liquali cadeno sono equali, per laqual cosa & le corde de quelli (per la 29. del medesimo) lequal sono li lati del esagono, adonque egli e equalatero, ma etiam (per la 27. del terzo) egli e equiangolo per questo che li sei archi in li quali le ponte angulare del esagono diuidendo il cerchio tolti a duoi a duoi sono equali fra loro (come l'arco a.f.b. all'arco f.b.c.) per tanto l'angolo f. ilquale sta in lo primo è equale all'angolo b. ilqual e sta in lo secondo, il medesimo accade in tutti li altri, dil che il proposito è manifesto.

Correlario.

15/15 Da qui è manifesto che il lato del esagono è equale alla mità del diametro del cerchio al qual e inscritto.

Perche la mita del diametro del cerchio, & il lato esagono sono li lati del medesimo triangolo equalatero come a.f. & a.b. & a.b. & nota che'l non se propone qualmente potemo designare circa a vno dato cerchio vno esagono equilatero et equiangolo, ne che potemo dentro a tal esagono ne circa a tal esagono descriuere vn cerchio si come fu fatto del triangolo quadrato & penthagono. Non perche questo non sia necessario esser possibile, ma perche quelle tre per li medesimi precetti, che fon fatti in lo penthagono equilatero et equiangolo si fanno in ogni altra figura equilatera & equiangola. Ilche sciascuna figura equilatera & equiangola laqual sapiamo inscriuere in un cerchio quella medesima descriueremo de fuore del cerchio, etiam descriueremo il cerchio dentro & di fuora di quella, co li medesimi mezzi & modi che hauemo fatti in lo penthagono. Nota anchora che ogni figura equilatera al cerchio inscritta, ouer circonscritta, e anchora necessario che quella sia equiangola della inscritta el se manifesta (per la 27. e 28. del terzo) p li archi del cerchio delli quali li lati della figura inscritta sono corde tolti a duoi a duoi, in questi archi cadeno li angoli della detta figura & della circonscritta facile lo approuerai p le linee dutte dal centro del cerchio a tutti li angoli di quella, & alli ponti del toccamento si come appare in la figura a.d.e. descritta atorno al cerchio b.c. (il cētro del qual è il ponto f.) laqual essendo equilatera tu approuerai quella etiā equiangola in questo modo protrarai dal cētro f. a cadauno angolo de detta figura una linea retta si come è la linea f.a. e la linea f.d. f.e. e similmente del detto cētro f. tu condurai una linea retta a cadaū ponto del toccamento si come e la linea f.b. et f.c. poi argumētarai in q̄sto modo, la linea b.a. (p quella che fu demostrato sopra la 36. del terzo) e equale alla linea a.c. (perche ciascuna uien dal pōto a. e tocca il cerchio in li duoi ponti b. et c.) adonque li duoi lati a.b. & b.f. del triangolo a.b.f. sono equali alli duoi lati a.c. & c.f. del triangolo a.f.c. e la basa a.f. e commune, adonque (per la 8. del primo) l'angolo

olo.f.e.b.serà equal all'angolo.f.a.e.per la qual cosa l'angolo .b.a.e.cioe è tut
o l'angolo,e,uerra esser diuiso in due parti equali dalla linea.f.a.& cosi se approue
rano tutti li altri angoli di essa figura esser diuisi in due parti equali dalle linee
che a loro vengon dal centro. perche adonque li dui lati.d.f.& a.e.del triangolo,
a.e.f.sono equali alli dui lati.a.d.& e.f.del triangolo.a.f.d.& l'angolo,a,del
l'uno all'angolo.a.dell'altro serà la basa.d.f.dell'uno equale per la quarta del pri
mo,alla basa.f.e.dell'altro & l'angolo.a.d.f.all'angol.a.e.f.& perche l'angolo.a.
d.f.la mità de tutto l'angolo,d,de detta figura similmente l'angolo,a,e,f,e la
mità de tutto l'angolo.e.per commune scientia,tutto l'angolo.d.serà equal a tut
to l'angolo e, per le medesime ragione se approuano tutti li altri angoli di essa fi
gura esser fra loro equali,& cosi se procederia in ciascuna altra figura equilatera
che fusse circonscritta a uno cerchio,che è il proposito.

Problema.16. Propositione.16.

16
16 In uno dato cerchio potemo designar un quindecagono equilatero & equiangolo. Oltra di questo potemo circa a qualunque cerchio assignato descriuer un quindecagono equilatero,& equiangolo,& in un dato quindecagono descriuer uno cerchio.

Sia il dato cerchio,a,b,c,uoglio a lui descriuer un quindecagono equilatero & equiangolo & dapoi etiam il uoglio circonscriuere anchora dentro a tal quindeca no proposito uoglio descriuere uno cerchio,ma il non propone di voler circa a tal quindecano descriuere uno cerchio,perche per le altre che quel propone a sufficien tia nel dà ad intendere,in lo dato cerchio(secondo la dottrina della seconda di que sto)sia il lato del triangolo equilatero ilqual sia,a,c.& secondo la dottrina della

undecima di questo,tiro etiam il lato del penthagono equilatero,& equiangolo il qual sia,a.b.& perche lo arco.a.c.è la tertia parte de tutta la circonferentia de laqual l'arco.a.b.è la quinta parte,serà il superfluo. ouer differentia che fra questi dui archi(laqual è l'arco.b.c.)si dui tertij dell'arco.a.b.ouer li dui quinti dell'arco.a.c.ouer li dui quintodecimi de tutta la circonferentia,perche in ogni tutto la tertia parte eccede la quinta in dui tertij di essa quinta parte ouer in dui quinti di essa tertia parte,ouer in 2.quintodecimi dil tutto,e questo è manifesto in la quinta e tertia parte del primo numero che ha parte quinta e tertia ilqual è 15.la parte tertia di quello(laqual è 5.)eccede la quinta parte de quello(laqual e.3.)in due unità lequali sono li dui tertij del medesimo ternario(ilqual è la quinta parte del detto.15.)ouer li dui quinti del medesimo quinario(ilqual è la tertia)ouer li dui quintodecimi del medesimo.15.ilquale dil tutto diuiso adonque l'arco.b.c.in due parte equali(per la.30.del tertio)in po n.d.le manifesto l'uno e l'altro di dui archi,c,d,& d.b.esser la tertia parte della arco.a.b.ouer la quinta dell'arco.a.c.ouer lati.15.de tutta la circōferētia tirādo adōq; le corde.c.d.et d.b.di quella,& (per la prima di questo) accōmodādo cōtinuatamēte dētro dal dato cerchio altre corde a quelle equale (che in tutto serāno 15.) serà cōpita la figura pposita le altre due che esso anchor propone cō la tertia che per le altre il ne da ad intēdere, cioè de circōscriuer uno quindecano a uno cerchio, et descriuere in uno quindecagono uno cerchio, et anchor circōscriuer, facilmēte cōcluderai p il modo della.12.13.&.14.di questo, e nota che caduna figura equilatera laqual sapiamo descriuere in uno cerchio in lo medesimo cerchio sapemo etiā inscriuerne & circōscriuerne un'altra del doppio piu lati, et quella medesima saperemo inscriuer & circōscriuer il cerchio q li archi alliquali se sottostēde li lati di quella figura, diuisi p la.30.del.3.in due parti equali e p le linee tirate dalli pōti di mezzo, cioè di lor diuisione, dalle estremità di lati della medesima figura serà fatto di dētro di esso cerchio una figura del doppio piu lati della prima laqīl serà eqlatera, p la.29.del.3.adōq; serà eqangolo, pche sopra la.15.di qsto, eglie sta dimostrato qsto, che in ogni figura eqlatera inscritta in un cerchio e etiā eqangolo, e pche qsta la sapemo inscriuer in lo cerchio, sapemo etiā cōcluder le altre:3.p la.12.13.&.14.di questo, adōq; pche sapemo inscriuer un triāgolo equilatero, sapemo per questo descriuer lo essagono, e perche lo essagono lo duodecagono, e per lo duodecagono una figura di 24.lati, e cosi in infinito dopiando, ben che per il triangolo lo essagono (come hauemo detto) puo esser inscritto, tamen quel ha posto la propria dimostration di quella dallaqual ne seguita grādemēte utile, e similmēte perche sapemo etiam inscriuer il quadrato sapemo per questo inscriuer ogni figura che'l numero di lati di quella è equalmēte paro, per lo pētagono anchora sapemo inscriuer un decagono, e una figura de 20.lati, e cosi continuatamente dopiando quel medesimo, anchora intende del quindecagono, perche per quello sō cognite le figure del.30.&.60.& de tutte continuamente de lati dopiati, ma delle altre figure dellequal questo non insegna, ouer quelle che per queste non haueremo la scientia è difficile, & di poca utilità, come son la settagona, nonagona, undecagona, ma se noi saperemo designar un triangolo de duoi lati equali che l'uno e l'altro di duoi angoli che son sopra la basa di quello sia treppio all'altro saperemo descriuer lo settagono i un cerchio come di sopra fu fatto il pēthagono, ma se l'ū e l'altro de detti duoi angoli fusse quadruplo all'altro saperemo descriuer la figura nonāgola, e sel fusse quincuplo la figura undecagona, et quel medesimo in le altre figure de lati dispari, posto l'un e l'altro di angoli alla basa multiplice l'altro per quel numero, ilqual è la mità del mazzor numero paro contenuto sotto a numero disparo di lati della detta figura.

Il Tradottore.

In questo loco, in la prima tradottione eglie stato aggionto un modo da diuidere uno angolo in tre parti equali, & cōsequentemente a descriuere una figura nonāgola equilatera & equiangola in uno dato cerchio, ma perche tal suo procedere non è dimostratiuo lo hauemo interlassato come cosa inutile.

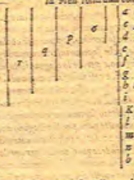
IL FINE DEL QVARTO LIBRO.

LIBRO QVINTO DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

1 *Vna quantità minore è parte d'una quantità maggiore quando che la minore numera, ouer misura la maggiore.*

LA parte alcuna volta se piglia propriamente, & è quella laqual è tolta per vn certo numero de volte, quella constituisse precisamẽte il suo tutto, senza alcuna diminutione, ouer augumẽto, & quella è detta numerare il suo tutto per quel numero, secondo ilquale la vien tolta alla constitutione di esso tutto, & tal parte (laqual chiamano multiplicatiua) l'autor la diffinisse in questo loco, & alcuna volta la se piglia communamente, & questa è qualũque quantità minore, laqual è tolta quante volte si voglia quella cõstituisse men, ouer piu del suo tutto, laqual dicemo parte aggregatiua, imperoche con altra quantità diuersa constituisse il suo tutto, ma per se tolte quante volte si voglia quella non lo produce.



Il Tradottore.

Per essẽpio di questa diffinitione, sia la infrascritta linea. a.b. diuisa in duodeci parti lequal partisono. a.c:c.d:d.e:e.f:f.g:g.h:h.i:i.K:K.l:l.m:m.n:n.b. della qual linea toltone la quantità .a.c. (laqual pongo che la sia la quantità .o.) & quella referta, ouer comparata a tutta la linea .a.b. diremo che quella serà propriamẽte parte di tutta la linea .a.b. per la diffinition dil l'Auttore, perche tal quantità minore, numero ouer misura precisamente la quantità maggiore, cioe la detta .a.b duodeci volte, & questa tal parte a differẽtia della parte communamẽte detta, se chiama parte aliquota, ouer multiplicatiua, similmẽte tolendo la quantità .p. equale alla quantità .a.d. & quella referta, ouer comparata a tutta la quãtità .a.b. (per la detta diffinitione) serà parte propria, ouer multi plicatiua de tutta la detta quãtità .a.b. perche quella numera, ouer misura precisamente sei volte. Similmente tolendo la quantità. q. equal alla quantità. a. e. ouer la quantità .r. equal alla quantità. a. f. cadauna di loro veria esser parte de tutta la quantità .a.b. perche la quãtità .q. veria numerare ouer misurar quella precisamente quattro volte, & la quantità .r. tre volte, & queste tal parti sono denominate dal numero delle volte che quella tal parte misura il suo tutto, essempli gratia la quãtità .a.c. ouer .o. diriasse la duodecima parte de tutta la

ta la quantità .a.b. et la quantità .a.d. ouer .p. serà la sesta, & la quãtità .a.e. ouer q. la quarta, & la quantità .a.f. ouer .r. la terza. lequal parti preclaramente se de scriueno in questo modo [illegible] & li numeri che sono sotto alle uirgule sono det $\frac{1}{2}$
ti denominatori di dette parti, ma se della detta quantità, ouer linea .a.b. ne toremo la quantità .a.s. qual poniamo che la sia la quantità .t. dico che questa quanti tà .t. non seria parte propria ouer multiplicatiua della quantità .a.b. perche quel $\frac{1}{6}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$
la non misura, ouer numera la quantità .a.b. precisamente, perche in due uolte la non puo compire di misurarla, ouer de numerarla, & in tre la soprabonda, & que sta è quella che è detta parte aggregatiua, ouer communamente detta. Alcuno potria adimandar sopra qual sorte parte si debbe intendere la nona commune sententia, io rispondo che la si debbe intendere largamente sopra l'una & l'altra in genere.

Diffinitione. 2.

$\frac{2}{2}$ Multiplice è la maggior della minore quando la minor misura quella.

La parte uien detta relatiuamente al tutto, & in questi dui estremi consiste la relatione di quelle fra loro, & pertanto hauendo diffinito lo minor estremo, in questo luoco diffinisse il maggiore e chiama questo maggior multiplice per questa causa che il minor tolto un certo numero de uolte constituisse il detto maggiore, seranno adonque relatiuamente detti fra lor e multiplice perche ogni parte e sub multiplice, come se manifesta per la diffinition di quella.

Il Tradottore.

Per esempio di questa diffinitione toremo pur la quantità, ouer linea .a.b. della diffinition precedente laqual linea .a.b. in comparatione a cadauna de quelle sue parti, cioe delle quattro linee .o.p.q.r. uien detta multiplice, & la sua multiplicità serà denominata dal medesimo numero che denomina la medesima parte. esempli gratia in comparatione della linea .o. serà detta dodecupla, et in comparatione della linea .p. serà detta sescupla, & in comparatione della linea q. quadrupla, & della linea .r. tripla, ma della linea ouer quantità .t. non serà multiplice perche la detta quantità .t. non numera ouer misura la detta quantità .a.b.

Diffinitione. 3.

3 La proportione e la conuenientia certa de due quantità de uno medesimo
3 genere dell'una nell'altra sia de quanta grandezza si voglia.

La proportione & la conuenientia de due cose d'un medesimo genere fra loro, in questo che una de quelle e maggiore, ouer minore dell'altra, ouer equa-

 le, per-

perche non solamente in le quantità se ritroua la proportione, ma in li pesi potentie, & soni. Platone nel Timeo doue dimostra del numero delli elementi, uole che in li pesi & in le potentie sia proportione, ma liquidamente appare dalla musica esser proportione in li soni, perche come vuol Boetio nel quarto, se qualunque neruo serà diuiso in due inequale parti, la proportione delle parti et di soni serà una medesima, contrario modo, ma in quelle cose in lequal uien trouata la proportione quelle participano la natura, & la proprietà della quantità, perche la non uien trouata in alcune due cose se non in questo che una de quelle è maggiore, ouer minore dell'altra, ouer equale; il proprio della quantità è esser detta secondo quella equal ouer inequale, come vuol Aristotile in li predicamenti, onde è manifesto la proportione primamente essere trouata in la quantità, & per quel la in tutte le altre cose. Ne puo esser proportione in alcune cose alla quale simile non sia in alcune quantità, per laqual cosa ben ha detto Euclide la proportione simplicemente esser in la quantità, conciosia che lui a diffinido quella per conuenientia de due quantità fra loro d'un medesimo genere. Lo intelletto dellaquale diffinitione è che la proportione & la conuenientia de due quantità fra loro alla quale il se aduertisse in questo che una de quelle è maggiore ouer minor dell'altra, ouer equale, per laqual cosa è manifesto che'l bisogna quelle esser d'un medesimo genere, come duoi numeri, ouer due linee, ouer due superficie, ouero duoi corpi, ouer duoi luochi, ouer duoi tempi, perche il nõ puo essere detto che la linea sia maggiore, ouer minore della superficie, ouer del corpo, ne il tempo de luocho, ma la linea della linea, & la superficie della superficie, perche solamente le cose uniuoce sono comparabile, ma quello che dice certa conuenientia non intendere cosi si come conuenientia nota ouer cognita, ma si come determinata, il sentimento della quale è questo, la proportione & la determinata cõuenientia di due quantità, io dico cosi determinata, che la sia questa, & non altra perche non è necessario che ogni conuenientia de due quantità sia cognita di duoi, ne anchora dalla natura, perche alcuna proportione è di discretti come de numeri, & alcuna de continui, hor in li numeri il minor è parte, ouer parti del maggiore, come se demostra nel settimo, per laqual cosa & in tutti quelli la cõuenientia è certa & nota, ma in li continui la proportione è piu larga, perche in quello è doue la minor quantità e parte, ouer parti della maggiore, & di tutti questi tali per mezzo de numeri la proportione è nota laqual uien detta rationale, & tutte queste tal quãtità sono dette communicante, perche quelle una medesima quãtità necessariamente li misura, onde & tutti li numeri sono communicanti, perche la unità misura tutti quelli, eglie anchora doue che la minore non è parte, ouer parti della maggior, & in questi tali non è nota la proportione ne a noi ne alla natura, et questa proportione uien detta irrationale, & queste quantità incommunicante, onde si fa che ciascaduna proportione, laqual se troua in li numeri q̃lla se troua etiam in ogni genere de continui come in le linee, superficie, corpi, & tempi, ma non è e conuerso, perche infinite proportioni se trouano in li continui lequali la natura di numeri nol patisse, ma ciascuna proportione laqual sia trouata in uno genere

di

di continui la medesima uien trouata in tutti li altri, perche a qualunque modo se ritroua alcuna linea a qualunque altra se ritroua, cosi qualunque superficie ad alcuna altra, & qualunque corpo ad alcun altro, similmente il tempo, ma non cosi qualunque numero ad alcun altro, onde piu è larga la proportione in li continui che in li discreti, per il che è manifesto la proportione geometrica essere de maggior abstratione, che la proportione arithmetica, perche in ogni proportione certa laquale uersa la arithmetica e rationale, ma la geometrica equalmente considera la rationale, & la irrationale.

Diffinitione. 4.

4/4 La proportionalità & le similitudine delle proportioni.

Come se noi dicessimo che la proportione che è della. a. alla b. quella è anchora della. c. alla. d. la proportione che è fra la. a. & la. b. e simile a quella che è fra la, c, & la d, & questa similitudine che resulta da queste proportioni uien detta proportionalità.

Diffinitione. 5.

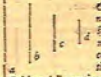
0/5 Le magnitudine sono dette hauer proportione fra loro lequali multiplicate se possono l'una e l'altra eccedere.

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione, il senso della quale è questo che le magnitudine se dicono hauere porportione insieme, lequale multiplicate se possono eccedere l'una & l'altra, perilche il seguita che fra qualunque due quantità (ouer magnitudine) terminate, che siano de uno medesimo genere è sempre qualche specie de porportione perche sempre se po multiplicare una di quelle talmente che la eccederà, ouer auanzarà l'altra ma quando l'una fusse terminata, & l'altra infinita all'hora non seria fra l'una et l'altra alcuna specie di porportione perche la terminata non se poteria multiplicare talmente che potesse eccedere la infinita, e però dice Aristotile in lo primo de celo & mundo textu quinquagesimo secundo, proportio nulla est infiniti ad infinitum, cioe che de una cosa infinita a una finita et terminata non glie proportione alcuna, perilche concesso, ouero presupposto che due quantità habbiano proportione fra loro, ne seguita per questa diffinitione che si possa multiplicare la minore talmente che eccederà la maggiore, come accade sopra la ottaua di questo etiam nella prima del decimo, & similmente concesso in due quantità inequale che la minor multiplicata secondo il bisogno la eccederia la maggior, seguiria quelle due quantità hauer proportion fra loro, esempli gratia concesso che il quadruplo del diametro d'uno cerchio ecceda la circonferentia seguita il diametro il cerchio hauer proportione con la circonferentia quantunque la ne sia incognita per fina a questa hora.

Diffinitione. 6.

5/6 *Le quantità lequale sono dette hauer la proportionalità continua, sono quelle delle quale li multiplici equalmente tolti ouero che sono equali, ouero che equalmente senza interruptione se sopràuanzano, ouero sminuiscono.*



Supposta la diuisione delle proportionalità, ꝓ cõtinua & discõtinua l'Auttor diffinisce li membri che diuideno, & primamente la cõtinua, o per dire meglio supposta la diuisione delle quantità proportionale, per continue, & discontinue, proportionale, lui non diffinisse la continua proportionalità, ne la discontinua, ma le quãtità continue proportionale, & le discontinue, ma la diffinitione della continua proportionalità, & della discontinua assai è manifesta per la diffinitione delle quantità continue proportionale, & delle discontinue. ma la continua proportionalità è quando in qual proportione la prima (de quante quantità si voglia de uno medesimo genere) antecede la seconda in la medesima, la prossima consequente antecede una delle altre, come esempli gratia quando dicessimo si come è della .a. alla .b. cosi è della b. alla .c. & della c, alla, d, & ciascuna di quelle serà antecedente, & consequente eccetto la prima laquale è solamente antecedente, & la vltima laquale è solamente consequente. & in questa proportionalità è necessario tutte le quantità esser de vno medesimo genere per la continuatione delle proportione (impero che'l non è proportione in fra le quantità de diuersi genere) et questa serà almanco in tre termini constituida, ma la discontinua è quando de quattro quantità (ouer serãno tutte de uno medesimo genere, ouer le due prime de uno, & le due ultime de un'altro) in qual proportione la prima antecede la seconda in quella medesima la tertia antecede la quarta come quando dicessimo si come è della .a. alla .b. cosi è della, c, alla .d. & serà qualunque di quelle, ouer solamente antecedente, ouer solamente consequente ne etiam è necessario che siano tutte quattro de uno medesimo genere, si come in la proportionalità continua, imperoche il consequente della prima proportione non è continuado allo antecedente della seconda, ma è possibile che siano de uno medesimo genere, & è possibile che siano de diuersi perche si come accade trouarse una linea doppia a un'altra, ouero treppia, cosi accade trouarse una superficie ad un'altra superficie, & un corpo ad un'altro corpo, & cosi un tempo a un tempo, & un numero ad un numero.

Vista che cosa sia la ꝓportionalità cõtinua, et la discõtinua essaminamo la sopra scritta diffinitione delle quantità cõtinue ꝓportionale, la qual dice che le quãtità cõtinue ꝓportionale sono q̃lle, delle quale li multiplici tolti equalmẽte ouer che sono tra loro equali, ouer che senza interrũpimẽto equalmẽte si sopra uãzano, ouer mãchino, esempli gratia, siano le tre quãtità d'un medesimo genere .a.b.c, allequale siano tolte le .d.e.f. equalmẽte multiplice. cioè che si come la.d.è multiplice alla.a.che cosi la.e.sia multiplice alla.b.& la.f.alla.c. & serāno tutto in el medesimo genere (perche li multiplici,& li submultiplici sono in uno medesimo genere, & sia che le.d.e.f. ouer che le siano equale fra loro, ouer che le siano simile nel sopramāzare, ouer mācare, cioè che si come la.d.auāza sopra alla.e.ouer māchi da quella, cosi la.e.auāzi sopra alla.f.ouer māchi da quella, dico che quādo questi multiplici serāno a questo modo le tre quātità.a.b.c. serāno cōtinue proportionale.ma non intēdere li multiplici esser simili nel soprabōdare, ouero nel mācare in quāto alla quātità delli eccessi,ma in quāto alla proportione, pche altramēte la diffinitione saria falsa, perche di qualunque quantità, di uno medesimo genere che si eccedino per differentie equale tolto li multiplici equalmēte, anchora li multiplici se eccedeno per differentie equale onde similmēte sono simili, nel suprabondare & nel minuire, ouer mācare in quāto alla quātità delli eccessi, ouer differētie niētedimeno le prime quantità nō sono cōtinue proportionale, anzi sēpre delle minore quātità, è maggior la proportione, & questo aduiene perche li multiplici di quelle nō se eccedeno similmēte inquāto alla proportione, ma solamēte in quāto alla quātità delle differētie pche etiā in li minori multiplici e la proportione maggiore esempli gratia siano tolti tre numeri che se eccedino per differētie equale immediatamēte cioè arithmetice come.2.3.4.tutti multiplici questi.3.numeri tolti equalmente si eccedeno fra loro, li doppi se eccedeno per il binario & li treppī per il ternario & cosi li altri nientedimeno li tre numeri.2.3.4. non sono continui proportionali anci di duoi minori è maggiore la proportione, perche la proportione di quelli è sesquialtera & di duoi maggiori è sesquitertia. adonque perche fra quelli non è similitudine di proportione,& pero fra quelli nō serà proportionalità ne cōtinua ne discontinua adunque è manifesto che quella similitudine di sopragiōgere ouer di diminuire ouer mancare nō se intende in quāto alla quātità delle differētie, ma in quāto alle proportione, e per tanto il senso della soprascritta diffinitione serà in questo modo: le quātità cōtinue proportionale sō quelle delle quali tutti li multiplici equalmēte tolti, sono cōtinui proportionali.ma il nō uolse ponere essa diffinitione sotto questa forma: perche all'hora se diffineria tal cosa per quella medesima, ma quāto aspetta alla cosa, questo è cōuertibile cō la sua diffinitione: ma le tre quātità, a,b,c, bisogna esser d'un medesimo genere, per questo che li multiplici di quelle fra loro siano

equali, ouer che siano simili in soprabondare, ouer in mācare perche se.a.& b. fussено di diuersi generi seriano etiam.d.& .e.(multiplici di essi.a.& b.) di medesimi diuersi generi per questa causa che li multiplici, e li submultiplici sono d'uno medesimo genere, per laqual cosa. d. non seria equale ne maggiore ne minore di .e.perche le quantità di diuersi generi non sono comparabile fra loro.

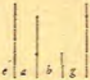
Il Tradottore.

Queste soprascritta diffinitione se ritroua solamente in le prima tradottione la quale diffinitione, penso questo & tengo per fermo che la non sia di Euclide, per le tre ragioni. Prima perche tal diffinitione non ha in se alcuna ragione de diffinitione, perche ne secondo il modo chi parla tal diffinitione, ne secondo che dice lo espositore di quella puotemo conoscere, ouer dimostrar tre quantità continue, esser continue proportionale, & molto mi marauiglio del commentatore che vuol diffinire tre quantità continue proportionale per tre quantità continue proportionale, cioe per li lor multiplici, ma voria saper da lui come potrò io conoscer, ouer dimostrar che li multiplici siano continui proportionali in le quantità continue non sapendo qual sieno le quantità continue proportionale, adonque non assignandone un proprio accidente di conoscer le quantità continue proportionali, nõ sapremo conoscer che li multiplici che son per quantità siano continui proportionali adonque tal diffinition non manifesta la cosa diffinita, la seconda ragione che la non sia di Euclide e che di tal diffinitione non se ne serue in loco alcuno per tutta l'opera sua, perilche tal diffinitione (quando che bene fusse bona) seria cosa frustra, & il costume di Euclide (come piu volte e stato detto) non e de mettere cosa alcuna frustatoria, la terza ragione e che tal diffinitione non si troua nella seconda tradottione, perilche tẽgo che la sia stata aggionta d'alcuno che si persumeua di sapere, ma alcuno potria dire tal diffinitione esser pur dell'Autore, ma che la non si puo diffinire altramente, io rispondo che quando tal diffinitione gli fusse sta bisognosa in qualche propositione, bẽ l'haueria saputa rettamente porre, come in fine della sequente se dirà.

Diffinitione. 7.

6 *Le quantità lequale sono dette esser secondo vna proportione, cioe la prima alla seconda, come la terza alla quarta, sono quelle delle quale li multiplici equalmente tolti alla prima & terza, comparati alli multiplici equalmente tolti alla seconda & quarta, seranno simili ouer in eccedere, ouer mancare, ouer in equaliarse tolti in quel medesimo ordine.*

6



Posta di sopra la diffinitione delle quantità continue proportionale quiui pone la diffinitione delle proportionale discõtinue, & e che di qualũque quattro quantità delle quale seranno tolti li multiplici equalmẽte alla prima, & terza, e similmente li multiplici equalmente alla seconda, & quarta, & serà che il multiplice della prima sia cosi al multiplice della seconda (in quanto al eccedere ouer manchare, ouer alla equalità) si come il multiplice della terza al multiplice della quarta, la proportione della prima di quelle alla seconda serà si come della terza alla quarta, esempli gratia siano le quattro quantità. a.b.c.d. & siano tolti, alla

prima

prima et tertia (lequale sono .a. et c.) li multiplici equalmente (come seria a dire doppi) liquali siano, e, & f, & similmente alla seconda & quarta (lequali sono, b, & d,) siano tolti li multiplici equalmente (come seria a dire treppi) liquali siano g, & h, & sia che questi quattro multiplici cosi tolti (comparati fra loro secondo l'ordine delle prime quattro quãtità, cioè che la, e, sia comparata alla, g, & la, f, alla, h, & non la, e, alla, f, ouer la, g, alla, h, siano simile nel auanzare, diminuire & equaliare, cioè che se la, e, eccede la, g, che similmẽte la, f, ecceda la, h, ouero che se la, e, minuisse della, g, similmente la, f, minuisca della, h, ouer se la, e, è equale alla, g, che similmẽte la, f, sia equale alla, h, all'hora la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d.

† Ma la similitudine del sopra aggionger, ouer diminuir, sia inteso in questo loco si come in la diffinitione delle quantità cõtinue proportionale, cioe non in quanto alla quantità delli eccessi, ma in quanto alla proportione, & quella parte che dice tolte in quel medesimo ordine, sia intesa si come è stato esposto, cioe che li multiplici non siano refferti insieme secondo l'ordine di quella quantità dalle quale seranno stati tolti multiplici equalmente, cioe che'l multiplice della prima non sia refferto al multiplice della tertia, ouer il multiplice della secõda al multiplice della quarta, ma siano referti secondo il primo ordine di quelle quattro quantità, cioè il multiplice della prima al multiplice della seconda, & lo multiplice della tertia al multiplice della quarta, serà adunque il senso di questa diffinitione in questa forma. quattro quãtità son proportionale discõtinue, cioe la proportione della prima alla seconda, & si come della terza alla quarta quando che li multiplici tolti equalmente alla prima & terza, & similmente li multiplici tolti equalmente alla seconda, & quarta, serà la proportione del multiplice della prima al multiplice della seconda si come è del multiplice della tertia alla multiplice della quarta: ma non ha voluto diffinire sotto questa forma per la causa predetta, auenga che quanto aspetta alla cosa sia el medesimo, ma non e necessario che le quattro quantità. a. b. c. d. siano d'un medesimo genere: impero che la .b. non e continuata in proportione con la. c. ma puo esser le due prime d'un genere, & le due seguente d'un altro. per la qual cosa è manifesto che glie necessario esser referto lo multiplice della prima allo multiplice della seconda, & lo multiplice della terza al multiplice della quarta, & non lo multiplice della prima allo multiplice della terza, ouer il multiplice della seconda al multiplice della quarta, per che lo multiplice della prima & della terza non sono sempre d'un medesimo genere, ne etiam il multiplice della seconda & della quarta, ma el fu necessario torre li multiplici equalmẽte alla prima & terza, et similmente li multiplici equalmẽte alla secõda & quarta, et non li multiplici equalmente alla prima et secõda, ne ancibora li multiplici equalmente alla terza & quarta, perche per il tuor de multiplici non è

continuati

continuati li termini della prima proportione con li termini della seconda non serà perche cosa sia la proportione della .a. alla .b. si come della .c. alla .d.

il Tradottore

La soprascritta espositione senza dubbio è uno misto de dui varij Comentatori, per il che la voglio diuidere in due parti, la prima parte serà dal principio di tal espositione, per fin a questo segno † & la secõda serà dal medesimo segno per fin al fin di detta espositione. hor dico che colui che descrisse la prima parte ueramẽte intendeua Euclide, perche in essa esprime benissimo & sufficiẽtemẽte il

uero senso di tal diffinitione, & nõ accade intendere nelli multiplici niune di quelle cõditioni che si narra nella seconda parte, ma bisogna intẽderle largo modo, come in essa prima parte se dechiara, laqual cosa se manifesta per tutti li lochi doue che Euclide si serue di questa tal diffinitione, cioè nella quarta, settima, & undecima propositione di questo quinto libro, similmente nella prima del sesto & nella. 25. dello undecimo. ma la seconda parte (quale credo sia una gionta del Campano) nõ solamente interbida il uero senso di tal diffinitione, ma confonde totalmente lo studente che'l non sa doue il sia cõ tante sue conditioni & articuli di poca uerità, & acciohe questo liquidamente appara, induremo in campo sotto breuità la prima parte della prima propositione dil sesto libro (per esser molto a proposito per dar ad intendere bene questa diffinitione) cioè siano li duoi parallelogrammi .a.b.c. & d.e.f. de equal altezze, & fra le due linee equidistante .g.h. & i.K. hor cõcludo queste quattro, quantità, cioè li duoi parallogrãmi .a.b.c. & d.e.f. & le sue due base .b.c. & f.e. sono in una proportione perche li multiplici tolti & comparati secondo l'ordine di questa soprascritta settima diffinitione hanno quella similitudine & conditione che in essa si ricerca, laqual cosa dimostreremo in questo modo. Batezzeremo primamente la basa .b.c. per prima, quantità, & la basa, f.e. per seconda, & lo parallelogrãmo .a.b.c. per terza & lo .d.e.f. per quarta & procederemo in questo modo, pigliarò della linea .b.l. una parte che sia multiplice alla basa .b.c. in che numero me piace, ma per il psente la toremo doppia, & sia la linea .b.l. & quella diuiderò in parti equali al la basa .b.c. in ponto .m. & dalli duoi ponti .l. & .m. condurò le equidistante al la, a, b lequale siano, l, n, & , m, o, & compirò le superficie de equidistanti lati. n.m. & o.b. & serà ciascuna de quelle (per la trigesima sesta del primo) equale alla superficie .a.c. per laqual cosa si come la linea .b.l. multiplice alla .b.c. cosi la supficie .n.b. è multiplice alla superficie .a.c. cioè che l'una e l'altra è dopia & cosi uenimo hauer tolti li multiplici equalmente alla prima & terza. Similmente anchora pigliarò una parte della linea .f. K. che sia multiplice alla basa. f.e. secõdo che numero me piace, ma per el presente la toremo treppia, & sia la linea .f.p. laqual diuiderò pur in parte equale alla linea, f, e, nelli duoi põti .q. r. & tirarò dalli tre põti .p.q.r. tre linee equidistẽte alla linea .d.f. lequale siano. r.s.q.t.et.p.u.et cadauna delle tre supficie .d.r.s.q.et.t.p. serà equal alla sup

cetie d.e. (p la detta trigesima sesta del primo) dilche tutta la supficie. d.p. serà cosi multiplice alla superficie. d.e. si come la linea. f.p. alla linea. f.e. cioè treppia & cosi uenimo hauer tolti li multiplici equalmente alla seconda & quarta. Hor cōparando il multiplice della prima (cioe la linea, l, b,) al multiplice della secōda (cioè alla linea, f. p, & lo multiplice della tertia (cioè la superficie n, b,) al multiplice della 4. (cioe alla superficie. d. p.) hāno quella similitudine che recerca la soprascritta diffinition, cioè che la linea. b.l. è maggior della linea. f.p. etiam la superficie. n. b. (per la trigesima sesta del primo) de necessità serà maggiore della superficie. d.p. & se la è minore, minore. & se la è equale, equale, perilche seguita che le due base. b.c. & e.f. & le due superficie. a.b.c. & d.e.f. siano in una proportione (per questa soprascritta diffinitione) che è il proposito. Si uede adōque che quella similitudine di eccedere, diminuire, & equaliare se piglia, largo modo, & nō se ha rispetto che tal eccedere, ouer diminuire sia ne secondo la quantità del eccesso, ne secondo la proportione, come uuol la secōda parte, ne etiam si debbe, ne si puo dar a tal diffinitione quel senso ch'in la detta seconda parte se cōclude (qual dice cosi) discontinue proportionale sono quattro quantità, & la proportion della prima alla seconda e si come della tertia alla quarta quando li moltiplici tolti come se propone, serà la proportione del multiplice della prima al multiplice della seconda si come del multiplice della tertia al multiplice della quarta. Perche il se diffineria tal cosa per quella istessa, per il che la cosa diffinita insieme con la diffinitione ueriano a restar equalmente ignote. esempli gratia, se io non so conoscer in le quattro proposte quantità se quelle siano proportionale manco saprò io conoscer ne dimostrar tal cosa nelli quattro moltiplici che son pur quattro quantità, uero è che uno tal senso potria admettere per propositione (per esser demostrabile) & seria il conuerso della quarta propositione di questo, & se dimostraria per mezzo di questa settima diffinition procedendo per lo conuerso modo della quarta di questo, riducendo lo aduersario allo impossibile, ma per diffinitione non è a proposito. Et nota che questa settima diffinitione parla alquanto piu correttamente nella secōnda tradottione qual dice in questa forma.

Le grandezze se dicono esser in una proportione, cioè la prima alla secōda, & la tertia alla quarta quando li multiplici tolti equalmente alla prima & tertia comparati alli multiplici tolti equalmente alla seconda & quarta che insieme si eccedino ouer che insieme siano equali, ouer che insieme manchino, nientedimeno, in sostantia son conforme.

Il Tradottore.

Quando che al Auttore fusse stato necessario a diffinire le quantità de continua proportionalità facilmente lui li poteua diffinire in questo luoco rettamente, cioè, per accidenti proprij in questo modo.

Tre quātità si dicono hauer proportionalità cōtinua, quādo che li duoi multiplici equalmēte tolti alla prima & alla secōda cōparati alli altri dui multiplici

equalmente

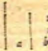
equalmente tolti alla medesima seconda & alla tertia, siano simili in quanto al lo auanzare diminuire & equaliare.

In questa diffinitione se potria chiamar propositione perche quello che hauemo detto se potria dimostrare per la precedente diffinitione pigliando la seconda in loco di seconda e terza, ma l'Auttor non ha posta, o per non hauerne dibisogno, ouer perche la precedente satisfa per l'una e per l'altra.

Diffinitione. 8.

7/7 Le quantità, che hanno vna medesima proportione sono dette proportionale.

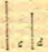
Il Tradottore.



Esempli gratia, se la proportione della quantità, a, alla quantità, b, fusse si come della quantità, c, alla quãtità, d, le dette quattro quantità seriano dette proportionale.

Diffinitione. 9.

8/8 Quando che seranno tolti li multiplici equalmente alla prima & terza, & similmente li multiplici equalmente alla seconda & quarta, & che'l multiplice della prima sopranauanzarà il multiplice della seconda, e che lo multiplice della terza non sopranauanzarà il multiplice della quarta, all'hora la prima se dirà hauere maggiore proportione alla seconda, che la terza alla quarta.



Il Tradottore.

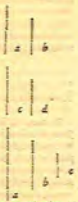
Sopra a questa nona diffinitione (in la prima tradottione) se ritroua una espositione, laqual è pur uno misto de duoi varij commentatori (si come era etiam sopra la settima) perche in quella son alcune parti che bene esplicano il senso di tal diffinitione, ma poi ue ne sono state interposte, ouer mescolate con quelle tante altre piene di zanze inutile e fuora di proposito che non solamente occultano le dette parti bone, ma acciecano talmente il studente che'l non sa doue el se sia, per tanto accioche il detto studente non entri in tal errore hauemo separato la luce dalle tenebre, cioè le parti che rettamente parlano da quelle che non rettamente dicono.

Diffinite le quãtità ꝓportionale il diffinisse le quãtità disproportionale, ma le disproportionale sono q̃lle fra lequale è la dissimilitudine delle ꝓportioni, laqual cosa puo accadere in duoi modi, ouero pche maggiore è la ꝓportione della prima alla secõda, che della terza alla quarta, ouer pche e minore, e però di q̃lle sono due specie, la prima quãdo eglie maggiore la ꝓportione della prima alla secõda che della terza alla quarta, et q̃sta e detta disproportionalità maggiore, et la secõda e quãdo che eglie minore la proportione della prima alla secõda che della terza alla quarta, & q̃sta e detta disproportionalità minore, el diffinisce adunque quelle quantità, fra lequale e maggiore la proportione della

prima

prima alla seconda, che della tertia alla quarta la qual è la maggiore disproportionalità, ma la diffinitione di quelle fra lequale è minor la proportione della prima alla seconda che della tertia alla quarta lui non l'ha posto, perche quella è manifesta per l'altra.

Quando adonque seranno quattro quātità delle qual siā tolti multiplici equalmente alla prima, & tertia, & li multiplici equalmēte alla secōda & .4. et che li multiplici della .1. & 2. cōparati insieme nō seran simili nel ecceder, diminuir & equaliare alli moltiplici della tertia & della quarta quelle quattro quantità seranno disproportionale, & se'l multiplice della prima serà maggiore del multiplice della secōda et che'l nō sia necessario che'l multiplice della tertia sia maggiore del multiplice della quarta all'hora serà maggiore la ꝓportione della prima alla secōda che della terza alla quarta, pche in niun loco è maggiore la proportione della prima (di quattro quantità) alla seconda che della tertia alla quarta, che'l nō acaschi sēpre a trouarse alcuni multiplici equalmēte tolti alla prima & alla tertia liqual quando seranno comparati ad alcuni multiplici equalmēte tolti alla seconda e quarta, se ritrouerà il moltiplice della prima sopravanzare il moltiplice della secōda, & lo moltiplice della tertia nō sopravāzarà il moltiplice della quarta, ne in loco alcuno acasca ritrouar questo, che'l non sia maggiore la proportione della prima alla seconda, che della tertia alla quarta, come dimostraremo di sotto sopra la duodecima di questo, & queste quātità disꝓportionale possono essere da diversi generi, si come anchor le quātità proportionale discōtinue, come se'l se dicesse la ꝓportione della .a. alla .b. e maggiore che dalla .c. alla .d. ma se la disproportionalità serà continua di necessità seranno tutte d'un medesimo genere (si come nella cōtinua proportionalità) come se'l se dicesse maggiore è la proportione della .a. alla .b. che della .b. alla .c.



Il Tradottore.

Le soprascritte sono le parti che ben esplicano il sēso della soprascritta diffinitione, & non accade di descriuere le parti che non rettamēte parlano, perche volendole narrare a una per una, & volendole poi riprobare gli andaria da dire assai, ma se pur alcuno hauerà accaro di vederle, potrà satisfarse in essa prima tradottione Latina.

Diffinitione. 10.

9 Ma la proportionalità è constituita almanco fra tre termini.

9

Dapoi che l'Auttor ha diffinito la proportione, & proportionalità & le quātità ꝓportionale, el ne dimostra il minimo numero di termini fra li quali puo star la ꝓportionalità et non mette il massimo, perche quello non si puo assegnare, perche

che qualunque proportione puo essere cõtinuata in infiniti termini o sia proportio ne rationale, ouer irrationale, ma alla proportionalità è necessario almanco due proportioni simile, imperoche la proportionalità è similitudine di proportione, et qualunque proportione ha lo antecedente & lo consequente, adonque qualunque proportionalità ha almanco doi antecedenti & duoi consequenti, laqual cosa è impossibile farse in manco di tre termini. In liquali il medio di quelli viene a esser antecedente & consequente, & però la proportionalità serà cõtinua, per laqual cosa la proportionalità continua è constituida al manco fra tre termini, ma la di scontinua non serà in manco di quattro, imperoche in quella qualunque termine e solamente antecedente, ouer consequente, il medesimo se intēde del minor nume ro di termini della disproportionalità, perche se la serà continua serà almãco fra tre termini, se la serà discontinua almanco fra quattro.

Diffinitione. 11.

10 Se seranno tre quantità continue proportionale, la proportione della prima
10 alla terza se dirà proportione duplicata della prima alla seconda.

L'Auttor diffinisse la proportione che è fra li estremi termini della cõtinua pro portionalità constituida in tre termini, & dice che se'l serà la proportione dello pri mo termine allo secondo, si com'è dello secondo allo terzo, che la proportione del primo al terzo serà si come e dal primo al secõdo duplicata, cioè cõposta di due ta li, ouer (che è quel medesimo) la proportione dal primo al tertio serà si come dal primo al secõdo duplicata, cioè in se multiplicata, esempli gratia, in numeri, sia no tre numeri continui proportionali, & siano cõtinuamēte doppij com. 2.4.8. la proportione del primo al tertio serà si come la proportione del primo al secõdo in se moltiplicata, & la proportione del primo al secondo è doppla, & la doppla in se moltiplicata produce una quadrupla, onde la proportione delli estremi è qua drupla, cioè il doppio del doppio, ouer (secondo la prima espositione) la proportio ne delli estremi è si come la proportione del primo al secondo dupplicata, perche la quadrupla è composta de due dupple.

Il Tradottore.

El Campano nella sopra scritta espositione (se tal espositione è del Campano) cõmette piu errori, l'uno de quali è questo, che de diffinitione lui la retira in propo sitione, pche lui dice che Euclide dice che se la proportione del primo termine al secondo serà si come del secondo al terzo, che la proportione del primo al tertio se rà doppia a quella che è fra il primo e il secondo, & io dico che Euclide non dice, che la sia doppia a quella, anzi lui diffinisse che la se dirà doppia a qlla, cioe che nelle cose sequēte, ouer che per l'aduenire il doppio d'una proportione si debbe in tendere secondo che lui diffenisce in questa diffinitione e nõ altramente, ma se lui concludesse che la fusse il doppio di quella (come vuol il Cãpano) la nõ seria diffi nitione.

rätione anci seria una propositione, et bisognaria che lui demostrasse che la fusse il doppio di quella, & volēdola dimostrare, bisognaria prima sapere, ouer diffinire che cosa sia il doppio d'una proportione, perche nō seria possibile a dimostrare che una proportione fusse doppia a un'altra che nō sapesse prima come se intēda il doppio d'una proportione. Alcuno potria dire che eglie cosa notissima, che cosa sia il doppio d'una cosa, io rispondo che eglie il vero in le quantitade, ma non gia in le proportioni, pche il doppiare delle proportioni, nō seguita ne risona al audito, secondo l'ordine del doppiare delle quantità (massime de numeri) eccetto che nella pportione doppla, cioe che il doppio d'una pportione doppla fa una quadrupla, si come anchora il doppio di .2. (numero) fa .4. ma el nō seguita questo in alcun'altra specie di proportione, pche il doppio di una tripla non fa una sexcupla (si come che il doppio di tre fa sei) anci fa una nonupla, & similmente il doppio di una quadrupla nō fa una ottupla anci fa una sedescupla, & tutto questo se trouerà cosi esser per la sopradetta diffinitione, e per tanto fu necessario a diffinire come si debba intendere il doppio d'una proportione nelle cose che seguita, ouer che se hãno da dire, perche inuero se l'Auttor non hauesse diffinito tal cosa, lo studente se potria ingannar grandamente, cioe pigliar tal doppiar secondo lo indoppiare di numeri, cioe pigliar, ouer intender che il doppio d'una tripla fusse una sexcupla, laqual cosa nō seguita, come di sopra è detto, anchora p un'altra ragione fu necessario a Euclide diffinire tal cosa perche senza tal diffinitione il non se haueria potuto dimostrare la decima ottaua del sesto, laquale dice che sel serà duoi triangoli simili che la proportione di l'uno all'altro e si come la proportione duplicata di qual si voglia lato di l'uno al suo relatiuo lato di l'altro, laqual cosa se dimostrarà per mezzo di questa soprascritta diffinitione.

Anchora bisogna notare equalmente questa & quasi tutte le altre diffinitioni di questo quinto libro. Euclide le ha poste in specialità p le quantità cōtinue e nō p li numeri, & se cosi non fusse Euclide non hauería replicato questa & molte altre nel settimo, nelli numeri, e però queste nō si deueriano esemplificare con numeri, ma con quantità continue, cioe con linee, uero è che lo esemplificare cō numeri molte uolte giova, & fa capire la cosa, ma molte molte è nociuo nelle ppositioni et demostrationi geometrice, perche spesse uolte il studente che vede con la esperientia de numeri verificarse la ppositione preposta, non si cura de intendere quella p demostratione, & nō aduertisse ne considera che'l non se intende che l'huomo sappia quelle cose che non intende per demostrationi (come fu detto in principio) l'altra, spesse uolte l'huomo che in tutte le cose se uol fondare sopra la esperientia de numeri, molte uolte, ouero che'l si confonde, ouero che el se inganna, massime in quelle cose, che si dicono in specialità per le quantità continue, & questo è interuenuto al Campano sopra la settima & non a diffinitione di questo (se tal ispositioni son del Campano: perche el non trouaua nelle sue esperientie de numeri uerificarsi sempre nelli moltiplici, quello che lui pēsaua che volesse dire Euclide, (ma non quello che Euclide diceua, perche se hauesse isperimentato secondo, che

Euclide

Euclide diceua lui haueria trouato quello che il detto Euclide diceua.) p ilche ui sopragiunse tante uarie cõditioni, nel sopraauanzare e diminuire di multiplici, & massime sopra la nona, similmente per fondarse totalmente sopra la esperientia, et accidenti de numeri non puol tolerare, che la proportione della prima alla terza di tre quãtità cõtinue pportionale, se dica dupplicata alla proportione che è dalla prima alla seconda (come di sopra appare) pche la denominatione di tal proportione, nelli numeri non risuona allo audito si come il doppiamento di numeri, & pero uuole che la se dica in se multiplicata, & non considera che nelle quãtità cõtinue nõ hauemo sempre notitia delle denominationi delle lor proportioni, p ilche non se potemo gouernare in quelle per le sue denominationi, come se man ifesta sopra la detta decimaottaua del sesto, & in molti altri lochi, ideo.

Diffinitione. 12.

11 *Quãdo seranno quattro quantità continue proportionale, la proportione*
10 *della prima alla quarta se dirà proportione della prima alla seconda triplicata.*

Il Tradottore.

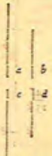
El Campano similmente nel esponere questa diffinitione incorre nelli medesimi errori della passata, cioe de diffinitione la retira in propositione, & similmẽte per fondarse sopra il treplicare de numeri pare a lui che tal diffinitione nõ bẽ suoni a chiamarla treplicata, anci pare a lui che respõderia meglio a dire che la proportione della prima alla quarta sia si come quella della prima alla secõda in se dapoi nel produtto multiplicata, ma uorria saper da lui con che gratia di parlare (con tal forte di diffinitione) se potria dittare la trigesimasesta propositione del undecimo, ma per non abondare in scrittura (troncando le cose superflue) esponeremo simplicemente la soprascritta diffinitione, dico adunque che hauendo Euclide nella precedente diffinito come si debba intendere il doppio, ouer il dopplicare d'una proportione nelle quantità continue, al presente in questa diffinisse, come si debbia intendere il treppio, ouer il treplicare d'una proportione, & dice come di sopra le sue parole sonano, cioe che'l serà quattro quantità continue proportionale che la proportione della prima alla quarta se dirà treppia a quella che è dalla prima alla seconda, essempli gratia, siano le quattro quantità continue proportionale, a, b, c, d, & sia supposta la, a, prima, b, secõda, c, terza, d, quarta dice che la pportione della a alla d se dirà per l'aduenire il treppio della proportione che è dalla a alla b cioe treppiata a quella, et cosi si debbe intendere il treplicare, ouer il treppio d'una proportione, perche secondo questo modo, & secõdo questa diffinitione se intende, & se dimostra la trigesimasesta propositione del undecimo libro.

Diff-

Diffinitione. 13.

12 *Le quantità che sono in una proportione, lo antecedente al consequen-*
11.12 *te, & lo antecedente al consequente, se dirà è contrario, si come lo conse*
13 *quente allo antecedente, cosi lo consequente allo antecedente: similmen-*
te permutatamente, si come lo antecedente allo antecedente, cosi ancora lo consequente al consequente.

Il Tradottore.



Quivi l'Auttor ne incominciа a diffinire le specie della proportionalità, lequale nella prima tradottione sono sette (abē che il Campano dica sei) ma nella secōda tradottione sono undeci, la prima delle quale è detta (semplicemente) proportionalità, le altre dieci se dicono proportionalità, conversa, permutata, cōgiōta, disgiōta, eversa, equa, ordinata, inordinata, distesa, & perturbata, come nelle sequente diffinitione appare, el diffinisse adonque sotto brevità la prima, seconda, & tertia specie, & dice che le quā tità che sono in una proportione (cioe semplicemēte proportionale) se intende lo antecedente al consequente, si come lo antecedente al consequēte, cioe la prima alla seconda, si come la tertia alla quarta, perche il primo termine della proportione se chiāma antecedente, & lo secondo consequente: ma accio meglio mi intendi siano li quattro quantità, a, b, c, d, & sia supposto la, a, prima, b, seconda, c, tertia c, d, quarta, hor dico che sel si concludesse (semplicemente) tai quantità esser proportionale, l'Auttor vol che tal conclusione se intenda che lo antecedente, a, al suo consequente, b, sia si come lo antecedente, c, al suo consequente, d, (cioe la prima alla seconda esser si come la tertia alla quarta) & questa tal similitudine di proportione e detta semplicemente proportionalità, ma quādo che il se cōcludesse (come si fa nel corrolario della quarta propositione di questo) che le dette quattro quantità fussino proportionale al contrario. l'Auttor diffinisse che tal conclusione si debba intendere che lo consequente, b, allo suo antecedente, a, sia si come lo consequente, d, al suo antecedente, c, cioe dalla seconda alla prima come dalla quarta alla tertia, & tal similitudine di proportioni, (a differentia dell'altre di sopra detta) se adimanda proportionalità conversa, overo al cōtrario, ma quādo che il cōcludesse (come si fa nella sestadecima di questo) che le dette quattro quantità fussino permutatamente proportionale, lo Auttor diffinisse che tal conclusione si debba intendere che lo antecedente, a, allo antecedente, c, sia si come il consequente, b, al consequente, d, cioe dalla prima alla tertia, esser si come dalla seconda alla quarta, & tal similitudine di proportioni, (a differentia delle altre specie) è detta proportionalità permutata.

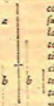
Diffinitione. 14.

13/14 *Ma ogni volta che si come lo antecedente con il consequente al con-*

sequente cosi sia anchora lo antecedente con il consequente al consequente se dice proportionalità congionta.

Il Tradottore.

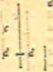
Quivi l'Auttor diffinisse che ogni volta che'l congionto del antecedente cõ il consequente al consequente, habbia tal proportione come lo congionto d'un altro antecedente con el suo consequente, al ditto suo consequente (cioe che il congionto della prima quantità cõ la seconda habbia tal proportione alla seconda si come lo cõgionto della terza et quarta alla quarta) tal similitudine di proportioni se dice proportionalità congionta, e pero quando che'l si cõcludesse (come si fa nella decimaottava di questo) che le sopra dette quatro quãtità, a, b, c, d, fussero congiontamente proportionale, tal conclusion si debbe intẽder che il cõgionto della, a, et, b, (insieme) alla, b, haver tal proportione, come il congionto della, c, &, d, alla, d.



14/15

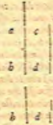
Diffinitione. 15.

Ma la equal comparatione delli augmenti delli antecedenti sopra li consequenti a essi consequenti se dice proportionalità disgionta.



Il Tradottore.

Questa è quasi al contrario della precedente, perche in quella se compone, & in questa se discompone, esempli gratia, se per caso fusse quattro quantità, a, b, prima, b, seconda, c, d, tertia & d, quarta, et che la proportione della, a, b, alla, b, fusse si come della, c, d, alla, d. & che da questo il si concludesse (come si fa nella decima settima di questo) tai quantità essere disgiontamente proportionale, l'auttor vuole che tal conclusione se intenda che la differentia che e dal antecedente, a, b, al suo consequente, b, (cioe la semplice, a,) a esso cõsequente, b, esser si come la differentia che e dal ãtecedẽte, c, d, al suo cõsequẽte, d, (cioe la semplice, c,) a esso consequente, d, tal similitudine di proportioni, se dice proportionalità disgionta.



Diffinione. 16.

15/16 La similitudine delle proportioni di qual si voglia antecedenti alli suoi augmenti sopra li suoi cõsequẽti, se dice proportionalità eversa.

Il Tradottore.

Esempli gratia, se la ꝓportione della, a, b, alla, b, fusse si come della, c, d, alla, d, et che da questo il se cõcludesse tai quãtità esser eversamẽte ꝓportionale, l'auttor

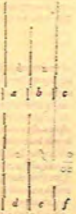
tor vuole che tal conclusione se intenda che la proportione dello antecedente, a,b, alla semplice, a, (cioe alla differentia che e dalla,a,b,alla semplice,b, esser si come la proportione dello antecedente, c,d, alla semplice,c,(cioe alla differẽtia ch'e dalla,c,d,al la semplice, d,) & tal similitudine di proportioni, se chiama proportionalità euersa.

Diffinitione. 17.

16/17 Proposte piu quantità, & altre secondo il medesimo numero, applicate a due a due in una proportione, e remosso equal numero di termini di mezzo, la similitudine delle proportioni dell'uno, e l'altro di duoi e duoi estremi, se dice proportionalità equa.

Il Tradottore.

L'Auttor dice che quando fussено proposte piu quantità dall'un lato, (come seria a dire per essempio le tre, a, b, c,) & altretante dall'altro (come seria a dire le altre tre, d, e, f, o siano del medesimo genere, over d'un altro non importa) & che le seconde siano applicate a due a due in una medesima proportione con le prime, o siano in quel medesimo ordine (come se propone nella uigesima seconda di questo) cioe che dalla, d, alla, e, fusse si come dalla, a, alla, b, & dalla, e, alla, f, si come dalla, b, alla, c, over per ordine contrario (come se propone in la uigesima tertia di questo) cioe che la proportione della, d, alla, e, fusse si come della, b, alla, c, & dalla, e, alla, f, si come dalla, a, alla, b, & che da questo se concludesse (come si conclude in la detta uigesima seconda & uigesima tertia di questo) che le dette quãtità fussено proportionale in la equa proportionalità, l'Auttor uuole tal conclusione se intenda, che li estremi sono proportionali, cioe la proportione dalla, a, alla, c, esser si come dalla, d, alla, f.



Diffinitione. 18.

0/18 La proportionalità è ordinata quando che lo antecedente al consequente serà si come lo antecedente al consequente, & lo consequente a un'altra cosa, come il consequente a un'altra cosa.

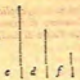
Il Tradottore.

L'Auttore ne aduertisse come si dobbia intender la proportionalità ordinata in duoi ordini di quãtità, essempli gratia, se la proportionalità della, a, alla, b, serà

 si come

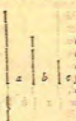
ſi come della,c,alla d,(cioe lo antecedente,a,al ſuo conſequente,b,ſi come lo antecedente.c. al ſuo conſequente, d,) & che lo conſequente,b, habbia tal proportione a unaltra coſa (poniamo alla,e,) ſi come lo conſequente, d, a unaltra (poniamo alla,f,) il uuole che queſta ſpecie di proportionalità ſia inteſa ordinata.

Diffinitione. 19.



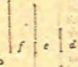
La proportionalità inordinata e quando l'antecedente al conſequente ſerà come l'antecedente al conſequente, & il conſequente a un'altra coſa, come unaltra coſa all'antecedente.

Il Tradottore.



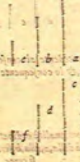
Eſempli gratia, eſſendo le quattro quantità,a,b,c,d.& che la,a,fuſſe ſuppoſita prima,b, ſeconda,c,terza,e,d, quarta,& che la proportione della antecedente,a,al ſuo conſequente,b,fuſſe ſi come quella del antecedente,c,al ſuo conſeqũẽte,d,et che da poi il ſetrouaſſe,ouer approuaſſe che lo conſequente,b,haueſſe tal proportione a unaltra coſa (poniamo alla,e,)ſi come haueſſe unaltra coſa(poniamo.f.)al lo antecedente,c,tal proportionalità è detta inordinata.

Diffinitione. 20.



La proportionalità diſſeſa e quando uno antecedente a un conſequente ſerà ſi come uno antecedente a uno conſequente, ma ſerà ſi come lo conſequente a unaltra coſa coſi lo conſequente a unaltra.

Il Tradottore.

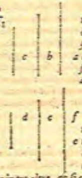


Queſta diffinitione pare in ſoſtantia ſimile alla decima ottaua (cioe alla proportionalità ordinata,) perche l'una e l'altra uole che la proportion d'uno antecedente al ſuo conſequente ſia ſi come d'un altro antecedente a uno altro conſequente, & che il conſequente primo ſia a un'altra coſa, ſi come lo ſecõdo a un'altra coſa, che in uero el non uuol dire altro che ſe la proportione del ãtecedente,a,al ſuo cõſequente,b,ſerà ſi come lo antecedente,c,al ſuo conſequente,

d,ma

t.me seria si come lo consequente.b.a vn'altra cosa (poniamo al.e.) si come lo consequente.d.a.un'altra cosa (poniamo al.f.) come fu essemplificato sopra la decima ottaua,nondimeno la decima ottaua parla in genere,& questa in specie, perche in la proportionalità disfesa non solamente se intende che la proportione della a.alla.b.sia si come.c.della.d. ma si intende che la sia anchora si come della.b.alla.e.& similmente della.d.alla.f.cioe che le due prime proportioni siano simili alle seconde,laqual cosa inuero non vuol dire altro saluo che siano continue proportionale si le tre.a.b.e.come le tre.c.d.f.ma in una medesima proportione & in la proportionalità ordinata, le due prime proportioni ponno esser, & non esser simile alle due seconde.

Diffinitione 21.



Ma la proportionalità perturbata, e quando che sia tre grandezze da vna banda, & altre tante dall'altra, & che si come nelle prime grandezze sia lo antecedente al cōsequente cosi nelle seconde grandezze sia lo antecedente al consequente,& si come nelle prime grandezze è il consequente a un'altra cosa cosi nelle seconde e vn'altra cosa all'antecedente.

Il Tradottore.

Questa diffinitione della proportionalità perturbata pare in substantia simile alla decima nona,cioe alla proportionalità inordinata, perche l'una e l'altra dice, che quando che sia si come lo antecedente al consequente (in tre quantità,ouer grandezze) cosi sia lo antecedente al consequente in tre altre, & si come sia il consequente (in le prime)a un'altra cosa, cosi sia un'altra cosa(in le seconde)all'antecedente,laqual cosa in vero non vuol dire altro in l'una e l'altra saluo,che se la proportione della,a, alla,b,sia si come della c,alla,d,& che dal consequente,b,a un'altra cosa(poniamo alla.e.) sia si come vn'altra cosa(poniamo.f.)all'antecedente.c.come fu essemplificado anchora sopra la detta decima nona, nientedimeno la proportionalità inordinata e differente dalla perturbata,si come è della ordinata,alla disfesa,cioe la inordinata,parla in genere,o siano le due seconde proportioni simile,ouer diuerse dalle due prime,& la perturbata se intende che le due seconde siano non solamente simile fra loro,ma che siano anchora simile alle due prime, cioe che la proportione dal.b. al.e.non basta che sia equale a quella che e del.f.al.c.ma bisogna sia anchora equal a quella ch'e del.a.al.b.ouer dal.c.al.d.(che è il medesimo)ma nella inordinata se intende largamente o siano simile, ouer diuerse.

Il Tradottore.

Alcuno potria dire che fra la proportionalità disfesa, & la perturbata non gli differentia alcuna,perche tutte le proportioni sono equale fra loro, io rispō do che in quanto alla similitudine delle proportioni nõ glie differentia alcuna, per che le tre prime, & le tre secõde quãtità sono in l'una e l'altra continue proportionale, & in simile proportioni, nientedimeno lo argumentare per il modo della distesa è differente da quello della perturbata, perche il modo del dire è del argumentare della distesa procede rettamente secondo l'ordine delle prime supposte quantità, & la perturbata non procede cosi come per li suoi essempi appare.

Il Tradottore.

Anchora bisogna advertire qualmente quelli modi di dire usitati nelle sopra scritte specie di proportionalità, cioè conversamente, permutatamente, congiontamente, disgiontamente, eversamente, equalmente, ordinatamente, inordinatamente, & c. se applicano & usano anchora alla quãtità disproportionale, et questo se manifesta dall'Auttore nella vigesima sesta propositione di questo, & nelle altre sequente, perche nella detta vigesima sesta l'Auttor conclude che le quattro quantità proposte in quella seranno conversamente disproportionale, et nella vigesima settima conclude il medesimo permutatamente, et nella vigesima ottava conclude pur il medesimo congiontamente, & nella vigesima nona disgiontamente, & nella trigesima eversamente, & nella trigesima prima equalmẽte nelle quantità ordinatamente disproportionale (quantunque l'Auttor nol dica) & nella trigesima seconda nelle quãtità inordinatamente disproportionale, come al suo loco se potrà vedere.

Il Tradottore.

Anchora bisogna notare qualmẽte tutte le propositioni di questo quinto libro nella prima traduttione. nel dire sono differente a tutte quelle della seconda, in questo che doue nella prima dice quãtità, nella secõda dice grãdezza, over grãdezze, la differẽtia di quali vocaboli, over nomi è questa, che questo nome quãtità è nome generale per il qual se intẽde ogni specie, di quãtità o sia cõtinua, over discreta, & questo nome grãdezza, e nome speciale il quale se aspetta solamente alla quãtità cõtinua, & abẽ che credo che tutto quello che l'Auttor propone in questo quinto libro, lui lo propone semplicemente per le quantità cõtinue (bẽche il medesimo se verifichi nelle discrete) & se cosi non fusse, superflue seriano state molte propositioni che ha proposte, over replicate nel settimo, nientedimeno per esser q̃sto nome quantità piu usitato tra vulgari che grãdezza, quãtità e nõ grãdezza, nella nostra traduttione hauemo tradotto, over detto, cioè hauemo usato piu li vocaboli, cioe il dir, over il proferir della prima traduttione che della secõda

Theorema prima. Propositione prima.

1 Se seranno quante quantità si voglia equalmente multiplice de altre tante, over de una in una equale, egli e necessario si come è una di quelle alla sua
1 compagna cosi esser anchora tutto lo aggregato da queste, a tutte quelle par aggregate insieme.

Siano quante si voglia quãtità (poniamo, a, b, c,) dell'altre tã te (lequale siano, d, e, f,) equalmẽte multiplice (ciascuna alla sua compagna) ouero che a una per una siano equale, cioe in questo modo, che si come la, a, e multiplice alla, d, cosi sia la, b, multiplice al la, e, similmẽte la, c, multiplice alla, f, ouer che se la, a, è equale al la, d, che similmẽte la, b, sia equale alla, e, & similmẽte la, c, alla, f, dico che si come che è la, a, alla, d, cosi serà lo aggregato de tutte le prime (lequale sono, a, b, c,) allo aggregato de tutte le secõde lequal sono, d, e, f, & se a una per una sono equale egliè manifesto il proposito per questa cõmuna scièttia, se a cose equale serà aggiõto cose equale, le summe serãno anchora equale; ma essendo tutte alle sue compagne equalmente multiplice diuise quelle secõdo la quantità delle sue submultiplice, lo aggregato della prima parte della, a, & della prima parte della, b, & della prima parte della c, serà equale allo aggregato delle, d, e, f, (per la predetta communa scientia agiõtando con questa altra, quelle cose che a una medesima cosa sono equale fra loro sono equale, similmente anchora lo aggregato delle seconde parti delle quantità, a, b, c, serà pur equale allo medesimo aggregato delle, d, e, f, & cosi delle altre, & perche questo potra esser fatto tante uolte, quante che la, d, sia cõ tenuta in la, a, seguira, che lo aggregato della, d, e, f, tãte uolte sia contenuto in lo aggregato delle, a, b, c, quante uolte la, d, sia contenuta dalla, a, perche adonque quante uolte la, d, numera, la, a, tãte uolte lo aggregato delle, d, e, f, numera lo aggregato delle, a, b, c, egliè manifesto che si come la, a, è multiplice alla, d, cosi è lo aggregato delle, a, b, c, allo aggregato delle, d, e, f, che è il ppposito.

Theorema. 2. Propositione. 2.

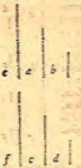
2 Se seranno sei quantità delle quale la prima alla seconda, & la terza alla quarta siano equalmẽte multiplice, e la quinta alla seconda, & la sesta alla quarta siano pur equalmente multiplice, il composto della prima, & della quinta alla seconda, & il composto della terza, & della sesta alla quarta conuien esser equalmente multiplici.

Siano sei quãtità, a, prima, b, seconda, c, terza, d, quarta, e, quinta, f, sesta, & sian la, a, et la, c, equalmẽte multiplice alla, b, et alla, d, & anchora la, e, & la, f, sian equalmente multiplice alle medesime, dico che si come che tutto lo aggregato della, a, et, e, è multiplice alla quãtità, b, cosi tutto lo aggregato della, c, et, f, è multiplice alla quãtità, d, pche il numero secõdo il quale la, b, è cõtenuta dalla, a, è equale al numero secondo il quale la, d, è contenuta dalla, c, similmẽte anchora, il numero secõdo il quale la,

b. contenuta dalla.e.equale al numero secondo il quale la. d. è contenuta dalla.f. (per communa scientia, che se a cose equale siano aggionte cose equale &c.) il numero secõdo il quale la,d,è contenuta dallo aggregato della,a,& c, serà equale al numero secondo il quale la.d. è cõtenuta dal lo aggregato della.c.& .f.per laqual cosa si come che lo aggregato della.e.& e,è multiplice alla,b,cosi e lo aggregato della,e,& f.multiplice alla,d,che è il proposito.

Theorema, 3. Propositione. 3.

3 Se il primo termine del secondo, & il terzo del quarto seranno equalmen-
3 te multiplici, & siano tolti li multiplici equalmente al primo e al terzo, il multiplice del primo al secondo, & il multiplice del terzo al quarto seranno equalmente multiplici.

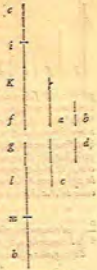


Sieno sei quantità,a,prima,b,seconda,c,terza,d,quarta,e,quinta,f,sesta,e sian la,a,alla,b,& la,c,alla,d,equalmente multiplice, & anchora la,e,alla,a, & la,f,alla,c, equalmente multiplice, dico che si come che la,e,è multiplice alla,b,cosi è la,f,alla,d,perche se'l serà divisa la,e secondo la quantità della,a,suo submultiplice et la,f,secõdo la quantità della,c,& (per la equalità delle parti della,e, alla,a,& delle parti della,f,alla,c)serà che quale si voglia delle parti della,e,sia cosi multiplice alla,b,si come quale si voglia delle parti della,f,alla,d, perche adonque si come che la prima parte della,e, e multiplice alla. b. come la prima parte della f, multiplice alla,d,& ancora si come che la seconda parte della, c, e multiplice alla,b, cosi è la seconda della,f,alla,d,adonque (per la precedente) la aggregato delle due prime parti della, c, seran cosi multiplice alla. b, si come lo aggregato delle due prime parti della,f,alla,d, & perche anchora la parte terza della,e,(s'egli serà alcuna terza parte) e cosi multiplice alla,b,si come che la terza della,f,alla,d,(per la medesima precedente) seguita che tutto lo aggregato delle tre prime parti della,e,sia cosi multiplice alla,b, si come tutto lo aggregato delle tre prime parti della,f,alla,d, et cosi se fussemo piu parti della,e,e della,f,componendo sempre le sequente con lo aggregato delle prime,concludendo che si come che è la,e,multiplice alla,b,cosi è la,f,alla,d,(per la precedente)tolta tante volte quante parti siano state nella,e,over nella,f,manco una, & cosi è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

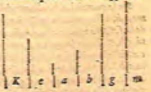
Anchora per un'altro modo sia il primo termine, a, del secondo,b, & similmente il terzo,c,del quarto,d,e qualmente multiplice (over poniamo doppio)& siano

siano tolti li duoi termini, e, f, & g, h, equalmente multiplici del, a, & del, c, (hor poniamo treppi) dico che il termine, e, f, del, b, & lo, g, h, del, d, sono equalmente multiplici, perche lo, e, f, del, a, & lo, g, h, del, c, son equalmente multiplici, adonque quante quātità sono nel, e, f, equale alla quantità, a, tante ancbora ne sono nella quantità g, h, equale alla quantità, c, sia adonque diviso, f, e, in quantità equale alla, a, cioe in, ei, K, & K, f, (perche fu presupposto che fusse treppio) & similmente, g, h, in quātità equale alla, c, cioe in, g, l, l, m, & m, h, che seranno par per numero tre si come quelle della, f, e, (per esser presupposte equalmente multiplici) & perche la quantità, a, della, b, & la quātità, c, della, d, sono equalmente multiplice, & perche la, e, i, è equale alla, a, & la, g, l, alla, c, adōque la e, i della, b, & la, g, della, d, sono equalmente multiplice & per questa medesima ragione la, i, K, alla, b, & la, l, m, alla, d, seranno equalmente multiplice, & similmente la, K, f, & la, m, h, adonque queste sei quantità seranno, e, i, prima, b, seconda, g, l, terza, d, quarta, i, K, quinta et, l, m, sesta delle quale la prima, e i, alla seconda, b, & la terza, g, l, alla quarta, d, sono equalmente multiplice, & la quinta, i, K, alla seconda, b, et la sesta, l, m, alla quarta, d, sono similmēte equalmente multiplice, adonque il congionto della prima & della quinta (cioe tutta la quantità, e, K,) alla seconda, b, & lo congionto della terza & della sesta (cioe tutta la quantità, g, m,) alla quarta, d, seranno equalmente multiplice (per la precedente propositione) ancbora haueremo sei quantità, cioe, e, K, prima alla, b, seconda, & la, g, m, terza alla, d, quarta equalmente multiplice, & la K, f, quinta alla, b, seconda, & la, m, h, sesta alla, d, quarta, pur equalmente multiplice, tutto il cōgionto della prima & della quinta (cioe tutto, e, f,) alla, b, & tutto il congionto della terza & della sesta (cioe tutta la g, h,) alla, d, (per la medesima precedēte) serāno equalmēte multiplice, & cosi se andaria procedendo quādo che gli fusse piu parti, cioe che la, e, f, alla, a, & la, g, h, alla, c, fussero stati equalmēte quadrupli, ouero quincupli, ouero di altra multiplicità, che è il proposito.

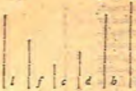


4/4 Theorema. 4. Propositione. 4.

Se la proportion del primo al secōdo serà si come del terzo al quarto, et siē assignati li multiplici tolti equalmēte al primo & al terzo, & similmente li multiplici tolti equalmente al secondo e al quarto, seranno li assignati multiplici nel medesimo ordine proportionali.



Sia



Sia la proportione del,a,primo al,b,secondo si come del,c,terzo al,d,quarto,et siano tolti,e,al,a,& f,al,c,equalmente multiplici,& anchora,g,al,b,& h,al,d,equalmente multiplici,dico che la proportione dal,e,al,g,e si come dal,f,al,h,siano tolti,K,al,e,& l,al,f,equalmente multiplici, & anchora,m,al,g,& n,al,h,equalmente multiplici,& per che,e,& f,sono equalmente multiplici,al,a,& al,c,& similmente,K,& l,equalmente multiplici al,e,& al f,(per la precedente)K,& l,seranno equalmente multiplici al,a,& al,c,(per la medesima)anchora,m,& n,seranno equalmente multiplici al,b,& d,per laqual cosa el,K,al,m,& l,al,n,(per il conuerso della diffinitione della proportionalità discontinua)quelli seranno simili nel aggiongere,sminuire & equaliare,adonque perche,K,& l,sono equalmente multiplici al,e,& al,f,& anchora,m,& n,sono pur equalmente multiplici al,g,& h,(per la diffinitione della proportionalità discontinua)la proportione del,e,al,g,è si come del,f,al,h,che è il proposito.

Lema, ouero assumptione.

0 Adonque per essere stato dimostrato che se la,K,eccede la,m,similmente
4 la l,eccede la,n,& se è equale,è equale:& se è minore è minore, e per questo dalla,g,alla,e,serà così come dalla,h,alla,f,

Correlario.

0 Da qui e manifesto che se quattro grãdezze seranno proportionale anchora
4 al contrario seranno proportionale.

Theorema. 5. Propositione. 5.

0 Se seranno due quantità delle quale una sia parte dell'altro,et sia sminuido
4 dall una & l'altra medesima parte,il rimanente al rimanente, & il tutto al tutto,seranno equalmente multiplici,ouero, in questo altro modo, se la serà aliquota il restante del restante,serà tale parte quale e il tutto del tutto.

Sia la quantità,a,b,tal parte della quantità,c,d,qual e la,e,b, della medesima,a,b,et sia cauata la quãtità,e,b,dalla quãtità,c,d,et sia il residuo la,f,c,onde la,f,d,serà equale alla,a,b,sia anchora similmẽte cauata la,e,b, dalla quãtità,a,b,& sia il residuo la,a,e,dico che qual parte è la quãtità,a,b,della quãtità c,d,tal,e la quãtità,a,e,della quãtità,c,f,pche cõciosia che la,f,d,sia equale alla,a,b,la detta,f,d,serà così multiplice alla,e,b,si come che è la,c,d,multiplice alla,a,b,pone ò adõque la,d,g,così multiplice alla,a,e,si come che la,f,d,e multiplicce alla,e,b,(& p la prima di questo)la quãtità,f,g,serà così multiplice al la,a,

la.a.b.si come che la.f.d.è multiplice alla.e.b.& pche la.c.d.fu supposta cosi multiplice alla.a.b.si come la.f.d.fu multiplice alla.e.b.l'una e l'altra delle due quantità.c.d.& f.g.serà equalmente multiplice della quantità. a.b. per la qual cosa (per commune scientia) le due quantità.c.d.& f.g.sono equale fra loro, adonque levando via dall'una & dall'altra di quelle la quantità.f.d.restarà la.c.f.equale alla.d.g.e.perche la d.g.fu cosi multiplice alla.a.e.si come che è la.f.d.alla.e.b.e però è si come l.a.b.alla.e.b. per laqual cosa, & si come la.c.d.alla.a.b.serà adonque la.c.f.cosi multiplice alla.a.e.si come che è tutta la, c.d.di tutta, la.a.b.che è il proposito.

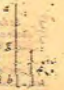
Il Tradottore.

El testo di questa quinta propositione in la seconda tradottione, dice in questo modo se una magnitudine de un'altra magnitudine serà equalmente multiplice, si come una parte tolta a una parte tolta, il residuo al residuo serà cosi multiplice come il tutto, al tutto laqual propositione e piu generale della sopra scritta, per che quella nō astringe che la.e.b.sia la medesima parte de.a.b.quale è la.a.b.della.c.d. pur che la detta.e.b.sia tal parte della parte.f.d.qual'è tutta la.a.b.di la tutta.c.d.conclude che'l residuo.e.a.serà medesima parte del residuo.f.c.laqual cosa medesimamente se demostra tollendo per la.g.d.come di sopra, & arguire (per la prima di questo) se concluderà la g.d.essere equale alla.c.f.

Theorema.6. Propositione.6.

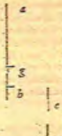
6 Se seranno due quantità equalmente multiplice a due altre, & siano
6 trate le due minore dalle maggior, cioè l'una & l'altra dalla sua multiplice, li duoi rimanenti seranno de quelle medesime parti, ouero equalmente multiplici, ouero a quelle equali.

Siano le quātità, cioe la.a.b.alla.c.& la d.e.alla.f equalmēte multiplice et siano sotratte la.c della.a.b.et la.f.dalla.d.e.et siano li residui della.a.b.la.a.g.& (della.d.e.) la.d.h. p il che.la.g.b.serà equale alla.c.& la h.e.equale alla.f.dico che li dui residui.a.g.& d.h.ouero che serāno equali alle due quātità,c.et f.ouero che seranno a quelle equalmēte multiplice, sia adonque primamente la.a.g.equale alla.c.dico che la.d.h.è equale alla.f.& per dimostrare questo io torò la quātità.e.K.equale alla.f.& per li precedenti presupposti seguirà che tante volte la.f.sia in la.K.h.quante volte la.c.e in la.a.b.per laqual cosa si come che la.a.b.e.multiplice alla.c.cosi la.h.K.e multiplice alla.f.& cosi anchora la.d.e.era multiplice della medesima.f.adonque (per commune scientia) la.h.K.serà equale alla.d.e. adonque tolta communamente all'una e l'altra la quantità.h.e.restarà la.d.h. equale alla.e.K. per laqual cosa serà equale alla.f.che è il proposito.ma se la, a.g.serà multiplice alla.c.

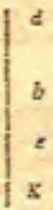


ponerò la, c, K, che sia similmente equalmente multiplice alla f, & seguità come prima che tante volte la f, sia in la b. K. quante volte la c, sie in la, a, b, & tante volte era anchora in la, d, e, adonque come prima serà la, d, e, equale alla, h, K, & la, d, h, alla c, K, per laqual cosa si come che la, a, g, è multiplice alla, c, cosi e la, d, h, multiplice alla, f, che è lo proposito, a demostrare il medesimo altramente, concioſsia che la quantità, a, b, contenga la quantità c. per quel medesimo numero secondo ilquale la quantità, d, e, contiene la quantità. f, levando adonque via da quel tal numero la unità, remanerà ouer la unità, ouer il numero secondo che la, a, g, contiene la, c, & che la, d, h, contiene la, f, adunque eglie manifesto le quantità, a, g, & d, h, ouero essere equale, ouero equalmente multiplice alle quantità, c, & f.

Il Tradottore.



Se le due quantità, a, b, & d, e, seranno equalmente doppie al le due quātità, c, & f, (come nel primo essēpio appare) sotratto le due minore dalle due maggiore (cioè la, c, dalla, a, b, & la, f, dal la, d, e, li duoi rimanenti, cioe, a, g, & d, h, seran equali alle dette parti, cioè lo rimanente, a, g, serà equali alla quantità, c, & lo d, h, alla, f, ma se le dette due quantità, a, b, & d, e, serāno pur equalmente multiplice alle dette, c, & f, ma in altra maggior multiplicità che doppia, sottratte le minore dalle maggiore li duoi rimanenti sempre seranno equalmente multiplici alle dette due parti, essempli gratia, se le dette due quantità, a, b, & d, e, fusseno state equalmente tripple alle dette due, c, & f, (come nella seconda figuratione appare) sotratte le dette due minore dalle dette due maggiore li duoi residui serāno equalmente doppij, alle dette due parti, cioe lo residuo, a, g, serà doppio alla c. & lo d, h, alla, f, (come nella detta seconda figuratione appare) & cōseguiria in ogni altra maggiore multiplica, essempli gratia, se le dette quantità, a, b, & d, e, fussero state equalmente quadruple alle dette due, c, & f, li duoi rimanenti, a, g, & d, h, seriano stati equalmente tripli alle dette, c, & f, & se fussero stati quincupli li detti rimanenti seriano stati quadrupli.

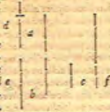


Theorema. 7. Propositione. 7.

7/7 Se due quantità equale seranno, comparate a quale si voglia quantità, di quelle a quella serà una medesima proportione, & similmente da quella a quelle serà una medesima proportione.

Siano le due quantità, a, et, b, equale lequal siano comparate a qual si voglia terza (come seria alla, c,) dico che la proportiō ch'è dalla, a, alla, c, e la medesima che è dalla, b, alla, c, & similmēte la proportione che è dalla, c, alla, a, è simile a quella

quella che è dalla,c,alla,b la prima parte si approua in questo modo, conciosia che la,c, sia consequente al la,a,(prima) & alla,b,(terza) quella serà in ragione de seconda e quarta piglierò adonque la,d,alla,a, prima e la,e, alla,b, terza equalmente multiplice, e piglierò la,f, per quale multiplice mi pare di multiplici della,c, laquale è seconda & quarta, & perche la,a,& la,b,(dlla quale li suoi multiplici tolti equalmente sono,d,& ,e,) sono posti equale, seguiria questo che se la,d, serà diuisa secondo la quãtita della,a,



& similmente la,e, secondo la quantita della,b, che le parti dell'una e dell'altra siano di numero e di quantità equale, di numero per il presupposito per la equalità della multiplication dell'una e l'altra, ma di quãtità (per questa commune sententia repetita tãte uolte quante bisogna) quelle cose che a una medesima cosa sono equal fra loro son equalle, perche adonque la prima delle parti della,d, è equal alla prima delle parti, della,e,& la seconda, alla seconda, & le altre alle altre, & sono tante parti in la,d, quante son in la,e,(per la prima di questo) la d, serà equale alla,e, per laqual cosa se due quantità equale serãno comparate a qualche terza quantità (per commune scientia) ouer che ambedue le quantità, d,& ,e, son maggiore della,f, ouer minore, ouer equale, adonque (per la settima diffinitione) la proportione della,a, prima alla,c, seconda serà come quella che è dalla,b, terza alla,c, quarta, che è il proposito, la seconda parte tu la approuerai per l'ordine conuerso in questo modo, sia posta la,c, come prima & terza & la,a, seconda & la,b, quarta, e conciosia che la quantita,f, laqual è equalmente multiplice alla prima e alla terza sia simile nel auanzare ouer in mancare, ouer in equaliare delle quantità,d,& ,e, lequale sono equalmẽte multiplice alla secõda e quarta, seguirà (per la medesima diffinitione) che la proportione della,c, prima alla,a, secõda sia si come della,c, terza alla,b, quarta, che è il secõdo pposito.

Theorema. 8. Propositione. 8.

8/8 Se due quantità inequale seranno proportionale a una quantità, certamente la maggior attignarà maggior proportion, e la minore, minore, ma la proportione di quella a quelle certamente alla minore sarà maggior, e alla maggior serà minor.

Siano due quãtità inequale,& a,b,c,& sia maggior la,b,c, e sien pportionate a una medesima quãtità laqual sia,d, dico che la proportione della,b,c, alla,d, è maggior di quella che è della,a, alla,d,& per il cõtrario maggior è q̃lla della d, alla,a, che dlla,d, alla,b,c,& p approuar la prima parte io ponerò la,c,b, equale alla,a, e multiplicarò tante uolte la,e,c, che ne põga una quãtità maggior ꝗ la,d, la.d.& quella sia la,f,g,& torò la,K,f,cosi multiplice alla,b, e similmente la,b,cosi multiplice alla,e,si,come,la,f,g,è multiplice alla,c,c,& (per la prima di questo) la,b,serà cosi multiplice alla,a,si come che la,K,g,e multiplice alla,b,c,serà anchora la,h,equale alla,K,f,per questa causa che le submultiplice di quelle (lequale sono,a,et,b,e,) sono state poste equale,anchora ponerò che la,b,non sia minore della,d,ma equale,ouer maggiore, perche multiplicarò tante volte caschauna delle tre quantità,e,c,b,e,& a,equalmente che la,f,g,(multiplice della,e,c,) peruenga maggior della,d,questo bisogna osseruar nelli primi multiplici cioe che el multiplice,f,g,hauesse queste due conditione cioe che fusse talmente multiplice alla,e,c,primo che la fusse maggior della,d,et oltra di questo che la,b,tolta in tal multiplicità alla,e,tal,b,non sia menor della,d,ma o equale ouer maggiore,& che la,b,(multiplice della,e,) non peruenga minore della medesima,& dapoi questo multiplicarò tante volte la,d,che ne peruenga quantità maggior della,b,& sia la,m,la prima quantità di multiplici della,d,che,è maggior della,b,sotto della quale torò l'altra maggior multiplice della,d,(ouero la equale a quella se per caso la,m,fusse la prima in l'ordine di multiplici della,d,) laquale sia,la l,et seguirà che la,l,nõ sia maggiore della,b,& la,m,serà

composta della, d, &, l, per questa causa che ogni multiplice è composto del prossimo precedente multiplice,& del sempio (com'è il treppio,elqual è composto del doppio et dal sempio eccetto il primo multiplice (cioe il doppio) ilqual è solamente composto da duoi sempii, per che,adonque la,b,equale alla,K,f,la detta,K,f,nõ serà minore della,l,adonque la,K,f,insieme con la,d,nõ fanno meno che la,l,& d, per laqual cosa non fanno meno,che,m, el perche la f,g,è maggiore della,d,la,d,la K,g,serà maggiore della,m,adonque intenderò la quantità,b,c,prima,la,d,secõda,la,a terza,et la,d,quarta, et perche alla prima & terza son tolti li multiplici equalmẽte,cioe la K,g,& la.b,similmente anchora alla seconda & quarta sono pur tolti li multiplici equalmẽte, anci è uno medesimo in ragione de duoi ilquale è la,m,& la,K,g,)multiplice della prima) sopravanza,ouero eccede la,m,multiplice della seconda,& la,b,(multiplice della terza non sopravanza,ouer eccede la,m,multiplice della quarta,(per la diffinitione della maggiore di proportionalità) la proportione della,b,c,prima alla,d,secõda serà maggiore che della,a,terza,alla,d,quarta,ch'è il primo proposito il secondo tu lo approuerai per la medesima diffinitione, per cõtrario ordine intendẽdo che la,d,sia prima & terza,& la,a,seconda,et la,b c,quarta & perche la,m,(multiplice della prima) eccede,ouer sopravanza la,b,(multiplice della seconda) & la,m,(multiplice della terza) non sopravanza la,K,g,(multiplice della quarta) ꝑ laqual cosa maggior ꝓportiõe è dalla,d,alla,a,che

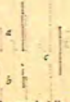
dalla,

della,d,alla,b,e che è il secõdo proposito,et dal modo di questa dimostratiõe si manifesta la suffĩciẽtia della diffinitiõe della maggior disproportionalità posta dall'Auttore ĩ principio di q̃sto quinto libro,perche in niun luoco è maggior la proportione della prima (di quattro quantità) alla seconda che della terza alla quarta che'l non accaschi sempre ritrouarse alcuni multiplici tolti equalmente alla prima et alla terza, liquali quando seranno comparadi ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda & quarta se trouerà lo multiplice della prima sopra auanzare lo multiplice della seconda, & lo multiplice della terza non sopra auanzare lo multiplice della quarta,e questi multiplici li ritrouaremo per il modo che dimostraremo di sotto sopra la duodecima di questo.

Il Tradottore.

Per intelligentia delle cose dette di sopra bisogna notare che se la quinta,d, fusse tre, & che la quantità,b,fusse.14. el primo multiplice della, d, che eccedesse la,b,(cioe la,m,) seria il quintuplo (cioe quindeci) & la,l,seria il quadruplo (cioe duodeci) ma se la,b,fusse solamente cinque la,m, seria il doppio della, d,(cioe sei) & la, l, seria equale alla,d,anchora bisogna notare che'l primo di multiplici d'una quãtità se intẽde il doppio,et lo secõdo se intẽde il treppio,et il terzo il quadruplo,et cosi discorrẽdo,et essa prima quãtità se chiama il sempio.

Theorema.9. Propositione.9.



9 Se la proportione di alcune quantità a una quantità se
9 rà una medesima, eglie necessario quelle quantità esser equal, & se la proportione dell'una a quelle serà una medesima similmente egli e necessario quelle esser equale.

Sia la proportione delle due quantità, a, & b, alla quantità,c,una medesima,dico che quelle esser equalle,& al contrario se la proportione della,c, all'una e l'altra di quelle serà una medesima, dico similmente quelle esser equale, questa è al contrario della settima il primo proposito si approua in questo modo, se quelle non sono equale (per l'aduersario) poniamo se possibile è che una di quelle sia maggiore poniamo la,a,(per la prima parte della precedente) la proportione della, a, alla, c, serà maggiore che quella della,b,alla,c,che è contra il presupposito, il secondo ancora è manifesto, perche se la, a, è maggiore della, b, (per la seconda parte della precedente) la proportione della,c,alla, b, serà maggiore che alla, a, laqual cose è anchora contra il presupposito.

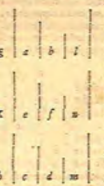
Theorema. 10. Propositione. 10.

10 Se la proportione dell'una di due quantità ad alcuna quantità serà
10 maggiore, quella quantità è necessario esser maggiore, ma se la proportione della una alla medesima serà maggiore eglie necessario quella esser minore.

Se la proportione della,a.alla.c.serà maggiore di quella che è della,b.alla,c.dico la,a.esser maggior della,b. & se la proportione della,c.alla,b.serà maggiore di quella che è della detta,c.alla a.all'hora dico la,c.esser maggior della.b. (questa è al contrario della ottaua) il primo proposito è manifesto (per la prima parte della settima,e per la prima parte della ottaua) pche (per la prima parte della settima) la,a, non serà equale alla,b, ne anchora minore (per la primo parte della ottaua) il secondo è manifesto dalle seconde parti delle medesime propositioni.

Theorema. 11. Propositione. 11.

11 Quelle proportioni che a una medesima proportion seranno equale
11 eglie necessario che fra loro siano equale.



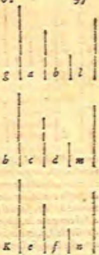
Questa propositiom (che Euclide nel principio del primo libro la connumerò fra le commune sententie) quelle cose che a una medesima cosa son equale anchora fra loro sono equal (come se intende nella quantita,)in questo loco lui dimostra come la se accomoda in le proportioni, sia adonque l'una e l'altra delle due proportioni,che sono dalla,a, alla,b, & dalla,c, alla,d,equal alla proportione che è dalla,e,alla,f, dico le proportioni che son dalla,a, alla,b, & dalla, c, alla,d,esser fra loro equale, & per dimostrar questo io torò la,g,alla,a,& la,h,alla,c, & la,K, alla,e,equalmente multiplice, e ancora la,l,alla,b, & la.m, alla,d,& la,n,alla,f, equalmente multiplice, & per che (per il presupposito) la proportione dalla,e, alla, f,è si come dalla,a,alla,b,et similmente si come dalla c,alla,d,seguirà (per la conuersione della settima diffinitione tolta due uolte) che se la,K,eccede la,n,che la,g,eccede la,l,& la,h,la, m,& se la,K,manca della,n,che la,g,mancarà dalla l,& la,h,dalla,m,& se la K,è equale alla,n,che la,g,serà equale alla, l,& la, h, alla,m, perche adonque la,g,alla, l, & la,h,alla, m, sono simile nel aggionger, diminuire & equalizare per mezzo della,K,& ,n, (per la settima diffinitione)la proportione della,a,alla,b,serà si come della,c,alla,d,che è il proposito.

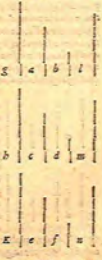
Theorema. 12. Propositione. 12.

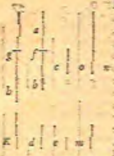
12 Se la proportione del primo termine al secondo serà si come del terzo
12 al quarto,& del terzo al quarto maggiore che dal quinto al sesto, la proportione del primo al secondo serà maggiore che dal quinto al sesto.

Similmente

Similmēte (come in la precedente) quel che quivi dimostra in le ꝓportioni in le quantitate cōcessibile, cioe che se due quantità serāno fra loro equal, di qualunq; quātità che l'una di quelle serà maggior ancho ra l'altra serà maggior di quella medesima, niente di meno questo se dimostra in le proportioni, come, essem pli gratia, se la proportion della, a, alla, b, sia si come della, c, alla, d & che la proportion della, c, alla, d, sia maggior di quella che della, e, alla, f, anchor la proportione che è della, a, alla, b, serà maggior di quella che è dalla, e alla, f, & per dimostrar questo io torò la, g, alla, a, & la, h, alla, c, & la, K, alla, e, equalmēte multiplice & anchora la, l, alla, b, & la, m, alla, d, e la, n, alla, f, equalmente multiplice, e, perche per il ꝓpposito la ꝓportiō della, c, alla, d, e si come della, a, alla, b, e maggior di quella della, e, alla, f, (ꝑ il cōverso della settima diffinition) seguiria che se la, h, sopravanza la, m, che anchora la, g, sopravāzarà la, l, & per il cōverso della diffinitione della maggiore disproportionalità nō è necessario che la, K, sopravāci la, n, adōq; perche (ꝑ il mezzo della, h, & m,) se la, g, sopravanza la, l, non è necessario che la, K, sopravanzi la, n, (per la diffinitione della maggiore disproportionalità) serà maggior proportiō della, a, alla, b, che della, e, alla, f, che e il proposito, anchora ꝑ simel modo tu approverai che se la proportione della, a, alla, b, sia si come della, c, alla, d, & della, c, alla, d, minore che della e, alla, f, similmente della, a, alla, b, serà minor che della, e, alla, f, cōciosia che dalla, c, alla, d, sie minor proportione che dalla, e, alla, f, serà adōque la proportione dalla, e, alla, f, maggiore che dalla, c, alla, d, adonque (per la conversione della diffinitione della maggiore disproportionalità) se la, K, eccede la, n, non e necessario che la, h, eccede la, m, & se la, h, nō eccede, la, m, la, g, nō eccede la, l, adōque se la, K, eccede la, n, non e necessario che la, g, eccede la, l, adōque (ꝑ la diffinitione della maggiore disproportionalità) la proportione della, e, alla, f, serà maggiore che della, a, alla, b, (ꝑ il cōtrario) adonque la proportione della, a, alla, b, serà minore che della, e, alla, f, che e il proposito (& per il modo della demostratiō della ottava di questo,) & da questa serà manifesto che se la proportione





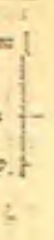


della prima (di quattro quantità) alla seconda serà maggiore che della terza alla quarta, gli casca sempre ritrouarse alcuni multiplici equalmente tolti alla prima & alla terza, liquali quando seranno cõparati ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda & quarta, se trouerà il multiplice della prima sopraauãzare il multiplice della seconda, e lo multiplice della tertia non sopra auãzare il multiplice della quarta, la qual cosa se manifesta in questo modo, sia la proportione della a,b, alla, c, maggiore che della, d, alla, e, io ponerò adonque che la proportione della, a, f, alla, c, sia si come della, d, alla, e, (per questa duodecima & per la decima) la, a, f, serà minore della, a, b, hor poniamo che la sia minore in la quãtità, f, b, la qual multiplicarò tante uolte che de peruẽga una quãtità maggiore della, c, la qual sia la, g, h, & questa conditione che la, d, multiplicata tante uolte produca una quãtità nõ minore della, e, (laqual sia la, K,) hor ponerò che la, l, g, sia cosi multiplice alla, a, f, si come che la, g, h, e multiplice alla, f, b, ouero la, K, alla, d, (per la prima di questo) la, l, h, serà cosi multiplice della, a, b, si come che è la, K, alla, d, da poi ponero che la, m, sia la prima quantità multiplice alla, e, che sia maggior della, K, & ponerò la, n, cosi multiplice alla, e, si come che la, m, è multiplice alla, e, (per li preceditti suppositi, & per la cõuersione della disiontiua proportion ditta) la quãtità, n, serà la prima di multiplici della, c, che serà maggiore della, l, g, ne la, l, g, serà minore della, d, adonque tolò sotto alla, n, la massima della multiplice della, c, ouer a se eguale (se per sorte la, c, fusse la prima di multiplici di quella) la qual sia la, o, et la, n, serà cõposta della, o, & della, c, adõque perche la, l, g, nõ e minore della, o, & la, g, h, e, maggiore della, c, la, l, h, serà maggiore della, n, per la qual cosa essendo la, K, minore della, m, è manifesto il proposito.

Pottemo anchora dimostrare il conuerso di questa, cioe che se'l cascara trouarse alcuni multiplici tolti equalmente alla prima & alla tertia (di quattro quantità) liquali essendo comparati ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda e quarta, & che lo multiplice della prima eccedi lo multiplice della seconda, & che il multiplice della tertia non ecceda il multiplice della quarta, la proportione della prima alla seconda serà maggiore che della terza alla quarta, laqual cosa si apprende in questo modo, siano le quattro quantità, a, prima, b, seconda, c, terza, e, quarta & sia la, f, alla, a, & la, g, alla, c, d, equalmente multiplice, similmente siano la, h, alla, b, & la, K, alla, e, equalmente multiplice, & poniamo che la, f, ecceda ouer sopra auanci la, h, & che la, g, nõ sopra auãci la, K, dico che la proportione della, a, alla, b.

è maggior

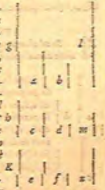
e maggior che della, c, d, alla, e, & se fusse possibile (per l'aduersario) esser altramente, ouer che la seria equal, ouer minore: equal non pol esser, perche se la fusse equale (per la conuersione della settima diffinitione) la, g, eccederia la, K, laqual cosa seria contra il presupposito, & se la fusse minore, sia della, e, l, alla, f, si come della, a, alla, b, & (per la decima di questo) la, e, l, serà minore della, e, d, hor sia minor in la quantità, l, d, adonque ponerò la, m, n, che sia cosi multiplice alla, e, l, & la, n, p, cosi multiplice alla, l, d, si come che la, f, è multiplice della a, (& per la prima di questo) la, m, p, serà cosi multiplice alla, e, d, si come che la, f, e multiplice della, a, adonque l'una e l'altra delle due quantità, m, p, & g, e, equalmente multiplice alla quantità, e, d, adonque quelle sono equale (perche questa si quella fu dimostrata in la settima di questo) & perche la, g, non e maggiore della, K, la, m, p, non serà maggiore della medesima, K, & (per la medesima conuersione della diffinitione della discontinua proportionalità) la, n, p, è maggiore della, K, im pero che la, f, e maggiore della, b, adonque la, n p, e maggiore della, m, p, che è impossibile, per laqual cosa rimane il proposito.



Theorema. 13 Propositione. 13.

13 Se de quante si voglia quantità ad altre tante a una per una, serà una
13 medesima proportione, tal proportione qual serà dell'una all'una quella medesima anchora serà de tutte quante le prime gionte insieme, a tutte quante le seconde gionte insieme.

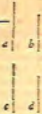
Quello che nella prima propose di multiplici, in questo luoco lui propone di ogni proportione, onde questa e piu communa di quella, perche ogni multiplicità e proportione, ma non e conuerso, cioe che ogni proportione non è multiplicità. sia adonque della, a, alla, b, & della, c, alla, d, & della, e, alla, f, una proportione, dico che qual proportione e della, a, alla, b, la medesima e del composto delle, a, c, e, al composto delle, b, d, f. & per dimostrar questo io tolo la, g, alla, a, & la, h, alla, c, & la, K, al la, e, equalmente multiplice e similmente la, l, alla, b, & la, m, alla, d, & la, n, alla, f, equalmente multiplice & serà (per la prima di questo) il composto delle, g, h, K, e cosi multiplice al composto delle, a, c, e, si come la, g, è multiplice alla, a, similmente (per la medesima) il composto delle, l, m, n, serà cosi multiplice al composto delle, b, d, f, si come, la, l, e multiplice alla, b, & (per la conuersione della diffinitione della incontinua proportionalità (tolta due uolte) se la, g, aggionge sopra la, l, la, h, aggiongerà sopra la, m, & la, K, sopra la, n, e se la minuisse, & se la se equalia, s'equalia, adonque (per communa scientia) se la, g, ag



giunge sopra la,l,il composito delle,g,h,k,aggiongerà sopra il composito delle,i,l,m,n,& s'el minuisse minuisse,& s'el se equalia se equalia, adonque (per la diffinition della incontinua proportionalità) la proportione della,a,alla,b,e si come del composito delle,a,c,e,al composito delle,b,d,f, che è il proposito.

Theorema 14. Propositione 14.

14 Se quattro quantita seranno proportionale,et che la prima sia maggior
14 della terza, e necessario la seconda esser maggior della quarta ma se la serà minore è necessario esser minore, & se serà equale equale.



Sia la proportion della,a,alla,b,si come della, c, alla, d, dico che se la,a,è maggiore della c,la,b,serà maggior della, d, & se la è minor serà minor & se la è equale serà equale,per che se la, a, sia maggiore della,c,serà (per la prima parte della ottava di questo) maggior la proportione della,a,alla,d,che della, c,alla, d,per laqual cosa maggiore serà della,a,alla,b,adonque (per la seconda parte della decima di questo) la, b, serà maggior della, d, che è il proposito, ma se la,a,sia minor della, c, serà (per la prima parte della ottava) minore proportione della,a,alla,d,che della,c,alla,d,per laqual cosa maggiore serà della,a,alla,b,che alla,d,adonque (per la seconda parte della decima) la,b,serà minor della,d,ma si la,a,sia equale alla, c,serà (per la prima parte della settima) della,a,alla,d,si come della, c,alla, d, per la qual cosa della,a,alla,d,è si come alla,b,adonque (per la seconda parte della nona) la,b,serà equale alla,d,& così è manifesto il proposito.

Theorema. 15. Propositione. 15.

15 Se ad alcune quantità seranno tolti li multiplici equalmente,la propor
15 tione di multiplici,& quella di submultiplice serà una medesima.

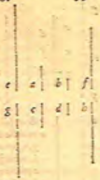
Siano la,c,alla,a,& la,d,alla,b,equalmente multiplici,dico che la proportione laquale è della,a,alla,b,quella medesima e della, c, alla,d,sia divisa la,c,secondo la quantità della , a, & la,d,secondo la quantità della,b, & son tante le parte della, c, quante quelle della, d,e tante parte son in,c,quante in d, & perche qual parte tu uoi della,c,a qual parte tu uoi della,d,è si come della , a, alla,b, serà (per la terza decima di questo) della,c,alla,d,si come della a,alla,b,che è il proposito.

Theorema 16. Propositione. 16.

16 Se quattro quantità seranno proportionale, anchora permutatamente
16 seranno proportionale.

Sia la

Sia la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, d, dico che della, a, alla, c, serà si come della, b, alla, d, & questo è il modo de arguir, ilqual è detto proportione permutata, la demostratione della quale cosi è manifesta. sia tolto la, e, alla, a, & la, f, alla, b, equalmente multiplice & serà (per la precedente) della, e, alla, f, si come della, g, alla, h, per laqual cosa (per la quartadecima) se la, e, aggiunge sopra, g, & la f, aggionge sopra la, h, & se la minuisse, la minuisse, & se la se equalia, la se equalia, adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalità) serà della, a, alla, c, si come della, b, alla, d, che è il proposito. ma le necessario che in la permutata proportionalità tutte le quantità siano de uno medesimo genere.



Theorema. 17. Propositione. 17.

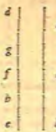
17 Se le quantità congiontamente seranno proportionale quelle medesime anchora è necessario disgiontamente esser proportionale.

Demostrato el modo di arguire elqual se dice proportionalità permutata, hor dimostra quello che se dice proportionalità disgiõta, sia anchora la proportione della, a, b, alla, b, c, si come della, d, e, alla, e, f, dico che della, a, c, alla, c, b, serà si come della, d, f, alla, f, e, & per dimostrare questo io torò la, g, h, alla, a, c, & la, h, K, alla, c, b, & similmente la, l, m, alla, d, f, & la m, n, alla f, e, equalmente multiplice, adonque (per la prima di questo) la, g, K, e cosi multiplice alla, a, b, si come la, g, h, è multiplice alla, a, c, & la, p, l, cosi è multiplice alla, d, e, si come la, l, m, è multiplice alla, d, f, & per tãto (per le precedẽti presupposita) la, g, K, è cosi multiplice alla a, b, si come è la, l, n, alla, d, e, ponerò anchora la, K, p, alla, c, b, & la, n, q, alla f, e, equalmẽte multiplice, et seranno (per la seconda) la. h. p. alla. c. b. et la. m. q. al la. f. e. equalmente multiplice, adonque (per la conuersione della diffinitione della incõtinua proportionalità) se la. g. K. aggionge sopra la. h. p. la. l. n. aggiongerà sopra la. m. q. & se la minuisse quella minuisse, et se la se equalia quella se equalia, e per tanto leuate communamente la. h. K. & m. n. (per cõmuna sentẽtia) serà che se la. g. h. eccede la. K. p. (cioè che la sia maggiore di quella) che ancora la. l. m. eccederà la. n. q. & se la manca (cioè che la sia minore di quella) la serà minore, et se q̃lla se equalia quella se equalia, adonque (per la settima diffinitio) la ꝓportione della. a. c. alla. c. b. serà si come della. d. f. alla f. e. che è il ꝓposito.

Theorema. 18. Propositione. 18.

18 Se le quantità seran disgiontamente proportionale anchora congionta mente seranno proportionale.

El se dimostra il modo di arguire, ilquale si dice proportionalità congionta, & è il modo conuerso della precedente, e pero alla demostratione di questa sia repigliata la dispositione della detta precedente, cioe rimangano tutti li presuppositi di quella eccetto che'l se suppone la proportion della, a, c, alla, c, b, essere si come della, d, f, alla, f, e, dico la proportione della, a, b, alla, b, c, essere si come della, d, e, alla, f, e, perche da questo presupposito & dalli presuppositi della prece



dente (di multiplici equalmente tolti) il seguita (per la conuersione della diffinitione della discontinua proportionalità) che se la g, b, sopr'auanza la, K, p, che la, l, m, sopr'auanzarà la, n, q, & se la minuisse (ouero manca di quella) quella minuirà, & se la se equalia quella se equaliarà, adonque gionti communamente la b, K, & la, m, n, seguita (per commune scientia) che se la, g, K, sopr'auanza la, b, p, che la, l, n, sopr'auãci la, m, q, & se quella mĩnuisse quella minuisse, & se la equalia quella se equalia, per la qual cosa (per la sestima diffinitione) la proportione della, a, b, alla, b, c, serà si come della, d, e, alla, e, f, che è il proposito.

Anchora se pol dimostrare il medesimo indirettamẽte in questo modo, conciosia cosa che la proporione della, a, c, alla, c, b, sia si come della, d, f, alla, f, e, hor se possibile (per l'aduersario) non sia della, a, b, alla, b, c, si come della, d, e, alla, e, f, sia adonque la proportione della, d, e, ad alcuna altra quantità si come della, a, b, alla, b, c, laquale, ouer che la serà maggiore della, e, f, ouero minore, perche se la fusse a quella equale seria manifesto il proposito, per tanto sia primamente maggiore & sia, e, g, & serà (per la precedente) della, a, c, alla, c, b, si come della, d, g, alla, g, e, per laqual cosa (per la undecima) della, d, g, alla, g, e, e si come della, d, f, alla, f, e, seguita adonque (per la quartadecima) che quando la, d, g, prima sia minore della, d, f, terza, la, g, e, seconda serà minore della, e, f, quarta, ma il proposito era che quella fusse maggiore, sia adonque la proportione della, d, e, à quantità minore della, e, f, (laqual sia, e, h,) si come della, a, b, alla, b, c, & (per la precedente) serà della, a, c, alla, c, b, si come della, d, h, e, per laqual cosa (per la undecima) della, d, h, alla, h, e, serà si come della, d, f, alla, f, e, & perche la, d, h, prima e maggiore della, d, f, terza serà (per la quartadecima) la, e, h, seconda maggior della, e, f, quarta, & perche questo e impossibile, seguita il proposito.

Theorema. 19 Propositione. 19.

19 Se da duoi tutti seranno tagliate due parti, & che il tutto al tutto sia si
19 come la parte tagliata alla parte tagliata, il rimanente al rimanente serà si come il tutto al tutto.

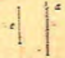
Quello che propone la quinta di multiplici questa propone uniuersalmẽte de ogni proportione, donde questa è tanto piu communa de quelle, quanto è la proportione della multiplicità. siano adonque le due quantità, a, b, & c, d, dalle quale siano tagliate due parti lequali siano, b, e, & d, f, & sia la proportion de tutta la. a. b. a tutta la c. d. si come la tagliata. b. e. alla tagliata. d. f. dico che la medesima proportione serà del residuo. a. e. al residuo. c. f. che è de tutta la. a. b. a tutta la. c. d. perche essendo la. a. b. alla. c. d. si come la. b. e. alla. d. f. serà permutatamente la. a. b. alla. b. e. si come la c. d. alla. d. f. & disgiuntamente la. a. e. alla. e. b. si come la. c. f. alla. f. d. & anchora permutatamente la. a. e. alla. c. f. si come la. e. b. alla. f. d. & perche così era la. a. b. alla. c. d. è manifesto il proposito.

Correlario.

19 Da qui se manifesta che se le magnitudine composite seranno proportionale eversamente etiam seranno proportionale.

Il Tradottore.

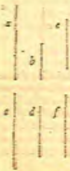
Questo soprascritto Correlario in fine della espositione della soprascritta propositione il Campano lo aggiunge come cosa sua, dicendo da questa decimanona & dalla permutata proportionalità vien dimostrato il modo de arguire elqual se dice proportionalità euersa, esempli gratia, sia la. a. b. alla. b. e. si come la. c. d. alla. d. f. dico che la. b. a. alla. a. e. serà si come la. c. d. alla. c. f. perche essendo la. a. b. alla. b. e. si come che è la. c. d. alla. d. f. serà permutatamente la. a. b. alla. c. d. si come la. b. e. alla. d. f. per laqual cosa (per questa decima nona) la. b. a. alla. d. c. e si come la. a. e. alla. c. f. adonque permutatamente la. b. a. alla. a. e. è si come la. c. d. alla. c. f. che è il proposito. Anchora la conuersa proportionalità, laquale (dalla diffinitione della incontinua proportionalità,) hauemo dimostrato in esponere li principij di questo quinto la puo anchora in questo loco esser demostrata indirettamente dalla permutata proportionalità, & della nona di questo, come sel sia la proportione della, a. alla. b. si come della. c. alla. d. dico che della. b. alla. a. serà si come della. d. alla. c. essendo altramente sia della. d. alla e. si come della. b. alla. a. & perche della. a. alla b. è si come della. c. alla. d. serà permutatamente della. a. alla. c. si come della. b. alla. d. & perche anchora della. b. alla. a. si come della. d. alla. e. serà anchora permutatamente della. b. alla d. si come della. a. alla. e. per laqual cosa serà della. a. alla. c. si come della. a. alla. e. se adonque la. e. non è equale alla. c. accade lo impossibile, & contrario della seconda parte della nona, ma se la e equale serà della. b. alla. a. si come della. d. alla. c. che è il proposito.



Theorema. 20. Propositione. 20.

20 *Se seranno tre quantità dall'un lato prese & altre tante ne siano prese dall'altro lato delle quale le prime a due a due siano secondo la proportione delle ultime eglie necessario in la proportione della equalità che se la prima delle prime serà maggiore della ultima, anchora la prima delle ultime de necessità serà maggior della ultima, & se la serà minore, minore, e se la serà equale equale.*

Essendo per dimostrare Euclide il modo di arguire, il quale se dice equa proportionalità, ouero le quantità de duoi ordini rettamente, ouer peruersamente proportionate, el propone duoi antecedenti necessarij a demostrare il proposito, per il primo di quali se dimostra la equa proportionalità, cō le quantità de duoi ordeni direttamente proportionate, & per il secondo quando quelle seranno proportionate peruersamente, siano adonque le tre quantità, a, b, c, & siano tolte le tre altre lequale siano, e, d, f, & si la proportione della, a, alla, b, si come della, e, alla, d, & della, b, alla, c, si come della, d, alla, f, dico che se la, a, è maggior della, c, che etiam la, e, serà maggiore della, f, & se la è minore, minore, & se la è equale, equale, per che se la è maggiore sera (per la prima parte della ottaua) maggiore la proportione della, a, alla, b, che della, c, alla, b, per laqual cosa (per la duodecima) serà etiam maggiore della, e, alla, d, che della, c, alla, b, & perche, (per la conuersa proportionalità) della, c, alla, b, è si come della, f, alla, d, serà della, e, alla, d, maggior che della, f, alla, d, adonque (per la prima parte della decima) la, e, è maggiore della, f, che è il proposito, ma se la, a, sia minore della, c, per le medesime & al medesimo modo se approua la, e, esser minore della, f, perche serà minore proportione della, a, alla, b, che della, c, alla, b, (per la prima parte della ottaua) e però (per la duodecima & per la conuersa proportionalità) serà minore della, e, alla, d, che della, f, alla, d, e pero (per la prima parte della decima) la, e, serà minore della, f, che è il proposito, ma se la, a, sia equale alla, c, serà (per la prima parte della settima) la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, b, e pero (per la undecima, & conuersa proportionalità) serà della, e, alla, d, si come della, f, alla, d, per la qual cosa (per la prima parte della nona) la, e, è equale alla, f, che è il proposito, ma questa conclusione alcuni l'hanno demostrata per la proportionalità permutata in questo modo, la proportione della, a, alla, b, e si come della, e, alla, d, adonque permutatamente, della, a, alla, e, e si come della, b, alla, d, un'altra volta, & perche della, b, alla, c, e si come della, d, alla, f, serà permutatamente della, b, alla, d, si come della, c, alla, f, ma quella della, b, alla, d, era si come della, a, alla, e, adonque (per la undecima di questo) serà della, a, alla, e, si come della, c, alla, f, adonque (per la quartadecima) se la, a, prima è maggiore della, c, terza serà la, e,



secunda

seconda maggior, della, f, quarta, & se la e menor serà menore, & se la è equa serà equale, che è il proposito, ma questi tali hanno errato in la sua dimostratione, perche se la intentione de Euclide fusse de demostrarla in questo modo il non bisognarebbe preponere questa conclusione per antecedente alla equa proportionalità, perche se un'altra volta sia fatta una permutatione della proportionalità alla quale siamo peruenuto, laqual è esser della, e, si come della, c, alla, f, el seguita che'l sia della, a, alla, c, si come della, e, alla, f, e questo è la equa proportionalità, oltra di questo se le quantità de ambidue ordini non seranno tutte d'un medesimo genere, perche se le, a, b, e, fussino linee & c, d, f, superficie, ouer corpi, ouer tempi, all'hora la conclusione de quelli non seguita de permutare le proportioni, peccano adonque quelli che dimostrano il detto uniuersale particularmente.

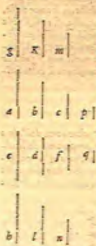
Theorema.21. Propositione.21.

21 *Se seranno tre quantità dall'uno de lati prese, & altre tante dell'altro dellequale le prime siano tolte a due a due secondo la proportione delle ultime, ma sia perturbata la proportionalità di quelle, anchora eglie necessario nella equa, proportione che se la prima delle prime serà maggiore della ultima, etiam la prima delle posteriore serà maggiore della ultima, & se la serà minore, minore, se la serà equale equale.*

Lo secondo antecedente siano le tre quantità, a, b, e, & ne siano tolte altre tre lequale siano, f, c, d, & sia la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, d, & della, b, alla, e, si come della, f, alla, c, dico che se la, a, è maggiore della, e, la, f, serà maggiore della, d, & se la è minore serà minore, & se la, e, è equale serà equal, & queste se approua per le medesime uie, & per il medesimo modo con equale fu prouata la precedente, perche se la, a, è maggior della, e, serà maggiore proportione della, a, alla, b, che della, e, alla, b, per laqual cosa serà etiam maggior della, c, alla, d, che della, e, alla, b, e per tanto serà etiam maggior che della, c, alla, f, adonque serà maggior la, f, che la, d, (per la seconda parte della decima,) che è il proposito, ma se la, a, sia minore della, e, serà finalmente minor della, c, alla, d, che alla, f, per laqual cosa (per la medesima parte della medesima) la, f, serà menor della, d, ma se la, a, sia equale alla, e, seguita che'l sia la proportione della, c, alla, d, si come della, c, alla, f, adonque (per la seconda parte della nona) serà la, f, equale alla, d, che è il proposito.

Theorema. 22. Propositione. 22.

22/22 *Se seranno quante quantità si voglia dall'un lato & altre tante dall'altro delle quale le ultime a due a due siano secondo la proportione delle prime, in la equa proportionalità seranno proportionale.*

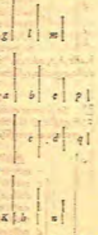


Demostrati li antecedenti alla equa proportionalità, in questo luoco dimostra essa equa proportionalità, e primamente quando le quantità delli dui ordini sono direttamente proportionale, & nõ è necessario che la sia demostrata, se non quando in l'uno, e l'altro di duoi ordeni sono solamẽte tre quantità, perche per questo seguita euidentemente quando che in l'uno e l'altro ordene seranno quattro, ouero piu quãtità, e pero non è stato bisogno de dimostrare li suoi antecedenti saluo quando in l'un e l'altro ordine sian tre quantità, siano adonque le tre quantità, a, b, e, & ne sian tolte tre altre lequale siano, c, d, f, & sia la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, d, et della, b, alla, e, si come della, d, alla, f, dico che della, a, alla, e, serà si come della, c, alla, f, perche pigliando la, g, alla, a, & la, h, alla, c, equalmente multiplici, & similmente la, K, alla, b, & la, l, alla, d, equalmente multiplici, & un'altra uolta la, m, alla, e, et la, n, alla, f, equalmẽte multiplici, & serà (per la quarta) la, g, alla, K, si come la, h, alla, l, & la, K, alla, m, si come la, l, alla, n, ꝑ laqual cosa (per la vigesima) se la, g, è maggior della, m, serà la, h, maggior della, n, & se è minore serà minore, & se è equal serà equale, adõque (ꝑ la diffinitione della incontinua proportionalità) della, a, alla, e, è si come della, c, alla, f, che è il proposito. anchora questo puo esser dimostrato (ꝑ la quintadecima di q̃sto) tolte le, g, K, m, alla, a, b, e, & le, h, l, n, alle, c, d, f, equalmẽte multiplice, ꝑche serà (ꝑ la quintadecima) la, g, alla, K, si come la, h, alla, l, & la, K, alla, m, si come la, l, alla, n, tutte le altre cose trattãdo come prima, ma se le quãtità seranno piu di tre in l'uno e l'altro ordine poniamo quattro, giontoli, la, p, et la, q, cosi che la, c, sia alla, p, si come la, f, alla, q, serà un'altra uolta della, a, alla, p, si come della, c, alla, q, ꝑche serà della, a, alla, e, si come della, c, alla, f, ꝑche questo è stato dimostrato di sopra, adõque leuade uia la, b, & d, serãno le tre quãtità, a, e, p, & le altre tre, c, f, q, come se prepone, per laqual cosa della, a, alla, p, serà si come della, c, alla, q, & cosi uien dimostrato de quattro quãtità per le tre (leuado uno mezzo) & per il medesimo modo tu demostrerai de cinque per le quattro leuãdo uia li duoi mezzi & de sei per le cinque leuãdo uia le tre, & cosi de altre.

Theorema. 23. Propositione. 23.

23/23 *Se seranno quante quantità si voglia dall'un lato, & altre tante dell'altro,* l'altro, delle quale le seconde siano tolte a due a due, secondo la proportione delle prime, ma indirettamente proportionate, in la equa proportionalità seranno proportionale.

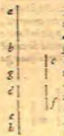
Quivi l'Auttor dimostra la equa proportionalità in le quantità de duoi ordini indirettamẽte, over perturbatamẽte proportionate, ne è necessario che sia demostrato se non quando in l'uno e l'altro di duoi ordeni sono solamẽte tre quantità, perche questo euidentemente seguita di quante quantità ui siano poste in l'uno e l'altro ordine, si come la precedente è stato demostrato delle quantità direttamẽte ꝑportionate, sia adũque tre quãtità, a, b, e, e siano pigliate altre tre liquali siano, f, c, d, & sia la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, d, et della b, alla, e, si come della, f, alla, c, dico che della, a, alla, e, serà si come della, f, alla, d, perche pigliero la, g, alla, a, e la, h, alla, c, e la, K, alla, f, equalmente multiplice et similmẽte la, l, alla, b, et la, m, alla, e, & la, n, alla, d, equalmente, multiplice & serà (per la quarta) la, g, alla, l, si come la, h, alla, n, & (per la quintadecima) la. l. alla. m. si come la. K. alla. h. per laqual cosa (per la uigesimaprima) se la. g. aggionge sopra la. m. et la. K. aggionge sopra la, n, & se la menuisse la menuisse, & se la se equalia la se equalia, adũque (per la diffinitione della incontinua proportionalità, la proportione della. a. alla. e. è si come della. f. alla. d. che è il proposito, questo anchora puo esser demostrato ꝑ la quintadecima di questo, tolte le. g. l. m. alle. a. b. e. & le. K. h. n. alle. f. c. d. equalmẽte multiplice, perche serà (per la quintadecima) della g. l. si come della. h. alla. n. & della. l. alla. m. si come della. K. alla. h. tutte le altre cose trattale come prima, tamẽ piu conuenientemente (questa & la precedente) uẽgono demostrate secondo il primo modo, ma se in l'uno & l'altro ordine seranno piu di tre quantità, ponianno quattro giontoli la. p. & la. q. in questo modo che sia della. e. alla. b. si come della. d. alla. q. & della. b. alla. e. si come della. c. alla. d. & della. e. alla. p. si come della. f. alla. c. serà unaltra uolta della. a. alla. p. si come della. f. alla. q. (perche ꝑ le cose auanti demostrate) serà della. a. alla. e. si come della. c. alla. q. leuado adũque uia la. b. e la. d. serãno le tre quantità. a. e. p. e altre tre. f. c. q. come se prepone per laqual cosa della. a. alla. p. serà si come della. f. alla. q. et cosi uien demostrato delle quattro quantità per le tre leuado uia un mezzo, per il medesimo modo tu demostrarai delle cinque per le quattro leuado uia duoi, mezzi, & de sei per le cinque leuando uia tre, & cosi de altre.



24 Theorema. 24. Propositione. 24.

24 Se la proportione del primo termine al secondo serà si come del terzo al

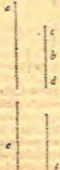
zo al quarto e la proportione del quinto al secondo serà si come del sesto al quarto, la proportione del primo & quinto tolti insieme al secondo serà si come del sesto e terzo tolti insieme al quarto.



Quello che propose la seconda di multiplici, questa propone universalmente de ogni proportione, onde è tanto piu commune de quella quanto che è la proportione de multiplicità, & è a quella si come la tertia decima alla prima. sia adonque la proportione della, a, b, alla, c, si come della, d, e, alla, f, & della, b, g, alla, c, si come della, e, h, alla, f, dico che la proportione della, a, g, alla, c, e si come della, d, h, alla, f, perche il serà (per la conversa proportionalità) della, c, alle, b, g, si come della, f, alla, e, h, per laqual cosa (per la vigesima seconda) serà in la eque proportionalità della, e, h, alla, h, g, si come della, e, d, alla, e, h, adonque congiuntamente (per la decimaottaua) della, a, g, alla, g, b, serà si come della, d, h, alle, h, e, adonque (per la vigesima seconda) serà in la equa proportionalità della, a, g, alla, c, si come della, d, h, alla f, che è il proposito.

Theorema. 25. Propositione. 25.

25 Se seranno quattro quantità proportionale, & la prima sia la maggiore 25 di quelle, & la ultima sia la minima, la prima, & la ultima tolte insieme, se approua de necessità esser maggiori delle altre due.



Quello che se propone in questo luoco nō ha loco se non quando tutte le quattro quantità siano d'uno medesimo genere, siano adonque (de quattro quantità de uno medesimo genere) la proportione della, a, b, alla, c, d, si come della, e, alla, f, & sia la, a, b, la piu grāde (et nō bisogna poner che la, f, sia la minima) perche quello seguita da questo che la, a, b, è posta la piu grāda, onde l'Auttor nō ha posto questo in conclusione si come positione, ma piu tosto si come cōclusione della precedente positione, dico che essēdo cosi serà maggiore l'aggregato della, a, b, et, f. che quello della, c, d, et, e, perche essendo maggior la, a, b, della, c, taglierò dalla, b, a, la, b, g. equale alla, e, similmēte anchora perche la, c, d, è maggiore dell, f, taglierò della, c, d, la, h, d, equale alla, f, et (per il presupposito) serà della, a, b, alla, c, d. si come della, g, b, alla, h, d. per laqual cosa (per la decima nona) lo residuo, a, g, al residuo, c, h, serà si cōe tutta la, a, b, a tutta la, c, d, cioè la, a, b, alla, c, d, cōciosia adōque che la, a, g, e alla, c, h, si come la, a, b, alla, c, d, ma la, a, b, è maggiore della, c, d. per laqual cosa la, a, g, è maggiore, della, c, h, aggiōtoli adōque all'una e all'altra le due quātità, g, b, et h, d. serà (per cōmuna scia) l'aggregato della, a, b, et h, d, maggiore dell'aggregato della, c, d, et g, b, et perche la, d, h, è posta equale alla, f, et la, g, b, alla, e, serà

maggiore

maggiore lo aggregato della,a,b,& f,che lo aggregato della, c,d,& e, che è il proposito.

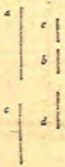
Il Tradottore.

Tutte le sequente noue propositioni mancano in la seconda tradottione.

Theorema.26. Propositione.26.

26 Se la proportione della prima,de quattro quātità alla seconda serà mag
o giore che della terza alla quarta, cōuersamēte serà al contrario,cioe la pro
portione della seconda alla prima serà minore che della quarta alla terza.

Sia la proportione della,a,a'la,b,maggiore che della,c,alla,d,dico che per il modo conuerso,ouero econtrario,la proportione della,b,alla,a, serà minore che della, d, alla, c, essendo altramente per l'aduersario, o che la serà quella medesima o che la serà maggiore, ma se possibile fosse che la proportione della,b,alla,a,fosse si come della,d,alla, c, seguita el cōtrario che la proportione della,a,alla,b,sia come della,c,alla d,laqual cosa non è ,anci è maggiore dal presupposito, ancho ra se possibile è per l'aduersario che la proportione della, b,alla,a,sia maggiore che della,d,alla,c,sia della,e,alla, a, si come della,d,alla,c,& (per la duodecima)la proportione della e,alla,a,serà minor che della,b,alla,a, per laqualcosa (per la prima parte della decima)la,e,serà minore della,b,e pero, (per la seconda parte dell'a ottaua)la proportione della,a,alla,e,serà maggiore dell'a,a,alla,b,& perche(per la conuersa proportionalità) della,a,alla,e,è si come della,c,alla,d,serà (per la duodecima)la proportione della,c,alla,d,maggiore che della, a,alla,b,& era minore, rimane adonque il proposito,potemo anchora sel'ne piace seguire il proposito demostratiuamente, perche è manifesto(per la prima parte della decima) che quella quantità qual alla,b,è quella medesima proportione che è della,c,alla,d,è minore della, a, (imperoche el se pone maggiore la proportione della, a, alla,b, che della, c, a la, d,) adonque quella quantità sia, e, essendo adonque la propotione della,e,alla,b,come della,c, alla,d,serà al contrario della,b,alla,e,come dell'a, d,alla,c,& è manifesto(per la seconda parte dell'a ottaua) che la proportione della,b,a'la,a,è minore che la proportione della,b,alla,e,adonque (per la duodecima) la proportione della,b,alla,a,è minore che della,d,alla,c, che è quello che voleuamo.

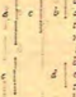


Theo-

Theorema.27 Propositione.27.

27 Se'l serà de quattro quantità maggior proportione della prima alla seconda che della terza alla quarta, serà per mutatamente maggior proportione della prima alla terza che della seconda alla quarta.

Sia anchora in questo luoco la proportione della, a, alla, b, maggior che della, c, alla, d, dico che serà permutatamente maggior proportione della, a, alla, c, che della, b, alla, d, per che non serà la medesima (perche all'hora anchora sarebbe permutatamente della, a, alla, b, si come della, c, alla, d,) & non serà minore, per che se questo sia posto, sia adonque della, e, alla, c, come della, b, alla, d, & serà (per la duodecima) maggior proportione della, e, alla, c, che della, a, alla, c, per laqual cosa (per la prima parte della decima) la, e, seria maggiore, della, a, adonque (per la prima parte della ottava) la proportione della, e, alla, b, serà maggiore che della, a, alla, b, & per che è stato posto che'l sia della, e, alla, c, si come della, b, alla, d, serà permutatamente della, e, alla, b, si come della, c, alla, d, (per la duodecima) adonque maggior serà la proportione della, c, alla, d, che della, a, alla, b, ma era posto lo contrario, adonque è vero il proposito, e similmente anchora quello istesso secondo che in la precedente, perche è tolta la, e, alla, b, come, la, c, alla, d, serà (per la prima parte della decima) la, e, minore della, a, per laqual cosa (per la prima parte, della ottava) maggiore serà della, a, alla, c, che della, e, alla, c, ma per la premutata proportionalità e della, e, alla, c, come della, b, alla, d, adonque (per la duodecima) della, a, alla, c, è maggiore che della, b, alla, d, che è il proposito.



Theorema.28. Propositione.28.

28 Se seranno quattro quantità della quale la prima alla seconda sia maggior proportione che della terza alla quarta serà anchora congiuntamente maggior proportione della prima e seconda alla secõda che della terza, & quarta alla quarta.

Sia maggiore la pportiõ della, a, alla, b, che della, c, alla, d, dico che serà maggiore, pporitione de tutta la, a, b, alla, b, che de tutta la, c, d, alla, d, perche quella (per l'aduersario) non serà equale & non serà minore, pche s'ella è equal, all'hora serà disgiõtamẽte della, a, alla, b, come della, c, alla, d, contra al presupposito ma se la è minore sia della, e, b, alla, b, come della, c, d, alla, d, & serà (p la duodecima) maggiore proportione della, e, b, alla, b, che della, a, b, alla, b, adõque (p la prima parte della decima) la, e, b, è maggiore che la, a, b, & (per la concettione)

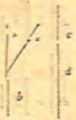
la.

la,e,b maggior che la,a,per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) maggior e la proportione della,e,alla,b, che della,a,alla,b,ma della,e,alla,b,è come della c,alla,d,(per la disgiunta proportionalità) impero che era della,e,alla,b, come della,c,d,alla,d,adõque (per la duodecima) della,c,alla,d,è maggior che della,a,alla,b,ma questo è contra al presupposito quel medesimo ancora demostratiuamente, perche quando il proposito sia che maggior sia la proportion della, a,alla, b, ch'è della,c,alla,d,sia la proportione della,e,alla,b,come della,c,alla,d,& serà (per la prima parte della decima) la,e,minor della,a,adonque (per commune scientia) la,e,b, serà minore che la, a, b, per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) maggior serà la proportione della, a,b,alla,b,che della,e,b,alla,b,ma la proportione della,e,b,alla,b, è (per la cõgiunta proportionalità) si come della,c,d,alla,d, perche è posto che'l sia della, e,alla,b,come della,c,alla,d,adonque (per la duodecima) maggior è della,a, b,alla,b,che della,c,d,alla,d,che è il proposito.

Theorema. 29. Propositione. 29.

29
0
Se seranno quattro quantità, delle quale della prima & seconda alla seconda sia maggiore, proportione che della terza & quarta alla quarta, serà anchora disgiuntamente la proportione della prima alla seconda maggiore che della terza & quarta.

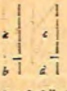
Sia la proportione della,a,b,alla,b,maggiore che della, c, d,alla, d, dico che serà disgiuntamente la proportione, della, a,alla,b,maggior che della,c,alla,d, altramente serà equale, ouero minor,ma se è equale serà (per la congiunta proportionalità) della,a,b,alla,b,come della,c,d,alla,d,laqual cosa è contra il presupposito,ma se è minor serà maggior della,c,alla,d, che della,a,alla,b,adonque (per la precedente) serà maggior della,c,d,alla,d,che della,a,b,alla, b, che è'l conueniente per che è stata posta minore,adonque,e uero quello che uien detto laqual cosa anchora demostratiuamente la demostremo in questo modo, perche ponemo che la produttione,della,e, b, alla, b, sia come la proportione della,c,d,alla,d, & sera (per la prima parte della decima) la,e,b,minor che la,a,b per laqual cosa (per commune scientia) la,e,e minor che la,a,adonque (per la prima della ottaua) la proportione della,a,alla,b,che e della,e,alla,b,ma la proportione della,e,alla,b,e si come della, c, alla, d, (per la disgiunta proportionalità) adonque (per la duodecima) la proportione della,a, alla,b,e maggior che della,c,alla,d,che e il proposito.



Theorema. 30. Propositione. 30.

30
0
Se seranno quattro quantità, delle quale della prima e seconda alla seconda

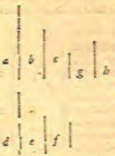
seconda sia maggior proportione, che della terza e quarta alla quarta serà euersamente minor proportione che della prima e seconda alla prima che della terza e quarta alla terza.



Sia maggiore la proportion della, a, b, alla, b, che della, c, d, alla, d, dico che euersamente minor serà la proportione della, a, b, alla, a, che della, c, d, alla, c, perche serà disgiontamente (per la precedente) maggior proportione della, a, alla, b, che della, c, alla, d, adonque (per la uigesima sesta) serà conuerso minor della, b, alla, a, che della, d, alla, c, per laqual cosa (per la auante alla precedente) congiuntamente serà minore della, b, a, alla, a, che della, d, c, alla, c, che è il proposito.

Theorema. 31. Propositione. 31.

31 Se seran tre quantità in uno ordine, & anchora tre in uno altro & serà
0 della prima delle priore alla seconda maggior proportione che della prima delle posteriore alla seconda, & similmente della seconda delle priore alla terza maggiore che della seconda delle posteriore alla terza, serà anchora della prima delle prime alla terza maggior proportione, che della prima delle posteriore alla terza.



Siano de tre quantità, a, b, c, & similmente altre tre, d, e, f, & sia maggiore proportione della, a, alla, b, che della, d, alla, e, & similmente maggiore della, b, alla, c, che della, e, alla, f, dico, che maggiore serà la proportione della, a, alla, c, che della, d, alla, f, perche sia la, g, alla, c, come la, e, alla, f, & serà (per la prima parte della decima) la, g, minore della, b, per laqual cosa (per la seconda parte della ottaua) la proportione della, a, alla, g, è maggiore che della, a, alla, b, molto maggiore adonque è la proportione della, a, alla, g, che della, d, alla, e, sia adonque della, h, alla, g, come della, d, alla, e, & serà (per la prima parte della decima) la, a, maggiore della, h, per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) la proportion della, a, alla, c, è maggiore che la proportion della, h, alla, c, ma la proportione della, h, alla, c, e (per la equa proportionalità) si come della, d, alla, f, per che è della, h, alla, g, come della, d, alla, e, & della, g, alla, c, come della, e, alla, f, adonque (per la duodecima) la proportion della, a, alla, c, è maggior che della, d, alla, f, per laqual cosa è manifesto il proposito.

Theorema. 32. Propositione. 32.

32
0 Se seranno tre quantità in uno ordine, & similmente tre in uno altro

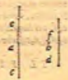
& serà

& serà le proportione della seconda delle priore alla terza maggiore, che della prima delle posteriore alla seconda: similmente della prima delle priore alla seconda maggiore che della second a delle posteriore alla terza, serà maggiore la proportion della prima delle priore alla terza che della prima delle posteriore alla terza.

Perche siano tre quantità in uno ordine, a, b, c, & similmẽte tre in uno altro. d, e, f, secondo che in le precedente. & sia maggiore la proportion della, b, alla, c, che della, d, alla, e, & maggior della, a, alla, b, che della, e, alla, f, dico che maggior serà la proportion della, a, alla, c, che della, d, alla, f, perche sia la, g, alla, c, come la, d, alla, e, et serà la, g, minor della, b, per la prima parte della decima, per la qual cosa maggior serà la proportion della, a, alla, g, che alla, b, per la seconda parte della ottaua, adonque molto maggior è della, a, alla, g, che della, e, alla, f, sia adonque della, h, alla, g, come della, e, alla, f, & serà la, a, maggior della, h, per la prima parte della decima, per laqual cosa la proportion della, a, alla, c, è maggiore che della, h, alla, c, per la prima parte della ottaua, ma, per la uigesima tertia, la proportion della, h, alla, c, è come della, d, alla, f, imperoche è della, g, alla, c, come della d, alla, e, & della, h, alla, g, come della, e, alla, f, adõque, per la. 22. maggior è la proportione della. a. alla. c. che della. d. alla. f. che è il proposito.

Theorema. 33. Propositione. 33.

33 Se la proportione del tutto al tutto serà maggiore, che del tagliato al ta-
6 gliato, serà del residuo al residuo maggior proportione che del tutto al tutto.



Siano le due quantità. a. & b. dalle quale siano tagliate le. c. & d. & li residui siano. e. & f. & sia maggior proportione della. a. alla. b. che della. c. alla. d. dico che maggior serà la proportione della. e. alla. f. che della. a. alla. b. perche serà, per la uigesima settima, permutatamẽte maggior proportione della. a. alla. c. che della. b. alla. d. per laqual cosa, per la trigesima, serà euersamente minor proportione della. a. alla. e. che della. b. alla. f. adonque un'altra uolta, per la uigesima settima, permutatamente dalla. b. alla. a. serà maggior che dalla. f. a la. e. per la qual cosa, per la 26. minor serà della. a. alla. b. che della. e. alla. f. che è il proposito.

Theorema. 34. Propositione. 34.

34 Se quante si uoglia quantità seranno comparate a altretante altre, & serà
0 de qualunque precedente alla sua relatiua maggior proportione che de alcuna subsequente alla sua, serà de tutte queste tolte insieme a tutte quelle tolte insieme maggior proportione, che de alcune, non di cadauna di quelle non di

alcuna di loro delle subsequente alla sua comparata, & anchora che de tutte tolte insieme a tutte tolte insieme, ma menor che della prima alla prima.

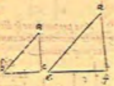
Siano le tre quãtità, a, b, c, referte a altre tante lequale siano, d, e, f, & sia maggiore la proportione della, a, alla, d, che della, b, alla, e, et della, b, alla, e, sia maggiore che della c, alla, f, dico che la proportione delle, a, b, c, tolte insieme alle d, e, f, tolte insieme è maggiore proportione che della, b, alla, e, ouero maggiore che della, c, alla, f, & etiam maggiore che delle, b, & , c, tolte insieme alle, e, & , f, tolte insieme, & che quella è minore che della, a, alla, d, perche essendo della, a, alla, d, maggiore che della, b, alla, e, serà permutatamente della, a, alla, b, maggiore che delle, d, alla, e, & congiuntamente delle, a, b, alla, b, maggiore che delle, d, e, alla, e, & un'altra uolta permutatamente delle, a, b, alle, d, e, maggiore che della, b, alla, e, per laqual cosa, per la precedente, della, a, alla, d, è maggiore che delle, a, b, alle, d, e, & per il medesimo modo se approua esser maggiore della, b, alla, e, che delle, b, c, alle, e, f, adonque maggiore proportione è della, a, alla, d, che delle, b, c, alle, e, f, per laqual cosa permutatamente maggiore è della, a, alle, b, c, che della, d, alle, e, f, & congiuntamente maggiore delle, a, b, c, alle, b, c, che delle, d, e, f, alle, e, f, & un'altra uolta, permutatamente maggiore delle, a, b, c, alle, d, e, f, che, delle, c, b, alle, e, f, per laqual cosa, per la precedente maggiore è della, a, alla, d, che, delle, a, b, c, alla, d, e, f, che è il proposito.

IL FINE DEL QVINTO LIBRO.

LIBRO SEXTO
DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

1 Le figure rettiline simile, sono quelle che hanno li angoli a vno per vno
1 equali, & li lati che sono cerca alli angoli equali, proporti onali.



COME se'l triangolo, a, b, c, serà equiangolo, al triangolo, d, e, f, cioe che l'angolo, a, sia equale all'angolo, d, & l'angolo, b, equale all'angolo, e, & l'angolo, c, all'angolo, f, & che la proportione del lato, a, b, al lato, d, e, sia si come del lato, a, c, al lato, d, f, & del lato, b, c, al lato e, f, essi seranno simili, il medesimo si debbe intendere in ogni altra specie di figura, si paralellogramma come non paralellogramma.

Diffinitione. 2.

2 Le superficie de lati mutui, ouero reciproce,
2 sono quelle in tra li lati delle quale se haurà la proportionalità retransitiuamente.

Come se delli duoi quadrilateri, a, b, c, & d, e, f, la proportione della, a, b, lato del primo, al, d, e, lato del secondo, serà si come la proportione del, e, f, lato del secondo, al, b, c, lato del primo, essi duoi quadrilateri se diranno de lati mutui ouer mute, che sia, ouer secondo la seconda tradottione figure reciproce.

Diffinitione. 3.

3 Vna linea se dice esser diuisa secondo la proper-
3 tione hauente il mezzo, & duoi estremi quando che eglie quella medesima proportione di tutta la linea alla sua maggiore settione che è della maggior settione alla minore.

Il Tradottore.

Exempli gratia, quãdo che la proportione di tutta la linea, a, b, alla sua maggiore parte, a, e, fosse si come della detta parte, a, e, all'altra parte, e, b, tal linea se diria esser diuisa secõdo la proportione hauẽte il mezzo et duoi estremi in põto. e.

Diffinitione. 4.

L'altezza di ciascuna figura è la perpendicolare dutta dalla vertice over cima di quella alla basa.

Il Tradottore.

Esempli gratia, la altezza del triangolo, a, b, c, non se intende esser la linea, a, b, ne anchora la linea, a, c, ma solamente la perpendicolare dutta dalla vertice, over cima di quello, cioe dal ponto, a, alla basa, b, c, cioe la linea, a. d,

Diffinitione. 5.

o
5 Vna proportione se dice esser composta da due proportioni, ouero piu, quando le quantità de alcune proportioni multiplicate fanno la quantità di detta proportione.

Sia che la quantità, a, b, habbia vna data proportione alla quantità, c, d, come seria dupla, ouero tripla, ouero qualunque altra, & la, c, d, alla, e, f, habbia medesimamente vna data proportione, dico che la proportione della, a, b, alla, e, f, e composta della proportione della, a, b, alla, c, d. & della, c, d, alla, e, f, ouero se la quantità della proportione della, a, b, alla, c, d, multiplicata in la quātità della proportione della, c, d, alla, e, f, fa la quantità della proportione della, a, b, alla, e, f, similmente dico che la proportion della detta, a, b, alla, e, f, se dice esser composta della proportione della detta, a, b, alla, c, d. & della, c, d, alla, e, f, & sia primamente la, a, b, maggiore della, c, d, & la, c, d, della, e, f, et sia la, a. b, doppia della, c, d, & la c, d, tripla della, e, f, perche adonque la, c, d, è tripla della, e, f, & la, a, b, è doppia della, c, d, adonque la, a, b, è sexupla della, e, f, & se duplicamo alcuno triplo se fa sesuplo, & questo dico essere propriamente la compositione, ouer in questo altro modo perche la, a, b, è doppia alla, c, d, sia divisa la, a, b, in parti equali alla, c, d, e quelle siano a, g, & g, b, & perche la, c, d, è tripla alla, e, f, & la, a, g, è equal alla, c, d, adunque e la, a, g, e tripla alla, e, f, per la qual cosa ancor la, g, b, è similmente tripla alla, e, f, adonque tutta la, a, b, è sesupla alla medesima, e, f, adonque la proportione della, a, b, alla, e, f, composta dalla proportion della, a, b, alla, c, d, & della c, d, alla, e, f, vien colligata dal termine di mezzo, cioe dalla, c, d, e similmente se la, c, d, serà minor di l'una e di l'altra delle medesime, a, b, & e, f, quel medesimo se trouarà, e per dilucidare questo, de nouo, sia la, a, b, tripla alla, c, d, & che la, c, d, sia la mità della, e, f, e perche la, c, d, è la mità della e, f, & la, a, b, e tripla alla, c, d, adonque la, a, b, è sesquialtera della, e, f, cioe uno tanto e mezzo, e se treplicamo alcun mezzo serà pur uno e mezzo, e perche la, a, b, è tripla alla, c, d, & la, c, d, è la mità della, e, f, di quella quantità equal alla, c, d, della qualla, la, a.b.è di tre tale de due tale è la.e.f.per laqual cosa la. a.b. è sesquialtera della.e.f.adonque la proportione della.a.b.alla.e.f.(composta delle proportione) della.a.b.alla c.d.et della.c.d. alla.e.f.vien colligata per la.c.d (termine di mezzo). ma poniamo anchora che la.c.d.sia maggiore di l'una & di l'altra delle due. a. b. & e.f & sia che la.a b.sia la mitate di essa. c.d. & la c.d.sia sesquitertia alla . e.f. adonque perche di quella tal quantità che la.a.b.è due tale, di quattro tale è la, c.d.& quella tal quantità che la detta. c. d. è quattro tale la.f è di tre tale . adonque di qual quantità la. a. b.è di due tale la.e.f.e di tre tale,adonque un'altra uolta la proportione della.a.b.alla. e.f. laqual è come di duoi a tre)vien colligata dal termine di mezzo, il medesimo anchora seguirà in piu proportioni & in altri casi,& è manifesto che se da una composta proportione sia cauata ciascuna delle côponente,gettato uia uno delli estremi restarà l'altro estremo delle componente.

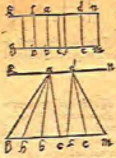
Il Tradottore.

Per intelligentia delle cose dette nella sopralcritta diffinitione bisogna notare che la quantità di una proportione si debbe intendere la denomination di qlla,essempli gratia,la quantità,ouer denominatione de ogni proportion dupla è dui,e di ogni tripla e tre,& di ogni quadrupla è quattro,e cosi discorrendo in ogni altra proportione multiplice,& similmente la quantità,ouer denominatione de ogni sesquialtera è uno e mezzo, & di ogni sesquitertia è uno e uno terzo , & di una sesquiquarta è uno e uno quarto , & cosi discorrendo in ogni altra superparticulare,& similmente la quantità,ouer denominatione di ogni superbipartiens tertias è uno e duoi terzi,e de ogni supertripartiens quartas è uno e tre quarti similmente di ogni dupla sesquialtera è duoi e mezzo,e d'una tripla sesquialtera è tre e mezzo , et d'una quadrupla superbipartiens tertias è quattro e duoi terzi & una quadrupla supertripartiens quartas è quattro e tre quarti , & cosi discorrendo in ogni altra qualità di multiplice superparticulare & di ogni multiplice superpatiente,& queste tal quantità,ouero denominationi si trouano per regola generale,partendo ogni antecedente per il suo consequente, o sia della maggior inequalità , ouer della minore , essempli gratia, la denominatione di duoi a uno,che è dupla , e duoi,& la denominatione di una a duoi , che è una subdupla , e mezzo,laqual denominatione si trouano partendo l'antecedente per il consequente , & cosi seguita nelle altre specie , adonque una proportione sesupla (la denominatione della quale e. 6.) se dirà esser composta da una dupla, & da una tripla, perche multiplicando le lor denominationi,ouer quantità (che è duoi & tre) fanno sei , cioe la quantità di detta sesupla, & similmente,una proportione uintiquadrupla,la denominatione della quale è uintiquattro,se dirà esser composta da una dupla,& da una dodecupla , ouero da una quadrupla & da una sesupla , perche le dette denominationi multiplicate fanno uintiquattro, anchora se pol dire che sia composta da tre proportioni,

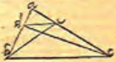
tioni, cioe da vna dupla & da vna tripla & da vna quadrupla, perche le lor quantità, ouero denominationi multiplicate l'vna fia l'altra, & quel prodotto fia l'altra fa par vintiquattro, & questo è quello che in la diffinitione se vol inferire.

Theorema primo. Propositione prima.

1/1 Se l'altezze de due superficie rettilinee de lati equidistanti, ouero de duoi triangoli serà vna medesima, la proportione dall'vna al l'altra di quelle serà si come la basa di l'vna alla basa di l'altra.



Siano li duoi paralellogrammi, a.b.c.d.e.f. de equal altezza, dico la proportione de quelli esser si come, la b.c. alla. e.f. ponerò quelli duoi paralellogrammi sopra vna linea, laqual sia la.g.m. & seranno (perche sono de equal altezza) fra linee equidistante, delle quale l'altra sia la. k.n. dapoi della linea.g.m. torò la.g.c. multiplice alla.b.c. (secondo che numero vorò) e diuiderò quella in parti equali alla.b.c. in li ponti.h.e.b. dalli quali & dal ponto.g. condurò le linee equidistante alla linea. a.b. lequale sono.g. .& .h.l. & compirò le superficie de equidistanti lati.k.h. & l.b. & serà ciascuna di quelle (per la trigesima sesta del primo) equale alla.a.c. per laqual cosa si come che la linea.g.c. è multiplice alla linea.b.c. cosi è la superficie. c. k. alla superficie.a.c. similmente alla linea.e.f. torò dalla linea.g.m. la linea.f.m. multiplice, secondo che numero vorò, alla. e.f. & compirò la superficie de equidistanti lati ducta la linea. m.n. equidistante alla linea. d. e. & sarà la superficie, n.f. cosi multiplice alla superficie.d.f. si come la linea.m.f. alla linea.e.f. & perche (per la. 36. del primo) se la linea.g.c. è maggiore della f.m. la superficie. k. c. è maggiore della superficie.n.f. & se minore minore, & se equale equale serà, per la diffinitione della continua proportionalità, la medesima proportione della basa. b. c. alla basa.e.f. ch'è della superficie a.c. alla superficie.d.f. che è il proposito, delli triangoli de equal altezza il medesimo, tu approuerai, & per il medesimo modo, per la trigesimaottaua del primo, ducte le linee dalle estremità de quelle linee che tu torai multiplice alle base, alle vertice de triangoli.



Theorema secondo. Propositione 2.

2/2 Se vna linea retta segante li doi lati d'un triangolo, serà equidistante all'altro, & necessario che quella seghi quelli duoi lati proportionalmente, & per il contrario, se quella linea sega quelli lati proportionalmente necessariamente quella serà equidistante all'altro lato.

Sia il triangolo.a.b.c.del quale la linea.d.e.seghi li duoi lati.a.b.& .a.c.equidistantemente al terzo lato,ilquale è.b.c.dico che la proportione del.a.d.al.d.b.serà si come del.a.e.al.e.c.& per auerso, se'l serà la proportione del.a.d.al.d.b.si come del.a.e.al.e.c.la linea.d.e.serà equidistante alla linea.b.c.perche portarò le due linee.e.b.& .d.c.& serà,per la trigesimasettima del primo,il triangolo.e.b.d.equale al triangolo.e.d.c.per questo che ambiduoi quelli sono sopra la linea.d.e. & fra le linee equidistante,e per tanto,per la seconda parte della settima del quinto, la proportione del triangolo.a.d.e. all'uno e l'altro de quelli serà una medesima, ma la proportione de quello,per la precedente,al triangolo.e.d.b.è si come della linea a.d.alla linea.d.b & al triangolo.d.e.c.si come la linea.a.e.alla linea.e.c. perche quello con l'uno e l'altro de quelli è de equal altezza. per laqual cosa la proportione della.a.d.al.d.b.serà si come del.a.e.al.e.c.che è il proposito primo: e se questo serà,per la precedente,serà del triangolo.a.d.e.all'uno e l'altro de quelli una proportion,per laqual cosa,per la seconda parte della nona del quinto,quelli sono fra lor equali:& perche quegli sono sopra una medesima basa,cioè sopra la linea.d.e. & da una medesima parte serà,per la trigesimanona del primo,la linea.d.e.equidistante alla linea.b.c.che è il secondo proposito.

Theorema.3. Propositione.3.

3/2 Se una linea dutta d'alcun de li angoli d'un triangolo alla basa seghi quello angolo in due parti equali, le due parti della basa se approua esser proportionale alli altri duoi lati del medesimo triangolo,e se le due parti della basa lequale distingue la linea dutta dall'angolo.seran proportionale alli altri duoi lati il se approua quella linea necessariamente diuidere quel angolo in due equale.

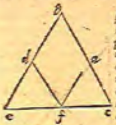
Sia il triangolo.a.b.c.del quale la linea.a.d.diuida l'angolo.a.in due parti equale,dico che la proportione della.b.d.alla.d.c.è si come del lato.b.a.al lato.a.c.& e conuerso,& per dimostrare questo tirarò la.b.e.equidistante alla.a.d.& produrò la.c.a.fina a tanto che la concorra con la.b.e.nel ponto.e.e serà,per la prima parte della uigesima nona del primo,l'angolo.e.b.a.equale all'angolo.b.a.d. & per la seconda parte della medesima,l'angolo.e.all'angolo.d.a.c. per laqual cosa lo angolo.e.è equal all'angolo.e.b.a.adonque,per la sesta del primo,la.e.a.è equal alla.a.b.e però per la prima parte della settima del quinto, la proportion della e.c.alla.a.c.è si come della.b.c.alla.a.c.ma per la premessa della e.a.alla.a.c.è si come della.b.d.alla.d.c.adonque della.b.a.alla.a.c.è si come della.b.d.alla.d.c. che è il primo proposito.la seconda parte,laquale conuersa della prima se aprouerà per lo conuerso modo,perche stante la medesima dispositione,se'l serà la proportion della.b.a. alla.a.c. si come della.b.d. alla.d.c. perche (per la precedente) della.e.a.d. li.a.c. si come della.b.d. alla.d.c. sarà la medesima proportione della.e.a. alla.a.c. che è della.b.a. alla.a.c. adonque (per la prima parte della nona del quinto) la.e.a. et.a.b. son equale, per la qual cosa (per la quinta del primo) li dui angoli.e. & .e.b a. son equali, adonque (per la prima e seconda parte della uigesima nona del primo) lo angolo.b.a.d. è equale all'angolo.d.a.c. che è il secondo proposito.

Il Tradottore.

El concorso della protratta linea. a. c. con la linea. b. e. ilqual dall'auersario potria esser negato, se dimostra in questo modo, perche la linea. c. b. cade sopra le due paralelle.d.a. & b.e. l'angolo.e.b.d. intrinsico (per la seconda parte della uigesima nona del primo) è equale all'angolo.a. d. c. estrinsico, giongendo adonque al'uno è l'altro l'angolo.a.d.c. (per la seconda commune sententia) li dui angoli.e. b.c. & .a.c.b. seranno equali alli dui angoli.a.c.d. & .a.d.c. del triangolo.a.d.c. & perche li dui angoli, a.d.c. & a.c.d. del triangolo, a.d.c. (per la decima settima del primo) sono minori de dui angoli retti, seguita adonque che li dui angoli.e.b. c. & .a.c.b. sono etiam minori de dui angoli retti, adonque protrahendo da quella parte le due linee.c.a. & .b.e. (per la quarta petitione) è necessario che quelle concorrano insieme, che è il proposito.

Theorema.4. Propositione.4.

4/4 D'ogni triangoli li quali li angoli del l'un a li angoli di l'altro son equali li lati che risguardano li angoli equali sono proportionali.



Siano li dui triangoli.a.b.c. d. e. f. equiangoli & sia l'angolo, a, equale all'angolo, d, & l'angolo.b. al l'angolo.e. & l'angolo.c. all'angolo.f. dico che la proportione del lato.d.e. al.a. b. & del.d.f. al.a.c. è si come del.e.f. al.b.c. e per dimostrare questo ponerò ambi dui li triangoli sopra una linea (laqual sia.e. c.) in tal modo che li dui angoli de uno, liquali seranno sopra quella linea siã equali alli dui angoli dell'altro liquali seranno sopra la medesima linea, non dimeno al medio, ouero lo estremo al estremo, ma il medio dell'uno allo estremo dell'altro, & ponerò li dui medij angoli de quelli congiungersi in uno medesimo ponto, & sia.a.f.c. quel medesimo triangolo ilqual era.a.b.c. & perche l'angolo.a.f.c. è equale all'angolo.e. & l'angolo.d. f.e. all'angolo.c. (per il presupposito) serà, per la prima parte della uigesima ottaua del primo) la linea.a. f. equidistante alla.d.e. & la.d.f. equidistãte alla.a.c. compirò adonque la superficie de equidistanti lati laqual sia.g.f. serà per la trigesima

sima quarta del primo) la, g, a, equale alla, d, f, & la, g, d, equale alla, e, f, perche adonque (per la seconda di questo) la, g, a, è alla, e, c, si come la, e, f, alla, f, c, & (per la medesima) la, e, f, alla, f, c, è si come la, e, d, alla, d, g, serà (per la settima del quinto) la, d, f, alla, a, c, & (per la medesima) la, e, d, alla, f, c, si como la e, f, alla, f, c. che è il proposito.

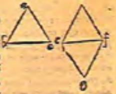
Theorema 5. Propositione 5.

5 Se duoi triangoli haueranno li lati proportionali, li detti triangoli seranno equiangoli, & quelli angoli contenuti dalli lati relatiui proportionali se prouano esser fra loro equali.

Questa il conuerso della precedente, e non ha fatto di questa et della precedente una conclusion si come se fece in la seconda et terza di questo, perche la non se dimostra con la medesima figuratione ne con li medesimi mezzi con liquali se dimostra la precedente, siano adonque li duoi triangoli a b c & d e f. & sia la proportione del lato, a, b, al lato d, e, & del lato, a, c, al lato, d, f, si come del lato, b, c, al lato. e. f. dico che l'angolo, a. c. è equale all'angolo d, & l'angolo, b, all'angolo, e, & l'angolo, c, all'angolo, f, & per dimostrare questo costituirò sopra la linea, e, f, in la parte opposita del triangolo, d, e, f, l'angolo, f, e, g, equale all'ango, b, & l'angolo, e, f, g, equale all'angolo, c, adonque (per la precedente) la proportione del, a. b. al. e, g, & del, a, c, al, f, g, serà si come del lato, b, c, al, e, f, per laqual cosa del lato, a, b, al, d, e, si come al, e, g, & del, a, c, al, d, f, si come al, f, g, adonque (per la seconda parte della nona del quinto) lo lato, d, e, è equal allo, e, g, & (per la medesima lo, d, f, è equale allo. f. g. (per laqual cosa per la ottaua del primo) li duoi triangoli, d, e, f, & g, e. f. son equiangoli, per laqual cosa adonque lo triangolo, d, e, è ancora equiangolo, al triangolo, a, b, c, il proposito è manifesto.

Theorema. 6. Propositione. 6.

6 Ogni duoi triangoli, di quali uno angolo de uno sia equale a un angolo de l'altro, & li lati continenti quelli duoi angoli equali proportionali, sono fra loro equiangoli.



Rimanga la superior dispositione, e sia solamente l'angolo, b, equale all'angolo, d, e, f, e la proportion del, a, b, al, d, e, si come del, b, c, al, e, f, dico anchora li duoi triangoli a, b, c, d. e. f. esser equiangoli, perche essendo (per la 4. del primo, è per il presupposito della premessa conclusion) del, a, b, al, e, g, si come del, b, c, al, e. f, serà del, a b, al, d, e, si come del, a, b, al, e, g, per laqual cosa per la seconda parte della nona del quinto)lo lato.d.e.è equale al.e.g. perche adonque li duoi lati.d.e.& e.f.del triangolo.d.e.f.sono equali alli duoi lati.e.g.& e.f.dello triangolo.g.e.f. & l'angolo.e.dell'uno all'angolo.e.dell'altro,perche l'uno e l'altro è equale all'angolo b.quelli seranno(per la quarta del primo) equiangoli,& perche li triangolo e.g.f.e etiam equiangolo al.a.b.c.è manifesto il proposito.

Theorema.7. Propositione.7.

7/7 Se seranno duoi triangoli, di quali vn angolo dell'vno sia equale a vno angolo dell'altro, & l'uno di duoi suoi restanti angoli siano contenuti da lati proportionali,& finalmente l'uno e l'altro di restanti angoli sia minore dell angolo retto, ouero che ne l'vn ne l'altro sia minor, è necessario quelli duo triangoli con tutti li suoi angoli esser equiangoli.

Siano li duoi triangoli.a b c.d.e f & l'angolo.a.sia equale all'angolo,d, & la proportion del.a c.al.d.f. si come del.c b al.f.e. & l'uno è l'altro di duoi angoli b.& e.sia minor del retto,ouer ne l'un ne l'altro sia minor del retto,dico quelli esser equiangoli, perche se l'angolo,c, dell'vno è equale all'angolo.f dell'altro, è manifesto il proposito(per la precedente) ma se non seranno equali sia l'angolo c.maggiore & sia fatto l'angolo.a. c. g. equale al medesimo, serà(per la trigesima seconda del primo)il triangolo.a g c equiangolo al triangolo.d.e.f.per la qual cosa(per la quarta de questo) la proportione del.a c.al.d f serà si come del.g.c. al.e.f.ma cosi fa lo b c.al.e.f adonque(per la nona del quinto)lo g.c.& b c sono equali,adonque(per la 5.del 1.) l'angolo,b,è equal all'angolo.b.g.c. adonque se ne l'un ne l'altro di duoi angoli,b,& e,serà minor del retto,accade li duoi angoli d'un triangolo non esser minori de duoi retti,laqual cosa nõ puo essere(per la 3 .& 17.del primo(ma se l'uno,& l'altro serà minor del retto serà l'angolo,a,g,c,maggior del retto(per la terziadecima del primo)per laqual cosa & l'angolo,c,(e se equale)serà anchora maggiore del retto,che è contra il presupposito,per la qual cosa destrutto lo opposito remane il proposito, ma il bisogna che l'un è l'altro di duoi restanti angoli esser minori del retto,ouer ne l'uno ne l'altro esser minore del retto,perche egliè possibile nel medesimo triangolo.a.b.c.la linea.g.c. esser equale alla.b.c. è però serà della a.c.a l'una è l'altra de quelle vna proportione(per la settima del quinto) ne tamen seranno li triangoli.a.g.c.& a.b c.equiangoli,abenche un angolo dell'uno sia equale a un angolo dell'altro,(immo è quel medesimo come l'angolo,a,) & la proportione della linea,a,c,(come lato del grande)alla,a,c,(come lato del piccolo) è si come della.b,c,(lato del grande) alla.g c.(lato del piccolo)perche l'una e l'altra è equale,è questo è per questo,che

l'angolo

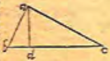
l'angolo.g.del minore è maggior del retto, & l'angolo.h.del maggiore è minor, perche in ogni triangolo de duoi lati equali l'un è l'altro di duoi ãgoli che sono alla basa è minor del retto.

Theorema 8. Propositione 8.

8 / 8 Essendo ducta una linea perpendicolare dal angolo retto del triangolo orthogonio alla basa seranno fatti duoi triangoli simili a tutto il triangolo etiam fra loro

Sia il triangolo.a.b.c. orthogonio & l'angolo.a.di quello sia retto dal qual sia ducta la perpendicolare.a.d.alla basa, dico che l'uno è l'altro di duoi triangoli partiali quali sono.a.b.d.et.a.d.c.è simile al total triangolo.a.b.c.& l'uno de quegli all'altro, perche l'uno è l'altro de quegli è equiangolo al totale (per la trigesima seconda del primo) imperoche l'uno e l'altro è orthogonio & communicano in un angolo con il totale per laqual cosa etiam fra loro sono equiangoli, cosi che l'angolo.b.è equale all'ango.d.a.c.& l'angolo.b.a.d.all'angolo.c.& li duoi angoli che sono al.d.sono equali fra loro etiam all'angolo.a.totale.per laqual cosa (per la quarta de questo) li lati risguardanti li equali angoli de quegli sono proportionali, adonque per la diffinitione sono simili che è il proposito.

Il Tradottore.

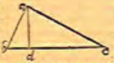


Bisogna advertire nella demostratione fatta di di sopra che ogni volta che li duoi angoli d'un triangolo sono equali alli duoi angoli d'un triangolo seguita de necessità che il terzo angolo del detto triãgolo sia equal al terzo angolo de quello altro triangolo, essempli gratia, se l'angolo.b.a.c.del total triangolo.b.a.c.(per la terza petitione) è equale all'angolo.a.d.c.del triangolo.a.d.c.partiale (per esser ciascun retto) et l'angolo.c.è commun all'un è l'altro, dico che l'altro terzo angolo del triangolo.a.b.c.è equale all'altro terzo angolo del triangolo.a.d.c.cioè che l'angolo.a.b.c.è equale all'angolo.d.a.c.laqual cosa se verifica per la seconda parte della trigesima seconda del primo, perche se li tre angoli de cadauno triangolo sono equali a duoi angoli retti, seguita adonque che tutti tre li angoli del triangolo.a.b.c.insieme sono equali a tutti tre li angoli del triangolo.a.d.c.(per essere quelli equalmente equali a duoi anglui retti) tolendo adonque da l'una e l'altra parte angoli equali (per la terza commune sententia) li duoi rimanenti serãno equali, cioe l'angolo.a.b.c.all'angolo.d.a.c.et per li medesimi modi è vie se approvarà del triangolo.a.b.d.essere equiangolo al total triangolo.a.b.c.etiam al triangolo.a.d.c.partiale, onde per la quarta de questo li lati che risguardano li angoli equali sono proportionali. adonque si come è lo lato.b.d.del triangolo.a.b.d.(risguardante lo angolo che sotto.b.a.d.) al.d.a.del triangolo.a.d.c.(risguardãte lo angolo che al.c.) cosi è la medesima.a.d.del triangolo.a.b.d.(risguardante lo angolo che al.b.) alla d.c.riguardante lo angolo che fatto, d.a.c.del triangolo.a.d.c.(equale a quello che al.b.)et oltra di questo lo lato.b.a.al.a.c.è si come lo.a.c.al.b.c.perche tutti tre sono tendenti over riguardanti li angoli retti,adonque per la prima diffinitione li duoi triangoli.a.b.d.& a.d.c.partiali sono simili al total triangolo.a.b.c.etiam fra loro che è il proposito. Alcun se potria admirar di quel che è detto sopra il fine della esposition di questa ottava propositione etiam da noi replicato di sopra il fine della esposition di questa ottava propositione etiam da noi replicato di sopra doue noi cõcluso (per la quarta di questo) li lati di quelli triangoli riguardanti li equali angoli esser proportionali è da questo (per la diffinitione delle superficie simile) se cõcluse de quelli triangoli esser simili laqual cõclusion per fatta indirettamente attento che la diffinitione non dice che li lati riguardanti li equali angoli sia proportionali,ma dice che li lati continenti equali angoli siano proportionali perilche bisogna auertire che nelli triangoli eglie una cosa istessa a dire li lati riguardanti equali angoli essere proportionali,et li lati contineti equali angoli esser proportionali la qual cosa è manifesta in li duoi triangoli.a.b.d.& a.d.c.di quali li duoi lati.b.d.& a.d.del triangolo.a.b.d.sono proportionali alli duoi lati.a.d.& d.c.del triangolo.a.d.c.come di sopra fu dimostrato (per la quarta di questo) perche riguardando angoli equali hor dico che li medesimi lati contegono etiam angoli equali,cioe l'angolo cõtenuto dalli duoi lati.a.d.& b.d.del triangolo.a.b.d.è equale all'angolo contenuto dalli duoi lati.a.d. & d.c.del triangolo.a.d.c.perche ciascun è retto & cosi se puo arguire delli altri & dapoi per la diffinitione concludere &c.

Correlario.

8/6 Unde anchora è manifesto, che ogni triangolo rettangolo se da l'angolo retto de quello alla basa serà dutta una perpendicolare, serà quella tal perpendicolar media proportional fra le due settioni della detta basa, & similmente l'un è l'altro lato, fra tutta la basa & la portione della basa a se conterminale.

Il Tradottore.



El senso del soprascritto correlario è questo che per le cose dette & dimostrate di sopra eglie manifesto che in ogni triangolo rettangolo, se dal angolo retto alla basa di quello serà dutta una perpendicolare, che quel la tal perpendicolare serà media proportionale fra le due settioni della basa, essempli gratia che la perpendicolare.a.d.(del soprascritto triangolo.a.b.c.)e media proportionale fra le due settioni.b.d.et.d.c.cioe che tal proportione,è dalla portione.b d.alla perpendicolare.a.d.qual è della perpendicolare,a.d.all'altra settione.d.c.come di sopra hauemo dimostrato. Oltra di questo dice che l'uno e l'altro lato de detto triãgolo,è medio proportionale fra tutta la basa e la settion a se conterminale, cioè che lo lato.a.c.(del medesimo triangolo,a.b.c.)e medio proportionale fra tutta la basa.b.c.et la settione.d.c.a se conterminale in ponto.c.cioè tal proportione è de tutta la basa.b.c.al la lo,a,c,qual è dal lato,c,e,alla settione,d,c,e similmẽte lo lato,a,b, e medio proportionale fra la detta base,b,c,& l'altra settione,b,d,a se cõterminale la qual cosa e manifesta per la similitudine di triangoli, perche essendo lo triangolo,a,b,c,simile al triangolo,a,d,c,li lati contenenti li equali angoli sono proportionali verbi gratia li duoi lati,b,c,& a,c,del triangolo,a,b,c,sono proportionali alli duoi lati,a,c,& ,d,c,del triangolo,a,d,c,cioe cadauno al suo relatiuo, perche contengono equali angoli, imo vno medesimo angolo che e l'angolo,c,adonque tal proportione e dal lato maggior,b,c,del triãgolo,a,b,c,al lato maggior,a,c,del triangolo,a,d,c,qual e dal lato mezzan,a,c,del triangolo,a,b,c,al lato mezzan,d,c,del triangolo,a,d,c,si che si vede apertamente lo lato,c,esser medio proportionale fra la base,b,c,e la settion,d,c,a se conterminale in ponto,c,el qual lato,a,c si come lato maggior del triangolo,a,d,c,vien a esser consequẽte della prima proportione,& come lato mezzano del triangolo,a,b,c,viẽ a esser antecedente della seconda proportione, e per li medesimi modi e vie se manifesta l'altro lato,a,b,esser similmente medio proportionale fra la base,b,c,& la settione,b,d,a se conterminale in ponto,b,perche li duoi lati,b,c,& a,b,del triãgolo,a,b,c,sono proportionali alli duoi lati,a,b,& b,d,del triãgolo,a,b,d,cioe ciascun al suo relatiuo,perche contengono vn medesimo angolo,che è l'angolo,b,adonque tal proportione e del lato maggiore,b,c,del triangolo,a,b,c,al lato maggior,a,b,del triangolo,a,b,d,qual e dal lato menor,a,b,del triangolo,a,b,c,al lato minor,b,d,del triangolo,a,b,d,onde si vede che il lato,a,b,si come lato maggior del triangolo,a,b,d,vien a esser consequente della prima proportione,& come lo lato minor del triangolo,a,b,c,vien a esser antecedente della seconda proportione,che e il proposito.

Problema primo. Propositione. 9.

9 [illegible] A due propaste rette linee puotemo trouar vna
13 medio proportionale [illegible].

nel Cardano. 39. & e falsa.

Siano le due linee proposte,a,b,& c,fra lequal voglio,trouar vna media proportionale aggiongerò l'vna di quelle con l'altra,& sia tutta la composta da quelle la,e,d,cioe che la,b,d,sia equale alla,c,& sopra tutta descriuo il semicerculo,e,c,d,e producco la,e,b,sin alla circonferentia perpendiculare alla linea,e,d,dico la linea,b,c,esser quella che addimando

mo,e per dimostrare questo producco le linee,e,c,& c,d,& serà per la trigesima prima del terzo,lo angolo,c,essendo retto,per laqual cosa per la prima parte del corrolario della premessa,la proportione della,e,b,alla,b,c,si come della,b,c,alla,b,d,che e il proposito.

Il Tradottore.

Questa soprascritta nona propositione in la seconda tradottiõe la terzadecima nicatonimtedimeno a me per questo esser piu suo cundecente loco, perche le se demo-stra immediatamente dalla prima parte del correlario della precedente, vero è che ho tradutto il testo della detta seconda traductione è parendomi assai piu intelligibile di quello di la traductione del Campano.

Problema. 2. Propositione. 10.

10/11 *A due date rette linee puotemo trouare vna terza a quelle in continua propositionalità.*

Siano le due linee proposte, a, b, & , c, alle quale voglio sottogiongere vna terza in continua proportionalità cõgiongo la linea, c, angularmente, come si voglia, con la linea, a, b, & sia la, a, d, (a se equale) & produco la linea, a, b, fina al, e, fin a tanto che la, b, e, sia fatta equale alla, a, d, & protratta la linea, b, d, dal ponto, e, duco vna linea equidistante a essa linea, b, d, & produco la linea, a, d, fina a tanto che concorrano in ponto, f, dico adunque la linea, d, f, esser quella che cercamo, perche, per la seconda di questo, la proportione della, a, b, alla, b, e, è si come della, a, d, alla, d, f, ma della, a, b, alla, b, e, è si come della, c, b, alla, a, d, per la seconda parte della settima del quinto, per laqual cosa della, c, b, alla, a, d, è si come della, a, d, alla, d, f, che è il proposito, me se a tre rette linee volemo trouar vna quarta alla qual sia la proportione della terza si come della prima alla seconda sia fatto vna linea della prima, & seconda e a tutta la linea composta sia aggiunta la terza angularmente, & dal commun termine della prima, & della seconda sia dutta vna linea alla estremità della terza, & dall'altro termine della seconda, sia dutto a questa linea vnà equidistante, fina a tanto che quella concorra con la terza protratta in continuo, & retto, & serà (per la seconda di questo) la linea che taglia que sta equidistante quella che vien cercata, si come se in questa figura serà la prima, a, b, la seconda, b, e, la terza, a, d, serà la quarta, d, f.

Il Tradottore.

Bisogna aduertire in la soprascritta propositione che a voler trouar vna terza linea proportionale alle due date linee, a, b, & , c, se puo intendere in duoi modi cioe trouar vna consequente alla, c, ouer consequente alla, a, b, volendola consequente alla, c, se die procedere come di sopra è stato fatto, ma volendola consequente alla, a, b, se debbono congiongere pur angularmente come di sopra & dal ponto, d, al ponto, b, protrahere la linea, b, d, & produr la linea, a, d, fin al ponto, f, talmente che la, d, f, sia equale alla, a, b, & dal ponto, f, ducere vna linea equidistante alla, b, d, & produr la, a, b, fina a tanto che la cõcorra con quella in ponto, e, hor dico la linea, b, e, esser quella che cercamo, laqual cosa se dimostra per li medesimi modi e vie di l'altra.

Proble-

Problema.3. Propositione.11.

10 *A tre date rette linee, puotemo trouare una quarta proportionale.*
12

Siano le tre date rette linee.a.b.c.uoglio a esse.a, b,c,trouar una quarta proportionale congiongo due linee rette,d,e,& e,f, angularmente & taglio della linea.d.e.(per la terza del primo) la linea.d.g.e equale alla linea.a. & la.g.e.equale alla, a, & oltra di questo la.d.h.equale alla.c. & dal ponto.g.al ponto.h.io tiro la linea,g.h.& dal ponto,e.duco la linea e,f,equidistante alla.g.h.& concorrente con la.d.f. in ponto,f, perche adonque del triangolo.d,e,f, a uno lato di quello (che è.e,f,) e protratta la equidistante,g, h,adonque per (la seconda di questo) è si come della d,g,alla.g,e,cosi della,d,h,alla.h,f,ma la,d,g,è equale alla a, et la,g,e,alla,b, et la.d,h,alla.g,e,cosi della,d,h,alla,h,f,ma la.d,g,e equale alla a,et la,g,e, alla,b,et la,d,h,alla,c,adonque è si come della,a,alla,b,cosi della,c,alla,h,f, adonque alle tre date rette linee,a,b,c,è trouata la quarta proportionale,h,f, qual cosa bisogna fare.

Il Tradottore.

Bisogna aduertir che a uoler trouar una quarta linea proportionale alle tre date rette linee.a.b.c. se puo intendere in dui modi come etiam sopra la passata fu detto, cioe trouar una consequente alla, c, ouer una consequente alla, a, uolendola trouar consequente alla,c, se procederia come è stato fatto di sopra, ponendo la,d,g,equal alla,a,& la.g,e, al,a,b,& la,d,h,alla,c,& procedere come è stato detto ma uolendola trouar consequente alla,a,se haueria tolto la,d,g,equale alla,c,& la, g,e,equale alla,b,& la,d,h,equale alla,a,& procedere ut supra,& nota che le tre date linee pono esser & non esser continue proportionale, anchora nota qualmente questa soprascritta propositione si ritroua solamente in la seconda tradottione, uero è che in fin della espositione della passata è stato aggionto, sotto breuità, il medesimo, tamen non ho uoluto restar di porui la propositione di l'Auttor hauendola trouata.

Problema.4. Propositione.12.

11 *Da una assignata retta linea puotemo tagliare una ordinata parte.*
9

Sia la assignata linea.a.b. io uoglio da quella tagliare una ordinata parte alliquota, come a dir il terzo, congiongo a quella angularmente, come uiene una linea de indefinita quantità, laqual sia,a,c,della quale resecco tre equal portioni, lequale siano.a.d.d.e.& e.c.& produco le linee,c.b.et.d.f.fra loro equidistante dico la.a.f.esser la terza parte della.a.b.perche la proportione della.c.d.alla.d.

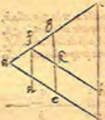
a. per la secõda di questo, è si come della. b. f. alla. f. a. per laqual cosa congiontamente della. c. a. alla. d. a. è si come della, b, a, alla. f. a. conciosia adonque che la. c. a. sia tripla alla. d. a. eglie manifesto la, a, f, esser la terza parte della, a, b, che è il proposito.

12
10

Problema. 5. Propositione. 13.

De due linee proposite l'una indivisa l'altra divisa in parti, potemo dividere la indivisa al modo della divisa.

Siano le due linee, lequale congiõgerò angularmẽte come sono, a. b. & , a, c, e sia, a, b, divisa in tre, ouero quãt si voglia portioni, signati in quella li ponti. d. & . e. voglio secondo le medesme portioni dividere la linea. a, c, quãdo adonque haverò cõ



giunte quelle angularmente, come è detto tirarò la linea. b, c, & equidistante a quella la. d. f. & . e. g. dico quelle equidistante dividere la linea. a. c. in parti proportionale alle parti della, a, b, perche menãdo la. f, h, equidistante alla. a. b. laquale. segha la, e, g, in ponto, k, & sera per la seconda di questo, la proportione della, g, f, alla. f. a. si come della, e, d, alla, d, a, & della, c, g, alla, g, f, si come della, h, k, alla, k, f, per laqual cosa è si come della, b, c, alla, c, a, per la trigesima quarta del primo, & p la seconda parte della settima del quinto, che è il proposito. ma il bisogna tante volte repetere la seconda de questo quante, parti seranno in la linea, a, b, mẽno una e trigesima quarta del primo & la settima del quinto mancho due.

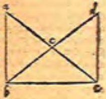
Theorema. 9. Propositione. 14.

14
14

Se seranno due superficie equali de lati equidistanti dellequale un'angolo dell'una sia equal a un'angolo dell'altro, li lati continenti li duoi angoli equali, e necessario esser mutekesia, e se li lati continenti li duoi angoli equali seranno mutekesia le due superficie è necessario esser equale.

Siano le due superficie. a. b. c. d. & . c. e. f. g. de equidistanti lati & equal. e sia l'angolo. c. dell'una equale all'angolo. c. dell'altra, dico la proportione del lato. b. c. al. c. g. esser si come del. e. c. al. c. d. e se la pportione del lato. b. c. al. c. g. serà si come del. e. c. al. c. d. & li predetti angoli siano anchora equali, dico q̃lle due supficie de lati equidistãti esser equale ser equale, perche congiongendo io quelle angularmente, cioe l'angolo, c, dell'una con l'angolo, c, dell'altra cosi che li dui lati di quelle liquali sono, b, c, & c, g, facciano una linea, & seranno simile li altri dui lati, d, c, & c, e, una linea altramente seguiria (per lo precedente presupposito) elquale che l'angolo, c, dell'una esser equale all'angolo, c, dell'altra, (& per la quartadecima del primo) la parte esser equale al tutto, adonque compirò la superficie de equidistanti lati producte le linee, e, c, & f, g, per fina a tanto che concorranno in, h, & serà (per la prima parte della settima del quinto) de l'una & l'altra delle superficie, a, c, & c, f, alla superficie, c, h, una medesima proportione, & perche (per la prima di questo) la proportione della superficie, a, c, alla superficie, c, h, è si come della linea, b, c, alla linea c, g, & della superficie, c, f, alla medesima superficie, c, h, si come della, e, c, alla, c, d, & è manifesta la prima parte della proposta conclusione, la seconda parte anchora è manifesta perche (per la prima di questo) la proportione della, b, c, alla, c, g, è si come della, a, c, alla, c, h, & della, e, c, alla, c, d, si come della, c, f, alla medesima, c, h, perche egli sta supposito che la proportione della, b, c, alla, c, g, è si come della, e, c, alla, c, d, serà dell'una & dell'altra delle due superficie, a, c, & c, g, alla superficie, c, h, una proportion adonque (per la prima parte della nona del quinto) la, a, c, è equale alla, c, f, & cosi è manifesta la seconda parte.

Theorema. 10. Propositione. 15.



24/25 Se seranno dui triangoli equali delliquali uno angolo dell'uno, sia equale a uno angolo dell'altro, li lati continenti li dui angoli equali seranno mutekesie, & se li lati continenti li dui angoli equali seranno mutekesie, li dui triangoli se approuano essere equali.

Siano dui triangoli, a, b, c, c, d, e, equali & sia l'angolo, c, dell'uno equale all'angolo, c, dell'altro dico la proportione della, a, c, al, c, e, esser si come del, d, c, al, c, b, & se'l serà la proportion del, a, c, al, c, e si come del, d, c, al, c, b, et li predetti angoli siano anchora equali, dico quelli dui triangoli esser equali, perche congiungendo quelli angularmente cosi che li lati, a, c, & c, e, siano fatti una linea seranno similmente, b, c, & c, d, una linea altramente seguiria la parte esser equale al tutto (per la quintadecima del primo) & tirarò la linea, b, e, & serà, per la prima parte della settima del quinto) dell'uno e dell'altro de ditti triangoli al triangolo,

golo,a,b,c,vna proportione, & perche (per la prima di queste) del primo se quelli a quello è si come del,a,c,al,c,e, & del secondo de quelli al medesimo è si come del,d,c,al,c,b,è manifesta la prima parte della proposta conclusione. La seconda parte si proua al contrario perche della,a,c,alla,c,e,è si come del primo triangolo al triangolo,b,c,e, & del,d,c,al,c,b,si come del secondo al medesimo (per la prima di questo, & perche le stato posto che'l sia dal,a,c,al,c,e,si come del,d,c,al c,b,serà dell'vno & dell'altro de ditti triangoli al triangolo,b,c,e, vna proportione,per laqual cosa per la prima parte della nona del quinto quegli sono equali & cosi manifesta la seconda parte.

Theorema.11. Propositione.16.

15/16 Se seranno quattro linee proportionale, lo rettangolo che serà contenuto sotto la prima & la vltima, serà equale a quello, che serà contenuto sotto alle altre due, & se'l rettangolo che serà contenuto sotto la prima & la vltima, serà equale a quello che serà contenuto sotto alle altre due, le quattro linee conuiene esser proportionale.

Siano le quattro linee,a,b,c,d,proportionale,& sia la proportione della,a,alla,b,si come della,c,alla,d,dico che la superficie contenuta sotto della,a,& della,d,è equale alla superficie contenuta sotto della,b,& della,c,& se la superficie contenuta sotto della,a,& della,d,è equale alla superficie contenuta sotto della,b,& della,c,dico che le proportione della,a,alla,b,è si come della,c,alla, d, perche essendo fatte le superficie contenuta sotto della,a,& della,d,& la superficie contenuta sotto della, b,& della,c,se le proportione adonque della,a,alla, b, è si come della,c,alla, d, li lati di quelle superficie seranno mutekesia & li angoli contenuti da quelle equale,perche l'vna e l'altra e di angoli retti,per laqual cosa (per la seconda parte della quartadecima di questo) esse sono equale,che è il primo proposito. El secondo è manifesto (per la prima parte della medesima) perche se esse sono equale (perche tutti li angoli de quelle sono retti) li lati di quelle seranno mutekesia perche le proportione della, a, alla, b, è si come della,c,alla, d, che è il secondo proposito.

Theorema.12. Propositione. 17.

16/17 Se seranno tre linee proportionali, lo rettangolo, che serà contenuto sotto la prima & terza,serà equale al quadrato della seconda descritto, ma se quello che serà contenuto sotto la prima & terza è equale a quello quadrato che vien prodotto dalla seconda, quelle tre linee seranno proportionale.

Sia

Sia la proportiõ della linea a.b.alla.b. sicome della linea .b. alla linea .c.dico che la superficie contenuta sotto della .a.& della c. è equale al quadrato della. b.& se la superficie contenuta sotto della .a.& della.c. è equale al quadrato della. b.dico che la proportione della.a.alla.b. è sicome della.b.alla.c. ma questo è euidẽte per la precedente posta una linea,laquale sia equale al a.b. talmente che la.b. sia in ragione de seconda & de terza.

Il Tradottore.

Verbi gratia,ponendo la.d.equale alla.b.(come in la seconda figuratione appare)hauaremo poi quattro linee proportionale,cioe,a,b,d,c,cioe che la proportione della,a,alla,b,è si come della,d,alla,c,onde(per la precedente)lo rettangolo che sera contenuto sotto della.a.& della c.serà equale a quello che serà contenuto sotto della.b.& della.d. & perche il rettangolo contenuto sotto de la b.& della d.e equale e simile al quadrato della b.(per esser la.d.equale alla b.)seguita adonque il rettangolo contenuto sotto della.a. & della.c. essere equale al quadrato della.b.che è il primo proposito, il secondo similmente se manifesta per la seconda parte della precedente.

Theorema .13. Propositione. 18.

17 / 19 Se seranno dui triangoli simili,la proportione dell'uno all'altro è come la proportione de qual suo lato ne piace al suo relatiuo lato dell'altro duplicata.

Siano li dui triangoli.a.b.c.& d.e.f.simili & (per la diffinitione)seranno equiangoli & de lati proportionali, sia adonque l'angolo.a.equale all'angolo.d. et l'angolo.b. all'angolo,e,& l'angolo,c,al'angolo.f.& serà la proportione de lato.a.b.al d.e. & del.a.c.al.d.f. si come del. b.c. al.e.f.dico che la proportione del triangolo.a,b,c,al triangolo de,e,f,e si come la proportione del.b,c,al.e,f,duplicata perche essendo sottogiunte (secondo la dottrina della decima di questo) alle due linee,b,c,& e,f,una terza in continua proportionalità laqual sia,c,g,protratta, ouer resecata la,c,b,(se la,c,g,sara maggior ouer minor di quella)& essendo produtta la linea,g,a,& serà(per la seconda parte della decima quinta di questo) el triangolo,a,g,c,equale al triangolo,d,e,f,per questo che la proportione della,a,c,alla,d,f,e si come della,e,f,alla,c,g,& l'angolo,c,equale all'angolo.f.per laqual cosa(per la seconda parte della settima del 5.)lo triangolo,a,b,c,all'uno et l'altro de quegli hauerà una proportione, & per la prima di questo) la propor-

 tione

tione del triangolo,a.b.c,al triangolo,a.g.c,è si come della,b.c,alla,g.c,& la proportione della,b.c,alla,g.c,è si come della,b.c,alla,e.f,duplicata (per le undecima diffinition del quinto) adunque la proportion del triangolo,a.b.c,al triangolo d.e.f.è si come la proportione della,b.c,alla, e .f. duplicata che è il proposito , ma se per caso la,c.g,fia equale alla,b.c,serà (per la seconda parte della quintadecima di questo) il triangolo,a.b.c,equale al triangolo,d.e.f,& la equal proportion è composta dalla equal duplicata , ouer treplicata , ouer quante volte si voglia. Questa medesima positione possemo per il medesimo modo & ꝑ li medesimi mezzi demostrare delle superficie simile de lati equidistanti tolta solamente la quartadecima del presente in luoco della quintadecima,ma il non demostra quella,perche per la sequente el se dimostra vniuersalmēte de tutte le superficie simile , ꝑ laqual cosa (per il correlario che vniuersalmente è proposto de tutte le superficie simile) non solamente è manifesto nelli triangoli,ma demostra la sequente serà manifestē de tutte,ma lui pose quello in questa & non in la sequente, perche il correlario de questa è non della sequente,perche dal modo della demostratione de questa è manifesta la sua verità e non dal modo di quella .

Correlario della prima tradottione .

o 47 Et da questo ancora è manifesto che di ogni tre linee continue proportionale quanta è la prima alla terza , tanta serà vna superficie constituida sopra la prima a vna superficie constituida sopra la seconda , essendo simile in lineatione & creatione .

Correlario della seconda tradottione .

69 Anchora da questo è manifesto che de ogni tre linee continue proportionale , quanta è la prima alla terza , tanta serà la superficie rettangola
o constituta sopra la prima alla superficie rettangola cōstituta sopra la seconda quanto serà a quella simile in lineatione & creatione .

Il Tradottore .

El primo delli soprascritti duoi correlari conclude generalmente che per le cose dette,et dimostrate di sopra eglie manifesto che de ogni tre linee continue proportionale tal proportione serà della prima alla terza , quale serà de vna superficie constituida sopra alla prima linea,a vna superficie constituta sopra alla seconda linea , domente che le dette due superficie siano simile in lineatione & creatione . Il secondo , cioe quello della seconda tradottione , conclude il medesimo solamente delle superficie rettangole simile . & circa cio io dico che eglie ben il vero che di sopra eglie stato demostrato delle tre linee,c. b, f, e. c, g, continue proportionale ,che tale proportione e dalla prima,c.b,alla terza , c .g , qual è dallo triangolo,a.b.c. (constituito sopra alla prima linea) allo triangolo,d. e. f. (constituido sopra alla seconda)ma per questo non se verifica totalmente il detto correlario della prima tradottione , ilquale conclude generalmente de tutte le super-le superficie simili, & manco si verifica quello della seconda tradottione: ma egli è ben il vero che quello della seconda tradottione si potria dimostrare facilmente (come dice etiam il Commentatore) cioè vsando nella argomentatione la decima quarta propositione di questo in luoco della decima quinta. Per ilche (secondo il mio giudicio,) il suo proprio & conducente luoco dell'vno & dell'altro credo, che sia dapoi la demostratione della sequente propositione, perche in tale luocho (mediante le cose demostrate in la precedente, & etiam nella sequente propositione) verria ad essere verificato totalmente quello che cõclude l'vno & l'altro delli predetti duoi correlarii, ma perche in l'vna e l'altra tradottione sono posti dietro a questa propositione, & in tal luocho li hauemo lassati, perche il secondo Correlario posto in fine della sequẽte propositione è simile in conclusione al soprascritto della prima tradottione mi fa credere questo essere vno espresso errore delli tradottori, & se cosi non fusse lo sopradetto primo Correlario, cioè quello della prima tradottione saria stato superfluamente posto dallo Auttore, ilche non è da credere.

Theorema.14. Propositione.19.

18/20 Ogni due superficie simili moltiangole sono diuisibile in triangoli simili & in numero equali, & la proportione dell'vna di quelle all'altra è si come, la proportione dupplicata de qualunque suo lato al suo relatiuo lato dell'altra.

Siano essempli gratia li duoi penthagoni, a.c.d.f.h.k. simili. Dico ch'essi sono diuisibili in triangoli simili & in numero equali, & che la proportione de l'vno di quegli all'altro è si come la proportione dupplicata del.a.b.al.f.g. perche essendo dutte le due linee.a.c. et a.d. & similmente la.f.h. & f.k. & serà (per lo precedente presupposito, & per la sesta di questo) lo triangolo.a.b.c. equiangolo al triangolo.f.g.h. & lo triangolo.a.c.d. al triangolo.f.h.k. similmente anchora (per questa commune scientia se da cose equale se togliẽ cose equale li rimanenti sono equali) serà lo triangolo.a.c.d. equiangolo al triangolo.f.h.k. perche li detti penthagoni sono stati posti equiangoli & similmente de lati proportionali. Et perche li triangoli in liquali sono diuisi, sono fra loro equiangoli, (come è stato prouato) seranno etiam simili (per la quarta di questo) & per la diffinitione delle superficie simili, per laqual cosa, conciosia che e si sono equali in numero è manifesto il primo proposito, per lo secondo sia protratta la.b.d. laqual segharà la.a.c. in ponto.m. & la.g.k. laqual segharà la.f.h. in ponto.n. & serà lo triangolo

b,e,d, equiangolo al triangolo, g, h, k, (per la sesta di questo, & per la presente presupposito) per laqual cosa e lo triangolo .a.b.m. al triangolo .f.g.n. & l .a.m.d. al .f.n.k. adonque (per la quarta di questo) la proportion della .b.m. alla .g.n. si come della .a.m. alla .f.n. & della .a.m. alla .f.n. si come della .m.d. alla .n.k. per qual cosa (per la undecima del quinto) della .b.m. alla .g.n. e si come della .m.d. alla .n.k. adonque permutatamente della .b.m. alla .m.d. è si come della .g.n. alla .n.k. ma (per la 1 di questo) del triangolo .a.b.m. al triangolo .a.m.d. e del .b.c.m. al .c.m.d. è si come della .b.m. alla .m.d. & (per la medesima) del .f.g.n. al .f.n.k. & del .g.h.n. al .h.n.k. si come della .g.n. alla .n.k. adonque (per la terzadecima del quinto) del triangolo .a.b.c. al triangolo .a.c.d. è si come del triangolo .f.g.h. al triangolo .f.h.k. per laqual cosa permutatamente del .a.b.c. al .f.g.h. è si come del .a.c.d. al .f.h.k. con la medesima ragione tu approverai che & si come del .a.e.d. al .f.k.l. adonque (per la terzadecima del quinto) de tutto il penthagono a tutto il penthagono è si come del .a.b.c. al .f.g.h. adonque (per la precedente) la proportione del penthagono .a.c.d. al penthagono .f.h.k. è si come la proportione della .a.b. alla .f.g. duplicata, che è il proposito, dal qual un altra volta è manifesto il correlario della precedente, altramente tu puoi demostrare il secondo, perche essendo li triangoli, in li quali li penthagoni sono divisi fra loro simili, serà (per la precedente) la proportione del .a.b.c. al .f.g.h. si come della .b.c. alla .g.h. duplicata, & del .a.c.d. al .f.h.k. si come della .c.d. alla .h.k. duplicata, et del .a.e.d. al .f.l.k. si come della .d.e. alla .k.l. duplicata, perche adonque tutte queste proportioni duplicate sono equale per quello che li fu posto le superficie esser equal serà (per la terzadecima del quinto) de tutto il penthagono a tutto il penthagono si come dello lato del uno al suo relativo lato dell'altro la proportione duplicata.

Correlario.

o / 10 E per questo universalmente è manifesto, che le simile figure rettelinee, fra loro sono in doppia proportione delle simile proportione di lati, perche se de essi medesimi .a.b. & .f.g. togliemo la proportional .x. esse .a.b. alla .x. ha doppia proportione che la .b. alla .f.g. veramente, & il polygonio al polygonio, overo il quadrato al quadrato hanno doppia proportione, che della simile proportione del lato al lato, cioe della .a.b. alla .f.g. & questo anchora è manifesto in li triangoli.

Correlario

Correlario secondo.

9/20 *Per tanto anchora universalmente è manifesto che se tre rette linee seranno proportionale sicome la prima alla terza, così serà la specie, che è descritta dalla prima a quella laquale è similmente descritta simile dalla seconda.*

Il Tradottore.

Questi soprascritti dui Correlarij se trovano solamente in la seconda tradottione, il primo di quali conclude il converso dello correlario della precedente etiam de questo secondo, perche questo secondo correlario in sustantia conclude il medesimo che conclude il correlario della precedente, secondo la tradottione del Campano, qual conclude che de ogni tre linee continue proportionale tal proportion ha la prima alla terza qual ha una superficie costituita sopra la prima a una superficie costituita sopra alla seconda quando la serà a quella simile in liniatione & creatione, & perche el non specifica (rettangola) come fa quello di la noua tradottione se die intendere de ogni specie superficie simili, come conclude etiam il secondo di questa decima nona propositione, per il che a me par che questo secondo sia quel instesso della precedente secondo la tradottione del Campano. Onde penso che questo sia un errore de scrittor, altramente il correlario della precedente seria superfluo, perche il secondo di questa satisfa per quello, o sia di la noua tradottione, o sia di quella del Campano.

Problema .6. Propositione .20.

18/19 *Sopra una data retta linea possemo descriuer uno rettilineo simile & similmente posto a uno dato rettilineo.*

Sia la data linea .a.b. sopra laquale voglio costituire una superficie rettilinea simile & similmente posta a data superficie, che sia penthagona, & sia .c.d.e.f.g. divido questo penthagono in triangoli, dutte le linee .d.f. & .d.g. et sopra il ponto .a. costituisco uno angolo equale all'angolo .c. (dutta la linea .a.h.) & sopra il ponto .b. costituisco un altro angolo, il quale sia .a.b.h. equale all'angolo .c.d.g. protratta la linea .b.h. fina a tanto che quella concorra con la .a.h. in ponto .h. & serà (per la trigesima seconda del primo) l'angolo .a.h.b. equal all'angolo .c.g.d. e poi (per la quarta di questo) li lati di dui triangoli .g.c.d. & .h.a.b. seranno proportionali. Fatto anchora lo angolo .b.h.k.

(ducta la linea.h.k.) equal al angolo.g.d.f.et l'angolo.k.h.l.(ducta la linea.h.l.) equale al l'angolo.f.d.e et l'angolo.h.h.k.(ducta la linea k.h.) equale all'angolo.a.g.f.& l'angolo.h.k.l.(ducta la linea k.l.)equale all'angolo.d.f.e. & serà perfett il pēthagono che era da esser cōstituido sopra la linea.a.b.perche quello è equiangolo al datto pēthagono per la equalità di angoli di triangoli in liquali l'uno & l'altro è diuiso,& etiam è de lati proportionali p la proportionalità di lati de essi triangoli,le qual cose della quarta di questo euidentemente apparono, perilche (per la diffinitione delle superficie simile)lo pentagono constituido sopra la linea, a.b.è simile al pentagono dato, che è il proposito.

Il Tradottore.

El testo di questa soprascritta propositione lo hauemo tradotto la maggiore parte secondo la seconda tradottione, perche quella della tradottion del Cāpano è diminuta assai,perche il prepone di voler constiruere sopra vna data linea vna superficie simile a vna data superficie,& doueria dire vna superficie rettilinea simile & similmente posta a vna data superficie rettilinea altramente la superficie proposta patria esser cosi cōstionata che sopra alla data linea se porria descriuere due è piu superficie simile alla data superficie & fra loro seranno differente in quantità, come serebbe verbi gratia, sia la data superficie,c.d.e.f.& per piu facile intelligenza, sia rettangola, & la longhezza.c.d. di quella sia doppia alla larghezza.c.e.& sian date due linee equale,cioe,a.b.prima & a.b.seconda hor dico che sopra alla linea.a.b.se puo descriuere due superficie simile alla data.c.d.e.f. & differente in quantità, perche se io ponerò la data linea per longhezza la me darà minor figura che a ponerla per larghezza come appar in le due superficie a.b.g.c. & a.b.k.l. che cadauna è fatta simile alla.c.e.d.f. cioe la longhezza de cadauna e doppia alla sua larghezza,e sono rettangole & niente dimeno la.a.b.k.l.(per lo primo correlario della decima nona di questo)e quadrupla alla.a.b.g.h.& questo procede che la prima linea.a.b. è posta per longhezza & la seconda per larghezza de detta superficie descritta,& se per caso la data superficie fusse de 3 lati diuersi sopra alla datta linea se poteria descriuere 3 superficie simile alla data e diuerse fra loro in quantità, cioe vna tolendo la data linea per il lato minor de detta figura,l'altra tolendola per il lato mezzano,e l'altra tolendola per il lato maggiore,& cosi se la data superficie fusse

de quatde quattro lati inequali se ne potrà descriuere quattro et se de cinque cinque, e cosi discorrendo in sei sette otto &c. Se uede adonque che la propositione (senza quella conditione che dice & similmente posta) seria mendosa & haueria piu risposte ma con la detta conditione non puo hauere saluo che una risposta sola, e non piu, perche la figura che se hauerà a designar bisogna che la sia non solamente simile alla detta, ma che la sia similmente posta, cioe che la se riposa sul medesimo lato doue se riposa la detta, onde la superficie, a.b.k. l. qual ueramente la sia simile alla data, c.d.e.f. tamen la non è similmente posta, perche la data, c.d.e.f. se riposa & tien per base il maggior lato di quella, cioe, e.f. & la, a.b.k.l. se riposa & per base il lato minore, cioe a.b., ma la superficie, a.b.g.h. è ueramente descritta sopra alla linea, a.b. con la conditione, che se recerca in la sopra scritta propositione, cioe simile & similmente posta alla data superficie, c.d.e.f. perche la se riposa & tien per base il maggior lato, e questo è quello che uolemo inferire.

Theorema 15. Propositione. 21.

20/21 Se seranno due, ouer piu superficie simili a una superficie quelle è necessario fra loro esser simili.

Sia l'un e l'altro di penthagoni. a.b. c.d.e.f. simili al penthagono, g.h.k. dico quelli esser fra loro simili, perche l'un e l'altro de quelli è equiangolo al penthagono, g.h.k. (per la conuersione della diffinitione delle superficie simili) per il che sono fra loro equiangoli, similmente anchora per la conuersione della medesima diffinitione, la proportion del, a.b. al g.h. è si come del, a.c. al, g.k. & del, g.h. al, d.e. si come del, g.h. al. d.f. adonque per la equa proportionalità del, a.b. al, d.e. è si come del, a.c. al, d.f. per lo medesimo modo tu approuerai li altri lati di penthagoni, a.b.c. & d.e.f. (contenenti li equali angoli) esser proportionali adonque (per la diffinitione delle superficie simili) essi sono fra loro simili, che è il proposito.

Theorema. 16. Propositione. 22.

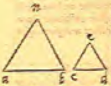
21/22 Se seranno quattro rette linee proportionale, & essendo designato sopra due et due superficie rette linee simile, & similmente descritte anchora esse superficie seranno proportionale, ma se li simili superficie constituite sopra due & due linee seranno proportionale, anchora esse linee necessario esser proportionale.

Siano quattro linee proportionale, a.b.c.d. & sia la proportione della, a. alla b. si come della, c. alla, d. dico che essendo constituide superficie simile sopra la, a. & b. (come duoi penthagoni simili) & altre simile constituide sopra la, c. & d. (come duoi triangoli simili) sera la proportione di penthagoni si come di triangoli, ma essendo li penthagoni simili & similmente etiam li triangoli simili, & essendo la

propor-

proportione del pēthagono al penthagono, si come del triangolo, al triāgolo dico che la proportione della, a, alla, b, serà si come della, c, alla, d, perche essendo sottogionto alle linee, a, & b la, e, & alle linee, c, & d, la, f, in cōtinua proportionalità, si come amaistra la decima di questo, & serà (per la uigesima secōda del quinto & per la equa proportionalità) della, a, alla, e, si come della, c, alla, f, & perche adōque (per lo correlario secondo della decima nona di questo) la proportione di penthagoni è si come della, a, alla, e, & di triāgoli si come della, c, alla f, serà adonque la propertion di penthagoni si come di triangoli, & questo il primo proposito, il secondo cosi è manifesto, sieno li duoi penthagoni simili & li dui triangoli simili, & sia la proportione di penthagoni si come di triangoli, dico che la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, perche sia fatto della, a, alla g, si come della, c, alla, b, (& come questo si debbia fare è detto di sopra la undecima di questo) & sopra la, g, sia fatto (si come insegna la uigesima di questo) una superficie simile a quella, che è constituta sopra la linea, c, & serà (per la precedente simile a quella) che è constitua sopra le linea, d, & serà anchora (per la prima parte de questa uigesima secōda) qual proportione del penthagono, a, al penthagono, b, quella medesima del triangolo, c, al triangolo, g, ma la medesima era etiam del triangolo c, al triangolo, d, adonque (per la seconda parte della nona del quinto) lo triangolo, d, è equale al triangolo, g, & perche sono simili, serà la linea, g, equale alla linea, d, (per la prima parte della decimaottaua di questo) quando che sopra le linee, c, d, & g, siano triangoli, ouer (per la seconda parte della decima nona) quando fussero stati qualunque altre figure multiangole, perche la equalità non è produtta da alcuna proportione duplicata, ouer triplicata, ouer pigliata quante uolte si uoglia se non dalla equale, adonque della, c, alla, d, serà si come della, a, alla, b, che è il proposito.

Il Tradottore.

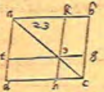


Quella particula, cioe in el soprascritto testo dice & similmente descritte se troua solam in la seconda tradottione, senza laquale il testo di la tradottione del Campano pateria opositione si come nella pr[illegible] per che essendo quattro rettelinee proportionale, se potrà descriuere, sopra due, & due superficie rettilinee simili lequali seran cosi conditionate che (non essēdo similmente descritte) non seranno proportionale, essempli gratia, sieno le quattro linee .a b. c d. e f. g h. proportionale & per maggior intelligentia sia la. a b. dupla alla. c d. e similmente la, e, f, alla, g, h, & sopra le due, a, b, & c, d, siano descritti duoi triangoli equilateri, & sopra le due, e, f, & g, h, siano descritti

descritti due superficie retangule che la longhezza de cadauna sia doppia alla larghezza e siã cosi conditionatamente descritte che la linea e f venga a esser larghezza de l'una cioe di quella descritte sopra e f e la linea g h, venga a esser longhezza dell'altra (come appare in le ditte due superficie e f i k & g h l m.) gia si vede che le quattro linee a b c d e f g h sono proportionale, & sopra le due a b & c d sono descritti li dui triangoli a b n & c d o, liquali per esser equilateri sono simili (per la quinta di questo) & sopra le altre e f & g h son descritte le due superficie e f i k & g h l m lequale son etiam simili per la diffinitione) & tamen quelle quattro superficie non sono proportionale, imperoche el triangolo a b n è quadruplo al triangolo c d o, per la decima ottava di questo) & la superficie f i k è sedecupla alla superficie g h l m (per la decima nona di questo) e questa disproportionalità procede perche le due superficie e f i k & g h l m non sono similmente descritte, & questo è quello che volemo inferire, e di questo molto bisogna avertir ĩ la descrittione de superficie simili de molti lati inequali, perche in tanti modi si ponno variar quanto è il numero della diversità di lati, come etiam fu detto sopra la precedente.

Theorema. 17. Propositione. 23.

$\frac{22}{24}$ Tutte le superficie de equidistanti lati che stanno intorno al diametro de ogni parallelogrammo sono simile a tutto el parallelogrammo anchora fra loro.



Come sia ĩ lo parallelogrammo b d, del quale lo diametro è a c, stando le superficie g h, & f k, de equidistanti lati ĩtorno al diametro, dico quelle esser simile a tutto il parallelogrammo, & similmente fra loro, perche (per la seconda de questo) della b g, alla g c, & della d h alla h c è si come della a e alla e c adonque congiontamente della b c, alla c g e della d c alla c h, serà si come della a c, alla e c, per laqual cosa (per la undecima del 5.) della b c, alla c g serà si come della d alla c h e, similmente serà si come della a b, alla e g conciosia che la a b è equal alla d c e la e g alla h c, per lo medemo modo serà della a d alla e h si come della a b alla e g e della d c alla h c, perche adonque questi parallelogrãmi sono equiangoli egli è manifesto (per la diffinitione delle superficie simili) la g h esser simile al b d. anchora per simil modo se approva la f k esser simile al medesimo per questo che della b a alla a k & della d a alla a f e si come della c a, alla e a (per la seconda de questo) e per la congiunta proportionalità per laqual cosa (per la vigesima prima di questo) la f k è anchora simile al g h, & cosi è manifesto il tutto.

Theorema. 18. Propositione. 24.

23/26 Se da vno paralellogrammo in el suo spatio sia stà diffinito vno paralellogrammo partiale simile al tutto, & similmente posto hauente vno angolo commune con quello, quel se riposa intorno al diametro del medesimo.

Come se in lo paralellogrammo, b, d. sia diffinito lo paralellogrammo f, g, che sia simile a quello, & similmente posto & participante cō quello in l'angolo, e, dico che'l paralellogrammo, f, g, sta ìtorno al diametro del paralellogrammo b, d, & questa e al contrario della precedente, & per dimostrare questo io protraro la, a, e, c, laquale se la serà cōcessa esser lo diametro del paralellogrammo, b, d, e manifesto il proposito, ma se possibile è p l'aduersario, sia a, h, c, lo diametro de quello & sia dutta la, h, K, equidistante alla, f, c, & (per la precedente) lo paralellogrammo, f, h, serà simile al paralellogrammo, b, d, adonque (per la cōuersione, della diffinitione delle superficie simile) la pportione della, b, c, alla K, c, e si come della, d, c, alla, f, c, ma (per la medesima conuersione della detta diffinitione) la proportione della, b, c, alla, g, c, è si come della, d, c, alla f, c, per questo che lo paralellogrammo, f, g, e stato posto simile al paralellogrammo, b, d, adonque (per la vndecima del quinto) la proportione della, b, c, alla, g, c, è si come, della, b, c, alla, K, c, (perche l'vna e l'altra e si come della, d, c, alla, f, c,) per laqual cosa (per la seconda parte della nona del quinto) la, g, c, è equale alla K, c, cioe la parte al tutto, che è impossibile, adonque la, a, e, c, serà lo diametro del paralellogrammo, b, d, che è il proposito.

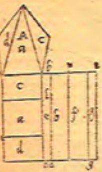
Il Tradottore.

Di quelle tre conditioni che bisogna hauer lo paralellogrammo partiale douendo essere intorno allo diametro del totale (lequal sono queste,) che sia simile al tutto & che sia similmente posto, & che habbia vn di suoi āgoli che sia commun all'vno e l'altro, che sole se troua nella tradottion del Campano & vna di quelle è alquanto ambigua, cioe quella che dice, & secondo l'esser suo di quello, per che lo commentatore lo espone cosi idest participante con quello in vn angolo, & io tengo, che voglia dire che sia similmente posto, tamē piglia se come si voglia mancandoui vna di quelle tre conditioni la propositione patiria oppositione perche mancando vna di quelle in lo paralellogrammo partiale nō seria necessario che fusse intorno al diametro del totale.

Theorema. 19. Propositione. 25.

24/23 *D'ogni due superficie de equidistanti lati, delle quali uno angolo dell'una all'uno angolo dell'altra è equale. la proportione dell'una all'altra è quella ch'è produtta dalle due proportioni di suoi lati contenenti li suoi angoli equali.*

Siano due superficie de equidistanti lati. a. c. & . e. d. & sia l'angolo. b. dell'una equale all'angolo. b. dell'altra, dico che la proportione dell'una all'altra e produtta, over composta dalla proportione della. e. b. alla. b. d. & dalla. c. b. alla. b. e. perche disponendo io queste due superficie al tutto si come fu disposto quelle in la quartadecima de questo aggiunto all'una & l'altra lo paralellogrammo. c. d. & ponendo io che la proportione della linea. f. alla linea. g. sia si come della. a. b. alla. b. d. & della. g. alla. h. si come della. c. b. alla. b. e. (& come si debbia procedere in far questo è detto sopra la decima di questo) & serà (per la prima di questo & la undecima del quinto) della. a. c. alla. c. d. si come de la. f. alla. g. & della. c. d. alla. d. e. si come della. g. alla. h. per laqual cosa (per la vigesima seconda del quinto, serà in la equa proportionalità della. a. c. alla. d. e. si come della. f. alla. h. & perche la proportione della. f. alla. h. è produtta, over composta della proportione della. f. alla. g. & della. g. alla. h. per la quinta diffinitione di questo, seguirà che la proportione della. a. c. alla. d. e. sia composta dalle medesime, per laqualcosa è manifesto il proposito.



Problema. 7. Propositione. 26.

25/25 *Puotemo desegnare una superficie simile a una data superficie rettilinea & a un'altra proposita equale.*

Siano proposte due superficie rettilinee. A. pentagona. B. exagona voglio fare una superficie simile alla. a. & equale alla. b. l'una & l'altra delle proposte superficie risolvo in triangoli la. A. in li triangoli. c. a. d. & la. b. in li triangoli. e. b. f. g. & sopra la basa della superficie. a. laqual sia. h. K. constituisco (secondo la dottrina della. 44. del. 1.) una superficie de equidistanti lati rettangola equale al triangolo. c (laqual sia. h. l. & . la. l. m. equale a. a. & la. m. n. equal al. d. accioche tutta la superficie de equidistanti lati. h. n. consista sopra la basa, b.(a.b.K.) sia equale al pentagono .A. & per lo medesimo modo sopra la linea. (K.n. laquale è il secondo lato de questa superficie) constituisco un altra superficie rettangola equale allo esagono .b. cioe faccio la superficie .k.o. equale al triãgolo .c. & la .o p. equale al .b. & la .p.q. equale al .f. & la .q.r. equale al .g. acciochè tutta la superficie rettãgola .r.n. sia equale allo esagono .B. & toglio (per la nona di questo) la linea .s.t. proportionale fra la linea .b.k. & la linea .K.r. & sopra quella (secondo la dotrina della vigesima di questo) costituisco la superficie .u. simile alla superficie .a laqual dico esser quella che cerchamo & equale alla superficie .b. perche essendo le tre linee .b.K.s.t. & .k.r. continue proportionale, & essendo sopra la prima & la seconda constituide le superficie simile, cioe la .a. & .u. serà, per lo correllario della decima nona di questo) della .a. alla .u. si come della .b.k. alla .k.r. per laqual cosa (per la prima di questo) serà si come della .b.n. alla .n.r. e pero (per la prima parte della settima del quinto) si come della .a. alla .n.r. e per questo (per la seconda parte della medesima) serà si come della .a. alla .b. adonque (per la seconda parte della nona del quinto) la .u. è equale alla .b. che è il proposito, laqual cosa ancora possemo facilmente prouar per la permutata proportionalità, perche essendo della .a. alla .u. si come della .b.n. alla .n.r. serà permutatamente della .a. alla .b.n. si come della .u. alla .n.r. & perche la .a. è equale alla .b.n. serà la .u. equale alla .n.r. per laqual cosa la .u. è etiam equale alla .b. (per questa commune sententia) quelle cose che a una medesima cosa sono equale, sono fra loro equale, ma non è necessario che le superficie .b.l.l.m. & .m.n. de lati equidistanti, (equali alli tre angoli .c. .e. .d.) ouer le superficie .k.oo.p.p.q. & .q.r. (equal alli triãgoli .c.b.f.g.) sian rettangole, ma che l'angolo estrinsico della superficie .l.m. sia equal all'angolo intrinsico della superficie .l.b. & lo estrinsico della .m.n. all'intrinsico della .m.l. similmente ancho ra che lo estrinsico della superficie .k.o. sia equal all'intrinsico della superficie .b.n. & l'estrinsico della .o.p. allo intrinsico della .K.o. e cosi delle altre, perche essendo cosi serà cadauna delle linee .K.n. & .b.m. a se opposite & similmente .b.r. & .n.q. a se opposita una linea (per l'ultima parte della vigesimanona del primo) e per la quartadecima del medesimo equalmente repetita quante volte serà de bisogno, per questa cosa che tutte le superficie .b.l.l.m.n. & similmẽte le .K.oo.p.p.q. & .q.r. sono de equidistanti lati & l'angolo estrinsico de cadauna sequẽte è equal all'intrinsico de quella precedente, per la qual cosa le due superficie .b.n. & .n.r. seranno di equidistanti lati & fra linee equidistante & de equal altezza, in le altre adonque arguisse come auanti.

Theorema .20. Propositione .27.

26 Lo paralellogrammo designato sopra la mità de una data linea, è maggior
27 di qualunque paralellogrammo applicato alla data linea al qual mancha al compimento della linea uno simile, & che stia sopra il diametro del collocato sopra la mità.

Sia data la linea .a.b. sopra la mità dellaquale, cioe sopra la .c.b. sia constituito

lo pe-

lo paralellogrammo c.d. el diametro del quale, è. b. e. & sia applicato alla linea a. b. lo paralellogrammo. a. f. del quale uno lato seghi lo, c. e. in ponto, g. cosi che al compimento de tutta la linea. a.b. manchi la superficie. f. b. laqual sia simile alla superficie, c, d, & che stia intorno al diametro di quello, hor dico che il paralellogrammo c, d, è maggior del paralellogrammo, a, f, per che (per la prima di questo) lo, c. g, è equale allo g, b, & per la quadragesima terza del primo) lo, c, f, è equale allo, f, d, adonque (per questa commune scientia) se a cose equale tu aggiongi cose equale & c. sera lo gnomone composto delli tre paralellogrammi liquali sono, c, f, f, b. & f. d. equale al paralellogrammo, a, f, per laqual cosa lo paralellogrammo, c, d, è maggiore del paralellogrammo. a. f. anlo paralellogrammo. a, f, che il proposito, il medesimo etiam seria se la superficie, a, f, fusse fatto piu alta delle superficie, c, d, come tu puoi vedere in la seconda figura, in laquale etiam (per la prima di questo) lo, a, g, è equale allo, g, b, laquale via adonque l'uno & l'altro di doui supplementi della superficie. f. b. lo paralellogrammo. c. d. eccederà lo paralellogrammo. a. f. in lo paralellogrammo. f. e.

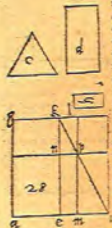
Il Tradottore.

Quella particula che nel soprascritto testo dice uno simile, & stante sopra lo diametro del collocato sopra la mità della linea, non vol dire altro che uno simile è similmente posto al collocato sopra la mità della linea che cosi dice etiam in la seconda tradottione & è piu corretto dir perche in la seconda figura fatta di sopra lo paralellogrammo, f. b, non sta sopra lo diametro del paralellogrammo, d. e, collocato sopra la mità della linea, anzi al contrario che il paralellogrammo, d. e, sta sopra il diametro del paralellogrammo, f. b,

Problema. 8. Propositione. 28.

27 / 28 Proposta una superficie trilatera puotemo designare sopra qualunque assignata retta linea uno paralellogrammo equale a quella al quel manchi a compir la linea uno paralellogrammo simile a un'altro paralellogrammo proposto gia il bisogna che la proposta superficie trilatera non sia maggiore del paralellogrammo collocato sopra la mità della data linea, simile al proposto & secondo l'esser suo.

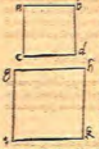
Sia assignata la linea. a. b. & proposto lo triangolo, c, & proposto lo paralellogrammo, d, voglio sopra la linea. a. b, designare un paralellogrammo equale al triangolo, c, cosi fatto che manchi a compir la linea, a. b, un paralellogrammo simile al, d, & sia cosi conditionato che lo triangolo, c, non sia maggiore del paralellogrammo simile al. d. collocato sopra la mità della linea altramente se lauorería



rie al impossibile (per la precedente) adonque diuido la linea.a b in due parti equali in ponto,e, & (secondo la dottrina della vigesima di questo) sopra,e,b, (mista di questo) constituisco lo parallelogrammo,e,f, simile al. d & compirò sopra tutta la linea.a b lo parallelogrammo.b g. adonque perche lo triangolo.c. non è maggiore del parallelogrammo,e,f, ma equale a quello, ouero mi nore si come è stato posto, se' sera a quello equale, sera lo parallelogrammo,e,g, quello che se intende (per la trigesima sesta del primo agiutādo con la prima parte della nona del quinto,& per la diffinitione delle simile superficie della vigesima prima di questo) ma se è minore, sia minore in alcune superficie alla quale ne sia fatta una equale et simile alla d. (secōdo la dottrina della 26. di questo) laquale sia.h. & serà h. simile al. e.f. (per la vigesima prima di questo) per laqual cosa (per la conuersione della diffinitione) serà equiangola a quello & de lati proportionali tirarò adonq; in lo parallelogrammo.e.f. lo diametro.b k. & resegarò li lati k.f. & e.k. delle superficie.e f. alla misura di lati della superficie.h. tirate le linee. l m. & n.o. equidistanti alli lati della superficie.e.f. segandose in ponto p tal che la superficie.k, p. sia equale e simile alla superficie.h. & serà (per la vigesima quarta de questo) il ponto.p. in lo diametro.k, b. tirata adonque la.o.n. fina alla a.g. Dico lo paralelogrāmo a p esser quello che è sta proposto, perche a quel mācha al cōplemento della linea.a.b lo parallelogrammo. p, b ilquale (per la vigesima terza et vigesima prima di questo) è simile al parallelogrammo d. et anchora esso parallelogrammo.a.p. è equale al triangolo.c. perche (per la prima di questo) lo a.n. è equale alo.n,b adonque (per la quadragesima terza del primo & quella commune sententia, se a cose equale tu agiungi cose equale &c.) lo parallelogrammo.a.p, è equale al gnomone,r.b,l. & perche questo gnomone è equale al triāgolo,c, (per questa causa che lo parallelogrammo,e,f, fu posto essere maggiore del triangolo.c. in lo parallelogrammo.h ilquale è equale al parallelogrammo k. p.) è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

Quelle particule che in fine del sopradescritto testo, dice simile al proposito & se cōgiōto l'esser suo, uol inferire che'l sia simile al proposito & similmēte descritto, de la qual cosa nelle resolutione di tal problemi bisogna molto aduertire altramēte se porria tal uolta concludere indirettamente, perche tal hor uno tal problema se potrà cōcludere in dui diuersi modi, & tal hor per un modo serà solubile, et per l'altro impossibile, come uerbi gratia, se'l lato triangolo.c. fusse de superficie piedi uinti dui superficiali & la ditta linea,a,b fusse piedi duodeci lineali & lo propo-lo paralellogrammo.d.fusse rettangolo & che la longhezza di quello fusse doppia alla larghezza: & volendo concludere il soprascritto problema dico che descriuendo sopra la mità della data linea.a.b. (cioe sopra.b.e.) vno paralellogrammo simile al.d. & ponendo la detta linea.b.e.per longhezza di quello, seria impossibile a cōcludere tal problema (per la precedente propositione) perche essendo la sua longhezza la linea.b.e.laquale è piedi sei (dal presupposito) la sua larghezza bisognaria essere piedi tre douendo essere simile al.d.donde l'area sua veria a esser dieciotto laquale seria minore di quella del triangolo. c. laquale è sessantaduoi (dal presupposito) ma ponēdo la detta linea.b.e per la larghezza del detto paralellogrāmo ben si potrà concludere tal problema,perche essendo la sua larghezza



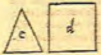
piedi sei la sua longhezza bisognaria esser piedi 12. (douendo esser simile al.d.) onde l'area sua veria essere piedi settanta duoi superficiali,laqual seria molto maggiore de l'area del dato triangolo, c, come si conuiene, & concludendo tal problema per li modi dati di sopra la superficie.h.veria a esser cinquanta cioe longa piedi dieci & larga cinque perche.K.l.veria etiam lui a esser pur piedi cinque, &. K.n. piedi dieci: & perche.e.m.è equale al. K.l. per la trigesima quarta del primo) seguiria che.e.m. seria piedi undeci & .m.p.veria a restar piedi duoi & l'area del paralellogrāmo.e.p.veria esser sessantaduoi che seria equale all'area del triangolo.c.si come fu proposito di fare,e però in la resolutione di tal problemi(volendo concludere rettamente) bisogna che il paralellogrammo che se descriue sopra la mità della linea data, non solum sia simile al dato,ma bisogna che sia etiam similmente posto,altramente la conclusione seria falsa massime quando il dato paralellogrammo fusse de duoi lati inequali, anchora bisogna auuertire se ben ho essemplificato il soprascritto problema con numeri (laqual cosa ho fatto per far conoscere sotto breuità la variatione, che è de vna descrittione all'altra) niente dimeno volendo procedere rettamente bisogna ratiocinar & concludere ogni cosa geometrice, si come si mostra in lo commento,alcun potria dire come saperò io realmente geometrice (nel concludere tal problema,et altri simili) che la superficie.e.f.descritta sopra la mità della linea a.b.(cioe sopra la.b.e.) sia maggiore, ouero minore, ouero equale triangolo.c, & se sarà maggiore(come se presuppone) come saperò io tor realmente la lor differenza per formare la superficie.h.simile alle superficie paralellogramma.d.atteso che l'Autthor fin hora non mi pare che me habbia proposto ne mostrato vna tal propositione,io rispondo che tal cosa si saprà descriuendo (per la ultima del secondo) un quadrato equal al triangolo,c, (qual poniamo che sia il quadrato,a,b,c,d,) & similmente un'altro che sia equale al paralellogrammo,e,f, (qual poniamo che'l sia il quadrato,g,h,i,k,hor dico che se'l lato,g,h, serà maggiore del lato,a,b, (per commune scientia) il quadrato,g,h,i,k, serà maggiore del quadrato.

drato a.b.c.d. e consequentemente lo parallelogrammo.e,f.serà maggior del triangolo.c,& sel detto lato.g.h.serà minore ouero equale a quello lo detto parallelogrammo e,f,serà minore ouero equale al detto triangolo.c.hora essendo maggiore per trouare la loro differentia sopra il detto lato.g.h.descriuerò vno mezzo cerchio qual sia g.f.h.& in quello(per la prima del quarto) coaptarò la linea h,f.laquale al lato a.b.& tirarò la linea f,g.hor dico che'l quadrato descritto dalla,f,g.(per la penultima del primo) serà equale alla differentia che sara fra il parallelogrammo e.f,& lo triangolo c,onde descriuendo la superficie h,(per la vigesima sesta de questo(simile alla superficie d,& equale al quadrato della g.f,se hauera lo intento suo,ancor bisogna notare che doue che il testo della soprascritta propositione dice proposta una superficie trilatera,nella seconda tradottione dice vna figura rettilinea,cioe è propositione piu generale & se conclude per li medesimi modi & mezzi di sopra detti.

Problema.9. Propositione.29.

28
29 Sopra vna data retta linea potemo constituir vno parallelogrammo equale a vna data superficie trilatera equal aggiunga sopra al compimento della data linea vna superficie de equidistanti lati simil a vna superficie de equidistanti lati.

Questa propositione in pratica de numeri (volendo, che il parallelogrammo, d, sia quadrato) non vuol dir altro che di saper aggiongere vna linea tale, che il [illegible] de quella insieme con il dutto di quella nella,a,b, faccia la quantità d el triangolo, c, che con algebra facilmente si farà.



Sia come prima la data linea a,b, & dato lo triangolo c,& dato lo parallelogrammo ,d.voglio sopra la linea a,b, constituire vno parallelogrammo equale allo triangolo, c. elquale aggiunga ouer che sopr abonda a tutta la linea a,b, vno parallelogrammo simile al d, diuido la linea a,b,in due parti equali in põto e,& sopra la e,b,mità di quella faccio lo parallelogrammo e,f,simile al d,secondo che insegna la vigesima di questo, e,secondo la dottrina della vigesima sesta di questo faccio lo parallelogrammo k,l,(del quale lo diametro,e,g,h,)simile al d,& equale alle due superficie e, f,& c,& serà(per la vigesima prima di questo k,l,simile al e,f,sopraposta adonque la superficie k,l,alla superficie e,f,talmente che ambedue communicano in lo angolo,g,serà(per la vigesimaquarta di questo) la superficie e,f, stante intorno al diametro della superficie k,l,onde il ponto h,è in lo diametro g,h,compirò adonque lo parallelogrammo a,h,elqual dico esser quello che è sta proposto laqual cosa è manifesta protratta la linea,f,h,fina al,m,& la linea,e,b,fin al.n.perche (per la prima de questo &

sto & per la trigesima sesta del primo) a, k, è equal al k, h, & pero (per la 43. del primo) e anchora equale al, e, f. giunto adonque all'uno, e l'altro, e, b. serà per commune scientia) a, h, equale al gnomone, e, h, f, ma questo gnomone è equale al triangolo, c, perche lo paralellogrammo, k, l. è stà posto equale alle due superficie, c & e, f, adonque lo paralellogrammo, e, h, è equale al c, & aggiunge al compimento della linea, a, b. lo paralellogrammo, m, n, ilquale (per la vigesimaterza & vigesima prima di questo) è simile al paralellogrammo d, per laqual cosa è manifesto essere perfetto quello che volemo, potemo anchora a una data linea aggiongere uno paralellogrammo equale, non solamente a una proposta superficie trilatera, ma a qualunque proposta figura rettilinea (sia come si voglia) alaquale manchi a compire la data linea una superficie simile a una proposta superficie de equidistanti lati, si come insegna la precedente, osseruata la conditione di quella, acio non sia lauorato all'impossibile (per la cauenti alla precedente) ouero che la aggiunga al compimento della linea una superficie de equidistanti lati simile a una superficie proposta, si come propone la presente conclusione, perche la proposta superficie, allaqual debbe esser aggionto a una data retta linea un paralelogrammo equale equal aggionga ouer diminuisca al compimento della linea un paralellogrammo simile a un dato paralellogrammo) resoluemo in triangoli & per mezo di quelli describeremo una superficie de equidistanti lati equal alla total superficie proposta, et se vorrai saper il modo da far questo ricorri alla vigesima sesta di questo, dapoi sopra il doppio della base de quella construremo uno triangolo de equal altezza ilquale se diligentemente risguardarai la quadragesima prima del primo tu trouarai essere equal al paralellogrammo auanti designato per laqual cosa & alla superficie proposta adonque se tu aggiungerai alla data linea uno paralellogrammo equal a questo triangolo ilqual aggionga al compimento della linea ouer minuisca un paralellogrammo simile al dato paralelogrammo secondo che insegna questa e la precedente, tu non dubitarai hauere perfettamente essequito quello che era il proposto.

Il Tradottore.

Per far lo paralellogrammo, k. l. che sia equale al triangolo. c. & al paralellogrammo e. f. prima describemo per la ultima del secondo, uno quadrato equale al triangolo. c. & un altro equale al paralellogrammo. e. f. dapoi formarò uno triangolo orthogonio che li dui lati che contiene l'angolo retto l'uno sia equale al lato dell'uno de detti dui quadrati, & l'altro sia equale all'altro lato dapoi sopra il lato opposito al angolo retto, describemo uno quadrato ilquale per la penultima del primo serà equale a quelli dui quadrati, & consequentemente serà equale al triangolo, c. & alla superficie, e. f. dapoi, per la vigesima & vige-

 sima-

sima sesta di questo) farò la superficie K.L, simile al d, & equale al detto quadrato & seguir come di sopra, anchora bisogna notare che doue che il testo della sopra scritta propositione, dice equale a una superficie trilatera, nella seconda tradottione dice equale a uno dato rettilineo, laqual propositione è più generale della soprascritta, e se conclude per il modo che dice lo espositore della soprascritta:

Problema. 10. Propositione. 30.

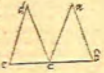
29/30 Puotemo seghare qualunque proposta retta linea terminata secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi.

Sia proposta la linea a,b,laqual voglio diuidere secondo la proportione hauente il mezzo,& duoi estremi sopra quella descriuerò il quadrato b,c,et al lato a,c, de quello aggiongo (secondo che insegna la passata)lo paralellogrammo c,d,equale al quadrato, b, c, elquale aggionga, ouero sopraauanci al compimento della linea a,c,lo paralellogrammo a,d,elqual sia simile al b,c, e sia lo lato del paralellogrammo c,d,che equidista al lato a,c,lo d,e,& seghi la linea a,b, in ponto f, dico la linea a,b,essere diuisa in ponto,f,come era proposto perche a,d, è quadrato per questa causa che quello è simile al,b,c,onde lo lato a,f,è equale al, f, d, & lo lato, f,e, è equale al a, b, per questo che egli è equale al a, c, (per la trigesima quarta del primo)& perche c, d,e equale al b, c, leuado uia a l'uno e l'altro lo c,f,serà lo,a,d,equale al c,b,& l'angolo, f,de l'uno all'angolo,f,dell'altro adonque (per la quartadecima di questo)li lati sono mutui adonque del,e,f,al f,d,serà si come del. a,f,al f,b,& perche lo e,f,è equale al a.b.& lo f, d, al a, f, serà del a, b, al a, f, si come del a,f,al f,b,adonque per la diffinitione è diuisa come se propone,el medesimo anchora puo esser demostrato(per la undecima del secondo)perche essendo diuisa la a,b,in ponto,f,(secondo che insegna la undecima del secondo)et sia la superficie c,b, quella che è contenuta sotto tutta la a, b,& alla parte f,b, de quella che che la e,f sia equale al a,b,& a,d sia il quadrato de,a,f,adonque (per la predetta undecima del secondo) la c,b,e equale al, a, d, Quello che resta argüisse come prima(per la quartadecima di questo)ouer in questo modo conciosia cosa che la,a, b, sia diuisa in ponto f,secondo che insegna la undecima del secondo,quello che,uien fatto della a,b,prima in la f,b terza è equale al quadrato della a,f,seconda adonque(per la seconda parte della decima settima di questo)la proportione della a,b, prima alla a,f,seconda è si come della a,f, seconda alla f,b,terza è per tanto la, a, b,(per la diffinitione) è diuisa come se propone.

Theorema. 21. Propositione. 31.

30/32 Se seranno duoi triangoli constituti sopra un angolo di quali li duoi lati

lati che contengono quell'angolo e li altri duoi lati de quelli sieno equidistanti, & sieno quelli quattro lati, resserti secondo la equidistantia, proportionali quelli duoi triangoli è necessario esser constituite sopra vna retta linea.



Sieno li duoi triangoli a,b,c, & d,c,e, constituidi sopra l'angolo a,c,b, & sia a,c, equidistante al d,e, & d,c, al a,b, & sia la proportione del a,c, al d,e, si come del c,b, al,b,c. Dico che le due base de quelli, cioe, b,c, & c,e,) sono una sol linea, perche lo angolo a,è equale all'angolo d, (perche l'uno e l'altro de quelli è equale all'angolo, a,c,d,) (per la prima parte della vigesimanona dello primo) adonque (per lo preditto presupposito, & per la sesta di questo) essi triangoli sono equiangoli, & l'angolo b,c, equale all'angolo d,e,c & l'angolo a,c,b all'angolo e, onde (per la trigesima seconda del primo) li tre angoli che sono al c, sono equali a duoi retti perche essi se equaliano alli tre angoli de quali si uoglia di duoi triangoli, adonque (per la quarta decima del primo) la b,c,e è una sola linea, che è il proposito.

Theorema. 22. Propositione. 31.

31 In ogni triangolo rettangolo, la superficie laterata descritta sopra il lato
32 il lato che sottotende all'angolo retto, e equal alle superficie descritte sopra delli duoi lati, che contengono l'angolo retto, insieme prese quando seranno simili a quella, in situatione & creatione.

Quello che propone la penultima del primo delle superficie quadrate, questa penultima del sesto propone de tutte le superficie simili, onde questa è tanto piu vniversale de quella, quanto che è la superficie laterata del quadrato, e per tanto sia lo triangolo rettangolo a, b, c, del quale all'angolo a, sia retto, dico che la superficie constituta sopra lo lato b,c, è equale alle due superficie constituite sopra a,b, & a,c, quando che tutte tre le superficie seranno simile in figura, & similmente poste, & per dimostrar questo tirarò la perpendicular a, d, alla linea b, c, & serà, per la seconda parte del correllario della ottaua di questo) la proportione del lato b, c, al c, a, si come del c,a, al, d, c, & del c, b, al b, a, si come del, b, a, al, d, b, adonque se sopra caduna delle tre linee b,c,c,a, & a,b, siano fatte superficie simile in situatione & sito serà per lo secondo Correlario della decima nona de questo) la proportione della superficie constituta sopra la b, c, prima alla constituta sopra la,c, a. seconda, si come della, b. c, prima alla, d,c terza & similmente alla medesima superficie constituta sopra la, b, c, prima alla constituta sopra la, a, b seconda si come della, b, c, prima alla, d, b, ter-

terzo (per lo medesimo correlario) onde per la conversa proportionalità della superficie, a, e, alla superficie, e, b, serà si come della, e, d, alla e, b, & similmente della superficie, a, b, alla superficie, b, e, si come della, b, f, alla, b, e, & sia tolta la superficie, a, e, prima, & la, e, b, seconda & la linea, e, d, terza & la, e, b, quarta & la superficie, b, a, quinta & la linea, d, b, sesta & sia argumento (per la vigesima quarta del quinto) che la proportione della superficie constituta sopra, a, b, e, alle due superficie constituite sopra della, a, e, & a, b, insieme e cosi come della linea, b, e, alle due linee, e, d, & d, b, insieme perche adunque la linea, b, c, è equale alle due linee, c, d, & d, b, tolte insieme serà la superficie constituta sopra la, b, c, equale alle due superficie constitute sopra la, c, & a, b, tolte insieme che è il proposito, anchor possemo facilmente, dimostrar la conversa di questa, per il modo della demostration della ultima del primo, e sia esempli gratia, il triangolo, a, b, c, & sia la superficie constituta sopra, b, c, equale alle due superficie constituta sopra le due linee, a, b, & a, c, a se simile dico che l'angolo, a, è retto & per dimostrare questo pico che l'angolo è retto & la linea, a, d equal alla linea, a, b, e claudo la superficie triangolare.

(dotta la linea, d, c) e serà (per questa trigesima seconda) la superficie constituta sopra alla linea, c, d, equal alle due constituite sopra le due linee, a, c, & a, d, simile a se onde etiam alla constituta sopra la, b, c, simile a se, perche questa è sta posta equale alle due constituite sopra, a, b, & a, c, simile a se, serà adonque la linea, b, c, equal alla, c, d, onde (per la ottava del primo) l'angolo, a, è retto che è il proposto.

A demostrar altramente la soprascritta. Proposizione. 32.

0/31 Perche (per lo primo correlario della decimanona di questo) le simile figure sono in doppia proportione della simile proportione de lati, adonque la superficie laterata che è descritta sopra, b, c, a quella che è descritta sopra, b, a, ha doppia proportione che la linea, b, c, alla linea, b, a, & lo quadrato fatto sopra alla linea, c, b, al quadrato fatto sopra alla linea, b, a, ha similmente doppia proportion che la, c, b, alla, b, a, adonque si come la superficie laterata che fatta sopra la, c, b, a quella che fatta sopra la, b, a, cosi è il quadrato, fatto sopra la, c, b, al quadrato fatto sopra la b a per laqual cosa & si come la superficie laterata descritta sopra la b c a quella che è fatta sopra la, c, a, cosi è il quadrato descritto sopra la, b, c, al quadrato descritto sopra la c a, per laqual cosa & si come la superficie laterata descritta sopra la b c alle due descritte sopra, b, a, & a, c, poste insieme cosi serà il quadrato descritto sopra la, b, c, alli dui quadrati descritti sopra la b, a, & a, c, ma il

qua-

quadrato descritto sopra la.b.c.è equale per la penultima del primo, a quelli duoi quadrati descritti sopra le dette due linee.b.a.& a.c. adonque la superficie laterata descritta sopra la.b.c.è equal a quelle due simile e similmente descritte sopra le dette due linee.b.a.& a.c. che è il proposito.

Il Tradottore.

La soprascritta demostratione se verifica mediante la conuersa proportionalità & la vigesima quarta del quinto, ponendo la superficie laterata descritta sopra la.b.a.per il primo termine della proportione & quella che è descritta sopra b.c.per il secondo & lo quadrato descritto sopra la detta.a.b.per il terzo, & quello che è descritto sopra la.b.c.per il quarto, & la superficie laterata descritta sopra la.a.c.per il quinto & lo quadrato descritto sopra la detta, a.c. per il sesto, & poi se concluderà (per la detta vigesima quarta del quinto) che la proportione del primo & quinto (tolti insieme) al secondo serà si come del sesto e terzo (tolti insieme) al quarto.

Theorema.22. Propositione.33.

32/33 Se in cerchij equali siano angoli sopra il centro, ouero sopra la circonferentia, la proportione delli angoli serà si come la proportione delli archi, che riceueno quelli angoli & similmente li settori constituti alli centri.

Siano li cerchij.a.b.c.(il centro dil quale sia d.) et e.f.g.(il centro dil quale sia.h.) equali, sopra li centri di quali siano fatti li duoi angoli b.d.c.et f.h.g.et sopra le circonferentie de quelli altri duoi, liquali siano. b.a.c.et f.e.g. dico che la proportione delli angoli, si de quelli che sono sopra li centri come de quelli che sono sopra le circonferentie è si come l'arco.b.c.all'arco.f.g. et oltra di questo si come lo settor.d.b.c.al settor.h.f.g. & per dimostrar questo continuarò in quelli duoi altri archi equali, ouero secondo un medesimo numero, ouer secondo diuerso & sia l'archo.k.b.equale al.b.c. et l'uno & l'altro di duoi archi.l.m.& f.l. equale al.f.g. & produrò le linee.k.d.k.a.m.h.l.h.m.e. & l.e. & (per la vigesima settima del terzo) li angoli che sono al.d.seranno fra loro equali similmente anchora quelli che sono al.h.seranno fra loro equali. Quel medesimo anchora de quelli che sono al.a.& de quelli che sono al.e. Adonque si come l'arco.k.c.è multiplice dell'arco.b.c. cosi è l'angolo.k.d.c.dell'angolo.b.d.c.& l'angolo.k.a.c. dell'angolo.b.

a.c. similmente si come l'arco.m.g.è multiplice dell'arco.f.g.cosi è l'angolo.m.h.g. dell'angolo.f.h.g.& l'angolo.m.e.g.dell'angolo.f.e.g. & se l'arco.k.c.è equale al l'arco.m.g.l'angolo.K.d.c.è equale all'angolo.m.h.g.& l'angolo. K.a.c. all'angolo.m.e.g.& se è maggior maggiore,& se è minor minore(per la vigesima settima del terzo)adonque(per la diffinitione della discontinua proportionalità) la proportione dell'arco.b.c.all'arco.f.g.è si come dell'angolo.b.d.c.all'angolo.f.h.g. & si come l'angolo.b.a.c.all'angolo.f.e.g.che è il proposito.quel medesimo intende in vno medesimo cerchio.

Dico anchora che si come l'arco.b.c. all'arco.f.g. cosi è lo settore.d.b.c.al settore.h.f.g.siano ligadi insieme.b.c.& .b.k.& pigliati sopra li archi.b.c.& .b.k.li ponti.x.o.& sian ligadi.b.x.x.c.b.o.& o.k.& perche(per la diffinitione del cerchio)le due linee.b.d.& d.c.son equali alle due.b.d.& d.k.& comprehendono equali angoli adonque (per la quarta del primo) la basa.b.c.alla basa.b.k. è equale,& lo triangolo.d.b.c.al triangolo.d.b.k. è equale & perche l'arco.b.c.è equale a l'arco.b.k. adonque & la restante circonferentia(laqual è in tutto il cerchio.a.b.c.è equal alla restante circonferentia laqual è in tutto lo medesimo cerchio.a.b.c.per laqual cosa & l'angolo.b.x.c.(per la vigesima settima del terzo)è equale all'angolo.b.o.k. adonque(per la duodecima diffinitione del terzo)la portione.b.x.c.è simile alla proportione.b.o.k.& sono sopra le linee.b.c. & b.K. equale.& le portioni di cerchij simile,descritte sopra equale linee) per la vigesima quarta del terzo)sono fra loro equale adonque la portione.b.x.c.è equale alla portione.b.o.K.& lo triangolo.d.b.c.è equale al triangolo.d.b.k.adonque tutto lo settore.d.b.c.è equale a tutto lo settore.d.b.K.& per la medesima causa & li settori.b.g.f.h.f.l.& h.l.m.sono fra loro equali,adonque si come che l'arco.c.K.e multiplice dell'arco.b.c.cosi è lo settore.d.k.c.del settore.d.b.c.& per questa causa se come che l'arco.m.g.è multiplice dell'arco.f.g.cosi è lo settore.h.g.m.del settore.h.g.f.ma se l'arco.K.c.è equale all'arco.m.g.& lo settore.d.c.k.è equale allo settore.h.m.g.& se è maggiore,maggiore,& se minore,minore,onde alle quattro stante magnitudine,dico alli duoi archi.b.c.& f.g.& alli duoi settori.d.b.c.& h.f.g.sono pigliati li multiplici equalmente de esso arco.b.c.& de esso settore.d.b.c.& questo è l'arco.K.c.& lo settore.d.K.c.& del arco.f.g.& del settore.h.g.f.l'arco.m.g.& lo settore.h.m.g.& è stato demostrato che se l'arco.k.c.eccede esso arco.m.g.anchora & lo settore.d.k.c.eccede esso settore.h.g.m.& se è equale,

le, equale, & se manca, manca, adonque (per la conversione della settima diffinitione del quinto) si come l'arco, b, c, all'arco, f, g, così è lo settore, d, b, c, al settore, h, g, f.

Correlario.

0/33 Et è manifesto, che si come lo settore, al settore, così è l'angolo al l'angolo.

IL FINE DEL SEXTO LIBRO.

LIBRO SETTIMO DI EVCLIDE

Diffinitione prima.

1/1 La unità è ciascuna cosa dalla qual vien detto una.

Il Tradottore.

QVIVI l'Auttor ne diffinisce la fontana, ouero matre & origine de numeri, & principio & fine de tutte le cose, che è la unitade, & dice che la unitade è cadauna cosa che se dice, una ouero uno (perche è mascolino è femina) dalla qual unitade ogni cosa se crea, lei sola è seminaria de tutti li numeri, come detto di sopra, lei sola è causa delli incrementi e delli detrimenti, liquali in ogni loco e tutto, & in ogni loco e parte, perche tutte le cose appetiscono in tanto la unitade, che non solamente una simplice & sola cosa vol esser detta una, ma etiam quelle cose che sono molte vogliono esser dette una, ouero uno, essempli gratia diece cose vogliono esser dette una decena, & così 100. uno centenaro, 1000. uno miaro, & così discorrendo in tutte le cose numerabile se trouerà che gionto a un certo termine le molte cose picole se ristringono in una unità grande, essempli gratia parlando naturalmente dodeci denari fanno un soldo, venti soldi fanno una libra el medesimo seguita nelli paesi & nelle misure, anchora dico che non solamente le molte cose vogliono essere dette una, ouer uno, ma etiam le parti de una cosa vogliono essere dette una, ouero uno, ouer piu di uno, essempli gratia la mità di una cosa vol essere detta uno mezzo, ouero una mezza & similmente un terzo d'una cosa vol essere detto uno terzo, & li doi terzi vol essere dette doi terzi & così uno quarto, doi quarti, tre quarti, un quinto, doi quinti, & cetera per laqual cosa seguita che ogni cosa che è in rerum natura o che le uno, ouer che le piu di uno, & in niuna cosa puol essere meno di uno perche il meno di uno è niente, ouero è che uno integro in quanto alla grandezza è maggiore della mità, ouero d'un terzo di quello, perche ogni tutto è maggiore della sua parte,

ma

ma inquanto al numero sono equale perche ciascun di loro e piu di uno, alla similitudine d'un bove e d'una pecora che in quanto al numero sono equale perche cadauno di loro e uno, & ciascun di loro e piu di uno ma inquanto alla magnitudine, ouero grandezza senza dubbio il bove e maggiore della pecora & cosi un ducato e maggior d'un soldo.

Diffinitione. 2.

2 El numero è una moltitudine composta de unitade.

Il Tradottore.

Quivi l'Auctore ne da a conoscere qualmente il numero non è altro che una coadunatione, ouer moltitudine di unitade insieme aggregate, le quale unitade se le seranno disgregate fanno moltitudine, se anche le seranno continue in materia fanno magnitudine, per laqual cosa fra le unitade della quantità discreta e le unitade della quantità continua subsistenti in materia non gli e differentia alcuna perche quelle sono disgregate e queste continue, onde il genere continuo non e se non in el discreto, perche l'intelletto della cõtinuità nõ è in el continuo se non per continuatione de disgrati, e cosi per questo è necessario che la quantità continua non auenga in sostantia se non per le unitade, certamente quando hauerai segrato la parte della quantità e le necessario che la sia uno, ouer piu (come fu detto) ma ogni pluralitade (come è detto) si è dalle unitade onde appertamente ne da intendere, che la quantità cosi discreta come continua hanno una sola radice, pero che sono composite d'una sola cosa.

Diffinitione. 3.

3 L'ordine naturale de numeri se dice quello in loquale la computatione de quelli fatta secondo che è lo aggiongimento della unita.

Il Tradottore.

Come questo. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. & cosi procedendo, e questo ordine è detto naturale, perche etiam nel numerare le cose naturalmente procedemo, secondo tal ordine, cioe, dicendo, uno e duoi, e tre, e quattro &c.

Diffinitione. 4.

4 La differentia di numeri se dice quel numero inequale el maggiore aua da sopra il minore.

Il Tradottore.

Questa diffinitione da se e manifesta perche communamente cadauno sa quel lo che la se dice, perche cadauno saperia dire, che la differentia di 5. a 3. e duoi, & cosi de. 12. a. 7. che la e 5. & da 20. a. 13. che la e. 7, & cosi delli altri.

Diffinitione. 5.

9 *Quel numero se dice esser multiplicato per un'altro, ilquale si e assunato*
6 *tante volte, quante unità e in lo multiplicante.*

Il Tradottore.

Per questa diffinitione se manifesta qualmente il multiplicare non e altro in sostantia che il sommare, abbenche in atto paran diversi & molti mal esperti del multiplicare se seruano del sommare in le sue occorrentie, verbi gratia occorrendogli a multiplicare (poniamo) 5. fia 26. lor mettaranno quel vintisei cinque volte, cioe l'uno sotto all'altro (come appar in margine) & poi li assunaranno insieme secondo l'atto del sommare & cosi hauerranno multiplicato il detto vintisei per cinque per hauerlo assunato, ouer tolto tante volte quante sono unità del multiplicante e questo è quello che se vol inferire, alcũ potria imputare de audacia per hauer io preterito in queste diffinitioni l'ordine della tradottione dil Campano ilqual mette in questo loco la diffinitione de numeri primi in sì 3. seguenti quella di composti & quella di contra se primi & quella de communicanti, lequale da noi sono state poste in fine, io rispondo che tal suo ordine mi par corotto & non credo che Euclide cosi le assettasse. La ragione e questa, come intenderà uno niente di quelle quattro diffinitioni da noi poste in fine, se prima ei non ha notitia come se intenda un numero misurare un'altro laqual cosa se diffinisse in la sequente settima diffinitione, ne etiã la detta settima diffinitione se prima ilnon ha notitia che cosa sia multiplicare uno numero per un'altro laqual cosa se diffinisse in questa quinta, adonque quelle debbeno esser posposte a queste che cosi è il costume di Euclide.

Diffinitione. 6.

10 *Et quello che cresse dalla multiplicatione de quelli se dice produtto.*
0

Il Tradottore.

A benche questa diffinitione si ponga disgiunta, la si die intendere continuatiua alla precedente, successiuamente, perche in questa si conclude che quello accrescimento che resulta della multiplicatione de quelli duoi numeri (detti in la precedente) se dice produtto.

Diffinitione. 7.

51 *Un numero se dice numerare un'altro, ilquale multiplicato secondo alcun*
0 *numero produce quel medesimo.*

Il Tradottore.

Verbi gratia diraße che 8. numera. 24. perche multiplicato il detto. 8. per. 3. produce quel. 24. & similmente se dirà che. 6. misura ouer numera il medesimo 24. perche multiplicato il detto. 6. per. 4. produce esso. 24. ma il non se dirà che. 5. misurà misuri ouer numeri il detto 24. perche il detto 5. non si puol multiplicar per alcun numero che faccia 24. ne similmente 7. ne 9. ne 10. ma si il 12. perche multiplicato per 2. fa pur 24. & cosi si deue intendere in ogni altra qualità de numeri, & bisogna notare che tanto è a dire vn numero numera uno altro quanto che vn numero misura vn altro, ouero è che parlando de numeri è piu conueniente a dire numerare perche piu uocabulo de aritmetico ma parlando de quantità continue è piu conueniente a dire misurare per esser uocabulo piu geometrico.

Diffinitione. 8.

12/34 Il numero minore è parte dil maggiore, quando che il minore numera il maggiore, & quello che vien numerato se chiama moltiplice al numerante, ma quando che il minore non numera il maggiore, il minore è parti del maggiore.

Il Tradottore.

Questa diffinition è quasi simile alla prima del quinto, ma quella del quinto è per la quantita continua & questa è per la discreta, lo essempio di quella è questo che 8. e parte de 24. perche il detto 8. numera il detto 24. & questo 24. è chiamato multiplice del detto 8. (sua parte) è cosi il 3. & similmente il 4. è il 6. è parte de 24. per la medesima ragione, & il detto 24. se chiama multiplice di ciascun di loro, ma ne 5. ne 7. ne 9. e parte del detto 24. ne etiam il 24. se chiama multiplice de alcun di loro, ma quando che il minore non numera il maggiore el detto minore non è piu parte del maggiore come è detto ma ben è parti come verbi gratia. 4. non è parte de 6. (per la prima parte di quella diffinitione) ma ben è parti del detto 6. cioe è li duoi terzi di quello & nota che questa vltima particula è solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 9.

13/6 Denominante è quel numero secondo ilquale la parte vien tolta in lo suo tutto.

Il Tradottore.

Verbi gratia 8. e parte de 24. & lo denominator di questa parte e, 3. ilquale 3. nasse dal numero delle volte che la detta parte (cioe 8.) intra nel suo tutto (cioe. in 24.) lequale sono tre onde diremo che 8. è il terzo ouer la terza parte de 24. & cosi 4. sarà lo dominante la parte che è 6. de 24. perche la detta parte (cioe, 6.) intra 4. volte in el suo tutto (cioe in 24.) e pero diremo che il 6. e vn quarto ouer la quarta parte de 24. & cosi si debbe intendere in ogni altro numero, anchora bisogna notare che quelli uocabuli che usiamo in asserir le parti se togliemo dalli numeri denominati, verbi gratia la mità, ouer mezzo vien detto da 2. vn terzo da 3. vn quattro da quattro vn quinto da cinque & cosi discorrendo.

Diffinitione. 10.

14 *Quelle parti sono dette simile, lequali sono denominate da uno medesimo numero.*

Il Tradottore.

Essempio, tal parte, ouero simil parte se dirà esser. 3 di. 12. qual è 8. di 32. per che l'una e l'altra è denominata da uno medesimo numero che. 4. cioe che cadauna è il quarto del suo tutto similmente tal parte se dirà essere, 5. de, 15. qual è 9. de 27. ouero. 8. de 24. perche tutte son denominate da uno medesimo numero che è 3 cioe che cadauna è il terzo del suo tutto.

Diffinitione. 11.

15 *La prima semplice parte d'un numero è la unità.*

Il Tradottore.

Perche sono alcuni numeri che sono misurati da piu numeri perilche hãno piu parti come essempli gratia il 12. ilquale e misurato da questi quattro numeri 2. 3. 4. 6. & similmente è misurato dalla unità, adonque cadauno de loro insieme con la unità uenia a esser parte del detto. 12. perilche el detto. 12. haueria 5. specie di parti delle quali la prima semplice parte di quello (& d'altri simili) dice questa diffinitione che è la unità laqual unità uenia a esser la duodecima parte di esso 12 e questo è quello che in questa diffinitione se uol inferire.

Diffinitione. 12.

16 *Quando duoi numeri hauerãno una parte commune tante parti se dice esser minore del maggiore, quante uolte la medesima parte serà in lo minore, & tante quante la medesima parte serà in lo maggiore.*

Il Tradottore.

Essempli gratia 18 &. 24. hanno piu parti commune, ma la piu granda (che cosi se debbe intendere) si è il 6. hor dico che (per questa diffinitione) tante parti se dice esser 18. de 24. quante uolte è il 6. nel detto. 18. cioe quante uolte il detto 6. intra, ouer numera il detto 18. (lequale sono 3.) & tante quante il detto 6. serà ouero intrarà nel 24. (lequale sono quattro) per ilche se dirà 18. esser li 3. quarti de 24. & da pratici se depinge in questo modo $\frac{3}{4.}$

17 *La proportione d'uno numero minore a uno numero maggiore se dice in quello che lui è parte, ouer parti del detto maggiore, ma del maggiore al minore se dice in quel secondo che il maggiore contiene esso minore e parte, ouer parti di quello.*

Il Tra-

Il Tradottore.

Quivi l'Auttore ne diffinisce dove se piglia il nome delle proportioni de numeri secondo li duoi modi, che si puol far la comperatione, cioe comperando il numero minore al numero maggior, over comperando il maggior al minor & dice che la proportion d'un numero minore a un numero maggior se dice in quella parte, over parti che il detto numero minore è del maggiore, essempli gratia, la proportione di 6. a 12. se dice esser il mezzo overo la mitade, & perche tal parte se dipinge in questo modo $\frac{1}{2}$ Boetio Severino chiama tal specie di proportione subdupla per esser il numero di sotto la virgula duplo a quel di sopra, & cosi la proportione da 4. a 12. secondo Euclide dirassi esser il terzo, & secondo Boetio, subtripla, et cosi da 3. a 12. secondo Euclide dirassi esser il quarto & secondo Boetio, subquadrupla & cosi discorrendo in le altre specie di parti cioe quelle, che secondo Euclide se dirà esser uno quinto over sesto, over un settimo, over un ottavo, &c. secondo Boetio se dirà sub quincupla, sub sexupla, sub settupla, sub ottupla, & c. similmente la proportione di 8. a 12 secondo Euclide se dirà esser duoi terzi, ma secondo Boetio tal specie di proportione se dirà sub sexquialtera, perche il numero sotto alla virgula cōtien una volta & mezza quel di sopra & cosi la proportione da 9. a 12. secondo Euclide se dirà esser tre quarti & secondo Boetio se dirà sub esquitertia, & cosi quelle secondo Euclide se diran essere $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{6}{7}$ &c. secondo Boetio se diran sub sexquiquarta, sub sexquiquinta, sub sexquisesta et cosi discorrendo in le altre specie de parti, ma quando che la cōperatione se fa di uno numero maggiore a un minore dice l'Auttor che tal proportioni se dice in quello numero secondo ilqual, il numero maggiore contien il minore et parte overo parti di quello, essempli gratia la proportione di 24. a 12. secondo Euclide se dirà esser 2. cioe duoi tali come 12. cioe che il 24. contiene due volte il 12. & secondo Boetio se dirà proportione dupla, & tal specie di proportione secondo Boetio et altri se depinge cosi $\frac{2}{1}$ laqual cosa non vuol dire altro che duoi integri comparati a uno et cosi la proportion di 24. a 8. secōdo Euclide se dirà esser 3. cioe che 24. è tre tali come. 8. overo che 24. contien 3. volte. 8. ma secondo Boetio se dirà tripla, & depingesi cosi $\frac{3}{1}$ & cosi quelle, che secondo Euclide se denominarono da 4. 5. 6. &c. secondo Boetio se diran quadrupla, quincupla, sexupla & cosi discorrendo similmente la proportione di 24. 16. secondo Euclide se dirà esser uno e mezzo, perche il numero maggior contiene il minore una volta & mezza: ma tal proportione secondo Boetio se dirà sexquialtera. & cosi la proportione de. 24. a. 18. secondo Euclide se dirà esser uno & un terzo, & secondo Boetio se dirà sexquitertia et cosi quelle proportioni che secōdo Euclide se denominarono da un & un quarto, da un & un quinto da un & un sesto, secondo Boetio se diranno sexquiquarta sexquiquinta, sexquisesta, & cosi discorrendo & similmente la proportione da 10. a 6 secondo Euclide se dirà esser un e duoi terzi & quella da. 14. a. 8. se dirà esser un e tre quarti ma secōdo Boetio la prima se dirà superbipartiens la seconda supertripartiens & cosi discorrendo in le altre, simile ancora le proportione

tione di. 5. a. 2. secondo Euclide se dirà esser dui e un mezzo & quella di. 10. a. 3. esser tre e un terzo & quella di. 14. a. 3. esser quattro e dui terzi & quella che è da. 23. a. 5. esser quattro è tre quinti la prima dellequal proportioni secondo Boetio se dirà dupla sesquialtera, la seconda tripla sesquiterza la terza quadrupla superbipartiente la quarta quadrupla supertripartiens quintas, & cosi se ua procedendo in le altre parti che longo seria a voler dar essempio a cadauna arei dubito di non esser ripreso per essermi alquanto discostato dal testo. ma il tutto ho fatto accio che sieno intesi tutti li modi & varietade delli vocabuli usitati nel denominare le specie di proportioni de numeri liquali che ben li considera se conformano in sostantia con la diffinitione di Euclide. ideo, &c.

Diffinitione. 14.

18 Quando seranno quanti numeri si voglia, continuamente proportionali la
0 proportione del primo al terzo se dirà si come del primo al secondo duplicata, & al quarto triplicata.

Il Tradottore.

Questa diffinitione è simile alla. 11. & 12. del quinto, ma quella del quinto par lava in genere delle quantità continue, & questa parla in specialità di numeri, e pero lo essempio di quelle se pol accommodar a questa, ma con numeri essempli gratia, siano quattro numeri continuatamente proportionali, & siano in la proportionalità tripla come cinquantaquattro, decdotto, sei. & dui. dice lo auttor che la proportione del primo (che è cinquanta quattro) al terzo che è sei se dirà duplicata a quella che è da. 54. a. 18. & quella che è dal detto. 54. al quarto (cioe al. 2.) dice che se dirà treplicata alla medesima che è da. 54. a. 18. perilche ne manifesta il duplicare & treplicare delle portioni, non esser simile al duplicar, & treplicare de numeri perche di sopra se vede che il doppio de una tripla non se intende essere sesupla, ma una nonupla, & similmente il treppio de una tripla non se intende essere una nonupla anci se intende una uintisettupla come di sopra appare, cioè che la proportione di. 54. a. 2. uintisettupla & è detta il triplo di quella che è da cinquanta quattro a dicdotto d'una tripla. il medesimo si debbe intendere in ogni altra specie di proportionalità continua. & bisogna notare che da questa diffinitione, non solamente se apprende il modo di saper duplicare, & treplicare ogni specie di proportione, ma anchora si caua il modo di sapere sommare insieme due, ouero tre proportioni equale, perche in vero (come dissi sopra la quinta diffinitione) il multiplicare in sostantia non è altro che uno summare di quantità equale.

Diffinitione. 15.

19 Quando seranno continuate medesime, ouero diuerse proportioni, la pro-
0 portione del primo al ultimo se dirà composta di tutte quelle.

Il Tradottore.

Hauendone l'Auttor nella precedente diffinito come si debba intendere il doppio,

pio, ouero il treppio d'ogni specie di proportione (fra numeri) della qual diffinitione (come sopra di quella dissi) se apprende solamente il modo di saper duplicare, ouero treplicare ogni specie di proportione, ouero di sapere sommare insieme solamente o due ouero tre proportioni equale, hor in questa sollertia ne diffinisse nõ solamente come si debba intendere la multiplicità, ouero il multiplicare (di ogni specie di proportioni) generalmente per qual unque numero ne pare, & similmente come si debba intendere il componere, ouer sumare insieme piu proportioni equale, ma anchora di sommare generalmente insieme ogni quantità di proportioni siano equale, ouero, inequale, perche dice che quando seranno continuate simili, ouero diuerse proportion che la proportione del primo al ultimo se debba intendere cõposta di tutte quelle proportioni intermedie, essempli gratia se seranno cinque termini de numeri continui proportionali la proportione del primo al ultimo se dirà quadrupla a quella che serà dal primo al secondo, ouero che la detta proportione del primo al ultimo se dirà essere composito, di tutte quelle intermedie, lequale serãno quatro proportioni, & per esser tutte equale la detta summa uera essere quattro tale quale è dal primo termine al secondo, il medesimo si debbe intẽdere in ogni altro numero de termini, similmente quando le proportioni non fussero equali ma diuersi purche siano continuate l'una consequente driete all'altra: & accio meglio me intẽdi, siano cinque terminĩ de numeri cioe. 24. 16. 8. 2. 3. fra liquali sono cõtinuate. 4. specie di proportioni quella che fra il primo e lo secõdo è sesquialtera (cioe fra 24. e. 16.) & quella che è del secondo al terzo, (cioe la. 16. a. 8.) e dupla & quella che è dal terzo al quarto (cioe da 8. a 2.) è quadrupla e quella che è dal quarto al quinto (cioe da 2. a 3.) è una subsesquialtera, hor dico che la proportione del primo termine al ultimo, cioe da 24. a. 3. (che è una ottupla) se dirà esser cõposta di tutte quelle quattro specie di proportioni intermedie cioe che lei sola se dirà essere tanto quanto e tutte quelle quattro insieme, il medesimo si dirà in piu termini & in altre specie di proportioni e però chi volesse saper che cosa resulti ouer facia una dupla gionta con una tripla quelle siano continuate in tre termini (come si soglia) dapoi tor la proportione del primo al terzo (quale si trouerà esser una sesupla) & tanto dirassi che faccia una dupla gionta con una tripla e cosi farassi in ogni altra specie & quantità di proportioni accadenti in numeri.

Diffinitione. 16.

20 La dominatione d'una proportione d'un numero minore a uno numero
6 maggiore se dirà la parte, ouero parti di esso minore, che sono in el maggiore, ma dal maggiore al minore se dirà il tutto, e la parte ouer parti in che il magiore soprabonda il minore.

Il Tradottore.

In questa l'Auttor ne diffinisse quasi il conuerso della tertiadecima diffinitione perche in quella dice che la pportione d'un numero minore a uno numero maggiore se dice in quella parte, ouero parti che il minore è del maggiore, et quivi dice il conuerso,

conuerso, cioe che la denominatione d'una proportione d'un numero minore a un numero maggior se dirà la parte ouer parti che esso minore del maggiore, esempli gratia la denominatione della proportione che è da dodeci a vinti quattro è vn mezzo e da sei a deciotto e un terzo e da deciotto a vintisette è dui terzi e da dodeci a sedeci e tre quarti & così discorrendo in tutti li altri ma la denominatione della proportione del vintiquatro a dodeci (cioe del maggiore al minore) è dui & da deciotto a sei tre & da vinti sette a decidotto è vno mezzo & da sedeci a .12. è un è un terzo e da vinti a quattro è cinque e tre quarti & così discorrendo laquale denominatione si trouano tutte partendo lo antecedente per il consequente, cioe che l'aduenimento di tai partiri sempre sera la denominatione di quella tal proportione.

Diffinitione .17.

21/0 Le proportione che hanno vna medesima denomination, se dicono simile, ouer vna, ouer quella medesima, & quelle che l'hanno maggior si dicono maggiore, & minore quelle che l'hanno minore.

Il Tradottore.

Esempli gratia la proportione che è da deciotto a vintiquattro se dirà esser simile ouer quella istessa che e da sei a otto perche hanno una medesima denominatione che è tre quarti similmente quella che è da quarantaquatro, a dodeci se dirà esser una ouero simile, ouero quella istessa che è da vinti dui a sei perche hanno medesima denominatione laquale è tre & dui terzi, ma le proportione che è da noue a dodeci se dirà maggiore di quella che è da sedeci a vintiquattro per esser la denomination da noue a dodeci (laquale è tre quarti) maggior di quella che e da .16. a .24. (laqual e dui terzi) & similmente la proportione de. 27. a .4. se dirà esser maggior di quella che e da .22. a .5. perche la denominatione di quella che e da 27. a .4. (laqual e sei tre quarti) e maggiore di quella che e da 22. a .5. (laquale è quattro e dui quinti) & e conuerso.

Diffinitione .18.

22/21 Ma li numeri che la proportione de quelli è vna sono detti proportionali.

Il tradottore.

Esempli gratia per essere la proportione di .9. a .3. simile a quella che è de. 12. a .4. (per le ragioni dette nella precedente) li detti quattro numeri se diranno proportionali, il medesimo si deue intendere in altre specie di proportioni simile.

Diffinitione. 19.

23/0 Quelli numeri se dicono termini, ouer radice de vna proportione, alli quali è impossibile essere tolti minori in quella medesima proportione.

Il Tradottore.

Esempli gratia, quelli duoi numeri 3. e. 2. se diranno termini, ouer radici della proportione sesquialtera per esser impossibile a poterne trouare duoi altri minor de quelli in la medema proportione sesquialtera, vero è che de maggiori se ne puol trouar infiniti in tal proportione come. 6. e. 4. 9. e. 6. & cosi discorendo in infinito, et se dicono termine, ouer radici di detta proportione sesquialtera per esser in quelli duoi il principio di tal proportione et da quelli (duoi tutti li altri di tal proportione) deriuano il medesimo si debbe intendere in le altre specie di proportioni.

Diffinitione. 20.

$\frac{5}{12}$ *Numero primo, se dice quello che dalla sola vnità è misurato.*

Il Tradottore.

Si come. 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. & infiniti altri simili liquali sono misurati ouer numerati solamente dalla vnitade è per questo cadauno di loro è detto numero primo.

Diffinitione. 21.

$\frac{6}{14}$ *Numero composito se dice quello, che dall'altro numero è misurato.*

Il Tradottore.

Si come. 15. ilquale per esser misurato dal 5. ouer dal 3. se dice numero composito perche il uien a esser composito da tre numeri quinari, ouero da cinque numeri ternari, et cosi si deue intendere ogni altro numero che sia numerato, ouer misurato da qual si voglia altro da lui diuerso, dico diuerso perche ogni numero è misurato da se medesimo, ouero da uno equale a se medesimo cioe il sette e misurato dal sette una uolta & similmente il. 13. & da 13. & niente dimeno ciascun di loro è numero primo e non composito.

Diffinitione. 22.

$\frac{7}{13}$ *Numeri contra se primi, se dicono quelli che da niun numero, eccetto dalla sola vnità, sono numerati.*

Il Tradottore.

Esempli gratia considerato. 25. secondo se è numero composito (per la precedente) & similmente 9. ma comparati quelli duoi numeri insieme se diranno contra se primi, perche da niun numero son communamente misurati eccetto che della unitade, cioe che'l non si troua alcuno numero che li misuri ambiduoi. le ben il uero che il ternario numera il 9. ma quello non numera poi il 25. et similmente il quinario misura il 25. ma non misura poi il 9. onde questi duoi numeri cioe. 25. e. 9. et

altri

altri simili che nõ hanno alcun numero che gli sia communa misura, eccetto che la unitade se dicono contra se primi.

Diffinitione. 23.

8 Numeri fra loro composti, ouero communicanti, se dicono quegli liquali
15 altro numero, che la unità li misura, cioe che niun de quegli ba l'altro primo

Il Tradottore.

Essempli gratia 27. e. 15 perche il numero ternario (cioe il 3) numera, ouero misura cadaun de loro se diranno numeri fra lor composti, ouer communicanti, cioe che niun di loro è primo all'altro (per la precedente diffinitione), il medesimo si de ue intendere in tutti li altri che non son contra se primi.

Il Tradottore.

Nanti che procedamo piu oltra bisogna notare (come disse anchora in el principio del primo libro) qualmente, li primi principij di cadauna scientia, non se conoscono per demostrationi, ne alcuna scientia è tenuta a prouare li suoi primi principij, perche bisognaria procedere in infinito, ma quelli tai primi principij communamente si conoscono per intelletto ouer per i sensi perilche sono supposti in tal scientia, & con quelli se dimostra & sallenta tutta la scientia, dico adunque che li primi principij di questa scientia, ouer disciplina de numeri, (detta arithmetica) sono quatordeci delli quali quattro sono suoi proprij, cioe che si conuengono solamente a essa arithmetica, & dieci sono communi cioe che si conuengono a diuerse altre scientie, & perche la intentione di l'Auttore è di volere dispatare questa scientia arithmetica, & quella sallentare con demostrationi, onde per procedere rettamente, e schiffare oppositione & litigi primamente lui adimanda, che gli sia concessi li detti suoi proprij principij, liquali (come detto) sono quattro come nel processo si uedra & per questo se chiamano petitioni, ma li altri dieci per esser cose commune & concessi in altre scientie, se chiamano commune conceptioni del animo, ouero commune sententie come appare in fine delle quattro petitioni.

Petitione prima.

1 Adimandamo che ne sia concesso di poter tore, ouer pigliare quanti nu-
0 meri ne pare equali ouer multiplici a qual numero si uoglia.

Il Tradottore.

Essempli gratia se fusse un numero dato poniamo. 16. & che per qualche nostro negotio che bisognasse tore, ouer assignare uno altro numero, equale, ouer doppio, ouer treppio, ouer quatruplo a esso. 16. ouer in qual si uoglia altra multiplicita, l'Auttore adimanda che gli sia concesso di potersi fare tal cosa perche che negasse tal atto il non seria possibile a demostrarlo con ragioni demostratiue, ma perche di questo lo intelletto nostro non puol dubitare in cosa alcuna, per essere vna cosa notissima al senso, & alla esperientia, tale petitione non si puo negare.

Petitione. 2.

$\frac{2}{o}$ Anchora adimandiamo che ne sia concesso di poter pigliare vn numero maggiore quanto ne pare, di qual si voglia numero.

Il Tradottore.

Esempli gratia se'l fusse uno numero dato (ouer proposto) poniamo 24 & che'l ne occoresse per qualche nostro negotio a douerne tore uno altro maggiore di lui in una ouero due, ouer piu unità l'Autor similmente adimanda che tal cosa gli sia concessa, laqual per esser al intelletto euidente non si de negare.

Petitione. 3.

$\frac{3}{o}$ Similmente adimandiamo che ne sia concesso di poter proceder in infinito l'ordine de numeri.

Il Tradottore.

Li ordini de numeri sono infiniti delli quali uno solo (dall'Auttore è detto naturale) & questo è quello che fu diffinito in la terza diffinitione, cioe quello che li termini si uano eccedendo per una unità, come 1.2.3.4. &c. delli altri alcuni se vanno eccedendo per 2. come. 1.3.5.7. & cosi procedendo in infinito, alcuni per. 3. come 1.4.7.10. alcuni per 4. come 1.5.9.13. alcuni per. 5. alcuni per 6. alcuni per 7. & cosi discorrendo per ogni qualità di numero, alcuni altri si uano argumentando in qualche specie di multiplicità come in dupla, ouer tripla, ouer in qualunque altra, l'Auttor adonque adimanda che gli sia concesso di poter procedere, cioe cressere, ouer allógare l'ordine de numeri in infinito. & abenche tal cosa se uerifichi in tutti li ordeni detti di sopra, tamen in q̃sta diffinitione si debbe intender del ordine naturale diffinito di sopra in la terza diffinitione, perche dalla concessione di quello tutti li altri si approuano perche tutti deriuano da quello, laqual cosa per esser euidentemente all'intelletto non si po negare.

Petitione. 4.

$\frac{4}{o}$ Anchora se adimanda che sia concesse niuno numero poter esser diminuito in infinito.

Il Tradottore.

Qui il'Autor dimanda che gli sia concesso chi niuno numero (per grando che'l sia) poterse diminuire in infinito, perche in vero chi andasse continuamente cauandone solamente vna vnità finalmente se peruenerà alla vnità, la-

tà, la-te, laqual cauendola ancioratei sera distrutto, ouer anichilato quel tal numero talmente che piu non se potrà seguire tal diminutione, & se tal atto è terminato, diminuendo solamente per vnita molto piu presto tal atto se terminarà diminuendo per qualche numero & però tal positione non è da negare.

Le commune conceptioni dell'animo sono.10.

Prima.

1/0 Ogni parte è minore del suo tutto.

Il Tradottore.

Questa è simile alla vltima conceptione, del primo, ma quella del primo parla in genere, cioe in ogni specie di quantità, ma questa parla in specialità del numero, cioe che tolta una parte di qual si voglia numero, o sia granda ouer picola se suppone che la sia minore del suo tutto, cioe del total numero doue fu tolta, ouer assignata, & questa è concessa per commune sententia.

Seconda.

2/0 Tutti que li numeri che seranno equalmente multiplici a vno medesmo numero, ouero a numeri equali, quelli medesmi seranno anchora fra loro equali.

Il Tradottore.

Questa da se è euidente & è quasi simile alla sesta concettione del primo, cioe che tutti quelli numeri che seranno equalmente doppij, ouer treppi ouer quatrupli a un medemo numero (poniamo al quinario) (cioe al. 5.) ouero a numeri equali (poniamo a piu quinarij, cioe cadauno al suo relatiuo) egli è manifesto che quelli seranno fra loro equali.

Terza.

3/0 Tutti quelli numeri alli quali, vno medesmo numero sera equalmente multiplice, ouer che li multiplici tolti equalmente a cadaun di quali seranno equali, essi numeri seranno anchora equali.

Il Tradottore.

Esempli gratia se'l fusse dui, ouer piu termini de numeri, & che se'l dimostrasse, che vn medemo numero (poniamo. 24.) fusse doppio a cadauno de detti dui ouer piu termini egli è manifesto che li detti termini seriano fra loro equali per che cadauno de loro seria a esser 12. il medesimo se debbe intender quando, che il detto 24 fusse equalmente treppio, ouer quadruplo, ouer in qual si voglia altra multiplicita, a cadauno de loro, similmente quando che'l fusse dui, ouer piu termini de numeri, & che li multiplici tolti equalmente a cadauno di essi ter-meri fussero equali (poniamo che cadauno fusse vintiquattro) se cosa manifesta, che quelli tali numeri seranno fra loro equali.

Quarta.

$\frac{4}{0}$ La vnità è parte di ogni numero, denominata da quel medesimo.

Il Tradottore.

Essempli gratia la vnità è parte de 2. & è denominata da esso. 2. (per la nona diffinitione) & tal parte se dice meza, ouer la mità $\frac{1}{2}$ alcuni la chiamano vna seconda, ouer secondo & descriuesi in questa forma $\frac{1}{2}$ & il numero che è sotto alla virgula (cioè il 2.) se dice denominatore per esser quello (com'è detto) che denomina la parte cioe quella vnita posta sopra la virgula, laquale se dice numerator, similmente la detta vnità è parte di. 3. et denominata $\frac{1}{3}$ da esso. 3. et chiamasse parte terza, ouer vn terzo, & descriuesi in questo modo $\frac{1}{3}$ & per simil modo la viene a esser parte di ogni altro numero, & denominata de essi medesimi, et tutte se descriueno secondo l'ordine detto, cioe ponendo la detta vnità sopra virgula, & quel tal numero sotto in questo modo. $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{7}\ \frac{1}{8}$ & cosi discorrendo.

Quinta.

$\frac{5}{0}$ Quella parte è minore, laquale ha maggiore denominatione, & maggiore quella che la ha minore.

Il Tradottore.

Essempli gratia un quarto è minore d'un terzo per esser la denominatione de un quarto (quale è quattro) maggiore della denominatione de un terzo (quale è. 3) & per le medesime ragioni un quinto è minor de un quarto è un sesto de uno quinto & è conuerso.

Sesta.

$\frac{9}{8}$ Qual si voglia numero tal è dalla vnità, qual parte è la vnità di quel medesimo.

Il Tradottore.

Cioe che ogni numero in tal numero lui è multiplice della vnità, in qual la vnità è denominata parte di quel medesimo, essempli gratia il 2. in comparatione della vnità se dirà doppio la qual multiplicità è denominata da 2. in el qual 2 medesimamente è denominata la parte che la detta vnità è del detto 2. & da qui se manifesta che ogni numero è detto dalla vnità cioè dal numero che denomina la multiplicità in che lui è in comparatione della vnità, il qual è esso medesimo numero, perche esso medesimo è quello che denomina la parte, che è la vnità di lui come è detto in la nona diffinitione.

Settima.

7 *Qualunque numero che sia duto in la unità produce se medemo ancora*
o *la unità dutta in qual si voglia numero produce quel medemo.*

Il traduttore.

Esempli gratia moltiplicando. 2. fia la unità (per commune sententia) farà esso. 2. & cosi 3. fia 1. produrà esso. 3 & cosi 4. fia 1 farà esso 4. & cosi discorrendo in ogni altro numero, Anchora la unità moltiplicata fia. 2. farà pur il medesimo. 2 & cosi 1 fia. 3. farà quel medesimo 3. & cosi fia. 4. farà 4 & cosi discorendo in ogni altro numero.

Ottava.

8 *Qualunque numero che numeri, duoi numeri numera anchora el compo*
o *sto de quegli.*

Il Traduttore.

In questa ottaua diffinitione el se suppone che cadauno numero che numerì duoi numeri che quelli numeri anchora il composito, ouer la summa de ambiduoi quelli insieme, & di questo la esperientia ne certifica lo intelletto, perche se il. 3. numera il. 9. & anchora il. 12. sensibilmente vedemo che il medesimo. 3. numera il composito, ouer la summa di. 9. &. 12. qual è 21 il medesimo si trouerà in tutti li altri.

Nona.

Qualunque numero che numera alcun numero, numera anchora ogni numero numerato da quello.

Il Traduttore.

Esempli gratia se uno numero (poniamo. 3.) numera alcun numero (poniamo. 9. & che quel numero numerato (cioe 9.) numeri un altro numero (poniamo 36.) per commune openione dice che il detto 3. numera anchora il detto trenta sei laqual cosa per la settima diffinitione euidentemente appare, il medesimo se trouerà seguire in tutti li altri simili.

Decima, & ultima.

Qualunque numero, che numeri, il tutto, anchora detratto numera il residuo.

Il Traduttore.

Esempli gratia, se uno numero (poniamo. 7.) numera qualche numero (poniamo. 35.) sotratto il detto numero (cioe. 7.) dal detto numero numerato, (cioe da 35.) uol che per commune sententia il detto numero (cioe 7.) numeri anchora il rimanente, ilqual rimanente, seria a esser 28. laqual cosa (per la settima diffinitione) sensibilmente se manifesta.

Theorema primo. Propositione prima.

Se dal maggiore di duoi numeri inequali sia detratto il minore per fin atanto che rimanga men di lui, & depoi, detratto quel residuo da numero minore per fin a tanto che rimanga men di lui, & similmente detratto il residuo secondo del residuo primo pur per fin a tanto che resti men di lui, & che dalla continua detrattione fatta in tal modo, sia che'l non se troui alcun residuo che numeri lo ante residuo per fin alla unità quelli duoi numeri e necessario esser contra se primi.

Siano li duoi numeri inequali.a b & .c.d. & sia il c.d. minore & sia detratto il c.d. dal.a.b. quante uolte tu puoi, & sia lo residuo.e b. ilquale residuo serà minore del.c.d. (altramente el se potria anchora detrahere) & sia detratto esso.e.b. dal.c.d. quante uolte tu poi, & sia il residuo, f.d. & sia detratto lo.f.d. dal.e.b. quante uolte tu puoi & sia lo residuo.g.b. ilqual sia la unità, hor dico li detti duoi numeri

a.b. & .c.d. esser contra se primi, perche se possibil è (per l'aduersario) che siano composti, alcun numero oltra la unità numerarà communamente ambidui (per la uigesima prima diffinitione ilqual ponianio che sia, h. hor perche h. numera il.c.d. (per la penultima concettione) numerarà anchora lo, a, e, & perche el medesimo h. numera tutto lo.a.b. (per la ultima concettione) numerarà anchora lo, e, b, adonque (per la penultima) numerarà lo, c, f, per laqual cosa (per la ultima numerarà lo.f.d. adonque (per la penultima) numerarà anchora lo.g.e. & (per la ultima) numerarà lo.g.b. & perche lo g.b. e la unità seguiraria il numero esser parte della unità, ouer a quella equale laqual cosa è impossibile, adonque li duoi numeri.a.b. & .c.d. sirano contra se primi che è il proposito

Ma se li duoi numeri.a.b. & .c.d. siano contra se primi il non si trouerà stato, ouer riposo in questa mentata detrattione auanti che si peruenga alla unità & questa e il conuerso di quello che l'Auttor propone, & se in questa mentuta detrattione, (per l'aduersario) sera stato, ouer riposo, auanti che si peruenga alla unità, sia che, g.b. sia numero ilquale sia detratto dal.f.d. & niente sia il residuo adonque il.g.b. numera.f.d. adonque (per la penultima concettione) numera anchora.e.g. & perche anchora numera se medesimo. per la antepenultima concettione, numerarà tutto lo, e, b, adonque (per la penultima, numera lo, c, f, per auanti è stà dimostrato che numera lo, f.d. adonque (per la auantisse penultima) numerarà tutto lo c.d. per laqual cosa (per la penultima) numera lo, a, e. & perche fu dimostrato lo prima che anchora numeraua lo.e.b. seguita (per la auanti alla penultima) che anchora numeri, a, b, adonque perche il numero, g.b. numera l'uno & l'altro di duoi

numeri

numeri a.b. & c.d. li dui numeri a. b. & c. d. sono composti, adunque non sono contra se primi. laqual cosa è contra il presupposito. adunque per questa via proposti qualunque dui numeri hauer sapremo se quelli sono contra se primi ouer composti, che fatta la mutua detrattione de l'un de l'altro, se si peruiene alla unità quelli sono contra se primi ma essendo stato, ouer ripossa auanti che se peruenga alla unità quelli sono composti.

Problema. 1. Propositione. 2.

2/2 Proposti dui numeri fra loro composti, possiamo trouare il maggiore numero che numera communamente quelli.

Siano li dui numeri fra loro composti a.b. & c.d. sia c.d. minore, adunque alcun numero, per la diffinitione, numera communamente, quelli voglio trouare il massimo numero che numera communamente quelli, secondo il modo & similitudine della precedente, mi auiso, ouer detrazo il minore dal maggiore per fina a tanto che posso, cioe il c.d. dal a.b. & sia il residuo e. b. & similmente lo e.b. dal c.d. per fina a tanto che posso & sia il residuo lo. f.d. & perche la diminutione di questo non pol esser fatta in infinito, per la ultima petitione, anchora in il proposito il non si pol peruenire alla unità per la precedente, perche all'hora li dui proposti numeri sariano contra se primi laqual cosa seria contra il presupposito, sia adunque che quando hauerò detratto lo f.d. dal e. b. per fina che poterò

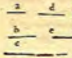
che il residuo sia niente, hor dico il numero f.d. esser il maggiore che numeri communamente li dui proposti numeri a.b. & c.d. la causa che lui li numeri è manifesta, per la penultima et antepenultima concettione repetita, hor l'una hor l'altra quante volte bisogna, si come in la demonstratione del conuerso della precedente (perche lo f.d. numera lo e.b. perche quando che lui fu detratto da quello per fina a tanto che se posse non ui fu fatto niente di residuo, adunque, per la penultima concettione, numera & c.f. adunque, per la antepenultima, & c.d. per laqual cosa per la penultima, numera & a.e. adunque, per l'antepenultima, & a. b. ma che alcun maggiore del f.d. numeri a.b. & c.d. così è manifesto, perche se questo potesse esser sia, per l'aduersario, sia il numero. g. maggiore del f.d. ilqual numeri l'uno e l'altro di dui numeri a.b & c.d. perche adunque g. numera c.d. numerarà, per la penultima concettione, a.e. & perche numera. a.b. numerarà, per la ultima, e.b. adunque, per la penultima, numera c.f. & perche etiam numera, c.d. numerarà, per la ultima f.d. cioe il maggiore numerarà il minore, laqual cosa è impossibile.

Correlario.

Da questo è manifesto, che ogni numero che numeri dui numeri numera anchora il massimo numero, numerante ambidui quelli.

Il Tradottore.

Per intelligentia di questo correlario bisogna notare qualmente che il si trouano molte volte d'uoi numeri fra loro compositi che sono numerati da piu numeri (uno maggior dell'altro) come essempli gratia se l'a.b. fusse. 150. et lo c.d. 90. questi dui tali sono numerati (cioe partiti senza alcun sopravanzo) communemente da. 2. da 3. da. 5. da. 6. e da molti altri tamen investigando per lo modo dato di sopra si trouarà che il primo residuo, cioe. e.b. serà 60. & lo secondo cioe. f.d. serà. 30. ilqual. 30. subtratto dal. e.b. fin che si pol il residuo serà nulla, onde il detto, 30. verra a esser il massimo (per le ragion assignate) che numeri communemente li detti dui numeri a.b. & c.d. ma supponendo che il. g. numeri anchora lui communemente li detti dui numeri. a.b. et. c.d. (cioe che lui sia l'uno delli lati detti di sopra) ponissemo. 3. per le argomentatione fatte di sopra il si manifesta qualmente il detto. g. a fortiore numera l f.d. cioe il medesimo & questo è quello che nel correlario si vol inferire.



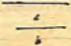
Probleme. 2. Propositione. 3.

3 Proposti tre numeri fra lor compositi potemo ritrouare
3 il massimo di numeri che numerano communemente quelli.

Auanti che dimostramo quella terza conclusione hauemo pensato di dimostrare una antecedente di essa cõclusione cioe qualmente, proposti tre numeri potemo certificarse se essi siano fra lor compositi, E per tanto siano li tre numeri. a. b. c. di quali voglio vedere se essi sono fra lor compositi, ouer non (per la prima adonque investigo se li dui primi liquali sono. a & b. sono fra lor primi laqual cosa essendo cosi non seranno. a. b. c. fra loro cõpositi (per la diffinitione) ma se. a. & b. sono fra loro compositi, siano (per la precedente). d. il massimo numero numerante quelli. ilqual se'l numera. c. seranno. a. b. c. (per la diffinitione) fra loro compositi, ma se quello non lo numera, ma essi. c. & d. siano contra se primi non seranno. a. b. c. fra loro compositi, perche qualunque numero ilquale numerarà quelli numerarà anchora il d. (per il correlario de la precedente) & cosi. d. & . c. seriano compositi, laqual cosa seria contra al presupposito, ma se. c. & d. sono compositi seranno etiam a. b. c. fra lor compositi, perche essendo per la precedente. e. il massimo numerante, c. & d. ilquale etiam (per la penultima concettione) numerarà. a. & b. per laqual cosa (per la diffinitione. a b c sono fra loro cõpositi anchora per simil modo il se saperà de quanti si voglia piu di tre) se tutti siano fra lor cõpositi. (E per tanto a tre proposti numeri che siano fra loro cõpositi) liquali etiam siano. a. b. c. voglio trouare il massimo numero ilqual li numeri tutti piglio per la dottrina della precedente d. massimo numerãte. a. & b. ilqual se'l numera. c esso è quello che cercamo altramente per il correlario della precedente, segueria il maggiore numerare il minore, Ma se'l non numera. c. tamen seranno. c. & d. fra lor compositi per il presupposito, & correlario della precedente, & per la diffinitione, sia adonque il massimo numerante quelli. e. dico. e. esser il massimo numerãte. a. b. c. la causa perche il nu-ouer di quelli è manifesta, per questo ultimo presupposito, il quale è esso, esser il massimo numerante, c, & d, & per la penultima concettione, ma la causa che non sia maggiore di quello numeri quelli cosi è manifesta perche se questo fusse possibile, per l'aduersario, sia, f, maggior de, e, il qual numeri, a, b, c, il qual concosia che'l numeri, a, & b, numerarà per il corellario della precedente, d, & perche ancora il numerare, e, numerarà, per il medesimo correllario, e, cioe il maggiore numeraria il menore laqual cosa è impossibile, adonque non serà alcun numero maggior de, e, numerante, a, b, c, che è il proposito, anchora per facil modo si pol inuestigare el massimo numero numerante quanti si uoglia numeri piu di tre (fra loro composti) onde il non fu de bisogno a Euclide insegnare questo in piu di tre perche il modo & arte in tre è il medesimo in piu di tre, & dal ultimo processo di questa demostratione, puotemo anchora aggiongere a questa terza conclusione questo Correlario, onde è manifesto che ogni numero numerante quanti si uoglia numeri fra loro composti, numera il massimo numerante tutti quelli, & etiam li massimi numeranti li dui, & dui di quelli.

Theorema .2. Propositione .4.

4 El minore de ogni dui numeri inequali, ouer che eglie parte, ouero
4 parti del maggiore.



Siano dui numeri, a, & b, minor b, dico che, b, e parte, ouer parti del, a, perche ouer che, b, numera, a ouer nõ, se'l lo numera eglie parte di quello (per la diffinitione) se'l nõ numera quello adonque, ouer che sono fra lor primi ouero non, se non fra lor primi, haueremo (per la diffinitione) una parte commune laquale quante volte la serà in, b, tante parti serà detto esser il, b, del, a, (per la duodecima diffinitione) ma essendo fra loro primi niente dimeno perche la unità è parte de ogni numero da esso denominata (per la quarta concettione) è manifesto il medesimo per la unità.

Theorema .3. Propositione .5.

5 Se seranno quattro numeri di quali il primo sia tal parte del secondo,
5 quale è il terzo del quarto, seranno il primo, & terzo tolti insieme tal parte del secondo e quarto tolti insieme qual è il primo del secondo.

Volendo Euclide demostrare qualmente questi libri de numeri nõ hauere de bisogno de alcuni delli precedenti, Ma per se medesimi stare parte di quello che propose in la prima del quinto delle quantità in genere, propone in questa quinta del settimo de numeri, Siano adonque li quattro numeri, a, b, c, d, & sia, b, tal parte de, a, quale, d, del c, dico che, b, & d, tolti insieme sono tal parte de, a, & c, tolti insieme quale è le è il .b. del .a. perche diuisi .a. & .c. secondo le quantità de .b. & .d. & argomentando come in la prima del quinto, perche serà che tante son le parte del .a. quante quelle del .c. per la propositione, et che lo aggregato della prima parte de .a. et della prima del .c. sia equale allo aggregato del .b. & .d. similmente anchora lo aggregato della seconda parte del .a. & della seconda del .c. & perche quella aggregatione tante volte se puol fare quante volte vien contenuto il .b. in .a. seguita che il numero equale allo aggregato del .b. et .d. tante volte sia contenuto in lo aggregato de .a. & .c. quante volte .b. viene contenuto in .a. per laqual cosa è manifesto il proposito.

Theorema .4. Propositione .6.

6/6 *Se seranno quatro numeri di quali il primo sia tal parti del secondo quale è il terzo del quarto, il primo è il terzo tolti insieme seranno tal parti del secondo, & quarto tolti insieme quale è il primo del secondo.*

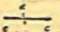
Quello che propose la precedente de una parte, questa propone di piu parti. E pertanto siano come prima li quattro numeri .a. b. c. d. & sia che .b. sia tal parti de .a. quante & quale è il .d. del .c. dico che .b. & .d. tolti insieme seranno tante & tale parti de .a. & .c. tolti insieme quante & quale è il .b. del .a. & dico tante & tale perche la pluralità delle parti vien dissinita da doi numeri di quali l'uno è detto numeratore, et l'altro denominatore come quando dicemo tre quinti. il ternario numera, e il quinario denomina perche adonque .b. e parti del .a. sia che siano le parte de quello numerate dal .h. et denominate dal .k. et similmente (per la positione) serà il .d. parti del .c. numerate dal .h. et denominate dal .k. e per tanto una delle parti del .b. sia .e. et una delle parti del .d. sia .f. (& per il presupposito) .e. serà parte del .b. denominata dal .h. et parte del .a. denominata dal .k. similmente anchora & .f. sera parte del .d. secondo .h. et parte del .c. secondo .k. adonque il composito de .e. & .f. sia .g. & (per la premessa) .g. sera parte del .b. & .d. tolti insieme secondo .h. et anchora (per la medesima) serà parte de .a. & .c. tolti insieme secondo .k. per laqual cosa (per la duodecima di sui tione) .b. & .d. tolti insieme seranno parti de .a. & .c. tolti insieme numerate dal .h. & denominate dal .k. imperoche il .g. è parte comune de quelli, cel minore secondo .h. & del maggiore secondo .k. e perche cosi è il .b. del .a. è manifesto il proposito.

Theorema .5. Propositione .7.

7/7 *Se seranno duoi numeri di quali uno sia parte de l'altro & sia detrata da tutti duoi la medesima parte tal parte serà il remanente, al remanente quale è il tutto del tutto.*

Quel

Qualche già propone Euclide de numeri, fu proposto, de sopra in, la quinta del quinto delle quantità in genere, & pero sia che qual parte è tutto il numero a, de tutto il numero b tal sia la parte c, (detratta dal a.) alla parte d, (detratta dal. b.) dico che tal parte serà, e, (residuo de a,) del f. (residuo del b,) qual è tutto il numero a, di tutto il numero b (& questa è quasi il converso della quinta) & per dimostrare questo sia (per la prima petitione) e tal parte de g, qual è il c, del d, & (per la quinta tal parte serà a, del composto de g, & d. quale è il c, del d, per laqualcosa & quale è, a, del b, adonque (per la seconda concettione) il composito d, g, & d, è equale al b, leuando via da l'uno, & dall'altro il d, serà g, equal al, f, per laqual cosa tal parte serà e, del f, qual è a. del. b. perche tal era e, del g, che è il proposito.



Il Tradottore.

Questa settima propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

Se uno numero serà tal parte d'un altro, qual serà una parte tolta dall'uno a una parte tolta dall'altro, il residuo di l'uno serà tal parte del residuo di l'altro qual e il tutto del tutto, laqual differentia è come quella della quinta del quinto. Ma in questa la espositione non se accorda cō il testo della prima tradottione di sopra posto anci se accorda cō il testo della secōda quinā di sopra posto, perche il si suppone in detta espositione, che qual parte è tutto il numero. a. de tutto il numero. b tal sia la parte. c. (detratta dal. a.) alla parte d. (detratta dal. b.) & conclude che il residuo. e. al residuo, f, serà tal parte, qual e tutto il numero. a. de tutto il numero. b. si come propone la detta seconda tradottione, anchora bisogna notare che la parte c, in respetto del numero a. & la parte d, in rispetto del numero b. si intende largo modo cioe aliquota o non aliquota.

Theorema. 6. Propositione. 8.

$\frac{2}{3}$ Se da dui numeri, di quali l'uno sia parti dell'altro, siano sotratte quelle proposte parti, il rimanente del rimanente, serà quelle medesime parti, che è il tutto del tutto.

Questa è quasi il converso della sesta, come essempli gratia sel fuse che quante, & quale parti e tutto, a. di tutto il. b tante & tale sia il c, (detratto dal a.) del d. (detratto dal. b.) dico che lo, e, (residuo del a,) serà tante, & tale parti del f, (residuo del b.) quante & qual è lo a, del b, e per dimostrar questo sia g, una delle parti del a, & h, una delle parti del c, & (per il presupposito g, serà tal parte del a. qual e, h, del c, & tale del b, quale e h, del d, adonque sia detrat

lo, b.

ta.h.del.g.& rimanga.K.& k.(per la precedente) serà tale parte del.e.quale.h.g. del.a.& tale del.f.(per la medesima) quale.k.g.del.b. adonque perche.e.& f. hanno una parte commune laquale è.k.(per la duodecima diffinitione) e.serà tante parte del.f.qual parte è K.del.e.& tale quale è.k.del.f.& perche tante & tale era.a.del.b.è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

El testo di questa soprascritta propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

Se uno numero serà tal parti d'un altro, qual sia una portione tolta da l'uno di una portione tolta dall'altro, lo rimanente del rimanente serà le medesime parti quale è il tutto del tutto. Et questo è molto concordante con la soprascritta argumentatione.

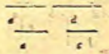
Il tradottore.

Anchora bisogna notare (per intelligentia della soprascritta argumentatione) che se lo numero.a.fusse li cinque sesti del.b.& similmente la parte.e.della parte.d.il numero.g.veria a esser un quinto del.a.& un sesto del.b.& similmente.h.veria a esser pur un quinto del.e.& un sesto del.d.onde (per la precedente,) k.veria a esser similmente un quinto del.e.& un sesto del.f.si come.g.del.a.& del.b.onde il detto.e.(per la duodecima diffinitione) veria a esser tante parti del.f.quante volte che.k.numera.e.(che sono cinque) de tale quante il detto.K.numera.f.(che sono sei) cioe cinque sesti che è il proposito.

Theorema.7. Propositione.9.

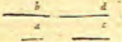
9/9 *Se seranno quattro numeri di quali il primo sia tal parte del secondo, quale è il terzo del quarto, permutatamente serà tal parte, ouero parti il primo del terzo qual parte, ouer parti è il secondo del quarto.*

Sia.a.primo tal parte del.b.secondo quale è il.c.terzo del.d.quarto.e sia.a.& b.minori del.c.& d.perche essendo altramente seria il contrario di quello che se propone.dico che qual parte, ouer parti, è.a.del.c.tal ouer tale è il.b.del.d.perche essendo diviso.b.secondo la quantità de.a.& d.secondo.c.(& per lo presente presupposito) tante parti seranno quelle del b.quante quelle del.d.& perche ciascaduna delle parti del.b.è equale al.a.& ciascaduna del.d.al.c.& a.e parte, ouero parti del.c.(per lo presente presupposito.& per la quarta) serà ciascaduna delle parti del.b.della sua comparata delle parti del.d.(come la prima della prima, la seconda della seconda, & cosi de tutte le altre) tal parte, ouer parti, quale ouero quale è.a.del.c.adonque (per la quinta, ouer sesta sotto la dissuntione repetita quante volte bisognerà) serà tal parte ouer parti, b.del.d.quale ouer quale è.a.del.c.che è il proposito.



Theorema .8. Propositione .10.

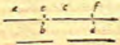
10/10 *Se seranno quattro numeri, il primo di quali sia tal parti del secondo, quale è il terzo del quarto, sera permutatamente il primo tal parte, ouero parti del terzo, quale, ouero quale è il secondo del quarto.*



Siano li quattro numeri come primo, di quali similmente sian minori a. & b. & sia a tal parti del b quale e c. al d, dico che qual parte, ouer parti è, a, del c, tale, ouer tale è il b. del d. perche siando diuise le numere in quelle parte che sono, a, & .c. & (per lo presente presupposito) seranno tante le parti del a quante quelle del c. et perche ciascuna del e parti del a, è tal parte del b. laqual ciascuna delle parti del c, è del d perche questo lo hauemo dal nostro presupposito. Sera permutatamente (per la precedente) che qual parte, ouer parti è. b del d, tal, ouer tale sia ciascaduna delle parti del a, della sua comparata delle parti del c adonque (per la quinta, ouer sesta sotto la disiuntione repetita quante uolte bisognera) serà b tal parte, ouer parti del d. quale, ouer quale è, a, del c, che è il proposito.

Theorema .9. Propositione .11.

11/o *Se seranno quattro numeri proportionali di quali il primo sia maggior del secondo, & il terzo del quarto, il secondo serà tal parte, ouer parti del primo equali, ouer equale è il quarto del terzo, ma se il secondo serà tal parte, ouer parti del primo quale, ouero qual è il quarto del terzo, li quattro numeri conuien esser proportionali.*



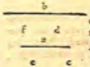
Sia la proportione dal a, al b, si come del c, al, d, et sia maggiori a, et. c, dico che qual parte. ouer parti è, b, della, tale ouer tale è il d, del c, & econuerso perche (per la conuersione della diffinitione delle proportione simili) sera che quante uolte il. b, è in a, tante uolte sia il d, in el c, & se alcuna parte, ouer parti del b, sopra abonda no in a. tal parte, ouer parti del c, soprabondano in el c, è per tanto se l b, sera contenuto in a. senza superfluità de parte, tante uolte senza superfluità sera contento il d, in c, (per la diffinitione delle parte simili) qual parte serà il b. del a. tal serà il d, del c, ma sel b. sia contenuto in a, (quante uolte se uoglia con le superfluità de parte et tante uolte se, conteneuà, il d, in el c, con la superfluità de simel parte, di uiso, c, secondo b, accioche sopra auanci e, & c secondo d, accio che sopra auanzi. f, se rà tal parte e. del b. qual e, f, el d, ma per che tante uolte se contiene il b. in la differentia del, a, al e quante uolte il d, in la differentia del c, al f, serà (per e comuna scientia) tante uolte e. in, a, quante uolte è f, in c, conciosia cosa adonque che a, & b, habbiano e, parte commune & similmente c, & d, habbiano f, c, per tanto,

c, è in,

e ? in.b.tante volte quante e lo.f.in.d.& similmente.e.in.a.tante volte quante.f. in.c.serà (per la duodecima diffinitione) il.b.tante & tale parti del.a. quante & quale serà il.d.del.c.ma si el.b sia contenuto (quante volte si voglia) in.a.con superfluità de quante si voglia parti,anchora tante volte se contenerà il.d.inel.c.con superfluità de tante & simile parti diviso.a.secondo.b. acciochè sopravanci.e. similmente.c.secondo.d.acciochè sopravanci.f.serà.e. tante & tale parti del. b. quante & quale serà.f.del.d.& così tolta una de quelle argumentando come prima, & così è manifesto il primo proposito il secondo se dimostra in questo modo,sia.b.tal parte,over parti del.a.quale,over quale è il.d.del.c. dico che la proportione del.a. al.b.serà si come del.c.al.d.perchè se è tal parte è manifesto il proposito,ma se egli è tale parti divisi quegli secondo quelle parti se manifestarà tante volte essere il.b. in.a.quante volte è il.d.in.c.& tal parte,over parti del.b.sopravanzare in.a.quale over quale del.d.sopravanzano inel.c.& così (per la diffinitione) la proportione del.a.al.b.e si come del.c.al.d. & così è manifesto il tutto.

Theorema.10. Propositione.12.

12/11 Se da duoi numeri,seranno detratti duoi numeri,secondo la proportione de quelli la proportione del rimanente allo rimanente serà si come del tutto al tutto.



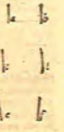
Quello che propose Euclide in la decimanona del quinto delle quantità in genere quel medesimo propone qua de numeri,essempli gratia,sia la proportione del tutto.a.a tutto.b. si come del.c. (detratto del.a.) al.d. (detratto del.b.) dico che del.e.(residuo del.a.) al.f.(residuo del.b.) serà si come del.a.al.b.perchè,se a sia minor de.b.serà (per lo precedente presupposito) & per la conversione della diffinitione) tal parte, over parti.c.del.d.quale,over quale e.a.del.b.(per la settima adonque,overo ottava) serà.e.tal parte,over parti del.f.quale over quale è.a.del.b.adonque) per la diffinitione) serà una medesima proportione che è il proposito,ma se.a.sia maggiore del.b.serà (per la prima parte della precedente) qual parte,overo parti.b.del.a.tale,overo tale serà il.d.del.c.per laqual cosa (per la settima,over ottava) tale,over tale serà.f.del.e.e così (per la seconda parte della precedente) del.e.al.f.serà si come del.a.al.b.per laqual cosa è manifesto il proposito. ma la settima & ottava dano luoco a questa duodecima e perchè questa duodecima sola contiene quanto ambe due quella,ma alcuni vogliono provare la seconda parte di questa per la decimanona del quinto,ma se Euclide intendesse questo, conciosia che lui propona quella particolarmente & quella universalmente demostrata quella in nel quinto,vanamente haveria proposta questa quivi in el 7. e però non debeno dimostrare questa una altra volta per la decimanona del quinto,ne anchora possono adattare il modo della demostratione di quella alla demostratione di questa conciosia che quella se demostra in le quantità cōtinue in genere (per la proportionalità permutata la

quale

quale de fatto se dimostra in numeri, ma io penso, & ragioneuolmente si uede esser stretto. Euclide de usare le argumentationi del dimostrator arithmetico, per causa del decimo libro ilquale, è manifesto non poterse transire senza la cognitione di numeri, e per tanto molte di quelle propositioni che ha dimostrate nel quinto delle quātità in genere, lui le ha uoleste repetere un'altra uolta da esser dimostrate in questo settimo de numeri pche intende de demostrare quelli per altri principij proprij cioe de numeri liquali sono piu noti al intelletto di quelli per liquali fu prouato nel quinto, perche li principij del quinto libro sono piu difficili per la malitia delle quantità incommunicante, & li principij di numeri molto piu oltra se applicano allo intelletto, & piu facili di quelli perche quelli hanno de bisogno de intelletto piu disposto.

Theorema .11. Propositione .13.

13 Se seranno quanti numeri si uoglia proportionali si come serà uno ante-
12 cedente al suo consequente cosi seranno tutti li antecedenti tolti insieme, a tutti li consequenti tolti insieme.



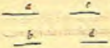
Quello che propone Euclide per la tertia decima del quinto delle quantità in genere per quella propone de numeri, come exempli gratia sian a.b, & c.d, & e.f proportionali dico che la proportione che è del .a. al .b. è quella medesima che è delli. a.c.e, tolti insieme alli b,d,f tolti insieme perche se a,c,e siano minori delli b,d,f (per la conuersione della diffinitione) qual parte, ouer parti sera a, del b, tale ouer tale serà c, d, del, d, & e, del, f, adonque (per la quinta, ouer per la sesta repetita quante uolte bisognarà) qual parte, ouer parti serà, a del, b, tale, ouer tale seranno li a,c,e, tolti insieme delli b,d,f, tolti insieme, per laqual cosa (per la diffinition) la proportion sera una medesima ma se li a,c,e, siano maggiori delli b.d.f. (per la prima parte della undecima) qual parte ouer parti serà il b, del, a, tale, ouer tal il d, del, c, & f. del, e, adonque (per la quinta, ouer sesta repetite quante uolte bisogna) qual parte, ouer parti serà il.b del a.tale ouer tale saran li b.d.f tolti insieme delli a,c,e, tolti insieme, e cosi per la seconda parte della undecima, la proportion del a, al, b, sera si come delli a,c,e, tolti insieme alli b,d,f tolti insieme, che è il proposito.

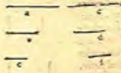
Theorema .12. Propositione .14.

14 Se seranno quatro numeri proportionali, anchora permutatiuamente
13 seranno proportionali.

El modo di arguir il qual, se li e proportional e permutata, laqual ha demostrato. Euclide per la sesta decima del quinto in le quantità in genere in quello luoco

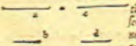
propone da esser demostrato in numeri, come se sia la proportionale del, a, al. b. si come del. c. al. d. permutatamente serà del a, al. c. si come del b al. d. per che lo. a. serà maggiore, ouer minore del, b, similmente anchora & maggiore, ouer minore del, c, sia adũque primamente minore dell'uno et l'altro serà adũque (per lo presente presupposito et per la cõuersione della diffinitione,) lo. a. tal, parte, ouer parti del, b, quale, ouero quale serà lo. c. del. d. adonque per la nona ouero decima lo. a. permutatamente serà tal parte, ouer parti del. c. quala, ouer quale serà il. b, del, d, per laqual cosa (per la diffinitione) la proportione serà vna medesima, sia adonque, a, maggiore dell'uno & dell'altro. & (per la prima parte della vndecima) serà che tal parte, ouer parti che il. b, del, a. tala, ouer tale serà il, d, del, c, (per la nona ouer decima) tal parte, ouer parti serà il, d. del, b, quala, ouer quale serà il c, del, a, adonque per la seconda parte della undecima) serà del, a, al, c, si come del b, al d, terzo sia a. maggiore del. b. minore del, c. & serà per la prima parte della vndecima) tal parte ouer parti il, b, del a, quala ouer quale, serà il d del c. per la qual cosa (per la nona ouer decima) quala ouer quale e la a, del c, tal a ouer tale serà la, b, del c, (per la diffinitione) adonque la proportione è una, vltimamente è anchora sia a. minor del b. & maggior del c, & serà che tal parte ouero parti sia il c, del d, quala, ouero quale è, a, del b, (per la nona) adonque (ouero decima) serà tal parte, ouer parti el d, del b. quala ouero quale il c, del a, per laqual cosa per la seconda parte del vndecima del b, al d, serà si come del a, al c, cosi è manifesto il preposito & a quella cedeno la nona, & la decima perche questa sola propone quello che propone ambedue quelle.





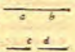
Theorema. 13. Propositione 15.

15/14 Se seranno quanti si voglia numeri, & altri secondo il numero de quelli, & ogni duoi termini deli primi siano secondo la proportione de ogni duoi delli secondi in la proportione della equalità seranno proportionali.

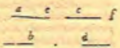


Quel modo di argüir el qual se dice equa proportionalità che di sopra ... Euclide per la vigesima seconda del quinto delle quantità in genere, se propone in questo luoco da demostrar in numeri nella proportionalità diretta, cioè la equa proportionalità

lità laqual demostrerà per la uigesimaterza del quinto delle proportionalità delle quātità indirettamente proportionale ei non propone de dimostrarla in numeri ma quella demostreremo noi qui de sotto sopra la decimanona di questo, ve è necessario che dimostremo in numeri quello che fu dimostrato (per la undecima del quinto delle quantità in genere) cioe se quante si voglia proportione (in numeri) seranno equale a una medesima proportione che sia necessario quelle esser fra loro equale perche questo è manifesto per la diffinitione che se del a, al, c, & dal e, al, f, sia si come del b al d, serà lo numero a, del, c, & lo numero, e, del, f, tal parte, over parti, quale, ouero quale è il b, del. d. over tante uolte lo a, conseguarà il c, & e, lo f, quante uolte il b, conseguarà il, d, & tal parte, over parti del c, sopravanzeranno in, a, & dello f, in, e, quale over quale del, d, in el b, perche adonque qual parte ouero parti è lo, a, del c, tale over tale è lo e del f, ouero quante uolte lo a, contien el, c, tante uolte lo e contien lo f, & qual parte over parti del, c, sopravanzano in a tale over tale del f, sopravanzano in, e, serà (per la diffinitione) del a al c, si come del e, al, f.



Siano adunque (come se propone) li numeri a, b, c, & li altri tanti altri, e, d, f, & sia del a, al b, si come del e, al d, & del b, al c, si come del, d, al, f, dico che in la equa proportionalità serà del a, al c, si come del e, al, f, perche (per la precedente) serà del a, al, e, si come del b, al, d, ma & del b, al, d, si come del c, al, f, per laqualcosa del a al e serà si come del c. al f. adonque (per la medesima) del a, al c, serà si come del e, al f, il medesimo serà tolgiendone de piu & cosi è manifesto il proposito, ma perche Euclide non propone da demostrare in numeri le altre quattro specie delle proportionalità lequale sonò la conversa, la congiunta, la disgiunta, & la eversa, pensiamo esser conveniente demostrare quelle cose che l'Auttore ha lassate come cose facile da demostrare adonque primamente dimostraremo la conversa, essempli gratia essendo del a. al. b. si come del c, al d, dico che al contrario del. b. al a, serà si come del d, al c, perche se a. serà minor del b, anchora c, serà minor del, d, e tal parte, over parti serà a del b, quale, over quale serà, c, del, d, per laqual cosa per la 2. parte della undecima) serà del b, al a, si come del d, al c, ma se a serà maggiore del b, anchora il c, serà maggiore del d, & (per la prima parte della undecima) tal parte, over parti serà il b del a quale, ouero quale serà d, del, c, adonque (per la diffinitione) serà del. b. al. a. si come del. d. al. c.



Voglio dimostrare la disgiunta proportionalità.

Essempli gratia sia del. a. b. al. b. si come del. c. d. al. d. dico che dal. a. al. b serà si come del. c. al. d. perche permutatamente del. a. b. al. c. d. serà si come dal. b. al. d. & (per la duodecima) si come dal. a. al. c. perche adonque del a, al. c. è si come del. b. al. d. serà permutatamente del a. al. b. si come del. c. al. d.

Voglio dar la demostratione della congiunta proportionalità.

Come se sia dal a. al b. si come del c. al d. dico che dal a.b. al b. serà si come dal c.d. al d. perche permutatamente serà dal a. al c. si come del b. al d. per laqual cosa (per la tertiadecima) dal a.b. al c.d. serà si come dal b. al d. permutatamente adonque serà dal a.b. al b. si come dal c.d. al d.

Resta à stabilire la euersa proportionalità in numeri.

Come se sia del a.b. al b. si come del c.d. al d. dico che dal a.b. al a. serà si come dal c.d. al c. perche permutatamente serà dal a.b. al c.d. si come del b. al d. per laqual cosa (per la duodecima) serà si come dal a. al c. permutatamente, adonque serà dal a.b. al a. si come del c.d. al c. e. pertanto è manifesto il tutto.

Anchora de queste egli li resta cosa a dimostrare in numeri quello che propone . Euclide in la penultima del quinto delle quantità in genere. cioe, che se la proportion del primo termine al secondo serà si come del terzo al quarto, anchora dal quinto, al secondo serà si come dal sesto al quarto, serà la proportione del primo, & quinto tolto insieme al secondo, si come del terzo e sesto al quarto.

Esempli gratia essendo dal a. al b. si come dal c. al d. similmente dal e. al. b. si come dal f. al d. dico che dal a. & e tolti insieme al b. serà si come del c. & f. tolti insieme al d. perche per la conuersa proportionalità serà dal b. al e. si come dal d. al. f. per laqual cosa per la equa proportionalità dal a. al e. serà si come dal c. al f. adonque congiuntamente dal a. & e. al e. serà si come dal c. & f. al. f. adonque per la equa proportionalita dal a. & e. al b. sera si come dal c. & f. al d. che è il proposito, et per il medesimo modo tu approuerai il conuerso. Se sia del b. al a. si come dal d. al c. & similmente dal b. al e. si come dal d. al f. dico che dal b. al a. & al e. serà si come dal d. al c. & al. f. perche serà (per la conuersa proportionalità) dal a. al b. si come dal c. al d. per laqual cosa (per la equa proportionalità) dal a. al e. serà si come dal c. al f. & congiuntamente dal a. & e. al e. si come dal c. & f. al. f. adonque al contrario dal e. al a. & e. sera si come dal f. al c. & f. adonque (per la equa proportionalità) sera dal b. al a. & e. si come dal d. al c. et f. ch'era il proposito. De questo anchora è manifesto che se'l sera la proportione de quanti si voglia numeri al primo si come de altri tanti al secondo. Sera del aggregato de tutti li antecedenti al primo a esso primo si come dello aggregato de tutti li antecedenti al secondo a esso secondo. Similmente al contrario se'l sera la proportione del primo a quanti si voglia numeri si come del secondo a altretanti altri sera del primo aggregato de tutti li consequenti a esso medemo si come del secondo allo aggregato de tutti li consequenti a esso medemo.

Theorema .14. Propositione .16.

16 / 15 *Se la vnità numerarà alcun numero tante volte quante qual unque*

terzo numererà alcun quarto, serà anchora permutatamente che quante volte la unità numererà il terzo tante volte il secondo numererà il quarto

Come se sia la unità al,a,si come,il,b,al,c,serà per mutatamẽte la unità al,b,si come la,a,al,c,& questo nõ è superfluo dalla demostrata proportione permutata, qube nõ puo esser cõcluso da quella quello che qui se propone. Perche quella fu demostrata in quattro numeri proportionali. Ma la unità non e numero per la diffinitione adonque per questo modo manifesta il proposito. Sia diviso,a,per le unità & ,c,secondo la quantità de,b,seranno (per lo presente presupposito) tanti parti in,a, quante in, c, & perche ciascuna delle parti de,a,è la unità & ciascuna delle parti de,c,è equale al,b,serà che quante volte la unità sia in,b, tante volte ciascuna delle parti de,a,sia in la sua comparata delle parti de',c, adõque (per il modo della demostratione quinta seguita tante volte esser e,a,in,c,quante volte è la unità in el,b,che è il proposito.

Theorema.25. Propositione.27.

17 Se l'uno e l'altro de duoi numeri sia dutto in l'altro quelli che da quelli
16 uien produtti seranno equali.

Si come se dal,a,in,b,peruenga,c,& dal,b,in,a,peruenga,d,dico che,c,& ,d,serã equali. Perche concio sia che,b,multiplicato per,a,produca,c,per la conuersione della diffinitione) serà il,b,tante volte in,c,quãte che la unità e in,a, adonque (per la precedẽte) serà lo,a,in,c, quante volte e la unità in el,b,& perche tãte volte e la,a,etiam in el,d, (perche del,b,in,a,e fatto il,d,) seguita che tante volte sia lo,a,in el,c,quãte volte e in el,d, (per la cõcettione) adonque,c,& ,d,sono equali, possemo anchora questa conclusione proponere per questo altro modo. Se l'uno e l'altro de duoi numeri sia dutto in l'altro dal l'un e l'altro dutto peruien un medesimo numero come se dal,a,in,b, peruenga, c,il medesimo peruenirà del,b,in,a,perche in vero del, a,in,b, vien fatto,c, serà come prima (per la conclusione della diffinitione) il,b,in c,quante volte la unità e in,a,& permutatamente (per la precedente) serà,a,in,c,quante volte la unità e in,b,perche adonque,a,tante volte vien contenuto in,c,quante unità e in,b,seguita per la diffinitione che dal,b,in,a,vien fatto,c.

Theorema.26. Propositione.28.

18
19 [illegible] de li altri le pro- [illegible]

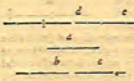
portione delli duoi prodotti, cioe dall'uno all'altro, serà si come quella delli duoi multiplicati, l'uno all'altro.

Esempli gratia sia multiplicado il numero, a, in l'uno e l'altro de duoi numeri, b, & c, et di tal multiplicatione peruengi, d, & e, dico che la proportiõ de, d, al, e, serà si come quella che e dal, b, al, c, perche el seguita, per la conuersione della diffinitione del multiplicare, che'l, b, sia tante uolte in el, d, & similmente il, c, in el, e, quante e la unità nel, a, per laqual cosa la proportione del, d, el, b, e si come del, e, al, c, per che cõtengino quelli equalmente, che è quante uolte che'l, a, contien la unità, adonque permutatamente dal, d, al, e, serà si come dal, b, al, c, che è il proposito.

Theorema. 17. Propositione. 19.

19 *Se duoi numeri se multiplicaranno in uno altro numero, la proportione de*
18 *quelli duoi produtti serà si come quella delli duoi multiplicanti.*

Questa, per la conuersion della antecedente della precedente, conclude la medema passione che e in la promessa come se l'uno & l'altro di dui numeri, b, & c, multiplichino lo numero. a. & peruenghi, d, & e, dico che dal, d, al, e, serà si come dal, b, al, c, perche, per la antecedente della precedente, sera che dal, a, in, b, & c, uien fatti, d, & e, per laqual cosa, per la precedẽte, del, d, al, e, sera si come dal, b, al, c, che e il proposito. Et nota che quello che se propone per questa e per la precedente de duoi numeri tu'l puoi applicare a quanti numeri te pare, perche se uno numero multiplica quanti si uoglian numeri sera la proportione di prodotti & di multiplicati una medesima, similmente anchora se quanti si uoglian numeri multiplicano uno numero la proportion de produtti, e multiplicanti sera una, laqual cosa per questa & per la precedente repetite quante uolte bisognara facilmente tu approuarai ma in questo luoco, come habbiamo promesso sopra la quintadecima propositione, uolemo dimostrare la equa proportionalità in quanti si uoglia numeri de duoi ordini della proportionalità indirettamente laqual demostra Euclide, per la uigesima terza del quinto in le quantita in genere, dicemo adonque perche.



Se quanti si uogliam numeri seranno de altri tanti indirettamente proportionati, li estremi anchora in medesima proportione seranno proportionali.

Esempli gratia essendo dal, a, al, b, si come dal, d, al, f, & dal, b, al, e, si come

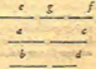
dal

dal,c.al,d,dico che dal,a,al,e,serà si come dal, c,al,f, & per dimostrare questo sia dutto.c.in.d.& .f.& peruenga,g,& ,h,& serà,per la precedente, dal.g.al. h.si come dal.d.al.f.per laqual cosa,& si come dal.a.al.b.anchora sia dutto.f. in.d.& peruenga.k.& ,per questa decima nona propositione,serà dal.g.al.k.si come dal.c.al.f.& perche dal,f,in,d,e fatto.K.sera il medesimo al cõtrario,per la decima settima propositione,dal,d,in,f,perche adonque dal,c, & .d.in.f.sono fatti.h.& .K.sera,per questa decima nona propositione,dal.h.al.k.si come dal. c.al.d.per laqual cosa e si come dal.b.al.e. Et perche eglie stato dimostrato che dal.g.al.h.e si come dal.a.al.b.per la quintadecima propositione, sera dal.a.al. e.si come dal.g.al.K.Et cosi era anchora dal.c.al.f.adonque dal.a.al.e.e si come dal.c.al.f.che e il proposito.Il medesimo tu approuerai se in l'uno & l'altro ordine seranno piu di tre numeri,procedendo come in la uigesima terza del quinto fu prouado di piu di tre quantita.

Theorema.18 Propositione.20.

20 *Se seranno quattro numeri proportionali quello che uien produtto dal pri*
19 *mo in l'ultimo, serà equale a quello che uien produtto dal dutto del secondo in el terzo. Ma se quello che è produtto dal primo in el ultimo e equale a quello, che e produtto dal secondo nel terzo quelli quattro numeri sono proportionali.*

Quello che propose Euclide in la quintadecima del sesto de quattro linee proportionale,in questo luoco propone de quattro numeri proportionali uerbi gratia,sia la proportione dal, a, al,b,si come dal.c,al.d.& sia il produtto del.a.in el.d.e.& del. b.in el.c.f. dico che.e.& .f.sono equali.& e conuerso, & per dimostrar questo sia dutto.a,in.b.& sia fatto,g.& sera,per la decima ottaua propositione', dal.g.al,e,si come dal,b, al.d. & perche, per la decima settima propositione,dal, b,in.a. e fatto.g.& dal medesimo. b.in.c.e fatto.f.sera per la decimaottaua propositione,dal.g.al.f.si come dal a.al.c.ma per la quartadecima e dal.a.al.c.si come dal. b.al.d.adonque dal.g.al.f.sera si come dal.g.al.e. Adonque.f.& .e. sono equali che e il primo proposito. Ne bisogna dimostrare se da un numero a dui sia una proportione che essi sono equali, ouer se essi sono equali che dall'uno a essi sia una proportione,per che se da.g,al.e.& al.f.e una proportiõ esso sera tal parte,ouer parti del.e.quala,ouer quale il medesimo e del.f.& per tanto.per le concettione,e manifesto.e.& .f.esser equali,ouer che tante uolte.g.contenerà. e.quante uolte contenerà.f.& superfluato in quello tal parte,ouer parti del.e.



quale, ouero qualo in el medesimo superfluano del.f, & per tãto anchora (per la cõcetti one) e manifesto quelli esser equali. Ma se essi seranno equali è manifesto, per la concettione) che, e, uer.g, serà tal parte, ouer parti del, e, quala, ouero quele serã del.f, & al presente (per la diffinitione) serà de esso, g, all'uno e l'altro de quelli una proportione, ouero equalmente contener à l'uno e l'altro con superfluità de simile e tanto numero de parti, & per tanto anchora per le diffinitione serà de quello all'un e l'altro una proportione, el secondo proposito cosi è manifesto, sia, e, (per dutto dal, a, in, d, equale al, f, (produtto dal, b, in, c, Dico che la proportione del, a, al, b, e si come del, c, al, d, & questa e al contrario della prima parte, per che sia come prima, g, ilquale e fatto dal, a, in, b, & perche, e, & , f, sono equali serà dal, g, all'uno e l'altro de quelli una proportione, & perche come prima (per la decima ottaua propositione) del, g, al, f, e si come del, c, al, c, & al, e, si come del b, al, e, sera del, a, al, c, si come del, b, al, d, per laqual cosa permutatamente del, e, al, b, serà si come del, c, al, d, che e il proposito.

Theorema.19. Propositione.21.

0
20 Se tre numeri seranno proportionali il producto delli estremi serà equale al produtto del medio in se medesimo, e se'l produtto delli estremi serà equale al produtto del medio in se medesimo, quelli tre numeri seranno proportionali.

Siano li tre numeri proportionali, a, b, c, si come dal, a, al, b, cosi sia dal, b, al, c, Dico che il produtto del, a, in, c, e equale al produtto del, b, in se medesimo & per dimostrare questo sia posto, d, equale al, b, adonque si come dal, a, al, b, cosi e dal, d, al, c, adonque quello che uien fatto dal, a, in, c, e equale a quello che uien fatto dal, b, in, d, (per la precedente) ma quel che uien fatto del, b, in, d, e equale al dutto del, b, in se (per esser il, b, equale a esso, d, adonque quello che uien fatto del, a, in, c, e equale a quello che uien fatto del, b, in se. Ma supponendo ch'el dutto del, a, in, c, sia equal al dutto del, b, in se medesimo. Dico si come e dal, a, al, b, cosi e del, b, al, c, perche quel, che uien fatto del, a, in, c, e equale a quello che uien fatto del, b, in se & quello che uien fatto del, b, in se e equale al dutto del, b, in, d, adonque (per la undecima del. 5. si come e dal, a, al, b, cosi e dal, d, al, c, & il, b, e equale al, d, adonque si) come dal, a, al, b, cosi e dal, b, al, c, laqual cosa era da demostrare.

Theorema.20. Propositione.22.

21
21 Li numeri secondo qual si uoglia proportione minimi, numerano quai si uoglian in quella medesima proportione, equalmente, el minor el minor, & lo maggior el maggior.

Siano.

Siano, a, & b, li minimi numeri in la sua proportione, & del, c, al, d, si come dal, a, al, b, dico che'l, a, numera il, c, & il, b, equalmēte. Perche essendo del, a, al, b, come dal, c, al, d, serà permutatamente dal, a, al, c, si come dal, b, al, d, Adonque tal parte ouer parti serà, a, de, c, quala ouer quale e il, b, del, d. Adōque se sera parte e manifesto il proposito. Ma se sera parti sia, e, una delle parti de, c, & f, una delle parti de, b, & perche tal parte e, e, de, c, per il presupposito, quala e, f, del, d, serà (per la diffinitione) la proportione del, e, al, c, si come del, f, al, d, Per laqual cosa permutatamente del, e, al f, serà si come del, c, al, d, per laqual cosa etiam serà si come del, a, al, b, adonque, a, & b, non sono li minimi della sua proportion laqual cosa e il contrario de quello che stato posto, similmente anchora.

Quanti si voglia numeri, ouer in una medesima proportione ouero in diuerse minimi numeranno tutti in la medesima proportione ciaschaduno il suo correlatiuo equalmente.

Come se siano, a, b, c, minimi in una medesima proportione, ouer in diuerse, e siano in la medesima ouer medesime, d, e, f, cosi che sia dal, d, al, e, come dal, a, al b, & dal, e, al, f, come del, b, al, c, Dico che, a, numera, d, & b, numera, e, & c, numera, f, equalmente, perche dal, a, al, b, e come del, d, al, e, permutatamente serà del, a, al, d, come del, b, al, e, & perche del, b, al, c, e come del, e, al, f, sera anchora permutatamente del, b, al, e, come del, c, al, f, per laqual cosa dal, b, al, e, & dal, c, al, f, sera si come dal, a, al, d, & perche, a, b, c, sono minori de, d, e, f, serà il, b, del, e, & c, del, f, tal parte, ouero parti di quala, ouero quale, e, a, del, d, Adonque se son parte e manifesto il proposito. Ma se son parti sia, g, una delle parti de, a, & h, una delle parti de, b, et K, una di quelle del, c, & per lo presente presupposito, tal parte serà, h, dal, e, & K, del, f, quala, g, del, d, per laqual cosa (per la diffinitione del, h, al, e, & del, K, al f,) serà si come del, g, al, d, permutatamente, adonque serà de, g, a, h, come del, d, al, e, & del, h, al K, come del, e, al, f, per laqual cosa del, g, al, h, come del, a al, b, & del, h, al, K, come del, b, al, c, perche adonque, g, h, K, sono minori de, a, b, c, & in la medesima proportione seguita il contrario di quello che e stato supposto.

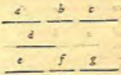
Theorema. 21. Propositione. 23.

22 *Se asseranno duoi numeri secondo la sua proportione minimi essi seranno fra*
24 *loro primi.*

Sia li duci numeri.a.& b.secondo la sua proportione minimi. Dico che essi sono contra se primi perche se non sono primi (per l'aduersario, poniamo che,c,numeri quelli secondo.d.& .e.& serà per la decimaottaua propositione) del,d,al,e.si come del.a.al.b.& perche.d.& .e.sono minori de.a.& .b.seguita.a.& .b.non esser li minimi in la sua proportione, che è il contrario della positione similmente anchora.

Se quanti si voglian numeri in continuatione delle sue proportioni o sian una medesima, ouer sian diuerse se ranno li minimi niun numero li numerarà tutti.

Come se sian.a.b.c. li minimi in la continuatione delle sue portioni. Dico che niũ numero li numerarà tutti. Ma se possibel sia (per l'aduersario) poniamo che, d.numeri tutti quelli & numeri.a,secondo,e.& b,secondo,f,& ,c,secondo.g,et (per la decima ottaua) serà del,e,al,f,si come del.a.al.b. & del f.al.g.si come del,b,al,c. Perche adonque,e,f,g,sono minori de,a.b,c,& secondo la proportione de quelli non erano.a,b,c,come sono stati posti che e inconueniente. Ma abēche niũ numero numeri,a.b,c,essendo li minimi,come di sopra se e dimostrato tamen il puo esser che un numero numeri duoi de qlli quali si voglia. Perche qualunque numero dutto in alcun a se primo & l'uno e l'altro de quelli in alcũ terzo primo all'un e l'altro peruenirãno tre numeri di quali ciascuni duoi seranno composti, tamen niun li numerarà tutti. Et per dimostrare questo siano,a,b,c,li tre numeri di quali ciascuno sia primo alli altri & sia dutto.a.in.b.& ,c,& peruenga,d,et e.& similmente,b,in,c,& peruenga.f.Dico che ciascuni duoi de,d,e,f,esser fra loro cōposti, tamen niun numero li numerarà tutti,perche le manifesto ciascuni doi essere cōposti. Perche,a,numera,d,& ,e,& b,numera.d,et,f,& ,c,numera.e,& f,ma che niun li numeri tutti tre,se manifestarà demostrato prima che.a,e il massimo numerante.d,& ,e,& anchora.b,il massimo numerante,d.& f.& c.



il massimo numerãte,e,& f,Et questo cosi se manifesta, perche se,a,nõ e il massimo numerãte,d,et,e,Sia adonque g,& numeri,d,secondo,h,& ,e,secondo,k,& per la secũda parte della uigesima sera del,a,al,g,si come,de,h,al,b,& similmēte (per la medesima del,a,al,g,si come del.k al,c,Perche adonque.a, e minore del.g,serà,h,minore del,b,& ,k,minor del,c,& perche del,h,al, k, e si come del.b,al,c,perche l'uno e l'altro e si come del, d,al,e,per la decima ottaua,tolta due uolte. Et h,& ,k sono minori del,

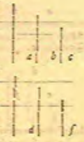
ri, del, b, & , c, seguirai, per quella che seguita dapoi la sequente, cioe per la uigesima quinta & per il presupposito, che, b, & , c, siano anchor loro li minimi, & perche tal cosa e impossibile, cioe ritrouarse numeri minori di minimi. E per tanto seguita il numero, a, esser il massimo che numeri li detti dui numeri, d, & , e, & per lo medesimo modo se prouerà che, b, sia il massimo numerante, d, & f, & , c, il massimo numerante, e, & , f, Adonque se alcuno numero numera, d, e, f, per il correlario della seconda tolto tre uolte, esso numerarà, a, b, c, Ma ciascun de quelli era primo alli altri, accade adonque lo impossibile similmente anchora.

Quanti si uogliano numeri liquali un numero non li numera, secondo la continuatione de le sue proportioni sono minimi.

Come se siano, a, b, c, qual si uogliano numeri, liquali niun numero li numera tutti. Dico che essi sono minimi in la continuatione delle sue proportioni. Altramente se egliè possibile, per l'aduersario, siano li minimi, d, e, f, liquali per la uigesima prima numeraranno, a, b, c, ciascun il suo relatiuo equa mente. Sia adonque che secondo, g, & serà, per la decima settima, che uice uersa, g, numeraſſe, a, b, c, secondo, d, e, f, per laqual cosa accade il contrario della positione.

Theorema. 22. Propositione. 24.

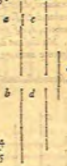
o Se seranno tre numeri, da l'un lato, & altri tre dal-
22 l'altro delli quali li secondi a dui a dui siano secondo la proportione de primi & che sia perturbata la proportionalità de quelli, essi in la equa proportionalità seranno proportionali.



Siano li tre numeri, a, b, c, & altri tre, d, e, f, che a dui a dui siano tolti secondo la proportion di primi, ma sia perturbata la proportionalità di quegli, cioe che si come, a, al, b, cosi sia, e, al, f, et si come, b, al, c, cosi sia, d, al, e, Dico che in la equa proportionalità son proportionali, cioe si come, a, al, c, cosi e, d, al, f, perche dal, a, al, b, e, si come dal, e, al, f, Adonque quello che uien fatto dal, a, in, f, per la uigesima prima di questo, e equale a quello che uien fatto dal, b, in e, un'altra uolta perche si come e dal, b, al, c, cosi e dal, d, al, e, Adonque quello che uiē produtto dal, d, in, c, e equal a quello che uien produtto dal, b, in, e, & e stato dimostrato che quello che uien produtto dal a, in, f, e, equale a quello che uien produtto dal, b, in, e, Adonque, quello che uien produtto dal, a, in, f, per la uigesima prima di questo, e equale a quello che uien produtto dal, d, in, c, Adonque per la uigesima di questo, si come, a, al, c, cosi e, d, al, f, che bisogna dimostrare.

Theorema.23. Propositione.25.

23/23 *Qualunque dui numeri contra se primi sono li minimi secondo la sua proportione.*



Questa e conversa della anteti la precedente come se siano, a, & b, contra se primi essi seranno secondo la sua proportione minimi. Ma se non sono li minimi, per l'adversario) in q̃l la medesima proportione sia se è possibile, c, & d. Adonque è manifesto (per la vigesima prima) che, c, numera, a, & d, il, b, equalmente, sia adonque come secondo, e, serà (per la decima settima) che ui conversa, e numera, a, & b, numera, e, secōdo, c, & b, secondo, d, non sono adonque, a, & b, contra se primi che e contra il presupposito.

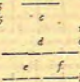
Theorema.24. Propositione.26.

24/25 *Se seranno dui numeri contra se primi, se alcun numero numerarà un de quelli, il se approva necessariamente quel esser primo all'altro.*

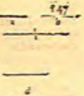
Siano, a, & b, contra se primi & c, numeri, a, dico che, c, e primo al, b, & se eglie possibile esser altramẽte (per l'adversario) poniamo che'l, d, numeri quelli, el quale (per la penultima concettione) numerarà etiam, a, non sono adonque, a, & b, contra se primi perche, d, li numera ambidui.

Theorema.25. Propositione.27.

25/26 *Se seranno dui numeri, a qualunque altro primo quello numero che vien produtto dal dutto dell'un in l'altro al medesimo sara primo.*



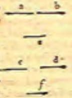
Sia l'uno e l'altro di dui numeri, a, & b, primo al, c, & lo produtto del, a, in, b, sia, d, dico che, d, e primo al, c, & se eglie possibile esser altramente poniamo che, e, li numeri ambidui & che numeri, d, secondo, f, hora (per la seconda parte della vigesima) del, a, al, e, sera si come del, f, al, b, & perche, a, & e, sono primi et, e, numera, c, esso serà per la vigesima sesta, primo al, a, per laqual cosa, per la vigesima quinta, a, et, e, seranno in la sua proportion minimi. Seguita adonque, per la vigesima seconda, ... perche e stato posto che esso numeri, e, non seranno, b, & c, ... contra il presupposito.



Siano a. & b. contra se primi & dal a. in se medesmo sia fatto c. dico che c. è primo al b. perche essendo d. equal al a. serà ancor d. primo al b. & dal a. in d. si è fatto c. (per la precedente) adonque è manifesto el c. esser primo al b. come havemo proposto.

Theorema 27. Propositione 29.

27 Se l'uno e l'altro de dui numeri comparati a altri dui serà primo a l'uno e l'altro, quello che serà produtto dalli dui priori serà primo a quel-
28 lo che serà produtto dalli dui posteriori.



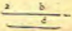
Essendo a. & b. priori, & c. d. posteriori & essendo l'uno e l'altro di dui a. & b. primi all'uno e l'altro di dui c. & d. & lo produtto del a. in b. sia e. & dal c. in d. sia f. dico che e. è primo al f. Et questo la vigesima sesta tolta due volte evidentemente conclude, perche essendo e fatto dal a. in b. di quali l'uno e l'altro è primo al c. & al d. serà, per essa vigesima settima, e. primo al c. & ancora per essa, primo al d. Anchora perche essendo fatto f. dal c. in d. di quali l'uno e l'altro è primo al e. serà un'altra volta, per essa vigesima settima, f. primo al e. che è il proposito.

Theorema 28. Propositione 30.

28 Se seranno dui propositi numeri contra se primi, & sia ducto l'uno e
29 l'altro de quelli in se medesimo seranno li producti da quelli contra se primi, & similmente se l'uno e l'altro di producti sia ducto inel suo principio, seranno anchora li producti contra se primi.

Siano a. & b. contra se primi, & sia ducto l'uno e l'altro in in se medesimo & pervenghano dal a. el c. & dal b. el d. & similmente sia ducto a. in c. & pervenga e. & b. in d. & pervenga f. Dic[o] c. & d. esser contra se primi & similmente e. & f. contra se primi, perche, c. per la vigesima ottava propositione, è primo a. b. per la medesima adonque serà d. primo al a. & al c. & così è manifesto el primo proposito il qual è, c. & d. esser contra se primi, l'altro se dimostra così, perche l'uno e l'altro di dui numeri a. & c. è primo all'uno & l'altro di dui, b. & d. adonque (per la vigesima nona) serà, e. primo al f. che è l'altro proposito. Ma non solamente serà, e. primo al f. ma etiam (per la vigesima settima) al b. & al d. & similmente (per la medesima) lo f. al a. & al c. & così se infinite voler serà dutto l'uno e l'altro di prodotti in lo suo principio tutti li prodotti serà contra se primi, & non solamente questo ma qual si voglia dutto dal a, qual si voglia dutto dal b.

Theorema. 29. Propositione. 31.

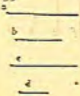


29/31 Se seranno dui numeri contra se primi lo aggregato de ambidui all'uno e l'altro de quelli serà primo. Et se lo aggregato de ambidui all'uno e l'altro serà primo, li dui numeri anchora fra loro seranno primi.

Siano a. & b. contra se primi. Dico che il composito de a.b. all'uno & l'altro de quegli serà primo & è converso perche se d. numera tutto a, b. & l'uno de quegli numerarà, (per la communa scientia) etiam lo rimanente per laqual cosa non serāno contra se primi. Ma questo era stato posto, adunque è manifesto il primo proposito. El secondo così se dimostra sia a.b. primo all'uno & l'altro di suoi componenti, liquali sono a. & b. Dico che a. & b. sono cōtra se primi, perche posto che d. numerasse l'uno e l'altro di dui numeri a. & b. seguiria (per commune scientia) che esso numerasse a.b. composito da quelli per laqual cosa a.b. non serà primo all'uno e l'altro di dui numeri a. & b. ma era posto che'l fusse all'uno e l'altro seguita adunque lo impossibile. Anchora per lo medesimo modo se lo aggregato de ambidui serà primo all'uno serà anchora primo all'altro, e però & li aggregato fra loro perche essendo il composito de a. & b. primo al a. dico che serà etiam primo al b. essendo. altramente per l'adversario ponissimo che d. numeri quegli elqual d. (per la concettion) numera etiam, a, conciosia che numera il tutto & lo detratto sia perche questo è inconveniente serà il composito de, a, & b, primo al, b,

Theorema. 30. Propositione. 32.

30/33 Ogni numero composito è numerato dal alcuno numero primo.



Sia. a. qual si voglia numero composito, dico che alcuno numero primo numera quello. perche è cōposito serà numerato da alcuno numero ilqual poniamo sia. b. ilqual. b. se serà primo serà il vero quello che è stato detto ma se serà composito Sia, c. quel numero elqual numera quello elqual etiam (per commune scientia) numerarà a. adunque se esso serà primo è manifesto quello che stato detto. Ma se serà cōposito necessario altro numero numerarà quello ilqual (poniamo) sia, d, elqual etiam (per commune scientia) numerarà, a, del qual se die ratiocinare come prima. Perche adonque quante volte occore il cōposito è necessario pigliare uno numero minorre elqual nomerilo occorrēte composito seguita che finalmente se devenga ad alcun numero primo altramente accade lo impossibile, & contrario alla quarta petitione cioe il numero decresse in infinito.

Theore-

Theorema .31. Propositione .33.

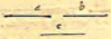
31/34 Ogni numero ouer che eglie primo ouer che eglie numerato da numero primo.

Sia, a, qual si voglia numero: dico che glie primo o numerato da un primo, perche s'el non e primo sarà composito: & qualunque tale è numerato (per la precedente) da alcun primo. Adonque a. ouer che eglie primo, ouer che glie numerato da un primo come si propone.

Theorema .32. Propositione .34.

32/31 Ogni numero primo a ogni numero che lui non numera è primo.

Sia, a numero primo non numerante b. dico che a & b. sono contra se primi perche se, c, numera quegli non e il utro che a. sia primo.



Theorema .33. Propositione .35.

33/32 Se vno numero produtto da dui, serà numerato d'alcun numero primo, le necessario lo medesimo primo numerare uno de quelli dui.

Sia, c, produto da a, in b. & sia d, numero primo il qual sia posto numerar c, dico che, d, numera a, ouer, b. Perche numerando, c, secondo, e, adonque se'l non numera, a, serà primo a, esso (per la precedente) è pero seranno secondo la sua proportion minimi (per la uigesima terza) & per che del a, al, d, è si come del e, al b, (per la seconda parte della uigesima) seguitarà adonque (per la uigesima seconda propositione) che b, d, numeri d, che e il proposito.

Correlario.

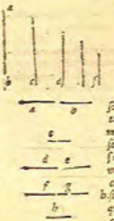
Onde è manifesto che se alcun numero, numera el producto de dui numeri, ouer che a quel medesimo sia commensurabile, serà anchora commensurabile a uno di quelli.

Il Tradottore.

Lo soprascritto correlario conclude che per le cose dette & dimostrate di sopra esser manifesto che se alcun numero (o sia primo o non primo) numera il producto de dui numeri, ouero che a quello sia communicante, ouer commensurabile, che quel serà anchora commensurabile a uno de dui producenti, laqual cosa quantunque sia uera per le cose dette di sopra non e molto chiara (massime la seconda parte) anci ha de bisogno de demostrare demostratione. Sia adonque, c, produtto del, a, in, b, & sia, d, commensurabile con il detto, c, dico che il medesimo, d, serà communicante con, a, ouer, b, perche essendo, e, la commune misura de, d, & c, il detto, e, serà numero primo, ouer che la serà (per la trigesima seconda) numerato da numero primo. Se eglie primo numerando, c (come è sta posto) numerarà etiam (per questa trigesima quarta propositione) a, ouero b, & perche numera etiam, d, (dal presupposito adonque il detto, d, (per la vigesima terza diffinitione) serà communicante con, a, ouero con, b, Ma se'l detto e, non serà numero primo serà (come è detto) numerato da numero primo qual pongo sia f, il qual f, numerando, e, (per la nona concettione) numerarà etiam il, d, & c, onde numerando, c, (per questa trigesima quinta propositione) numerarà etiam, a, ouero, b, Seguiria adonque (per la vigesima terza diffinitione) d, esser communicante con a, ouer con, b, & f, seria la lor commune misura che è il proposito.

Problema. 3. Propositione. 36.

24/35 Puotemo ritrouare li minimi numeri secondo la proportione de quai numeri dati si voglia.



Siano, a, & b, li numeri proposti secondo la proportione di quali volemo ritrouare li minimi. Adonque se seranno contra se primi sono quelli che cercano (per la vigesima quinta propositione. (Ma se seranno composti essendo tolto (come insegna la seconda propositione) il massimo numerante communamente quelli, il qual sia, c, Et numerando quelli secondo d, & e, & essi d, & e, seranno in le medesima proportione (per la decima ottaua propositione) liquali dico esser quelli che cercamo. Et se non sono quelli (per l'aduersario) poniamo se possibile è che siano. f. & g. liquali per la vigesima seconda propositione) numerano, a, & b, equalmente, Sia adonque che secondo, h, & serà (per la seconda parte della vigesima propositione) del, c, al, b, si come del, f, al, d, cosi si come del, g, al, e. Per la qual cosa, c, e, minore del, h, Et per tanto concisia che, h, numera a. & b, Adonque, c, non fu il massimo numerante quelli. Ma cosi era posto adonque, & similmente ancora.

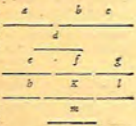
Correlario.

Onde eglie manifesto il massimo numero numerante communamente duoi numeri numerar quelli secondo li minimi di quella proportione.

Puotemo

Potemo ritrouare li minimi numeri secondo la continuatione delle proportioni de numeri assegnati.

Come se siano .a.b.c. secondo le proportioni di quali volemo retrouare li minimi, o siano in vna medesima proportione, ouer in diuerse. Se niuno numero numera tutti quelli, essi sono quelli che cercamo, per la vigesima quinta perche questo in quel luoco è stato dimostrato. Ma se vno li numera tutti pigliando, come insegna la terza, il massimo numerante communamente quegli, il qual sia .d. & numeri quelli secondo .e.f.g. lequali seranno in la medesima proportione (per la decima ottaua) Dico quelli esser che domandamo, & se possibile è esser altramente, per l'aduersario siano .h.K.l. liquali, per la uigesima seconda, numeraranno .a.b.c. equalmente. Sia che secondo .m. & (per la seconda parte della uigesima) serà del .d. al .m. come del .b. al .c. ouer del .K. al .f. ouer del .l. al .g.. Adonque .d. è minor che .m. per laqual cosa conciosia che .m. numera .a. b. c. non fu .d. il massimo numerante communamente quelli, per la qual cosa seguita lo impossibile, perche il .d. fu posto esser il massimo numerante .a.b.c.



Correlario.

Onde anchora e manifesto il massimo numero numerante communamente quai si voglia numeri numerar quegli secondo li minimi numeri della proportione de quegli.

Theorema. 34. Propositione. 37.

35 Qualunque duoi numeri multiplicati in li minimi numeri della sua pro
o portione il maggior nel minore ouer lo minor nel maggior producano il minimo da questi numerato.

Siano duoi numeri .a. et .b. et li minimi in la proportione de quelli .c. & .d. & serà per la prima parte della uigesima, che dal .a. in .d. & dal .b. in .c. uien produtto un medesimo numero, qual sia .e. il qual dico esser minimo numerato dal .a. & .b. Altramente se possibil fusse per l'aduersario quel sia .f. il quale sia numerato dal .a. & .b. secondo .g. & .h. & per la seconda parte della uigesima, serà del .b. al .g. si come del .a. al .h. & si come del .c. al .d. & per la decimaottaua propositione, serà del .e. al .h. si come del .e. al .f. adonque conciosia che, per la uigesima seconda propositione, e numeri .h. perilche .e. numerarà .f. cioe il maggiore numeraria il minore, adonque per questo è impossibile e manifesto esser il uero quello ch'è stato detto.

Correlario.

53 Onde egliè manifesto che li minimo numero numerato da dui numeri nu-
o mera qual si voglia altro da quelli numerato.

Il Tradottore.

Questo correlario per le cose dette è manifesto, cioè che'l numero .e. minimo numerato da .a. & b. numeraria .f. & per le medesime ragioni seguirà, che lui numeri qual si voglia altro numerato da .a. & b.

Problema .4. Propositione. 38.

36 De quanti proposti numeri si voglia, puotemo ritrouare il minimo nu-
36.37 mero numerato da quegli.
38.

Siano li proposti numeri .a. b. c. d. voglio ritrouar il minimo numero numerato da quegli, Ritrouo adonque primamente il minimo numerato da .a. & .b. ma se per caso .a. numera .b. il non serà altro che .b. Ma se'l non numera quello ne al cõtrario (cioe che .b. non numeri .a.) se essi sono cõtra se primi, quello che perviẽ del l'uno in l'altro serà il minimo, per la vigesima quinta, & per la precedente, Ma se sono communicanti, essendo tolti li minimi in la proportione de quelli, come insegna la trigesima sesta propositione, & dal maggiore multiplicato nel minor de quegli pervenga .e. il quale serà il minimo numerato da quegli, per la precedente, Anchora per simel modo sia trouato il minimo numerato dal .e. & c. il qual sia .f. & .f. serà il minimo numerato dal .a. b. c. & similmente sia trouato il minimo numerato dal .f. & .d. & sia .g. & .g. serà il minimo numerato delli proposti numeri perche, per la concettione, è manifesto che tutti numeranno esso .g. Ma se'l non è il minimo, per l'adversario, poniamo se possibile è che sia .h. perche adonque .a. & .b. numerãno quello, per il correlario della precedente, esso .h. serà numerato etiam dal .e. Anchora (per il medesimo correlario) serà numerato etiam dal .f. & similmente dal .g. Adonque il maggior numeraria il minore che è impossibile.

Questa & la precedente sono proposte in altro luoco sotto de tre cõclusioni delle quale la prima è equivalẽte alla premessa, la secõda è composta delli soprascritti duoi correlari, la terza propone de tre numeri, & questa propone de quanti se vogliano numeri adonque la prima è &c.

Dati duoi numeri puotemo trouare il minimo numerato da quelli.

Siano li dati numeri .a. et .b. di quali se'l minore numera il maggiore, il maggiore è quello che cercamo. Altramente il maggiore numeraria un minore di se. Ma se ne l'uno ne l'altro misurarà ne l'uno ne l'altro. Se essi sono cõtra se primi. Quello che perviene dal .a. in .b. qual sia .c. serà il minimo numerato da quelli, per che

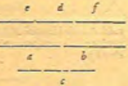
se fosse

se fosse possibile, per l'aduersario, che misurassero uno minore de quello sia.d.& che numerassero quello secõdo.c.& .f. per la seconda parte della uigesima proposition, serà dal.a.al.b.si come dal.f.al.e.& perche.a.& .b. sono li minimi della sua proportione (per la uigesima quinta propositione) a. numerarà.f. (per la uigesima seconda propositione) & perche, per la decima ottaua propositione, dal.c.al.d.e si come del.a.al.f. perche dal.b.in.a.& in f.uien fatti.c.& .d.seguita.c.numerare il d. Ma il d.era minore del.c. per laqual cosa seguita lo impossibile. Ma se.a.& b.fusse communicanti bisogna negociare il proposito come in la trigesima settima.

La seconda delle tre conclusioni è composta da ambidui di sopra scritti correlarij.

Se più numeri numerarà uno numero. le necessario che il minimo numero numerato da quelli numerare quello medesimo numero.

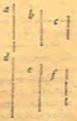
Come se'l sia.d.equal si uoglia numero, il quale sia numerato da.a.et b.& sia.c. il minimo numerato da quelli. Dico che il detto.c.numerarà il.d. Perche essendo.d. maggiore. del.c.se'l.c.non numera esso.d.almeno numerarà alcuna parte de quello, & sia.e, il più.che numera e sia f.il residuo, & f.serà minore d.c.perche adunque.a.& .b. numeranno.c. numeraranno, per communa scientia, etiam.e. ma numerauano.d.adonque, per l'altra commune scientia, numeranno.f. Seguita adonque lo inconueniente, cioè che.c.nõ fu il minimo numerato da.a.& .b. El medesimo tu conuincerai, & per lo medesimo modo, de qual si uoglia numerato da quanti più numeri si uoglia, cio che'l minimo numerato da quelli tali numerarà il medesimo.



La ultima delle tre conclusione e questa.

Proposti tre numeri uogliamo trouar il minimo di numeri numerati da quelli.

Siano li proposti tre numeri.a.b.c.& il minimo numero che numerino.a.& .b.sia.d.il qual sia tolto come insegna la prima delle 3.conclusioni. Se adonque.c.numera.d.tu saperai.d.esser quello che cercamo, perche se.a.b.c.numeranno un minore de quello qual sia.e il qual'e per la precedente conclusione seria numerato dal.d.che e impossibile. Ma se.d.non e numerato dal.c.



sia tolto.e.minimo numerato da quelli. Ma che e sia numerato da.a.b.c.è manifesto per che.c.numera esso & similmēte.d.adonque & .a.b.liquali numeranno,d, per la qual cosa,e.serà numerato dal,a,b,c,&,e,serà il minimo numerato da,a,b, c,ma se fusse possibile esser altramēte per l'auersario poniamo che sia .f, il qual ꝑ la precedente conclusione serà numerato dal,d,&,c,numera,f,(ꝑche,a,b,c,numeranno quello) per laqual cosa,c,d,numeranno quello,per laqual cosa(ꝑ la precedente,e,numererà quello & è maggiore di quello adōque il maggiore numeraria il minore laqual cosa non puo essere,quel medesimo,& per lo medesimo modo tu trouerai de quanti proposti numeri si vogliano.

Theorema.35. Propositione.39.

37 39 Se alcun numero numerarà un'altro numero, serà in el numerato, parte denominata dal numerante:

a

c b

El senso de questa è che ogni numero numerato dal ternario habbia parte terza, & lo numerato dal quinario habbia quinta & cosi de tutti li altri, come se.b. numerarà,a,serà in,a, parte denominata dal,b,hor poniamo che il numeri quello quante volte è la unità in,c,& (per la sestadecima propositione) serà ancora che,c, numerarà ,a, quante uolte è la unità in,b, per laqual cosa tal parte è il c.del.a.quale è la unità del,b,& perche la unità è parte de ogni numero denominata da esso numero(per communa scientia serà,c,parte del,a,denominato dal,b, che è il proposito.

Theorema.36. Propositione.40.

38 40 Se alcun numero hauerà qual si uoglia parte, il numero detto da quella parte, numerarà quello.

a

c b

Questa è conuersa della precedente, la intentione della quala è che ogni numero che habbia parte terza sia numerato dal ternario,& quello che habbia quinta dal quinario,& cosi de tutti li altri,come b, sia parte de,a,denominata dal, c,seguirà che,c,numera,a, perche,b,c, parte de, a, denominata dal,c, et la unità è parte del,c, denominata da esso,c, (per la cō cettione)seguita che quante uolte la unità numeri, c,tāte uolte,b,numeri,a,adonque(per la 17 propositione) quāte volte la vnità è in.b. tante uolte,c, numera.a.ꝑ laqual cosa è manifesto il proposito, A demostrar il medesimo altramēte essēdo,b,parte de,a, se tala è la unità del,c, serà(per questa comuna scietia la la unità essere parte de ogni numero da esso denominata.) c.in denominatione.b. in a.& perche.b.è in a.tante volte quante è la unità in c.ouidentemente seguita il proposito.

Problema.5. Propositione. 41.

39/41 *Puotemo trouare il minimo numero che habbia le parti di piu proposte denominationi.*

Siano.a.b.c.d.li numeri denominanti le parti proposte, & e.sia il minimo numerato da quelli (tolto secondo la trigesima ottaua) dico esso. e.esser quello che cercamo.& per dimostrare questo sia.f.g.h.K.quelli numeri secondo liquali essi numerano il detto.e.(& per la sestadecima & questa commune scientia,la unità e parte de ogni numero, da esso denominata)serà vice versa che.f.g.h.K.numeranno, e secondo.a.b.c.d.per laqual cosa sono parti di quello detto da quelli adonque.e.è quello che ha le parti delle proposte denominationi. Anchora eglie il minimo,perche essendo possibile che sia uno altro poniamo che sia.l.e sian le parti de.l.dette da quelli,m.n.p.q.& seranno (per la sestadecima & la predetta commune scientia) a.b.c.d.uiceuersa parti de.l.dette da.m.n.p.q.per laqual cosa.e.non era il minimo che numerano.a.b.c.d. che è inconueniente. Hor che hai hauuto il primo se tu vorai per quello hauere il secondo.ouero quanto grande te piace,per il secondo torai il doppio del minimo et se vorai il terzo torai il triplo, & a questo modo seguirai in li altri,perche conciosia che ogni multiplice de.e.è numerato da.a.b.c.d. (per questa commune scientia,ogni numero numerante un altro quel numera ogni altro numerato da quello)le necessario (per la trigesima nona) che ogni multiplice de.e.habbia parti denominate da. a.b.c.d. adonque se il doppio de,e,non sarà il secondo che habbia le parti delle proposte denominationi,serà un'altro il quale si come seguita essere maggior del. e.così seguita esser minor del doppio,& perche.a.b.c.d.numeranno quello(per la quadragesima) seguita (per il correlario della trigesima ottaua)che.e.numeri il medesimo laqual cosa è impossibile, perche conciosia che'l numeri se medesimo numeraria(per questa commune scientia ogni numero numerante il tutto & lo detratto, quel numera il residuo) la differentia di quello a se laqual conciosia che la sia menore,di lui il maggiore numeraria il minore,laqual cosa non puo essere,adonque seguita il doppio de.e.esser il secondo numero, che habbia le parti delle proposte denominatione, similmente anchora tu

arguirai il treppio de .e. esser il terzo prouato il doppio esser il secondo, altramēte
percioche essendo quello minore del treppio, & minor del doppio, seguiria .e. numera
re alcū fra il doppio & il treppio di esso .e. laqual cosa come prima è manifesto es
ser impossibile, ma prouato il treppio essere il terzo alla similitudine de quello tu
approuerà il quadruplo essere il quarto & cosi in delli altri.

Correllario.

39 *Delle qual cose è manifesto che il minimo numero numerato da quanti si uo*
gliano numeri, & il minimo che habbi parti denominate da essi numeri.

Potemo ritrouare il minimo numero che habbia le parti de piu proposte denomi
nationi tolti continuamente come seria a dire trouar minimo numero, che habbia
parte terza laqual terza habbia parte quarta, laqual quarta habbia parte quin-
ta, ouero settima ouero qualunque altra che accaderà essere denominata dalle me
desime, ouero da diuerse. Bisogna multiplicare el denominator della prima parte
inel denominator della seconda, & lo produtto da quelli nel denominatore della
terza, & ancora quello produtto in el denominatore della quarta, & cosi de tutte
le altre dalla prima per fina all'ultima, ouer dalla ultima per fin alla prima, &
quello che peruenerà sarà quello che se ricerca che nel proposito seria. 60. ouer.
84. ma questo cosi esser tu l'hauerai dimostratiuamente in questo modo, siano li
numeri denominanti le proposte parti .a.b.c.d. volemo trouar il minimo nume
ro il quale habbia una parte denominata dal .a. in tal modo che quella parte hab-
bia una parte denominata dal .b. & quella un'altra denominata dal .c. et questa un'al
tra detta dal .d. adōque sia dutto .d. in .c. & peruēga .e. & .e. in .b. & peruenga .f.
anchora .f. sia dutto in .a. & peruēga .g. il quale dico esser quello che cercamo, per
che conciosia che esso .g. peruenga dal .a. in .f. erit (per la 17.) serà .f. parte de .g. det
ta dal .a. ma perche .f. perviene dal .b. in e (per la medesima) .e. serà parte de .f.
detta dal .b. & per la medesima ragione il .d. serà parte del .e. detta dal .c. & per-
che la unità e parte del .d. detta da esso .d. è manifesto .g. hauer le parti come se pro
pone. adōque se'l non serà il minimo (per l'aduersario) ponimo che e sia .h. et sia,
K. la parte di quello detta dal .a. & .l. la parte del .K. detta dal .b. & .m. la parte
del .l. detta dal .c. anchor .n. la parte del .m. detta dal .d. & (per la decima ottaua
et decimaquarta) serà del .g. al .f. come del .h. al .K. et dal .f. al .e. come dal .K. al .l.
& dal .e. al .d. come del .l. al .m. et dal .d. alla unità come dal .m. al .n. adōque (per
la quintadecima) serà in la proportione de equalità il .g. alla unità. come .h. al .n.
adonque permutatamēte serà .g. al .h. come la unità al .n. per laqual cosa essendo,
h. minor del .g. serà .n. minor della unità, seguita adōque lo impossibile la parte del
numero esser minora dalla unità, adonque .g. serà il minimo hauēte le parti come
se propone, qual trouato che sarà, se hauerai uoluto hauere il secōdo, ouero i qual
altro ordine che te pare seranno da esser tolti per li multiplici del minimo come è
stato detto per auāti, Ma questa quadragesima prima in altro luoco è proposta se

condo

cludo questo modo. Nota che alle 3 multiplicationi, over produti, e, f, g, lo numero della denominatiõ, d, venirà a esser parte del. e. denominata dal, e, pche il detto. e. è il produtto delli duoi denominatori, c, in, d, & pero bisogna che la parte, d, habbia parte denominata da lui opposto, d, che si troua in ogni numero esser la unità, si che la vltima parte vien per forza a esser la vnità nelli minimi n.

Proposte quante se voglian parti, puotemo trouare il minimo numero continente quelle.

come se le proposte parti siano, a, b, c, et siano li numeri denominanti quelle, d, e, f, & sia tolto il minimo che sia numerato da, d, e, f, ilqual sia g, questo dico esser quello che cercamo, pche in ql se trouano le proposte parti (per la trigesima nona) ilqual se'l non serà il minimo continẽte quel le, sia adonque h. ilqual, h, serà numerato da, d, e, f, (per la 38.) adonque, g, non serà il minimo numerato da quelli la qual cosa è inconueniẽte perche quel era posto essere il minimo. Ma io intẽdo le parti. a. b. c. esser poste in determinatamente & non sotto de quantità certa, perche altra mẽte non seria necessario che il minimo numero che numerano. d. e. f. fusse il minimo continẽte quelle parti proposte, perche el si puo ritrouar piu parti lequale il numero numerato dalli denominatori de quelle non le contenerà,

Essẽpligratia li tre numeri, liquali sono. 120. 90. & 72. sono parti de un medesimo numero il primo è la terza & lo secondo è la quarta & lo terzo è la quinta ta men il minimo che numeraranno li denominatori de quelle parti ilqual è. 60. non contiẽ queste parti adonque le da esser opposito se le parti sono poste sotto quãtità certa della prima consequentia de questa demostratione, perche non seguita come vlẽ argui da (per la trigesima nona) se il ternario numera questo adonque questo numero posto, è la terza parte de quello, Ma solamente che ha parte terza, per laqual causa il medesimo è quello che se propone secondo l'vno e l'altro modo ma secõdo il primo piu cõ venientemente si vede quello che se intende esser proposto. Ma bi sogna aduertire che conuenesia che ogni parte habbia in lei quãti tà & si puol mettere quante & qual si voglia parti secondo la quantità, & recercar qual sia il minimo numero che contiene quelle tai parti & sotto quai denominationi, & il minimo che cotiẽn qlle è manifesto esser il mini-

mo numerato da quelle e quelli numeri secōdo li quali numerarāno sono quelli che denominano quelle parti in quello anchora el se puol ponere quante e qual si voglia denominationi e recercar in qual minimo se trouano esse denominationi, e secōdo qual quātità. El minimo che cōtien quelle similmēte è manifesto essere il minimo numerato da quelle, e li numeri secōdo quali numerarāno sono quelli li qual'i determinano le quātità. Ma ī l'uno e l'altro luoco se recerca el minimo per questo, pche infiniti sono li numeri che cōtengeno queste parti. Et quelli in li quali se ritrouano queste denominationi, el si puol anchora poner quāti parti si voglia, e altre denominationi ouer quāte si voglian denominationi, & altre tāte parti. Ma non quale ne parte cō quali ne pare. Ma le certe cō le certe. Perche ponēdo io tre quattro, cinque parti, e denominatori de quelle .6.7.8. & cercādo in qual numero cōtiē queste parti sotto queste denominationi. Io serò simile allo inquisitore cercāte uanamente lo impossibile. Adōque si cōuien poner le parti certe con le denominatione certe (& non come accade) & cercar, qual numero contien le parti poste sotto alle poste denominationi. Ma non liquali, perche il minimo è uno solo. Perche, ouero che serà proposta una parte & una denominatione, ouero piu & piu ne se potrà pigliare piu numeri, che contēgono quelle parti di quello serà il proposito. Perche solo è uno numero del qual el ternario è la parte quita, & non piu. Ancora solo è quello del quale il ternario e la ottaua, & lo senario la quarta e nō piu. Et per tāto colui che ꝓpone le parti et le denominationi de quelle in el tutto nō è da cercare qual e minimo cōtiene quelle parti sotto quelle denominationi. ma qual uno si contiene. Ma colui che propone solamente le parti, gli cōuien cercar qual minimo cōtien quelle, e da quali sō denominate in quello. Anchora colui che propone le sole denominationi conuiē cercar le parti che sono dette da quelle denominationi, et in qual minimo sono trouate. Ma el si uede esser piu conueniente cercar le parti per le denominationi, che le denominationi per le parti. Certamente la diuersità delle denominationi non delle parti compagna la diuersità delle proportioni.

Il Tradottore.

A me pare che la esposition di questa ultima parte, non si accordi cō la ꝓpositione perche la ꝓpositione dice, che proposte quattro parti si uoglia che puotemo ritrouar il minimo numero che cōtēga quelle laqual propositione in sostātia nō uol dire altro che dato che sia piu numeri, puotemo ritrouare il minimo numero che ciaduno de essi numeri dati sia parte di quello, El quale uerrà a essere il minimo numerato da quelli, il quale trouādolo ꝑ il modo che insegna la trigesimaottaua, haueremo concluso il ꝓposito, Ma lo espositore uol che date che siano le dette parte che'l sia anchora date le denominationi & da poi per la notitia delle denominationi uol ritrouar e il minimo che habbia le parti delle dette denominationi, che è quello medesimo che ꝓpone la .41. cioe lui suppone note, le denominationi & iconguiti le quātità delle parti, si come propone la detta .41. et questa uol al cōtrario, cioè uole che siano note solamēte le quātità delle parte, & per la notitia di quelle uol che trouiamo il minimo che contēga quelle come detto di sopra, tamē que-

te interpositioni io tẽgo che non siano cose de Euclide per piu ragioni ma cose aggionte da altri, & non credo che'l comento di Euclide ne etiã le interpositione di quelli, siano d'un solo commentatore ma de piu commentatori come fu anchora detto sopra le diffinitione del quinto, immo che io tẽgo che le bone sostantie delli commẽti fusseno di Euclide proprio pche il costume de boni & famosi Mathematici è stato che hanno la propositione immediate sotto giõgono la sua isposition & questo se verifica in Archimede Siracusano. Appollonio Pergeo Iordano et molti altri perche se cosi non facessene, seria giudicato maggiore inteligẽtia nelli commentatori che interpretasse quegli, che ne li proprij Auttori, pche eglie piu facile cosa a proponere una cosa vera, che a dimostrare la verità di quello. essempli gratia, eglie piu facil cosa a pponere (etiã a credere) che li duoi angoli che sono sopra la basa del triãgolo de duoi lati equali, siano fra loro equali (come propone la qnta ppositione del primo) che a dimostrare la verità di quella, il medesimo se verifica in tutte le altre propositioni, cioè il suco della propositione consiste nella demostratione di quella & non nella semplice propositione.

LIBRO OTTAVO DI EUCLIDE.

DE NUMERI SIMIL' ET DELLE DENOMINATIONI DE QUELLI, ALLA SIMILITUDINE DELLA QUANTITÀ CONTINUA, & DELLE PROPORTIONI DE ESSI INSIEME.

Diffinitione prima.

1/17 *Li numeri sono detti lati delli numeri produtti dalla lor multiplicatione.*

Il Tradottore.

ESSEMPLI gratia. 3. et. 4. sono detti lati del. 12. cioe del produtto della multiplicatione del. 3. fia. 4. et similmente. 2. et. 6. se dirãno lati del detto. 12. & cosi. 3. & . 5. se diranno lati del. 15. per le dette ragioni.

Diffinitione 2.

2/17 *Lo numero che è contenuto da duoi lati è detto numero superficiale.*

Il Tradottore.

Essempli gratia. 12. serà detto numero superficiale per essere contenuto da duoi lati li quali sono. 3. e. 4 overo. 2. e. 6. & similmente il. 15. & li suoi lati sono. 3.

no.3.e.5.ma alcuni dicono che ne.13.ne.17.ne.19.ne alcuno altro numero primo se pono dire realmente numeri superficiali perche non sono contenuti da duoi lati over da dui numeri. ideo &c. Ma questi tali se ingannano perche inuero, ogni numero primo e superficiale, & l'un di suoi lati e la unità & l'altro e il medesimo numero primo.

Diffinitione. 3.

3 Ma quel numero che è contenuto sotto de tre lati, di quali vien a
18 procrearse dalla continua multiplicatione de quelli è detto numero solido.

Il Tradottore.

Quivi l'Autor ne diffinisse qualmẽte il numero solido e quello che vien contenuto sotto de tre lati, overo de tre numeri, & che se procrei dalla continua multiplicatione de queli exẽpli gratia siano deposti tre numeri cioe.2.3.&.5.hor multiplicãdo il primo fia el secõdo & quella multiplicatione, over quel producto multiplicato consequẽtemẽte fia il terzo (cioe.2.fia.3.fa.6.&.6.fia.5.fa.30.) questo ultimo produtto (cioe.30.) se chiamarà numero solido, & li lati de numero solido seranno li detti tre numeri che fur multiplicati insieme (cioe.2.3.&.5.) Ma bisogna aduertir che infiniti numeri sono superficiali etiã solidi esempli gratia el 30.cõsiderãdo che sia produtto dalli soprascritti tre numeri cioe.2.3.&.5.serà solido per esser contenuto & compreso sotto de tre lati, overo produtto da tre numeri. Ma pigliandolo come numero produtto da.2.e.da.15.serà superficiale per esser compreso sotto da dui lati, overo produtto da duoi numeri, il medesmo seguiria che'l comprendesse esser produtto da.3.& da.10.over da.5.da.6.e pero bisogna aduertire.

Diffinitione. 4.

4 El numero quadratto è numero superficiale contenuto da lati equali.
19

Il Tradottore.

Li numeri superficiali per la seconda diffinitione sono contenuti da duoi lati o siano equali, overo inequali, ma quando li detti duoi lati sono equali tai numeri superficiali p specificarli dalli altri se chiamano numeri quadrati come è.4.el quale è produtto, over contenuto de duoi numeri equali cioe da.2.fia.2.& similmẽte 9.e numero quadrato p esser pur contenuto da duoi lati equali che son.3.& 3.multiplicati l'un fia l'altro & similmẽte.16.25.36.49.64.81.100.et.144.son tutti numeri quadrati per le raziõ dette. Et nota che ogni numero quadrato è etiam numero superficiale, ma ogni numero superficiale non è quadrato.

5 Diffinitione. 5.
20 El numero cubo, è numero solido contenuto da lati equali.

Il Tra-

Il Tradottore.

Per la terza diffinitione el numero solido è quello che è contenuto sotto de.3. numeri over lati o siano tutti.3. equali over.2. equale et l'altro inequale over de tutti.3. inequali, ma quãdo li detti tre lati over numeri sono tutti equali p specificare tai solidi dalli altri se chiamano numeri cubi come è.8. el quale è cõtenuto sotto de tre lati equali liquali sono.2.e.2.e.2. liquali multiplicati l'uno fia l'altro et quel pdutto fia l'altro farà.8.e cosi.27. serà numero cubo p essere cõtenuto similmẽte sotto de.3. lati equali liquali sono.3.e.3.e.3. multiplicati come detto fanno.27. & similmẽte.64.125.216.343. sono tutti numeri cubi per le ragioni sopradette & bisogna avertire che ogni numero cubo è anchora numero solido ma ogni numero solido non è numero cubo.

Diffinitione.6.

6/22 Li numeri superficiali, overo solidi di quali li lati sono proportionali sono detti simili.

Il Tradottore.

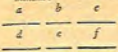
Esempli gratia.32.&.18. ambiduoi pono essere superficiali etiam solidi secondo che vien considerata overo tolta la continentia loro ma pigliãdoli per sup̃ficiali, li duoi lati de l'uno, & li duoi lati dill'altro ponno esser considerati in varij modi secondo la varietà de numeri che multiplicati l'uno fia l'altro pono produr cadaun de loro. ma pigliando per li duoi lati del.32.4.e.8. & per li duoi lati del.18. pigliando.3.&.6. hora per esser li detti dui lati del.32. (cioe).4.e.8. proportionali alli duoi lati del.18. (cioe) a.3.&.6 (cioe) che tal proportione è da.4. a.8. come da.3.a.6. li detti duoi numeri sup̃ficiali (cioe.32.&.18.) seranno detti simili. Similmente de questi duoi numeri.216.&.1728. pigliandoli per solidi, & pigliãdoli per tre lati de.216.4.e.6.e.9. & per li tre lati de.1728.8.e.12.e.18. et per che li tre lati li l'uno (cioe.4.6.e.9.) sono proportionali alli tre lati di l'altro (cioe a.8.12.&.18. p che tal proportione e da.4.a.6. qual è da.8.a.12. & da.6.a.9. quala è da.12.a.18.) li detti duoi numeri solidi se diranno simili. Ma bisogna advertire che'l non è necessario che li lati de numeri solidi simili siano sẽpre cõtinui proportionali come sono li sopraposti ma ponno essere continui & discontinui essempli gratia sia li duoi numeri.24.&.192. li quali pigliãdoli per solidi e pigliã

Superficiale. 18 — 3 6	Simili.
Superficiale. 32 — 4 8	
Solido. 216 — 4 6 9	Simili.
Solido. 1728 — 8 12 18	

do per li tre lati del .24.2.e.3.e.4.& per li tre lati del .192.4.e.6.e.8. & ꝑche li detti tre lati dell'uno (cioe .2.3.e.4.) son ꝓportionali alli .3. lati dell'altro (cioe e.4.6.e.8. cioe che tal proportione e da .2.a.3. quala e da .4.a.6. et tala e da .3.a. 4. quala è da .6.a.8.) li detti duoi numeri solidi seranno detti simil, ancorche li .3. lati di l'uno & di l'altro non siano continuati in una proportione.

Theorema primo. Propositione prima.

1 Se li estremi, de quanti numeri si voglian di continua proportionalità seran
1 no contra se primi, tutti quelli è necessario secondo la sua proportione esser li minimi.



Siano .a.b.c. continui ꝓportionali e li duoi estremi (liquali sono .a.c.) siano cōtra se primi. dico che in la medesima proportione non se ne trouerà tanti similmente minori, ma se questo potesse accadere ꝑ l'aduersario siano .d.e.f. & (per la quintadecima propositione del settimo) serà del .a.al.c. si come del .d.al.f. & ꝑche .a. & c. sono li minimi in la sua proportione (per la vigesima quinta del medesimo) seguitaria (per la uigesima seconda) che .a. numerasse .d. & .c. numerasse .f. cioe che li maggiori numerasse li minori laqual cosa esser non puo.

Problema.1. Propositione.2.

2 Puotemo trouare quanti numeri si voglia de continua proportionalità, se
2 condo una data proportione minimi.

Siano .a.et.b. li minimi de la detta proportione. et sia dutto in .a. in se medesimo & faccia .c. & dutto in .b. faccia .d. anchora dutto il .b. in se & peruenga .e. & .c. d. e. seranno continui proportionali in la proportione del .a.al.b. (per la decima ottaua et decima nona del settimo) & perche .c. & .e. sono contra se primi (per la trigesima del medesimo) seranno .c.d.e. li minimi secondo la data proportione (per la precedēte) anchora sia dutto .a. in tutti quelli et peruengano .f. g.h. & .h. in .e. peruenga .K. seranno etiam .f. g.h.K. cōtinui ꝓportionali in la proportione del .a.al.b. (per la decima ottaua et decima nona del settimo. Anchora minimi (per la trigesima del medesimo,) (& ꝑ la precedēte) e per questa uia, e ragione se ne trouerà .5. ouer .6. quanti si voglia.

Correlario.

2 Onde serà manifesto, che se seranno tre numeri de continua proportionalità
2 minimi secondo quella, li duoi estremi seranno quadrati, & se seranno quattro li estremi seranno cubi.

Il Tra-

l Tradottore.

Lo soprascritto correlario cõclude che per il processo delle cose fatte & dimostrate di sopra serà manifesto, che se seranno tre numeri de cõtinua proportionali tā secõdo quella, minimi li duoi estremi seranno quadrati & se seranno quattro le estremi seranno cubi, perche el si uede nel processo di sopra qualmẽte li duoi estremi.c.& .e. esser prouenuti dal dutto de.a.& del.b.in se medesimi però uẽgono a esser quadrati, similmẽte si uede li duoi estremi.f.& .K. esser produtti l'uno dal dutto de.a.inel suo quadrato, c, & l'altro del.b.nel suo quadrato, e, perilche uẽgono a esser ambiduoi cubi & li lati del.f.uiẽ a essere.a, ouero tre numeri equali al.a.& similmẽte li lati del.K.uẽgono a essere.b, ouero tre numeri equli al.b.& c.

Theorema.2. Propositione.3.

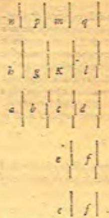
3/3 Se quanti si uoglian numeri continuamente proportionali seranno secõdo la sua proportione minimi, el se approua li duoi estremi de quelli necessariamente esser contra se primi.

Questa terza e al cõtrario della prima. perche siano, a, b, c, d, continuamente proportionali, & li minimi secõdo la sua proportione. Dico che li duoi estremi.a.& .d. seranno fra loro primi. pche li duoi minimi secõdo la pportione del a, al.b.siano.e.& .f.& (p la uigesima terza del settimo) serano contra se primi. Adõque p questi duoi, secondo la dottrina della precedẽte, siã trouati similmẽte tanti continuamente proportionali & minimi. quãti sono li numeri pposti. primamẽte tre liquali son.g.h.K.dapoi quatro liquali son.l.m.n.p.& a questo modo continuamẽte per lo aggiongimento de uno per fina a tãto che ne siano fatti tanti quanti sono li numeri proposti come in questo loco sono.l.m.n.p. Seguita adõque.l.m.n.p.esser equali ā.a.b.c.d.p questa causa che in la medema proportione l'uno & li altri sono li minimi & pche.l.& .p. sono contra se primi, p la trigesima del settimo, seranno anchora.a.& .d. a quelli equali, contra se primi che è il proposito.

Problema.2. Propositione.4.

4/4 Puotemo trouare la similitudine de piu proportioni assignate in li minimi numeri

numeri secondo quelle proportioni continuamente proportionale.



Siano prima trouate le assegnate proportioni in li minimi termini come insegna la trigesima sesta del settimo & siano la prima fra .a.& .b. la seconda fra .c.& d. la terza fra .e.& .f.& cosi anchora de piu se saranno piu, hor voglio continuar queste proportioni in li quattro minimi numeri. Piglio adonque .g. minimo numerato dal .b.& .c.& quante volte .b numera esso .g. tante volte faccio che .a. numera .h. Et ancora che'l .d. numeri tante volte il .K. quante volte .c. numera .g. Et se per caso .e. numera .K. faccio che .f. tante volte numeri l.& cosi li quattro numeri h.g.K.l. seranno quelli che cercamo. Perche è manifesto (per la decima ottaua del settimo) che'l sia del .h. al .g. si come del .a. al .b. et del .g. al .K. si come del .c. al .d.& del .K. al .l. si come del .e. al .f. Anchora è manifesto quelli esser li minimi, perche se possibile fusse esser altri minimi come .n.p.m.q. bisognarà (per la .2 2. del settimo tolta due volte) che l'uno & l'altro di duoi .b.& .c. numeri il .p. per laqual cosa et .g. numerarà il medesimo (per lo correlario della trigesima settima del settimo) che è inconueniente. Sono adonque .h.g.K.l. li minimi, ma se per sorte .e. non numera .K. sia tolto .m. il minimo numerato da quelli (cioe da .e.& .K.) el qual .m. quante volte è numerato dal .K. tante volte .h. numeri n.& .g. tante volte numeri il .p.& seranno (per la decima ottaua del settimo) n.p.m. in la proportione de .h.g.K. per laqual cosa del .n. al .p. serà come del .a. al .b. et del .p. al .m. come del .c. al .d.& quante volte .e. numera .m. faccio che tante volte .f. numeri .q.& serà (per la medesima) del .m. al .q. si come del .e. al .f. adonque è manifesto che le assignate proportioni sono continuate in li quatro numeri liquali sono .n. p.m.q. liquali se non seranno li minimi (per l'aduersario) siano se eglie possibile altri liquali siano .r.s.t.x. adonque perche (per la vigesima seconda del settimo tolta due volte) l'uno & l'altro di duoi, numeri .h.& .c. numera .s. (per il correlario della trigesima quinta del settimo, seguitaria che .g. numerasse il medesimo per la qual cosa etiam, K, numeraria, t, ma perche, per la vigesima seconda del settimo, e, numera il medesimo, t, non serà, m, lo minimo numerato del, K.& dal, e, per questa ragione tu potrai continuare a quelle un'altra quarta e quanti si voglian altre senza impedimento.

Theorema .3. Propositione .5.

5 La propositione de tutti li numeri composti dell'uno all'altro, e composta della proportioni di suoi lati.

5 Quello che propone la vigesima quinta del sesto delle superficie de equidistanti lati

lati, questa proposte di numeri composti, siano li duoi numeri composti .a. b. li la ti de .a. siano .c. & .d. li lati del .b. siano .e. & .f. dico adonque che la proportione del .a. al .b. è composta de quella che è del .c. al .e. & de quella che è del .d. al .f. Et per di mostrar questo sia che dal .d. in .e. sia fatto .g. perche adonque del .d. in .c. vien fat to .a. & del .f. in .e. vien fatto .h. (per la conversione della diffinitione di lati) serà (per la decima ottaua del settimo) del .a. al .g. si come del .c. al .e. & per la deci ma nona del medesimo) serà del .g. al .h. si come del .d. al .f. per laqual cosa (per la diffinitione) la proportione del .a. al .b. cõposita de quella che è del .c. al .e. & de quella che è del .d. al .f. che è il proposito, ne è necessario che cõtinuamo le propor tioni di lati (cioe quella che e del .c. al .e. & quella che e del .d. al .f.) in li minimi numeri trouati secõdo la dottrina della precedẽte, come insegnano alcuni perche questo e proposito non necessario, e quelli arguiscono, posto che quelli minimi siano .h. K. l. in questo modo che sia del .h. al .K. si come del .c. al .e. & del .K. al .l. si come del .d. al .f. & la proportione del .h. al .l. esser composta dalle proportioni delli proposti la ti & tolto .g. esser fatto del .d. in .e. arguiscono del .a. al .g. es ser come del .h. al .K. (perche eglie come del .h. al .c. al .e.) & del .g. al .h. come del .K. al .l. perche eglie come del .d. al .f.) e per tanto secondo la equa proportionalità, & del .a. al .b. se rà come del .h. al .l. concludeno adonque la proportione del .a. al .b. esser composta de quelle che e composta .h. & .l. che e vero ma non necessariamente tolto.

Il Tradottore.

El testo di questa quinta propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

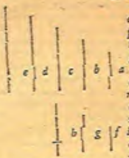
Li numeri piani, cioe superficiali, fra loro hanno la proportione composta dal li lati.

Laqual propositione e piu generale, e piu cõueniente, & piu corretta che quel la della prima tradottione perche li numeri primi come dissi sopra la secõda diffi nitione sono anchora loro superficiale, abenche alcuni espositori di Euclide habbia no contraria opinione come sopra il decimo se potrà vedere, Ma bisogna notare che la espositione per noi addotta sopra la diffinitione di numeri superficiali, cioe sopra la seconda diffinitione di questo, per errore di stãpa, par che sei contradica, perche in quella la scrittura dice in questa forma, ne .13. ne .17. ne .19. ne alcun' altro numero primo se pono dire realmente numeri superficiali &c. Laqual scrit tura vol stare, ouero dire in questo modo. Ma alcuni dicono che ne .13. ne .17. ne .19. ne alcuno altro numero primo se puonno dire realmente numeri superficiali.

Theorema .4. Propositione .6.

6/6 Se'l primo, de quanti si vogliano numeri continuamente proportionali non numera il secondo niuno delli altri numerarà l'ultimo.

Siano



Siano .a.b.c.d.e. cõtinuamẽte proportionali. dico che se .a. nõ numera .b. niũ delli altri numerarà .e, perche eglie manifesto che se .a. numera esso .b. che tutti li altri numerarano .e. & simplicemente qual si voglia precedẽte numerarà qual si voglia consequente. ma se .a. nõ numera esso .b. è manifesto che .d. non numerarà .e. ne simplicemẽte alcun de loro numerarà il prossimo sequẽte, perche sono sta posti continuamẽte proportionali, ma che nullo altro come seria a dire .c. numeri esso .e. se dimostra in questo modo siano tolti, secondo la dottrina della secõda di questo, tanti altri similmente continuamente proportionali minimi in la medesima proportione quanti sono esso .c. & tutti li altri sequenti. liquali siano .f.g.h. & per la terza di questo .f. & .h. seranno cõtra se primi. Et perche, per la equal proportionalità, del .c. al .e. e come del .f. al .h. conciosia che .f. non numera .h. nel .c. numerarà .e. ne p il medesimo modo alcun delli altri numerarà esso .e. per laqual cosa e chiaro quello che fu proposto.

Il Tradottore.

El testo di questa sesta propositione, nella seconda tradottione parla in questa forma cioe.

Se seranno quanti si vogliano numeri continuamente proportionali & che il primo non misura il secondo & niun altro misurarà niuno altro.

Il Tradottore.

La qual propositione pur se dimostra si come la precedẽte, esempli gratia volẽdo dimostrare che .a. non misuri alcun altro, poniamo, .c. pigliaremo similmente tanti termini come è .a.b.c. cõtinuamente proportionali minimi in quella proportione quali siano pur .f.g.h. & se procederà come di sopra fu fatto, cioe che se .f. non misura .h. ne anchora .a. misura .c.

Theorema. 5. Propositione. 7.

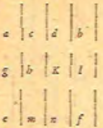
7
7 Se'l primo di numeri continuatamẽte proportionali, numera l'ultimo quel medesimo numera il secondo.

Siano quelli posti per avanti cõtinuatamẽte proportionali dico se .a. numera .e. esso .a. numerarà il .b. altramente, per la precedente, non numeraria .e. che è il cõtrario & impossibile. Et non solamente numerarà .b. ma etiam li numerarà tutti & similmente ciascun de loro numerarà qual si voglia delli sequenti.

Theo-

Theorema. 6. Propositione. 8.

8 Se fra dui numeri, cascaranno quanti numeri si voglia in continua pro-
8 portionalità similmente tanti è necessario caschar fra ogni dui referti in la medesima proportione.

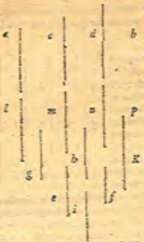


Siano a. & b. fra liquali cadeno .c. et .d. in continua proportione liquali siã in proportione com'è .e. al .f. Dico che similmente tanti termini cadeno fra .e. & .f. & in quella medesima proportione quanti cadeno fra .a. & .b. perche essendo .g.h.K.l. similmente tanti minimi quanti sono .a. et .b. quelli liquali cadeno fra quelli tali si come insegna la seconda di questo continuamente proportionali in quella proportione & (per la terza di questo) .g. & .l. seranno contra se primi, et (per la equal proportionalità) serà del .g. al .l. si come del .a. al .b. & però è si come dal .e. al .f. & perche essi sono in la sua proportione minimi (per la vigesima terza del settimo) seguita (per la vigesima prima del medesimo) che .g. numeri .e. & .l. .f. equalmente tante volte adunque .h. numeri .m. & .K. .n. & posti .m. & .n. fra .e. & .f. (per la decima ottava del settimo) è manifesto .e.m.n.f. essere continuamente proportionali si come sono .g.h.K.l. & però si come .a.d.c.d. per laqual cosa è manifesto quello che stato detto. Da questa propositione è manifesto niuna superparticulare poter esser divisa in due parte equale. perche se questo fusse possibile bisognaria fra dui numeri de vna so la vnità distanti cascar vn numero medio, laqual cosa non può esser, e per tanto il tono in la musica elqual còtien vna sesquiottaua proportione in dui veri semitoni non può esser diuiso, ma necessariamente vien diuiso in semiton minore, & in semiton maggiore.

Theorema. 7. Propositione. 9.

9 Se fra dui numeri contra se primi cascaranno quanti numeri si vogliano in
9 continua proportionalità, similmente tanti è necessario cadere fra l'vno & l'altro de quelli & la vnità, in continua proportionalità.

Siano .a. & .b. contra se primi fra liquali cada in continua proportione .c. et .d. dico che tanti similmente seranno còtinuamente proportionali fra .a. et la vnità, & anchora similmente fra .b. & la vnità, perche essendo li minimi in quella proportione .e. & .f. tolti come insegna la trigesima sesta propositione del 7. libro dalli quali essendo tolti tre còtinuamète proportionali minimi in la proportion de quelli come insegna la secòda di questo liquali siano .g .h. K. et dapoi quattro liquali siano .l.m.n.p. e questo sia fatto tãte volte per fin a tãto che li tolti cosi sian fatti tãti



similmente quanti sono li numeri proposti, come in questo luoco sono. l. m. n. p. le manifesto adonque essendo. a. c. d. b. in la sua proportione minimi (per la prima di questo, & essendo l. m. n. p. tanti similmente & minimi in la medesima, & non essendo possibile, essere alcuno minore del minimo che li numeri. l. m. n. p. seranno equali alli numeri. a. c. d. b. cadauno al suo relatiuo adonque. l. è equale al. a. & il. p. al. b. & è manifesto dalla seconda de questo che del. f. in se medesimo vien fatto il. K. & del medesimo. f. in. K. vien fatto. p. (per la diffinitione adonq; de quella diffinitione che cosa è esser multiplicato) serà lo. f. in. K. anchora il. K. in. p. quante volte è la unità in. f. adonq; la unità. f. K. p. sono continuamente proportionali, & similmente & la unità. e. g. l. tolti adonq; a. et. b. in luogo del. l. & p. (a quelli equali seranno fra. a. & la unità. g. & e. & fra. b. & la unità. K. & f. continuamente proportionali tanti similmente quanti sono fra. a. & b. che è il proposito.

Theorema. 8. Propositione. 10.

10 / 10 Se fra l'uno e l'altro de quelli, & la unità cascheranno quanti si voglian numeri in continua proportionalità, tanti similmente è necessario esser fra li detti duoi numeri in continua proportionalità.

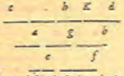
Siano li duoi numeri. a. & h. & siano. c. & d. fra. a. & la unità anchora e. & f. fra. h. & la unità, continuamente proportionali. Dico tanti similmente esser fra. a. & h. continuamente proportionali. Questa è conuersa della precedēte eccetto che al suggetto della precedente fu posto. a. & h. esser contra se primi, che non vien posto in questo luoco per la qual causa lo suggetto di questa è piu uniuersale del suggetto di quella, perche adonque quāte volte la unità e in. d. tāte volte è il. d. in el. c. & tante volte il. c. in. a. è manifesto che dal. d. in se vien fatto il. c. & dal medesimo. d. in. c. vien fatto. a. Similmente anchora dal. f. in se, & in. e. sono fatti. e. et. h. essendo adonque dutto. d. in. f. lo produtto sia. g. & similmente el medesimo. d. essendo dutto in. g. & e. & essendo li produtti. b. & K. è manifesto adōque (dalla decima ottaua del settimo) che del. c. al. g. e come del. d. al. f. & (dalla decima nona) che del. g. al. e. è come del. d. al. f. per laqual cosa. c. e. g. sō cōtinuamēte proportionali la proportione del. d. al. f. Anchora un'altra volta per la decima ottaua) sono del. a. al. b. si come del. c. al. g. & del. b. al. K.

si come

ſi come del.g.al.c.& (per la decima nona) del.K.al.b.ſi come del.d.al.f.adõque .c.b.K.b.ſon continuamẽte proportionali, per laqual coſa è manifeſto il propoſito.

Theorema.9. Propoſitione.11.

11 — 11.12 Se ſeranno duoi numeri ambiduoi quadrati la proportione dell'uno all'altro, de quelli ſerà come la proportione del lato dell'uno al lato dell'altro duplicata, & ſe ambi ſeranno cubi la proportione dell'uno all'altro, ſi è come la proportione del lato dell'uno all'altro treplicata.



Siano li duoi numeri quadrati.a.& .b.li duoi cubi.c.& .d.li lati ſi di quadrati come di cubi ſiano.e.(del.a.& .del.c.) & .f.(del.b.& .del.d.) dico che la proportione del .a.al.b.ſerà ſi come del .e.al.f. duplicata, & del.c.al.d.ſi come la medeſima treplicata, perche è manifeſto che dal.e.in ſe medeſimo uien fatto.a.& da eſſo.e.in.a.uien fatto.c.coſi ancora del.f.in ſe uiẽ fatto.b.& da eſſo.f.in.b.uien fatto.d.adonque ſia dutto.e.in.f.& peruenga.g.& ſia dutto in.g.& .b.& peruengano.h.& .K.& (per la decima ottaua del ſettimo) ſerà del.a.al.g.ſi come del.e.al.f.(e ꝑ la decima nona) del.g.al.b.ſerà ſi come del.e.al.f. adõque (dalla diffinitione) dal.a.al.b.ſerà ſi come del.e.al.f.duplicata che è il primo propoſito. Et ſecondo per lo medeſimo modo è manifeſto.(perche ꝑ la decima ottaua un'altra uolta) del.c.al.h.ſi come del.a.al.g.& del.h.al.K.ſi come del.g.al.b.&, (per la decima nona) del.K.al.d.ſi come del.e.al.f.per la qual coſa.c.h.K.d.ſono etiam cõtinuamente proportionali, in la proportione del.e.al.f.adõque (per la diffinitione) ſerà del.c.al.d.ſi come del.e.al.f.treplicata che è il ſecondo propoſito.

Il Tradottore.

Queſta ſopraſcritta propoſitione in la ſeconda tradottione è diuiſa in due propoſitioni & in quelle propone due particole di piu della preſente perche la prima dice in queſta forma uidelicet.

Vno medio proportionale de duoi numeri quadrati è numero, & lo quadrato al quadrato ha doppia proportione che'l lato al lato.

Et la ſeconda dice a queſto modo.

Li duoi medij proportionali, de duoi numeri cubi ſono numeri, & il cubo al cubo ha trepia proportione, come ha il lato al lato le qual particole ſe medemo coſi eſſer ꝑ le demoſtrationi fatte di ſopra cioè che il medio proportionale fra li duoi quadrati.a.& .b.(el qual.e.g.) è numero per eſſer prodotto del.e.in.f.& ſimilmente li duoi medij porportionali fra li duoi numeri cubici.c.et.d.(cioè.h.et.K) ſono etiam numeri per eſſer prodotti della multiplicatione del numero e nelli duoi numeri.g.& .h.che è il propoſito.

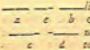
Theorema. 10. Propositione. 12.

12/13 *Se ciascun de numeri de cõtinua proportionalità sia multiplicato in se medesimo, quelli numeri che da quelli seran produtti è necessario esser sotto continua proportionalità, & se gli suoi principij sian anchora multiplicati in essi produtti anchora li produtti da quelli è necessario esser de continua proportionalità, & il medesimo aduerrà in tutte le estremità produtte per questo modo.*

Siano.a.b.c.cõtinuamente proportionali di quali ciascũ sia multiplicato in se medesimo & peruengano dal.a.il.d.et dal.b.lo.e.& dal.c.lo.f.dico che.d.e.f.seno continuamente proportionali,& se anchora sia multiplicato.a.in.d.& peruenga.g.anchor.b.in e.& peruenga.h.et.c.in.f.& peruenga.K.dico anchora che.g.h.K.serãno continuamente proportionali, perche essendo.l.produtto dal.a.in.b.& m.il produtto dal.c.in quel medesimo & (per la decima ottaua & decima nona del settimo) seranno.d.l.e.m.f.continuamente proportionali in la proportione de.a.b.c..Adonque per la equal proportionalità arguisse del.d.al.e.esser si come del.e.al.f.che è il primo proposito,lor manifie vien dimostrato,cosi sia multiplicato.a.in.l.& e.& peruengano.n.et.p.ancora sia multiplicato.c.in.e.& m.& peruengano.q.& r.& (per la medesima) seranno.g.n.p.h.q.r.K..anchora cõtinuamente proportionali in la proportione di primi adunque per la equal proportionalità cõclude.g.al.h.esser si come.h.al.K.che.e. lo rimanente la medema ragione serà in quante volte che li primi siano multiplicati in li produtti.

Theorema.11. Propositione.13.

13/14 *Se alcun numero quadrato, numerarà vn altro numero quadrato, el se approua anchora el suo lato numerar il lato di quello,& se'l suo lato numerarà il lato de quello, il quadrato numerarà il quadrato.*



Siano li duoi numeri quadrati.a.& b.& li lati de quelli.c.& .d. Dico che se.a.numera.b.il.c.numera il.d.& è conuerso.perche le manifesto che dal dutto del.c.in se medesimo vien fatto.a.& del.d.in se medesimo viene fatto.b.essendo adonque fatto.e.dalla multiplicatione del.c.in.d.per la decima ottaua & decima nona propositione del settimo libro,seranno.a.e.b.continuamẽte proportionali in la proportione del c.al.d.Se adõque.a.numera.b.quello medesimo (per la settima propositione de questo) numerarà.e.per laqual cosa, & .c.numerarà il.d.che è il proposito primo la parte conuersa cosi è manifesta, se .e. numera .d. lo .a. numerarà .e. perche la proportione del .a. al .e. è si come del .e. al .d. & se'l numera .e. esso numerarà .b. per questa causa che sono continuamente proportionali.

Theorema. 12. Propositione. 14.

14/15 *Se un numero cubo numerarà un'altro numero cubo. Ancora il suo lato numerarà il lato dell'altro, & se'l suo lato numerarà il lato dell'altro, il cubo numerarà il cubo.*

Siano duoi numeri cubi, a. et b. li lati di quelli .c. & .d. Dico che se .a. numera .b. ancora il .c. numerarà il .d. & è conuerso (per dimostrar questo sia moltiplicato .c. in se & sia fatto .e. ancora il .d. in se & sia fatto .f. adonque è manifesto che dal .c. in .e. vien fatto .a. & dal .d. in .f. vien fatto .b. adonque il .g. viē fatto dal .c. in .d. & (per la decima ottaua & decima nona del settimo) .e. g. f. seranno continuamente proportionali in la proportione dal .c. al .d. & a. h. et k. peruengono dal .c. in .g. & f. Adonque (per le medesime propositioni) a. h. k. b. serano ancora continuamente proportionali in la medesima proportione. Adonque se .a. numera .b. el medesimo (per la settima di questo) numerarà .h. per laqual cosa & .c. numerarà il .d. perche dal .c. al .d. è si come del .a. al .h. adonque è manifesta la prima parte. La parte conuersa è manifesta si come la conuersa della ottaua. perche se .c. numera .d. anchora .a. numera .b. laqual se la numera è necessario che la numeri .b.

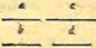
Theorema. 13. Propositione. 15.

15/16 *Se un numero quadrato non numerarà alcun'altro numero quadrato, ne il suo lato numerarà il lato de quello. Et se'l lato suo non numerarà il lato de quello, el se conuence de necessità quel quadrato non numerarà quell'altro quadrato.*

Siano li duoi numeri quadrati .a. & b. li lati di quali siano .c. & d. se .a. non numerarà .b. dico che anchora .c. non numerarà .d. & è conuerso se .c. non numera .d. ne .a. numerarà .b. Hor sia primamente che .a. non numeri .b. se adonque .c. (per l'aduersario) numere il .d. (per la seconda parte della terzadecima di questo) & .a. numerarà .b. laqual cosa è contraria alla positione, & cosi è manifesto il primo proposito. Anchora il secondo se manifesta in questo modo. Sia che .c. non numeri .d. adonque se possibile è per l'aduersario che .a. numeri .b. (per la prima parte della terza decima) è necessario che .c. numeri .d. adōque eglie necessario che lui numeri quello & già fu supposto che'l non lo numeri laqual cosa è impossibile.

Theorema.14. Propositione.16.

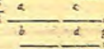
e/17 *Se un numero cubo non misura un'altro numero cubo, ne il lato de quello misurarà el lato de quello altro, & se'l lato non misura il lato ne etiam il cubo misurarà il cubo.*



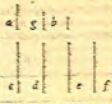
Sia che'l numero cubo.a.non misuri il numero cubo.b. & il lato di questo.a.sia.c.& del.b.sia.d.dico che.c.non misura esso.d.perche se.c.misura esso.d.etiam.a. misura. b. (per la quartadecima propositione dell'ottavo libro) ma.a.non misura.b.per il presupposito, adonque nel.c.misurarà esso,d.Ma supposto che'l,c.non misura.d.dico che.a.non misuri.b.per se. a.misurasse,b.& .c.misuraria.d.(per la decima quarta de questo,ma il c.)dal presupposito non misura.d.adonque ne etiam.a.misurarà esso.b.laqual cosa bisognava dimostrare.

Theorema.15. Propositione.17.

16/18 *Se duoi numeri superficiali seranno simili è necessario esser fra quelli un terzo numero secondo la proportionalità continua, & la proportione de un numero all'altro a lui simile serà come la proportione duplicata de un di suoi lati al lato dell'altro a lui risguardante.*



Siano li duoi numeri,a.& b.superficiali & simili. Dico che fra essi cade un numero in continua proportione, & per dimostrar questo sian li lati del,a.c.& d.et li lati del.b.sian.e.& f.& (per la conversione della diffinitione di numeri simili) serà del.c.al.e.si come del.d.al.f.& è manifesto che del,c.in d.vien fatto.a.& del.e.in f.vien fatto.b.adonque sia fatto.g.dal.e.in d.& (per la decima nona del settimo) serà del.a.al.g.si come del.c.al.e.& (per la decima ottava) del medesimo del.g.al.b.serà si come del.d.al.f.per laqual cosa, del.a.al.g.serà si come del. g.al.b.Adonque.g.è medio fra.a.& b.in cõtinua proportionalità che è il proposito. Ma il corrolario è manifesto essẽdo del.a.al.b.(per la diffinitione) si come del. a.al.g.duplicata laquale è a quella medesima che è dal.c.al.e.



Theorema.16. Propositione.18.

17/20 *Se un terzo numero cascharà fra duoi numeri secondo la continua proportionalità quelli duoi numeri seranno superficiali & simili.*

Questa è conversa della precedente cioe che se fra,a.et.b.sia.c.constitutto secõdo cõtinua proportionalità. Dico che.a,& b.serãno ambiduoi numeri superficiali &

li &

li & simili perche se seranno tolti .d. & e. minimi in quella proportion in laquale sono continuadi .a. c. b. quelli (per la vigesima seconda del settimo) numeraranno .a. & c. equalmente & sia che li numeraranno secondo .f. & (per la medesima) . c. & b. equalmente & sia che li numeraranno secondo .g. seranno adonque (per la diffinitione) a. & b. superficiali, & seranno anchora (per la diffinitione.) d. & f. lati del numero .a. anchora .e. & g. lati del numero .b. ma che essi siano simili tu l'hauerai in questo modo. Perche essendo, c. produtto dal .d. in g. & similmente essendo il medesimo, c. il produtto del, e. in f. (per la seconda parte della vigesima del settimo) serà del .d. al .e. si come del .f. al .g. (per la diffinitione) adonque, a. & b. sono simili che è il proposito. Et questo vltimo proposito ilqual è .a. & b. esser simili tul poi hauere (per la decima nona & decima ottaua del settimo) & per questo presupposito che .a. c. b. sono continuamente proportionali in la proportione del. d. al .e. de minimi numeranti .a. & c. secondo .f. & c. & b. secondo .g.

Theorema. 17. Propositione. 19.

18/19 Se seranno duoi numeri solidi simili, e necessario fra quelli esser duoi numeri secondo la continua proportionalità, & la proportione de l'uno solido all'altro a lui simile, serà come la proportione treplicata de qual si voglia suo lato al lato dell'altro a lui risguardante proportionalmente.

Siano li duoi numeri, a, & b. solidi simili, Dico che fra essi cadeno duoi numeri in continua proportione, et per dimostrar questo siano li lati del numero a, li numeri, c. d. e. & li lati del, b. siano .f. g. h. & (per la conuersione delle diffinitione di numeri solidi simili) serà del, c. al .f. & del .d. al .g. si come del .e. al .h. sia adonque .K. il produtto del, c. in d. & l. lo produtto del, f. in. g. l. & (per la diffinitione) seranno .K. & l. superficiali & simili per laqual cosa (per la decima settima di questo) fra quelli cade un numero medio proportionale secondo la proportione del .c. al .f. qual sia .m. Ma è manifesto che dal. e. in .K. vien fatto .a. & dal .h. in .l. vien fatto .h. Se adonque dal. e. in. m. & l. sono fatto .n. & p. seranno (per la .18. del settimo) del .a. al .n. si come del .K. al. m. & n. al .p. si come del .m. al .l. per laqual cosa .a. n. p. son continuamente proportionali in la proportione del, c. al .f. & perche (per la decima nona del medesimo) del .p. al. h. e. si come del, e. al .h. et pero si come del. c. al .f. seguita che li quattro numeri .a. n. p. siam continuamente proportionali secondo la proportione del .c. al .f. Adonque

fra.a.& b.sono li duoi numeri.n.& p. medij in continua proportionalità de suoi lati interposti, che è il proposito, & lo correlario è manifesto conciosia che la proportione del.a.al.b.sia (per la diffinitione) si come del.e.al.n. treplicata laquale è simile ouer equale a quella che è dal, c.al.f.

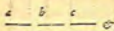
Theorema. 18. Propositione. 20.

19/21 Se seranno duoi numeri & che fra quelli cascheno, ouero intergiaceno duoi numeri secondo la continua proportionalità, quelli duoi numeri sono solidi & simili.

Questa è il conuerso della precedente, come se fra.a.& b.siano li duoi numeri. c. & d.medij in continua proportionalità, seranno li detti duoi numeri, cioe .a. & b.solidi & simili. Et per dimostrar questo sian tolti li tre minimi in la medesima proportione continuamente proportionali, liquali sian. e. f. g.& (per la decima ottaua) seranno,e.& g. superficiali & simili. Siano adonque. h. & K.li lati del. e. & l.& m.li lati.d.g.& (per lo correlario della decima settima di questo) serà del.e.al. f. si come del.h.al.l.ouer si come del. K. al.m. & è manifesto (dalla terza) che.e.& g. sono contra se prime pero (per la uigesima quinta del settimo) in la sua proportione son minimi. Et perche (per la equa proportionalità) dal.a.al.d.& .c.al.b.è si come dal.e.al.g. seguirà (per la uigesima seconda del settimo) che essi numeranno.a. & d. equalmente, laqual numeratione sia secondo.n.& anchora.c.& b. equalmente laqual sia secondo. p.perche adonque dal.h.in K.uien fatto.e.& da.e.in .n. uien fatto. a. seguita (per la diffinitione.che.a.sia solido & li lati di quello sono.h. K.n. Similmente perche dal.l.in.m.uien fatto.g.& dal.g.in p.uien fatto.b.seguita anchora che,b.sia solido, & li lati di quello sono. l. m. p. Ma che essi sian simili esso se manifestarà conciosia che dal.g.in n.uien fatto.d. & dal medesimo in. p. uien fatto.b.e (per la decima ottaua del settimo) serà del.n.al.p.si come del, d.al.b.& perche cosi erano del.h.al.l.& del.K.al.m.(per la diffinitione è manifesto,a.& b.esser simili che è il proposito.

Theorema. 19. Propositione. 21.

20/22 Se de tre numeri continuamente proportionali el primo serà quadrato. Anchora il terzo è necessario esser quadrato.



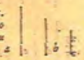
Siano li tre numeri continuamente proportionali, a.b.c. & sia a.quadrato dico che,c.e etiam quadrato. Perche sono (per la decima ottaua propositione) a. & c.superficiali & simili essendo adonque.a.quadrato (per il presupposito) c.serà etiam quadrato che è il proposito.

Theo-

Theorema.20. Propositione.22.

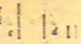
21/23 *Se'l primo de quattro numeri continuamente proportionali, serà cubo, il quarto è necessario esser cubo.*

Siano li quattro numeri cõtinuamente proportionali. a.b.c.d.& sia.a.cubo. Dico che.d.e anchora cubo perche è manifesto (per la uigesima) che.a.& d.sono soli di simili, & perche.a.è cubo, per il presupposito.d.serà anchora cubo.

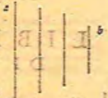


Theorema.21. Propositione.23.

22/24 *Se de duoi numeri, di quali la proportione sia si come d'uno numero quadrato, a uno numero quadrato, uno serà quadrato, anchora l'altro è necessario essere quadrato.*



Siano li duoi numeri, a.& b. in la proportione de duoi quadrati liquali siano, c.& d.& sia.a.ouer.b.quadrato. Dico lo restante esser quadrato.perche essendo. c. & d.quadrati seguita quelli esser superficiali simili. Adonque (per la decima settima) fra loro cade un medio in continua proportione, per laqual cosa (per la ottaua) & fra.a.& b.adonque (per la uigesima prima propositiõ è manifesto il proposito.



Theorema.22. Propositione.24.

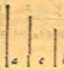
23/25 *Se de duoi numeri liquali sia proportione del l'uno a l'altro sia come de uno cubo a uno cubo, & che l'uno de quelli sia cubo. Anchora l'altro è necessario esser cubo.*

Siano li duoi numeri.a.et.b.in la proportione di duoi numeri cubi liquali siano.c.& d.et sia.a.ouer.b.cubo. Dico lo rimanente esser cubo. Perche è necessario che.c.& d.siano solidi simili. Certamente tutti li cubi sono simili & solidi, adonque (per la decimanona) fra quegli cadono duoi mezzi in cõtinua proportiõne, tanti similmente (per la ottaua) cadeno fra.a.& b.adonque (per la uigesima seconda) è manifesto il proposito.

Theorema.23. Propositione.25.

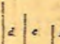
24/26 *La proportione dell'uno all'altro di numeri superficiali simili, e si come la proportione de un numero quadrato a un numero quadrato.*

Siano.a.& b.superficiali simili dico che la proportione dell'uno all'altro e si come d'un numero quadrato a un numero quadrato perche (per la decima ottaua) serà

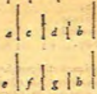


un numero medio in cōtinua proportione qual sia .c. tolti adō que li tre minimi in la proportione de q̄lli liquali siano. d.e. f.(per lo correlario della secōda) .d.& f. seranno quadrati, & perche (per la equa proportionalità) del .a. al .b. e si come del .d. al .f, E manifesto esser uero quello che è proposito.

Theorema .24. Propositione .26.



25/27 La proportione dell'uno all'altro de duoi numeri solidi si mili, e si come d'un cubo ad alcun cubo.



Siano .a. & b. solidi simili. Dico che la proportione dell'uno all'altro e, si come quella d'un cubo ad alcun altro cubo, certamente (per la decima nona propositio ne) sono fra quelli duoi numeri medii secondo la continua proportione liquali sian .c. & d. Siano li quattro minimi in la proportione de quelli, e.f.g.h. di quali .e. & h. seranno cubi (per lo correlario della secōda di questo) perche adonque (per la equa proportionalità) del .a. al .b. è si come del .e. al .h. il proposito è chiaro.

IL FINE DEL OTTAVO LIBRO.

LIBRO NONO
DI EVCLIDE.

Diffinitione. Prima.

1/6 El numero paro è quello che puo esser diuiso in due parti equale.

Il Tradottore.

SI come sono .2.4.6.8.10.12. & altri simili che se pono diuidere in due parti equale senza rompere la unità. Questa & le sei sequente diffinitione nella seconda tradottione sono poste nel settimo libro come per li numeri appar.

Diffinitione. 2.

2/7 El numero disparo e quello che non puo esser diuiso in due parti equali, & sopravanza il paro in la unità.

Il Tradottore.

La ultima parte de questa diffinitione ne aduertisse qualmente la unità non uiē connumerata fra li numeri dispari quantunque la nõ possa esser diuisa in due parte equale atento che lei non ha quella vltima conditione di sopravanzare alcuno numero paro in una unità, per la qual cosa el numero ternario uien a esser il primo & il minimo de tutti li numeri dispari.

Diffinitione. 3.

3/8 El numero parimente paro, e quello che tutti li numeri pari che lo numeranno, lo numeranno per uolte pare.

Il Tradottore.

Verbi gratia el.32. numerato da quattro numeri pari cioe da. 2. dal.4.da.8. da.16.& non d'altri & perche cadauno de detti numeri lo numeranno per uolte pare cioe el.2.lo numera.16.uolte el qual.16.e per paro & lo.4.lo numera.8. uolte, & lo.8.lo numera.4.uolte & lo.16.due uolte per il che il detto.32.e numero parimente paro perche tutti li numeri pari che lo numeranno lo numeranno per uolte pare il medesimo se trouerà esser.64.e.128.etiam.16.8.& 4.ideo &c.

Diffinitione. 4.

4/9 Lo numero parimente disparo e quello che tutti li numeri pari che lo numeranno lo numeranno per uolte dispare.

Il Tradottore.

Si come sono. 6.10.14.18.22.26.30. & altri simili che tutti li numeri pari che li numeranno li numerãno per uolte dispare. Verbi gratia il.30. e numerato da tre numeri pari, cioè da. 2.da.6.& da.30.dal.2.e numerato.15.uolte et dal. 6.è numerato.5.uolte et da.10.3.uolte liquali numeri de uolte per esser tutti dispare el detto.30.serà detto numero parimente disparo, & questa specie di numeri nasceno dal duplato de ogni numero disparo.

Diffinitione. 5.

6/10 El numero parimente, et disparimente paro e quello che li numeri pari che lo numeranno, alcuni lo numerãno per uolte pare, et alcuni per uolte dispare.

Il Tradottore.

Si come sono.24.28.36.40.& altri simili, liquali sono numerati da alcuni numeri pari per uolte pare & da alcuni per volte dispare, essempli gratia.40.e numerato da.2.da.4.da.10.da.20.per uolte pare e poi è misurato da. 8. per uolte dispare. cioe per 5.uolte per il che se dirà che.40.e numero parimente, & disparimente paro & queste specie de numeri participano del numero parimẽte paro, & del numero parimente disparo.

Diffini-

Diffinitione. 6.

6/11 LO numero disparmente disparo e quello che tutti li dispari che lo numeranno, lo numeranno per volte dispare.

Il Tradottore.

Si come e.15.21.27.33.35.39.45.& altri simili che tutti li numeri dispari che li numeranno li numeranno per volte dispare, esempli gratia.45.e numerato da quattro numeri dispari(cioe da.3.da.5.da.9.& da.15.)per volte dispare(cioe da.3.e numerato.15.volte & da.5.nuoue volte, & da.9.5.volte, & da.15.tre volte per il che serà detto numero disparmente disparo per la presente diffinitione.

Diffinitione. 7.

7/23 Numero perfetto se adimanda quello che e equale a tutte le sue parti del le quale è numerato.

Il Tradottore.

Si come sono.6.28.496.& altri simili che sono equali a tutte le sue parti che le numeranno, esempio le parti del.6.sono tre cioe la mità che è.3.la terza che è.2.la sesta che è.1.lequal parte summate insieme fanno appunto.6.per il.6.è numero perfetto ꝑ questa diffinitione il medesimo seguira inel.28.& 496.se cō diligentia trouerai tutte le sue parti che li numeranno & questi tal numeri perfetti sono piu rari de ogni altra specie di numeri, pero che da uno insino a cēto non se ne troua altri che duoi cioe.6.& 28.& da.100.ascēdendo gradatim per fin a.1000.se troua solamente.496.et da.1000.per fina a.10000.se troua solamente.8128,

Diffinitione. 8.

8/0 Numero abondante è detto quello che è minore de tutte le sue parte.

Il Tradottore.

Si come sono.12.24.36.48.& altri simili che tutte le sue parti agionte insieme sopranaanzono il detto numero come appare in el.12.el quale ha la mità(che è.6.)ha la terza(che è.4.)ha la quarta (che è.3.) ma la sesta (che è.2.) etiam ha la duadecima(che è.1.) lequal parte gionti insieme sono appunto. 16. laqual summa per esser maggior del detto. 12. tal numero serà detto habondante il medesimo se dirà delli altri simili.

Diffinitione. 9.

9/9 Et numero dimenuto è detto quello che è maggiore de tutte le sue parti.

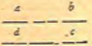
Il Tra-

Il Tradottore.

Si come sono. 8. 10. 14. 16. & altri simili che tutte le sue parti gionte insieme sono minore del detto numero, cioe al cõtrario del numero habõdante come appare in 8. elqual ha la mità (che e. 4.) ha la quarta (che e. 2.) e ha la ottaua (che e. 1.) lequal parti gionti insieme fanno appõto. 7. laquale summa de parti e minora del detto. 8. il medesimo si deue intendere in qualunque altro simile.

Theorema primo. Propositione prima.

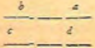
1 Se seranno duoi numeri superficiali simili, quello che uien produtto dal dut
1 to dell'uno in l'altro è necessario esser numero quadrato.



Siano, a. & b. superficiali simili della multiplicatione di quali peruenga, c. dico. c. esser numero quadrato, e per dimostrar questo sia dutto. a. in se & peruenga. d. (& per la decima ottaua del settimo) serà del, d. al. c. si come del, a. al. b. & perche fra. a. & b. cade un mezzo secondo la continua proportionalità (per la decima settima del ottauo) seguita (per la ottaua del medesimo) che anchora uno ne cada fra. d. & c. adunque conciosia che, d. sia quadrato (per la uigesima prima del medesimo) serà. c. anchora quadrato, che è il proposito.

Theorema. 2. Propositione. 2.

2 Qualunque duoi numeri, che dalla multiplicatione di l'uno in l'altro si pro
2 duca numero quadrato, sono superficiali simili.



Questa è conuersa della prima, cioe che se del. a. in. b. sia fatto. c. & che. c. sia quadrato seranno. a. & b. superficiali simili. Hor sia. d. il dutto del. a. in se e (per la decima ottaua propositione del settimo libro) serà del. d. al. c. si come del. a. al. b. (per la decima settima propositione del ottauo libro) conciosia che. d. & c. siano superficiali simili (imperoche sono ambiduoi quadrati (serà fra quelli uno numero medio secondo la cõtinua proportione adunque (per la ottaua propositione del medesimo) el ne serà anchora uno. fra. a. & b. adunque (per la decima ottaua propositione del medesimo) a. et. b. sono superficiali simi li, che è il proposito.

Correlario.

2 Adunque per queste dimostrationi fatte è manifesto che se un numero quadrato sia dutto in un numero quadrato quello che da quegli serà produtto è necessaria

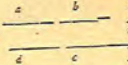
ceſſario eſſere quadrato. Ma ſe del dutto d'un quadrato in alcuno numero, ſia pro dutto numero quadrato, quello tale numero è neceſſario eſſere quadrato. Et an chora ſe dal dutto d'uno numero quadrato in alcuno numero, non ſia produtto nu mero quadrato, quel tal numero è neceſſario eſſere non quadrato. Ma ſe un nume ro quadrato ſia dutto in alcuno numero non quadrato quello che da quelli ſerà produtto è neceſſario eſſer non quadrato.

La prima parte de queſto correlario è manifeſta (per la premeſſa,) perche tutti li quadrati ſono ſufficiali ſi mili. La ſeconda è manifeſta da queſta. conciosia che ſo lo il quadrato è ſimile al quadrato. La terza parte è ma nifeſta dalla prima parte de eſſo correlario, per diſtrut tione del cõſequente. Et la quarta è manifeſta per la ſe conda parte del medeſimo ancora per deſtruttione del conſequente.

Theorema 3. Propoſitione. 3.

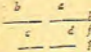
3/3 Se un numero cubo ſia dutto in ſe medeſimo, quello che ſerà produtto da quello ſerà cubo.

Sia. a. numero cubo dal qual dutto in ſe ſia fatto. b. dico. b. eſſer cubo perche eſ ſendo. c. il lato cubico de. a. & dal. c. in ſe, ſia fatto. d. è manifeſto adõque che dal. c. in. d. eſſer fatto. a. ſono adonque la unità. c. d. a. continuamente proportionali la qual coſa (per la decima ottaua propoſitione del ſet timo libro & per li preſenti preſuppoſiti) è manife ſto. Et perche dal. a. al. b. e ſi come dalla unità al. a. imperoche quante uolte è la unità in. a. tante uolte ſerà. a. in. b. ſeranno fra. a. & b. duoi numeri medij ſecondo la proportionalità continua (per la ottaua propoſitione dello ottauo libro) conciosia adonque che. a. ſia cubo (dallo preſuppoſito) ſerà anchora (per la uigeſima prima del mede ſimo). b. cubo che biſognaua dimoſtrare.



Theorema. 4. Propoſitione. 4.

4/4 Se un cubo ſia dutto in un'altro cubo, quello che da tal multiplicatione ſe rà produtto ſerà cubo.



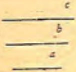
Sia. a. & b. cubi, & dal. a. in. b. ſia fatto. c. dico. c. eſſer cu bo, & per dimoſtrar tal coſa, ſia dutto. a. in ſe medeſimo e ſia fatto. d. (per la precedente) el detto. d. ſerà cubo, & (perche per la decima ottaua propoſitione del ſettimo) del. a. al. b. è ſi come del. d. al. c. (per la uigeſima quarta del ottauo) e manife ſto. c. eſſer cubo che è il propoſito.

Theorema 5. Propositione 5.

5 Se vno numero cubo serà dutto in un'altro numero, & che lo produtto sia
5 cubo, lo numero in equal è stato dutto è necessario esser cubo.

Esempli gratia sia .a. numero cubo .e quel dutto nel numero .b. produchi .c. qual .c. sia numero cubo dico .b. esser cubo. Et per dimostrare questo sia fatto .d. dal dutto del .a. in se el qual (per la auante della precedente) serà cubo, perche adonque (per la decima ottaua propositione del settimo) .a. al .b. e .sì come .d. al .c. & .a. e .cubo & .d. & .c. sono cubi (per la 24. del ottauo libro) .b. serà cubo che è il proposito.

Correlario.



5 Onde è manifesto che dal dutto di vno numero cubo in
0 vno numero non cubo nien produtto numero non cubo, Et dutto il cubo in alcuno numero se quello che nien produtto da quelli serà non cubo, quel numero in el quale serà stato dutto è necessario esser non cubo.

La prima parte del correlario è manifesta per questa quinta dalla destruttione del consequente. La seconda per la premessa similmente dalla destruttione del cō sequente.

Theorema. 6. Propositione. 6.

6 Se dal dutto de qual che numero in se medesimo sia produtto numero cubo
6 el se approua quel numero necessariamente esser cubo.

Sia che dal .a. in se medesimo sia fatto. b. & .sia .b. cubo. hor dico necessariamente .a. esser cubo. & per dimostrar questo sia fatto. c. dal .a. in .b. & (per la diffinitione) .c. serà cubo. & perche è manifesto (dalla decima ottaua propositione del settimo) che sia del .a. al .b. si come del .b. al .c. & conciosia che .b. & .c. sian cubi, seguita (per la uigesima quarta proportione del ottauo libro) .a. esser cubo che è il proposito.

Theorema. 7. Propositione. 7.

7 Se un numero composito sia dutto in qual numero si uoglia, quello che da tal
7 multiplicatione serà produtto serà solido.

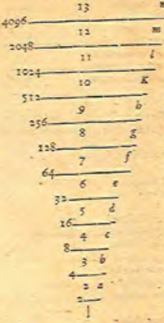
Sia .a. numero composito, el qual sia dutto in .b. & peruenga .c. dico .c. esser numero solido perche conciosia che .a. sia numero composito nien numerato da alcun

numero

numero el qual sia .d. & numeri quello secondo .e. perche adonque dal .e. in .d. vien fatto .a. & dal .a. in .b. vien fatto .c. (per la diffinitione di solidi) serà .c. solido & li lati di quello seranno .e.d.b. che è il proposito.

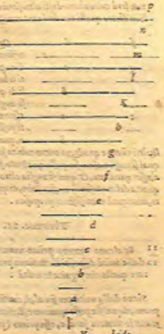
Theorema .8. Propositione .8.

8/8 Se seranno piu numeri dalla unità continuamente proportionali, el terzo della unità serà quadrato, e da li in dietro sempre intermesso uno, & il quarto dalla unità serà cubo, & da li in dietro sempre intermessi duoi & anchora il settimo dalla unità è quadrato cubico & da li in dietro sempre intermessi cinque seguitarà continuamente quadrato cubico.



Sieno dalla unità .a. b. c. d. e. f. g. h. K. l. m. n. continuamente proportionali dico .b. esser quadrato & el .d. (interlassando el .c.) & così li altri sempre interlassando uno, onde semplicemente tutti quelli che stanno in li luochi dispari sono quadrati, come el terzo el quinto, el settimo. Anchora dico .c. essere cubo & similmente .f. (cioè interlassando duoi) & così in tutti li altri, & ognuno semplicemente e cubo, el luoco del quale soprabonda della unità per il ternario, ouero qual si voglia multiplice de esso ternario, sopra la unità come sono, el quarto, el settimo, el decimo, el terzodecimo & il sestodecimo, perche in questi conuengono tutti quelli, che interlassano li duoi. Et anchora dico .f. dalla unità settimo, essere quadrato cubico. Perche & similmente vi e intermessi .ouero interlassadi cinque numeri. Il medesimo seguita nelli altri & semplicemente dico quello el luocho del quale soprabonda dalla unità per el numero senario (ouero per qual si voglia multiplice di esso senario) come sono el settimo el terzo decimo, il decimo nono, et il vigesimoquinto, esser quadrato cubico, eglie quadrato pche el loco de q̃llo è dispari, et cubo pche sopra el multiplice del ternario auanza la unità certamente tutti li multiplici del senario è necessario esser anchora multiplice del ternario. Et tutte queste cose che son state proposte se manifestano in questo modo. perche (dal presupposto) .a. e. in .b. quante volte e la unità in,

.a. adon-e, adonque, b, per la diffinitione, è quadrato, perche adonque, b, c, d, sono continua mente proportionali essendo, b, quadrato manifesto, per la decimaottaua proposi tione, ouero uigesima prima del ottauo lib. d, essere quadrato & per la medesima ragione, e, perche, d, e, f, sono continuamente proportionali &, d, è quadrato el medesimo in tutti li altri dall'uno intermesso, adonque il primo proposito e mani festo. El secōdo cosi se manifesta essendo, b, in c, quante uolte c, a, in, b, dal presup posto, seguita, per la diffinitione, che dal, a, in el suo quadrato, b sia fatto, c, adō que, per la diffinitione di numeri cubi, c, e cubo, & perche, c, d, e, f, sono continua mēte proportionali, & similmēte, f, g, h, K, & , c, e cubo necessario, per la uigesi ma, & uigesima seconda propositione del ottauo libro, che f, ancora sia cubo e pe ro etiam. K. & el medesimo tutti li altri de dui interlassati, per laqual cosa è manifesto el secondo proposito. Et perche in el settimo termine, f, & in el terzo decimo, n, & li altri interlassando li cinque medij & simplicimente in tutti quel li diquali el luoco sopra qual si uoglia multiplice del senario aggionge la unità le computationi sono terminati de quadrati & de cubi. de quadrati per la inter missione di uno termine de cubi per la intermissione de dui seguita adonque quelli esser quadrati, per la prima parte de que sta, & cubici, per la seconda, per laqual cosa le dette computationi sono termina ti di quadrato cubico. Adonque tutto quel lo che è detto è manifesto.



Theorema. 9. Propositione. 9.

9 Se dalla unità seran disposti quanti
9 numeri si uogliano di continua propor tionalità, se quello che seguita la unità sarà quadrato, tutti li altri ancora saranno quadrati: & se quello che segui ta la unità sarà cubo, tutti li altri an chora saranno cubi.

Siano quelli medesimi per auanti po sti dalla unità continuamente proportio nali. & sia, a, quadrato, dico tutti li al tri essere quadrati, ouer se el medemo sa ra cubo similmente, dico tutti li altri es sere cubi, perche egli è manifesto, b, esser quadrato, per la precedente, per che adō que del, a, al, b, è si come del, b, al, c, per la uigesima prima dell'ottauo, seguita, c, esser quadrato, el medemo anchora, per *la decimaottaua & uigesima prima del medemo) tu puoi arguire, delli seguenti il medemo, & per il medesimo modo, per laqual cosa è manifesto il primo proposito, & lo secondo se manifesta in questo modo, conciosia che, b, sia fatto del, a, in se medesimo, se, a, sarà cubo esso ancora (per la terza sarà cubo) & (per la premessa) è manifesto, c, esser cubo, adonque (per la uigesimaquarta del ottauo) tu approuarai, d, & tutti li altri seguenti essere cubi. perche è del, a, al, b, si come del, c, al, d, el medemo ancora tu puoi arguire (per la uigesima ouer uigesima seconda del medesimo) perche, a, b, c, d, & b, c, d, e, & tolti cadauno a quattro continuamente, sono continuamente proportionali.*

Theorema. 10. Propositione. 10.

10 *Se dalla unità saranno disposti quanti si vogliano numeri de continua*
10 *proportionalità, se quello che seguita la unità non sarà quadrato, alcuno delli altri non sarà quadrato. eccetto el terzo dalla unità, & da quelli che da li in dietro da uno intermesso si trouano quadrati. & se el secondo dalla unità non serà cubo niuno delli altri sarà cubo. eccetto el quarto dalla unità, & da li in dietro quelli che dalla intermission de duoi sono formati cubi.*

Questa (dal opposito subietto della precedente) introdusse la parte della opposita passione, et dico parte, perche dalla ottaua è manifesto tutti li luochi dispari esser quadrati, & tutti quelli di quali el luoco sopra el ternario, ouer qual si uoglia multiplice di quello auanza la unità esser cubi, siano adonque quelli medesimi p cūti posti continuamente proportionali, & nō sia, a, quadrato, ne etiam cubo. hor dico che de tutti li altri niuno e quadrato ouero cubico se non quelli che propone la ottaua, perche qual si uoglia altro sia posto quadrato. seguita (per la uigesimatertia dell'ottauo) a, esser quadrato, & qual si uoglia altro sia posto cubo. seguita (per la uigesimaquarta del medesimo) a, esser cubo, di quali l'uno e l'altro è contra al presupposito, adonque è manifesto el proposito.

Theorema. 21. Propositione. 21.

11 *Se alcuno numero primo numerarà l'ultimo de quanti numeri si uoglia*
12 *dalla unità disposti di continua proportionalità, e necessario ancora numerare quello che seguita la unità.*

Siano dalla unità per fin al, d, continuamēte proportionali, & sia, e, numero primo, el qual sia posto numerare, d, dico che el medesimo, e, numerarà, a, perche se non lo numera sarà, a, esso primo (per la trigesimaquarta del 7. libro) e per-

che

che dal,a,in se vien fatto,b,seguita,per la vigesima otta na del medesimo libro, che esso anchora sia primo al,b,et (per la vigesima settima del medesimo) seguita quello es sere primo al,c,& al,d,impero che da,a,in,b,vië fatto, c,& dal medesimo in,c,vien fatto, d, adonque quel non numera,d,essendo primo a esso,d,per laqual cosa accade el contrario del presupposito. A demostrare el medesimo altramëte,essendo,e,primo se'l nö numera,a,serà pri mo a esso (per la trigesima quarta del settimo) adonque (per la vigesima quinta del medesimo) seranno minimi in la sua proportione. ma perche,e,(dal presupposito)nu mera,d,sia che lo numeri secondo,f,veramente è mani festo che dal,a,in c,vien fatto,d,(per la seconda parte della vigesima del settimo) serà del,a,al,e,si come del, f,al,c,per laqual cosa, per la vigesima seconda del me desimo,e,numerarà,c,& sia che'l lo numeri secondo,g, & perche,dal,a,in,b,vien fatto,c,seguita ancora, per le medesime & per el medesimo modo che el medesimo, e,numeri,el,b,hor sia adonque che lo numeri secondo, h,& perche un'altra volta dal,a,in se viën fatto,b,un' altra volta è necessario,per le medesime propositioni, che el detto,e,numeri esso, a,& gia è stato supposito che'l non lo numeri adonque seguita lo impossibile.

Theorema.12. Propositione.12.

12 In li numeri della unità continuamente proportionali el minore numera
12 rà el maggiore secondo alcuno numero disposito in quella proportionalità.

Siano li termini dalla unità per fin al,f,continuamente proportionali dico niun de essi poter numerare,f,se non secondo alcun delli altri,perche eglie manifesto che,e,numera esso, f,secondo,a,perche dal,e,al,f,e si come della unità,al,a,& d, numera el medesimo,f,secödo,b,perche, per la equa proportionalità,el,d,al,f,e si come la unità al,b,del,c,ancora è manifesto per el medesimo modo che numeri quello secondo se medesimo. permutatamente,ancora,a,numera esso,f,secondo,e,impe roche si come la unità al,e,cosi è,a,al,f,& b, lo numera secon do,d,perche si come la unità al,d,cosi è,b,al,f,uero è adonque quello che è sta proposito. Certamente ciascaduno termine che se propona numerare l'ultimo de quanti termini serà sotto l'ultimo el se conuiene,per la equa proportionalità, & per la diffinitione,numerare quello per el numero de quel termine,che per altri tanti termini serà sopra alla unità.

Theorema.13. Propositione.13.

13 *Se quello numero che seguita la unità, de quanti numeri si uoglia dalla unità continuamente proportionali, serà numero primo, niuno numero numera*
13 *rà el massimo de quelli se non de numeri disposti in quella proportionalità.*

Siano come per auanti li medesimi termini continuamente proportionali dalla unità per fina al, d, & sia, a, numero primo. dico che niuno numero numerarà l'ultimo ne simplicemente alcuno de quelli saluo alcuno de quelli che antecede l'ultimo oue ro quello che sia sta posto esser numerato perche se possibile fusse esser altramente (per l'aduersario) poniamo che sia, e, diuerso da quegli che numeri el d, elqual, e, se serà primo (per la undecima numera rà, a, adonque, a, non è primo che contra il presupposito. Ma se esso serà composito è necessario, per la trigesima secõda del settimo, che alcun numero primo numeri quello elqual non puol esser niuno altro saluo, a, perche se egliè altro che, a, p l'aduersario, come seria a dire, f, et cõciosia che'l sia necessario quello numerar, d, se arguirà, el medesimo numerar, a, per la undecima, e cosi ancora, a, non seria primo. adonque, a, e, primo numerante, a, ma per che, e, numera, d, sia che'l lo numeri secondo, g, &, per la seconda parte della uigesima del settimo lib. serà, a, al, e, si come, g, al, c, perche, d, uiẽ fatto dal, a, in c, per laqual cosa, a, numerãdo, e, & g, numerar, c, & sia che'l lo numeri secõdo, h, et seguita che, a, numeri, g, per quelle ragioni, per lequale seguitaua che numera, e, altramente se, g, e primo numerãdo, c, seguita, per la undecima, esso numerar, a, et se gliè composito, per la medesima, seguita el numero primo numerante, g, numerare etiam a, che è incõueniente. Adonque, a, numera quello seguita adõque (per la seconda parte della uigesima del settimo, che, h, numeri ancora, h, imperoche è manifesto, c, esser produtto si dal, a, in h, come dal, g, in h, adonque esso, h, numeri esso, h, secondo, K, Et è manifesto (come per auanti del, g,) che, a, numeri, h, perche se non lo numera non sera, a, primo. Adonque (per la seconda parte della uigesima prima del settimo, seguita che, K, numeri, a, perche, h, e fatto si dal, a, in se medesimo come del, h, in K, & è manifesto, K, nõ esser, a, perche niuno di numeri, g, h, K, e alcuno delli, a, b, c, d, perche se, g, fusse alcun de q̃li, cõciosia che esso numeri, d, secondo, e, seria, per la precedente, anchora, e, alcuno de quegli & quel non era dal presupposito, adonque ne etiam el, g, ne serà, similmẽte cõciosia che, h, numeri, c, secondo, g, non serà, h, alcun di, a, b, c, perche el ne seria, per la precedente, etiam, g, & è stato dimostrato qualmente el nõ è. Adõque per la medesima ragione ne, h, ne, K, conciosia che esso numeri, b, secondo, b, se quel fusse, a, se cauencria, per la precedente, ancora, b, esser, a, & gia non era

ne,

me,K,adonque serà,a, & numera quello adonque,a, non è primo laqual cosa è impossibile. A demostrare il medesimo altramente se,e,diverso da,a,b,c, dinumera,d,sia che'l lo numeri secondo,f, & perche,e,numero primo numera,d,produtto del,e,in,f,seguita per la trigesima quinta del settimo, che quel numeri,e, over,f,numeri adonque,e,perche adonque si del,e,in,c,come del,e,in,f,vien fatto,d,per la seconda parte della vigesima del settimo,serà del,a,al,e,si come del,f,al,c,adonque,f,numera,c,sia che,f,lo numeri secondo,g, & per la trigesima quinta del settimo serà anchora che,a,numeri,f,over,g, & sia che numeri,f, & seguita,per la seconda parte della vigesima del medesimo che,g, numeri,b, & sia che lo numeri secondo,h, come per avanti adonque,e,numerarà,g, over,h, & sia che numeri,g,adonque,h,per la seconda parte della vigesima prima del settimo numerarà,a,adonque se,h,non è equale al,a,adonque,a,non serà primo,che è contra il presupposito. Ma se la serà equale al,a,ciascaduno, di numeri,g,f,e,seran alcuno di,a,b,c,d,per la precedente, tolta quante uolte bisogna. Adonque,e,non è diverso da quelli la qual cosa è ancora contra el presupposito,per tanto è manifesto esser el vero quello ch'è stà proposto.

Theorema 14. Propositione 14.

14 / 14 Se serà proposto el minimo numero,numerato da piu numeri primi assignati,niun'altro numero primo, numerarà quello eccetto, che quelli assignati.

Sia,a, el minimo numero numerato dalli numeri primi,che sono,b,c,d. Dico che altro numero primo, eccetto che quelli non numerarà, a, & se possibil fusse per l'adversario che un'altro numero primo lo numerasse, poniamo che sia,e,elquale numeri quello secõdo,f,adõque perche cadauno di numeri, b,c,d, numera, a, produtto de,e,in,f, & cadauno di quelli è primo, seguita (per la trigesima quinta propositione del settimo libro,) che ciascaduno de quelli numeri,e, over o,f,ma perche nissuno numera,e,cõciosia che egliè primo, adõque ciascaduno di quelli numera, f, conciosia adonque che, f, sia minore de a, (perche lui numera quello secondo,e,) a, non serà el minimo numerato da quelli,laqual cosa è inconveniente.

Theorema 15. Propositione 15.

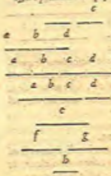
15 / 0 Se quanti numeri si voglia, continuamente proportionali,seranno li minimi secundo la sua proportione, ciascuno numero, che numeri al'cuno de quelli, serà commensurabile a l'altro di termini di quella proportione.

Se sieno,a,b,c,d,e,cõtinuamẽte proportionali,& li minimi secõdo la proportione de,f,al,g,liquai sieno pur in la sua proportione minimi,et essẽdo posto,h,

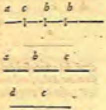
numerare, e, dico che, h, è commēsurabile al, f, ouero al, g, perche essendo tolti li quattro minimi in quella proportione, liquali siano, K, l, n, m, etiam è manifesto, per la seconda propositione dello ottauo libro, che dallo, f, in, m, viene fatto, e, altramente, accaderia essere uno minore del minimo, laqual cosa essere non puo. adonque, per il correlario della trigesimaquinta propositione del settimo lib. h, sarà commensurabile allo, f, ouero allo, m, ma se sarà commensurabile allo, f, è manifesto el proposito, ma se sarà commensurabile allo, m, siano tolti li tre termini minimi in quella proportione, liquali siano, p, q, r, & per la seconda propositione dello ottauo libro, sarà che, m, sia fatto de, f, in r, accio che non siamo constretti a conceder essere alcuno minore del minimo, per laqual cosa, per il predetto correlario, h, è commensurabile allo, f, ouero allo, r, ma perche non era commensurabile allo, f. perche essendo cosi saria manifestato il proposito, adonque è commensurabile allo, r, elquale per essere fatto per la seconda propositione dello ottauo libro, dal, g, in se seguita, per il detto correlario, che, h, sia commensurabile al, g, che è il proposito.

Theorema. 16. Propositione. 16.

16 Se seranno quanti numeri si voglia continuamente proportionali, minimi i
15 in la sua proportione, qual si voglia di quelli se approua necessariamente essere primo al composito delli rimanenti.



Siano, a, b, c, d, continuamente proportionali, & minimi, dico che el cōposito de, a, b, c, essere primo al, d, pche se'l nō sarà primo, p l'aduersario, alcuno numero numerarà el detto cōposito de, a, b, c, et d, elqual sia, e, per la precedente propositione, adōque, e, sarà communicāte a uno de duoi termini di quella proportione, liquali siano, f, & g, adōque sarà alcun numero numerante, e, & l'uno delli detti duoi termini, f, g, el quale sia, h, pche adōque, h, numera, e, numerarà, d, & el cōposito de, a, b, c, & perche numera, f, ouero, g, l'uno et l'altro de quali numera l'uno et l'altro di dui termini di mezzo, et simplicemente tutti se saranno, piu de duoi, per la secōda dell'ottauo, seguita che esso numeri, h, et, e, adōque numera ancor, a, pche numera tutto, a, b, c, adōq; a, & d, nō sono cōtra se primi, laqual cosa nō è cōueniente, per la terza dell'ottauo, similmente ancora si manifestarà el composito de, a, b, d, esser primo al, c, perche se, co me per auanti,) e, li numera embiduoi, seguita (per la precedēte) che alcun nume ro, el qual sia ancora, h, numeri, e, & l'un di duoi, f, g, adōque, h, numera, e, et tut to, a, b, d, & etiam, b, conciosia che l'una e l'altra radice numera tutti li termini di mezzo, adōque numera etiam il composito de, a, & , d, & perche necessariamē te numera l'un di dui, a, ouer, d, cōciosia che (per la precedēte lui numera o l'un e l'altro di dui termini, f, ouer, g,) numerarà il rimanēte, Adōque, a, & d, non sono cōtra se primi, & cosi serà il medesimo inconueniēte come per auanti. Ma alcuni demostrano il medesimo di tre quantità continuamente proportionale, & minime senza aiutto della precedente, perche approuano el composito de qualunque duoi esser primo al rimanente. Siano adonque li tre numeri continuamente proportionali, & minimi, a, b, c, li termini diquali siano, d, & , e, Dico al presente che el composito del, a, & b, esser primo al, c, et el composito de, b, & , c, esser primo al, a, e ancora il cōposito del, a, & , c, esser primo al, b, perche eglie manifesto (per la seconda propositione del ottauo) che dal, d, in se uien fatto, a, & dal dutto del medesimo in, e, uien fatto, b, & dal, e, in se uien fatto, c, & , per la uigesima terza del settimo, e manifesto, che, d, & e, sono contra se primi adonque, per la prima parte della uigesima prima del medesimo, tutto, d, e, serà primo all'uno, e l'altro de quelli perche adonque l'uno, e l'altro di duoi numeri, d, & , d, e, e primo al, e, & (per la uigesima settima del medesimo, quello che uien produtto dal, d, in, d, e, & quello e il composito de, a, & , b, per la, 5. delle sequente, serà primo al, c, seguita adonque per la uigesima ottaua del medesimo, che ancora il composito de, a, & , b, sia primo al, c, perche, c, uiē fatto dal, e, in se. A uchora con simil demostratione tu approuerai il composito de, b, & c, esser primo al, a, Ma che il composito del, a, & , c, sia primo, al, b, se demostra in questo modo. Conciosia che l'un, e l'altro di duoi numeri, d, & e, sia primi a tutto el, d, e, (per la uigesima settima del, 7.) serà che quello che uiene produtto del, d, in e, (el quale e, b, esser primo al, d, e, adōque, per la uigesima ottaua del medesimo, quello che perniene dal, d, e, in se il quale, per la quarta del secondo per la 6. delle sequente, e tanto quanto el composito del, a, & c, & del doppio del, b, serà primo al, b, Seguita adonque el composito de, a, & , c, esser primo al, b, perche eglie necessario che sel composito de duoi termini è primo a uno di quelli dalli quali è composto, sia primo al restante, etiā li cōponēti fra loro e questo è stato dimostrato sopra la trigesima prima del settimo. Ma bisogna stabilire a fortificatione de questa demostratione el composito del, a, & b, esser produtto dal, d, in el composito del, d, & e, supposto che dal, d, in se sia fatto, a, & dal medesimo in e, sia fatto, b, & ancora che dal, d, e, in se sia produtto il composito del, a, & , c, & del doppio del, b, supposto quello che per auanti, etiam che dal, e, in se sia fatto, c, Adonque per rispetto de questo preponemo da demostrare le sottoscritte.

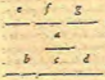


1 *Quello che uien fatto dal dutto de uno numero in quanti numeri si voglia è tanto quanto quello che uiene fatto del medesimo in el composito di quelli.*

Il medesimo propone la prima del secondo de linee, hor sia che dal, a, in, b, & in, c, & in, d, peruenga, e, et, f, & g, Dico che dal, a, in el composito de, b, & c, & d, p- uien il composito de, e, & f, & g, perche el seguita, per la conuersione de quello numero, che sia multiplicado, che tal parte sia, b, del, e, & tala, c, del, f, etiam tala, d, del, g, quala è la unità del, a, per la quinta del settimo, adonque, tal parte ancora serà il composito de, b, & c, & d, del composito d el, e, & f, & g, quala è la unità del, a, adonque, per la dif finitione, dal, a, in el composito de, b, & c, & d, uien fatto il composito de, e, & f, & g, che è il proposito.

2 *Quello che uien fatto dal dutto de quanti numeri si uoglian in uno nume ro, è equale a quello che uiene fatto dal composito de quelli, in el medesimo.*

Questo è il conuerso modo de quello che è stato dimostrato.



Come se dal, b, & c, & d, in, a, sien fatti, e, & f, & g, el composito ancora uien fatto dal composito in quel me desimo laqual cosa, per quello che demostrato dalla deci ma settima propositione del settimo libro, uien conclu- so facilmente el proposito.

3 *Quel produtto che vien fatto dal dutto de quanti nu meri si voglia in quãti altri si uoglia, è equale a quel lo che uien fatto dal composito de questi, in el composi to de quelli.*

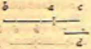
Come se, a, b, c, multiplichino, d, e, f, cioe cadauno de loro in cadauno de quelli & siano azonti li produtti in- sieme dico lo aggregatto dalli produtti, esser equale al p- dutto del composito de, a, & b, & c, in el composito de, d, & e, & f, perche, per la precedente, il produtto che uien fatto dal composito de, a, b, c, in d, è quanto quello che uien fatto a uno per uno in esso, d, & cosi in c, & in, f, & del composito de questi, a, b, c, in cadauno de quelli, d, e, f, per quanti la precedente, fa quanto che del com- posito in el composito. Adonque è manifesto il proposito.

4 *Diuiso che sia un numero in quanti parti si uoglia, tanto serà quel produt- to che*

to che vien fatto de tutto quello in se medesimo quanto quello che vien fatto de quello in tutte le sue parti.

Il medesimo propone la .2. del secondo de linee come se, a, fusse diuiso in, b, et c, & d, dico che tanto vien fatto del, a, in se quanto in tutti quelli, b, c, d, perche posto, e, equale al, a, è manifesto, per la 2. di queste incidente, tanto esser fatto del e, in, a, quanto in tutte le parti de, a, Ma, per la conuersione, del, e, in, a, vien fatto quanto del, a, in se & del, e, in se parti de, a, quanto del, a, in el medesimo, e, adonque è manifesto esser il vero quello ch'e sta detto.

5 D'ogni numero diuiso in duoi quel produtto che vien fatto del tutto, in l'uno di diuidenti, è tanto quanto quello che vien fatto del medesimo diuidenti in se, & in altro.



Il medesimo propone de linee la terza del secondo in linee essempli gratia, sia, a, diuiso in, b, et, c, dico produr se tanto del, a, in, c, quanto che del, c, in se, & in, b, perche quello che vien fatto del, a, in c, e quanto quello che vien fatto del, c, in, a, per la decima settima del settimo, adonque tolto, d, equal al, c, serà tanto del, a, in, c, quanto del, d, in, a, Ma, per la prima di queste, tanto e del, d, in, a, quanto che in, b, & c, perche adonque, d, in, a, & in b, & in, c, e quanto, c, in, a, & in, b, & in se per la equalità del, c, & de, d, e manifesto il proposito.

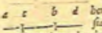
6 D'ogni numero in duoi diuiso lo produtto che vien fatto del dutto, del tutto in se è quanto quello che vien fatto del dutto dell'uno e l'altro di diuidenti in se, & dell'uno de quelli, due volte in l'altro.

Il medesmo in linee propone la quarta del secondo, come se, a, sia diuiso in, b, & c, dico tãto essere fatto del, a, in se quanto del, b, in se & del, c, in se & del, b, due volte in, c, pche, per la quarta de queste quello che vië fatto del, a, in se e quãto quello che vië fatto de quel medesimo, in, b, & in, c, ma quello che e fatto di quello in, b, per la precedëte, e quanto quello del, b, in se & in c, & del, a, in, c, p la medesima, e quanto del, c, in se & in, b, & perche del, c, in, b, e tanto quanto del, b, in, c, per la decima settima del settimo, le chiaro esser el vero quello che se propone.

7 D'ogni numero diuiso in due parti equale, & in due inequale lo produtto che vien fatto della maggiore delle inequale in la minor, con lo quadrato dello inter medio e equale al quadrato della mitade del tutto.

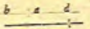
Questo medesimo de linee propone la quinta del secondo, come se, a, b, sia diuiso in dui numeri equali liquali siano, a, c, et c, b, et ancora in dui inequali diquali il mag-il maggiore sia,a,d,& minore,d,b,Dico che quel prodotto che vien fatto de tut to,a,d,in,d,b,cõ il quadrato,de,c,d,è equale al quadrato de,c,b,Perche(per la precedente)il quadrato de,c,b,è equale al quadrato de,c,d,e al quadrato de,d,b, & a quello che vien fatto del,b,d,in c,d,due volte.Ma il dutto del,b,d,in se me desimo,e in c,d,per la prima propositione de queste, fa tanto quanto il dutto di quello medesmo in,c,b,e pero quanto che in,a,c,adonque del, b,d, in se & in,c, d,due volte fa tanto quanto del medesmo,b,d,in,a,d,(per la medesima) adon que il quadrato de,c,b,supera quello che vien fatto del b,d,in,a, d, in el quadra to de,c,d,per il che è manifesto il proposito.

8 Quando serà un numero diviso in due parti equali, & che a quello serà ag giunto uno altro numero, lo prodotto che vien fatto dello dutto de tutto il cõ posito,in lo numero aggiunto,con il quadrato della mitade, equale al quadra to della mità,dello aggionto insieme.



Questo medesimo de linee propone la sesta del secondo her sia il numero, a,b, diviso in duoi numeri equali liquali siano,a,c,& c,b,& sia aggiõto a q̃llo il numero, b,d, dico quello prodotto che vien fatto de tutto,a,d,in,d,b,cõ il quadrato,de,c,b,esser e quale al quadrato de,c,d,(per la sesta propositione de queste) el quadrato, d,c, d,è equale al quadrato de,d,b,& al quadrato de,b,c, & a quello che vien fatto de,b,d,due volte in,b,c,ma,per la prima de queste,del,b,d, in se & in, b, c, due volte è quanto del,b,d,in,d,a,perche,a,c,& c,b,sono equali,adonque il quadra to de,c,d,supera quel produtto che vien fatto del,b,d,in,d,a,in el quadrato de, c,b,che è il proposito.

9 Quando uno numero sia diviso in duoi numeri quel produtto che vien fatto del tutto in se insieme con quello che vien fatto dell'uno di dividenti se è equa le a quello che vien fatto del tutto in el medesimo due volte insieme, con quel lo che vien fatto dall'altro dividenti in se.



El medesimo propone la settima del secondo de linee, perche se sia il numero diviso in,b,& d,Dico lo quadra to de,a,con lo quadrato del,d,esser tanto quanto quello che vien fatto del,a,in,d,due volte con lo quadrato del,b, perche egli è manife sto,per la sesta propositione de queste,che'l quadrato,de,a,e,tanto quanto il qua drato de,d,& il quadrato de,b,& quello che viẽ fatto del,d,due volte in,b, adõ que il quadrato de,a,con il quadrato de,d,e,tanto quanto quel che viẽ fatto del, d,due volte in se & due volte in,b,con il quadrato,de,b,Ma q̃llo che vien fatto del,d,due volte in se & due volte in,b,e quãto q̃llo del, d,due volte in, a, per la prima de queste,adonque quello che vien fatto del,d,due volte in, a, con il qua drato de,b,e quanto il quadrato de,a,con il quadrato de, d,per laqual cosa e ma nifesto il proposito.

Quando

10 *Quando uno numero serà diuiso in duoi parti, & a quello sia aggiunto un numero equale a uno di diuidenti, el quadrato de tutto il composito è equale al quadruplo de quello che uien fatto del primo in lo aggiunto con il quadrato dell'altro.*

Questo medesimo propone la ottaua del sec̄õdo de Euc. hor sia il numero, a, b, diuiso in, a, c, & c, b, al qual sia aggionto, b, d, el qual sia posto equale al, c, b, dico il quadrato de, a, d, esser tanto quanto è quello che uiē fatto dal, a, b, in, b, d, quattro uolte gūto con il quadrato de, a, c, imperoche, p la sesta propositione de questo, il quadrato de, a, d, è equale al quadrato de, a, b, & al quadrato de, b, d, & a quello che uien fatto del, a, b, in b, d, due uolte, et p che il quadrato de, b, d, è equale al quadrato de, b, c, serà il quadrato de, a, d, equale al quadrato, de, a, b, & al quadrato de, c, b, & a qllo che uiē fatto dal, a, b, in, b, d, due uolte, ma, p la precedēte, il quadrato de, a, b, cō il quadrato de, c, b, è tanto quanto il quadrato de, a, c, con quello che uiē fatto dal, a, b, due uolte, in, b, c, adonque il quadrato de, a, d, e tanto quanto quello che uien fatto del, a, b, in, b, d, due uolte & dal, a, b, in, b, c, due uolte con il quadrato de, a, c, & perche del, a, b, in, b, c, fa tanto quanto in, b, d, e manifesto esser il uero quello che stato proposto.

a c b d

11 *Quando un numero serà diuiso in due parti equali & in due inequale, li quadrati de ambedue le inequale tolti insieme sono il doppio del quadrato della mità, & del quadrato de quello che se intende dalla parte inequale alla equale tolti insieme.*

Questo medesimo propone la nona del secondo de li-nee. hor sia il numero, a, b, diuiso in duoi numeri equali, liquali siano, a, c, & , c, b, & in duoi inequali, liquali siano, a, d, & , d, b, dico che li quadrati di duoi numeri, a, d, & , b, d, tolti insieme sono el doppio delli duoi quadrati delli duoi numeri, a, c, & , c, d, tolti insieme, p che, per la sesta di questo, il quadrato de, a, d, e quanto il quadrato de, a, c, & il quadrato de, c, d, & il doppio de quello che uiē fatto de, a, c, in, c, d, ma perche, a, c, e equale al, c, b, serà il quadrato de, a, d, qualto il quadrato de, b, c, & il quadrato, de, c, d, & il doppio de quello che uiē fatto dal, b, c, in, c, d, Adūque il quadrato de, a, d, con il quadrato de, b, d, sono quanto il quadrato de, b, c, & il quadrato de, c, d, & il doppio de quello che fatto dal, b, c, in, c, d, et il quadrato de, b, d, Ma il doppio di quello che uiē fatto dal, b, c, in, c, d, con il quadrato de, b, d, è equale al quadrato de, b, c, & al quadrato de, c, d, per la nona de questo, adonque li quadrati delli duoi numeri, a, d, & d, b, sono quanto li quadrati delli duoi numeri, b, c, & , c, d, duplicati, & perche, b, c, & , c, a, sono equali e manifesto il proposito.

a c d b

12 *Quando un numero serà diuiso in due parti equali, & che à quello ne sia aggiunto un altro. El quadrato de tutto il composito con il quadrato dello ag-*

lo aggionto, sono doppii al quadrato della mità de quello, con il quadrato del composito, della mità, & dello aggionto.

a c b d

El medesimo propone la decima del secondo de linee. Hor sia il numero, a, b, diviso in le due parti equale a, c, & , c, b, & sia aggionto a quello il numero, b, d, Dico il quadrato de, a, d, con il quadrato de, b, d, esser doppio al quadrato de, a, c, insieme con il quadrato de, c, d, perche essendo il numero, c, d, diviso in due parti & a quel è aggionto, a, c, equal a uno de dividenti, (per la decima de questo) serà il quadrato de, a, d, quanto quello che vië fatto del, c, d, in, c, a, quattro volte & poi aggionto con il quadrato de, b, d, & perche, a, c, è equale al c, b, il quadrato de, a, d, serà quanto quello che vien fatto del, d, c, in, c, b, quattro volte gionto con il quadrato del, b, d, adonque il quadrato de, a, d, con il quadrato de, d, b, serà quanto quello che vien fatto del, d, c, in, c, b, quattro volte insieme con il doppio del quadrato de, b, d, et questo (per la nona propositione de questo) e doppio al quadrato de, c, d, insieme con il quadrato de, c, b, adonque conciosia che il quadrato de, c, b, sia equale al quadrato de, a, c, è manifesto il proposito.

13 Egliè impossibile a dividere alcun numero talmente che quello che vien contenuto sotto del tutto, & una delle parti di quello sia equale al quadrato di l'altra parte.

a cc d b

a c d b

Quello che propone la undecima del secondo de far in linee, l'Author demostra questo esser impossibile i numeri, hor sia, a, b, qual si voglia numero. Dico esser impossibile quello esser diviso cosi come se propone, perche essendo cosi seria diviso secödo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, come è manifesto per la diffinitione, & per la trigesima propositione del sesto. Et se questo po esser (per l'adversario) sia diviso in, c, & sia del, a, b, al, b, c, si come del, b, c, al, c, a, adonque, a, c, sera minore del, c, b, sia adonque detratto da quello uno equale a lui, el quale sia, c, d, adonque perche la proportione de tutto, a, b, a tutto il, b, c, è si come del, b, c, (detratto dal, a, b, al, c, d, (detratto dal, b, c,) la medesima serà per la. 12. del, a, c. (residuo del, a, b,) al, b, d, (residuo del, b, c,) per laqual cosa del, b, c, al, c, d, serà si come del, c, d, al, d, b, adonque, c, d, serà maggior del, b, d, Adonque detratto, d, e, de, c, d, (cioe che, d, e, sia equale al, d, b,) serà etiam la proportione de, b, c, al, c, d, si come del, c, d, al, d, e, per laqual cosa cosi serà de, b, d, (residuo de, c, b,) al, e, e, (residuo del, c, d,) adonque tu poi detraher, c, e, dal e, d, e per tanto el non si trovarà il fine di questa detrattione laqual cosa è impossibile. Hora ritornamo al nostro proposito.

Theorema 17. Propositione 17.

17 Se seranno duoi numeri contra se primi quanto che è il primo de
16 quelli al secondo, è impossibile esser tanto il secondo ad alcuno terzo.

Siano

Siano, a, & b, contra se primi. Dico essere impossibile di aggiongere a quelli alcuno altro numero in continua proportionalità. Perche se questo fusse possibile, per l'adversario, sia, c, perche adonque, a, al, b, e si come del, b, al, c, & a, & b, son o minimi in la sua proportione, per la vigesima quinta propositione del settimo, seguita, per la vigesima seconda propositione del medesimo, che, a, numeri, b, il qual è con ciosia, ancora che'l numeri se medemo, a, & b, non seranno contra se primi laqual cosa è il contrario di quello che è stato supposto.

a b c

Theorema. 18. Propositione. 18.

18/17 Se li duoi estremi de quanti si voglian numeri continuamente proportionali, seranno contra se primi, è impossibile esser tanto l'ultimo ad alcun altro quanto è il primo al secondo.

Siano, a, b, c, continuamente proportionali, & siano, a, & c, contra se primi, dico che non li puo essere aggiunto, a quelli un'altro numero in quella medesima proportione, perche se questo potesse esser, per l'adversario sia, d, perche adonque del, a, al, b, è si come del, c, al, d, permutatamente del, a, al, c, serà si come del, b, al, d, Ma, a, & c, sono in la sua proportione minimi (per la vigesima quinta del settimo) adonque per la vigesima seconda del medesimo, a, numera, b, per laqual cosa etiam numera, c, perche di numeri continuamente proportionali, se'l primo numera il secondo, quel medesimo li numera tutti, & semplicemente qual si voglia precedente numera qual si voglia sequente, ma perche etiam numera se medemo, non seranno, a, & c, contra se primi laqual cosa è inconveniente.

a b c d

Theorema. 19. Propositione. 19.

19/18 Proposti duoi numeri potemo considerare se possibile a quelli sia trovarui un terzo continuamente proportionale.

Siano, a, & b, li duoi numeri proposti, voglio cercar se a quelli pol esser aggiunto un terzo sotto continua proportionalità. Adonque se essi sono contra se primi è impossibile, per la decima settima. Ma se sono composti sia dutto, b, in se medesimo & pervenga, c, ilquale, a, lo numera sarà un terzo continuamente proportionale. Ma se'l nõ lo numera non gli serà un terzo continuamente proportionale. perche numerãdo quello secondo, d, serà quello che cercamo, per la seconda parte della vigesima del settimo, sia adonque che'l non numeri quello e che tamen, per l'adversario, sia del, a, al, b, si come del, b, al, d, Adonque perche dal, b, in se vien fatto, c, seguita, per la prima parte della vigesima del settimo che dal, a, in, d, sia fatto il medesmo, c, adonque, a, numera, c, secondo, d, & era posto che'l non lo numerava per laqual cosa seguita lo impossibile.

a b d
c

Theo-

Theorema. 20. Propositione. 20.

20 Dati tre numeri continuamente proportionali, puotemo cercare segli sia
19 alcun quarto a quelli continuamente proportionale.

Siano, a, b, c, cōtinuamēte proportionali voglio cercare se un'altro puol esser aggiunto, a quelli fatto continua proportionalità adōque se, a, et, c, sono contra se primi, e impossibile (p la decimaottaua propositione) se sono cōposti, sia, d, quello che perviene dal, b, in c, el quale, d, se, a, lo numera serà possibile esserui aggiunto un quarto, ma se'l non lo numera non serà possibile, perche numeraranno quello secōdo, c, el qual, e, serà quello el qual cercamo, p la seconda parte della vigesima del settimo. sia adonque che'l nō numeri quello è niēte di manco, per l'aduersario, che dal, a, al, b, sia si come dal, c, al, e, Adonque p che dal, b, in c, uiē fatto, d, seguita, per la prima parte della vigesima del settimo, che dal, a, in, e, sia fatto il medesimo, d, adōque, a, numera, d, secōdo, e, & era posto che'l non lo numeraua. el medesimo, tu puoi inuestigare in quanti proposti numeri si voglia continuamēte proportionali, perche se li duoi estremi siano contra se primi la intentione ha fine, p la decima ottaua, ma se siano compositi se'l primo numera el produtto del dutto del secōdo in el ultimo, quel numero secondo el qual lui lo numera è quello che cercamo (per la seconda parte della vigesima del settimo, ma se'l primo non numera il detto produtto niun serà che possa esser posto perche posto qual si voglia (per la prima parte del medesimo, secondo esso posto el primo numerarà el produtto equal era posto che'l non lo numeraua che è inconueniente.

Theorema. 21. Propositione. 21.

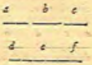
21 Dati quanti numeri primi si voglia, è necessario esser alcuno numero pri
20 mo da quelli diverso.

Niēte altro se intēde de demostrare saluo che li numeri primi siano infiniti, perche se siano, a, b, c, numeri primi, dico esser alcuno altro numero primo diverso da quelli, perche se sia, d, f, el minimo numero che numerano li predetti numeri primi, al qual aggionta la unità sia fatto, d, g, el qual, d, g, o che egliè numero primo, ouer cōposto, se egliè primo è manifesto el proposito, se egliè composito alcū numero primo numera quello el qual sia, h, el qual, h, nō è possibile esser alcun di primi proposti, p che se quello fusse alcun de quelli cōciosia che qual si voglia de essi numera, d, f, esso ancora numeraria el medesimo, e perche lui numera, d, g, bisognaria esso numerare, f, g, el qual è la unità laqual cosa e impossibile, el medesimo seguita posto, d, f, qual numero si voglia che sia numerato da, a, b, c, per laqual cosa e manifesto il proposito.

Theo-

Theorema. 22. Propositione. 22.

22 *Se seranno congregati insieme quanti numeri pari si voglia, anchora tutto*
21 *lo aggregato da quelli serà paro.*



Sia cadauno di tre numeri, a, b, c, paro dico el composito da quelli esser paro perche (per la conversione della diffinition) ciascaduno da quelli ha la mitade, Siano adonque le mitade de quelli, d, e, f, perche adonque si come del, a, al, d, così serà del, b, al, e, & del, c, al, f, adonque (per la terzadecima del settimo) si come del, a, al, d, così serà tutto el composito de, a, b, c, a tutto el composito de, d, e, f, adonque, d, e, f, e la mità de, a, b, c, adonque, a, b, c, (per la diffinitione) e paro che e il proposito.

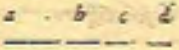
Theorema. 23. Propositione. 23.

23 *Se numeri dispari, pari di moltitudine, seranno congregati insieme anco-*
22 *ra tutto lo aggregato da quelli serà paro.*

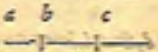
Sia cadauno di numeri, a, b, c, d, dispari, dico el composito de quegli essere numero paro, perche levando via a cadauno la unità e manifesto li residui esser pari, & perche quelle unitade levade via componeno numero paro, conciosia che sian de numero pare, e manifesto il proposito per la precedente.

Theorema. 24. Propositione. 24.

24 *Se seranno congregati insieme numeri dispari, de*
23 *moltitudine dispara, Ancora tutto lo aggregato da*
quelli e necessario essere dispari.

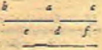


Sia cadauno di numeri, a, b, c, dispari. dico tutto il composito da quelli esser dispari, perche el composito de, a, & b, per la precedente serà, paro & perche, c, levata via la unità e paro, per la avanti della precedente, tutto, a, b, c, levata via la unità serà paro, adonque, per la diffinition, e manifesto el tutto esser dispari.



Theorema. 25. Propositione. 25.

25 *Se da un numero paro, sia detratto uno numero paro, lo rimanente serà*
24 *paro.*



Sia, a, numero paro, dal quale sia detratto, b, elqual anchora sia paro, & lo residuo sia, c, dico, c, necessariamente esser paro, perche essendo, d, la mità de, a, & ancora, e, la mità de, b, & detratto, e, de, d, sia el rimanente, f, te,f,per la duodecima del settimo,sera del,c,al,f,si come del,a,al,d,per la qual cosa,f,e la mita de,c,adonque,c,e paro che è il proposito.

Theorema.26. Propositione.26.

26 Se da un numero disparo, sia detratto uno numero disparo, lo rimanente
26 serà paro.

a c d b

Sia,a,b,numero disparo,dal qual e sia detratto,b,c,el qual anchora sia disparo,dico lo rimanēte,el qual c,a,e, esser paro perche essendo detratto dall'uno e l'altro di duoi numeri,a,b,& b,c,la unita,laqual sia,d,b,et l'uno e l'altro di duoi residui liquali sono,a,d,& d,c,sera paro adonque,per la precedente,e manifesto,a,c,esser paro,che è el proposito.

Theorema.27. Propositione.27.

27 Se da un numero disparo sera sottratto un numero paro,quello che rimane
27 ra sera disparo.

a c d b

Sia,a,b,disparo,dal qual sia detratto,a,c,el qual sia paro,dico el residuo,c,b,esser disparo, & per dimostrar questo sia detratta la unita,b,d,perilche,a,d,restara paro,& perche,a,c,è paro,per la uigesimaquinta,c,d,sera paro adonque essendo,d,b,la unita sera,c,b,disparo che è il proposito.

Theorema.28. Propositione.28.

28 Se da un numero paro tu cavarai un numero disparo quello che rimanera
0 sera disparo.

a d c b

Sia,a,b,numero paro,dalquale sia tolto,a,c,elquale sia numero disparo dico lo residuo,c,b,esser disparo & per dimostrar questo sia sottratta la unita de,a,c,laqual sia,c,d,& a,d,sera paro adonque,per la uigesima quinta,ancora,d,b,sera paro,adonque perche,d,c,e la unita seguita,c,b,esser disparo che è il proposito.

Theorema.29. Propositione.29.

29 a c d b

28 Sel sera multiplicato uno numero disparo in un numero paro quel che se produra da quelli sera paro.

a d c b

Per la uigesima terza è manifesto quello che se dice in questa propositione.

Theorema.30. Propositione.30.

30 Se sera multiplicato un numero disparo in un numero disparo quello che
29 produra sera disparo.

Anchora questa, per la uigesimaquarta è manifesta.

Theo-

Theorema. 31. Propositione. 31.

31 *Se un numero disparo, numerarà un numero paro, numerarà quello per*
0 *numero paro.*

Perche s'el numerasse quello per numero disparo dal dotto del numero dispa ro in lo numero disparo se produria paro laqual cosa è inconueniente per la pre cedente.

Theorema. 32. Propositione. 32.

32 *Se un numero disparo numerarà un numero disparo lui numerarà quello*
0 *disparmente.*

Perche s'el numerasse parimente seguiria che del numero disparo in numero paro fosse fatto disparo, laqual cosa e inconueniente per la 29.

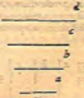
Theorema. 33. Propositione. 33.

33 *Se un numero disparo misurerà un numero paro, le necessario quel misura*
30 *re anchora la mitade del medesimo.*

Sia, a, numero paro, la mità del quale sia, b, & sia c, un numero disparo, elqual numeri, a, dico che, c, numerarà, b, Hor poniamo che lui numeri, a, secondo, d, & (per la trigesima prima) d, serà numero paro adonque sia, e, la mità di quello & sia dotto, c, in, e, & per uenga, f, & per la decimaottaua del settimo, del, a, al f, serà si come del, d, al, e, & perche anchora del, e, al b, e si come del, d, al, e, seguita esser, b, & f, equali adonque conuien sia che, c, numeri, f, el medesimo numerarà b, che è il proposito.

Theorema. 34. Propositione. 34.

34 *Se un numero disparo, serà primo ad alcun nu*
31 *mero, el medesimo disparo serà primo al doppio del medesimo numero.*



Sia, a, numero disparo primo al, b, el doppio del quale sia, c, dico che, a, e primo al, c, perche essendo altramente, per l'aduersario, poniamo che, d, numeri quelli & conuiensia che, a, è disparo seguita, d, esser disparo, perche ciascuno numero elqual numera un numero disparo e disparo, per la precedente adonque d, numerarà el, b, adonque, a, et b, non sono contra se primi laqual cosa e contra el presupposito.

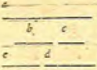
Theorema.35. Propositione.35.

35 *Solamente li numeri dal binario doppij sono parimente pari.*
32

Siano li numeri,a,b,c,d,dalla unità continuamẽte proportionali, & sia,a,el numero binario. dico tutti li detti numeri esser parimẽte parri, et niun altro puol esser parimente paro eccetto quelli che pono crescere in infinito secondo questa proportione. che questi siano parimẽte pari, egliè manifesto (per la diffinitione) conciosia che, per la duodecima, qualunque precedẽte numera qualunque seguẽte per alcun de quelli liquali tutti bisogna esser pari & niun altro numera alcũ de loro, per la terzadecima, imperoche,a,elqual è el binario che seguita la unita e primo. Ma che niun altro for de quelli sia parimẽte paro se manifesta in questo modo, perche supposione alcuno, per l'adnersario, sia diuiso in de mità, & la mità di quello in due altre mità, & questo sia fatto per fina a tanto che un numero, ouero la unità impedisca la diuisione laqual cosa è necessario uenire, per la ultima petitione, ma se un numero prohibira questa diuisiõ esso serà disparo elqual conciosia che lui numeraria el numero posto parimente paro. Adonque lo numero supposto parimente paro non seria parimente paro che è inconueniente. Ma se serà la unità che prohibisca la diuisione, per la.13.ouer.15. serà altro fora delli continuamente doppij dalla unità.

Theorema.36. Propositione.36.

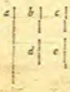
36
33 *Lo numero, del quale la mitade è disparo è parimente disparo.*



Sia,a,un numero la mitade del quale, laqual sia,b, sia disparo, dico,a,esser numero parimente disparo, & per dimostrar questo sia,c,el numero binario, adonque è manifesto che dal,c,in b, uien fatto,a. Hor sia,d, qual si uoglia numero paro numerante,a, elqual numeri quello secondo,e. &, per la seconda parte della uigesima del settimo, serà del,c,al,b, si come del,e,al,d, adonque,e,numera,b, perche etiam,c, numera,d, perche el binario numera tutti numeri pari. serà adonque,e,numero disparo perche etiam,b,era numero disparo adonque per la diffinitione,a,e parimente disparo, che è il proposito.

Theorema.37. Propositione.37.

37
34 *Ogni numero non di doppi dal binario, che la mità di quello sia paro e parimente, & disparimente paro.*



Sia el numero,a,nõ doppio da duoi, del qual'e la mità, la qual sia,b, sia posta paro, dico esser parimente & disparmente paro. Hor p dimostrar questo, sia,c, el binario del quale lo e manifesto che esso numera, a, secondo, b, & perche a, nõ è doppio de dui, e ne cessario se la mità di quello, laqual e, b, nõ ga diuiso in altre due mità, & la mità della mità in altre due, che finalmente occorra un numero impediente la diuisione, elqual serà dispario, per questo che'l non receue la diuisione, & sia quello inequale resta la diuisione, d, certamente e necessario la detta diuisione restare in numero perche se la peruenisse per fina alla unità seria, a, di numeri doppij dal binario, di quali per el presupposito, non e ma del, d, e manifesto che esso numera a, per questa scientia, ogni numero numerante un'altro numera, ogn'uno numerato da quello, numeri adonque quel secondo, e, &, e, serà paro. Altramente conciosia che, d, sia numero dispario seguiria, per la trigesima, e, esser disparo adõque perche, b, numero paro, numera, a, secondo, e, elquale ancora e paro, perche è el binario, & e, numero paro numerà el medesimo secondo, d, elqual e disparo e manifesto, per la diffinitione, el numero, a, esser parimente & disparmente paro che e el proposito.

Theorema.38. Propositione.38.

38 Se del secondo etiam del ultimo di numeri continuamente proportionali
35 sia cauado fora el primo, quanto e el rimanente del secondo al primo el se aprouà necessariemente esser tanto lo rimanente del ultimo allo aggregato de tutti li precedenti.

Siano continuamente proportionali, a, b, c, d, e, f, g, h, & sia leuado dal, c, d, una parte equal al, a, b, laqual sia, c, K, e similmẽte dal, g, h, laqual sia, g, l, al presente dico che la proportione del, K, d, al, a, b, e si come de, l, h, al composito de, e, f, c, d, & a, b, & per dimostrar questo sia tolto dal, g, h, una parte equale al, e, f, laqual sia, g, m, & similmẽte una equale al, c, d, laqual sia, g, n, onde l, n, serà equale al, K, d, & e manifesto, per la duodecima, del settimo conciosia cosa che sia del, g, h, al, g, m, si come del, g, m, al, g, n, che el residuo, h, m, al residuo m, n, serà si come, g, h, al, g, m, e pero & si come, e, f, al, c, d, ancho ra per simel modo lo, m, n, al, l, n, serà si come, c, d, al, a, b, adonque permutatamẽte del, h, m, al, e, f, & del, m, n, al, c, d, serà si come del, n, l, al, a, b, adonque congiũtamente, per la terzadecima del settimo, del, l, h, composito, del, h, m, m, n, & del, l, n, al composito, de, e, f, c, d, & a, b, sera si come del, l, n, al, a, b, e pero e si come del, K, d, al, a, b, che e il proposito.

Theorema.39. Propositione.39.

39 Quando serãno assettati numeri dalla unità continuamente doppij, li
36 quali congiunti facciano numero primo, multiplicato l'ultimo de quelli in lo aggregato de quelli produce numero perfetto.

Siano, a,b,c, dalla unita continuamente doppij , & sia,e, lo aggregato de quegli & della unità el quale sia posto esser numero primo in el quale,e, sia multiplicato, d, & peruenga, f.g, dico, f.g, esser numero perfetto siano adonque tolti,h,K,l, continuamente doppij al, e, talmente che tanti termini siano, e,h,K,l, quanti sono li tolti cõtinuamente doppij dalla unità, & (per la equa proportionalità) serà de, l, al, e, si come del, d, al, a, per laqual cosa (per la prima parte della uigesima del settimo) del, a, in l, peruien, f.g, perche esso, f.g, peruiene del, d, in, e, & perche, a, è el binario, f.g, uien a esser doppio al, l, Adonque, e,h,K,l, & f.g, sono continuamente proportionali, sia adonque leuado uia dal, h, un numero equale al, e, el qual sia, m,h, & lo residuo, h,n, (el quale anchora serà equale al, e,) & similmente dal, f.g, sia leuado uia un numero par equale al medemo, e, el qual sia, f,n, & (per la precedente) ung.g, serà quanto lo aggregato del, e, & del, h, & del, K, & del, l, & conciosia che, f,n, sia equale al, e, è quanto lo aggregato, dal, a, & b, & c, & d, e della unità. Et similmẽte tutto, f.g, è quanto lo aggregato de tutti questi cioe, a,b,c,d, & della unita, & de quelli, e,h,K,l, delli quali tutti è manifesto che numeraranno el detto, f.g, & che, e, lo numera secondo, l, & h, secondo, K, laqual cosa uien conuersa (per la prima parte della uigesima del settimo adiutante per la equa proportionalità se in alcun luoco serà bisogno) perche come del, d, al, c, cosi è del, h, al, e, et come del, d, al, b, cosi è del, K, al, e, (per la equa proportionalità) per laqual cosa, & dal, c, in, h, & dal, b, in K, e necessario peruenire, f.g, el qual per el passato fu produtto dal, d, in e, adonque prouãdo che niun altro (fuor de quelli) numera, f.g, (per la diffinitione) serà numero perfetto. Ma che niun altro numeri quello se manifesta in questo modo. perche se questo è possibile (per l'aduersario) sia, p, el qual numeri questo secõdo, q, & (per la trigesima quinta propositione) serà che, q, numeri l'uno de lor dui, & sia posto che'l numeri, p, & perche (per la seconda parte della uigesima propositione del settimo) del, p, al, d, e si come del, c, al, p, seguita che q, numeri, d, p laqual cosa conciosia che, a, (el qual seguita la unità) sia primo (perche è el binario) per la terzadecima di questo, el, q, serà ouer, a, ouer, b, ouer, c, & essendo el, q, uno de quelli, El, p, serà ouer l, ouer K, ouer h, perche se, q, serà, a, e manifesto che, p, serà, l, & se'l serà, b, el, p, serà, K. & se'l serà, c, ancora, p, serà, h. Adonque el, p, non è diuerso da quelli come era stato posto, rimane adonque, che f.g, sia numero perfetto come fu proposito da demostrare.

IL FINE DEL NONO LIBRO.

LIBRO DECIMO DI EVCLIDE.

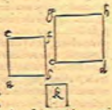
Diffinitione prima.

1/1.2 *Quelle quantità, seranno dette communicante, overo commensurabile, alle quale serà una quantità numerante communamente quelle. Et quelle alle quale non serà una quantità numerante communamente quelle seranno dette incommensurabile.*

Il Tradottore.

ESEMPLI gratia s'el fusse le due linee, a, & b, & che el se trovasse qual che altra linea, & overo misura che numerasse, overo misurasse cadauna di quelle (ponamo, c,) le dette due linee seranno dette communicante, overo commensurabile, Ma quando el non si trovasse alcuna sorte de linea che numerasse, overo misurasse communamente le dette due proposte linee quelle seriano dette incommunicante, overo incommensurabile, El medesimo si debbe intendere nelle superficie, & corpi.

Diffinitione 2.



2/3 *Le linee rette sono dette in potentia communicante, quando una superficie communa numera le superficie quadrate di quelle.*

Il Tradottore.

Esempli gratia s'el fusse le due linee, a, b, & c, d, & le superficie quadrate di quelle, a, b, e, f, & , c, d, g, h, Et che el si trovasse qualche superficie, poniamo la superficie, k, che numerasse overo misurasse cadauna di quelle, le dette due linee seriano dette communicante, overo commensurabili in potentia.

Diffinitione. 3.

3/4 *Le linee sono dette incommensurabile in potentia quando che non gli serà alcuna communa superficie che numeri le superficie quadrate di quelle.*

Il Tradottore.

Questa diffinitione facilmente se apprende dal converso della precedente, cioe, che quando non serà alcuna superficie communa, che numeri, overo misuri le superficie quadrate de due proposte linee, quelle tal linee se diranno incommensurabile in potentia. I equal cose essendo come è sta esposto egliè manifesto che a ogni proposta linea retta, cioe a quella con laquale pigliamo le misure di cubiti, palmi, & dedi, ouero piedi, sono infinita moltitudine de linee rette a quella commensurabile & incommensurabile, altre in longhezza, & in potentia, & altre solamente in potentia.

Diffinitione. 4.

4 Ma ogni proposta retta linea con laquale raciocinamo, & serà detta ra-
4 tionale.

Il Tradottore.

In questa diffinitione l'Auttore ne aduertisse come che quella misura materiale laquale operaremo nelle nostre commensurationi (o sia pertica, ouer passo, ouero piede, ouer brazzo, ouer altra misura formata a nostro piacere, serà detta rationale, per esser una quantità a noi cognita, e familiare.

Diffinitione. 5.

5 Et le linee a quella communicante sono dette rationale.
4

Il Tradottore.

Quantunque questa diffinitione sia posta disgionta dalla precedente la si debbe intendere congionta con quella successiuamente; perche in questa copulatiuamente diffinisse che tutte quelle linee che seranno commensurabile a quella proposta linea, cioe a quella misura con laquale misuraremo, sia pertica, o passo, o piede, o brazzo, ouer altra misura formata a nostro piacere, sono detta rationale, esempli gratia poniamo che la nostra proposta linea, con laquale mesuramo, ouero intendemo di misurare le nostre cose occurrēte, sia quella misura materiale che se chiama passo, diuisa in piedi cinque, & cadauno piede secondo il costume moderno, in once duodeci, hor dico che non solamente al detto passo, serà linea rationale, per la precedente diffinitione, ma anchora tutte le linee misurate cō el detto passo, & con le sue parti seranno dette rationale per la presente diffinitione perche tutte le dette linee ueranno a essere commensurabili con la nostra proposta rationale, cioe con el nostro passo. Et acciochè meglio me intendi poniamo che sia una linea, ouero longhezza longa passa sei, piedi quattro, once sette e mezza, dico la detta linea, ouero longhezza esser auanti rationale, per la precedente diffinitione, per esser commensurabile con el nostro passo, per la prima diffinitione, & la loro commune misura ueria a essere la mezza onza cioe che una linea longa mezza onza misurarà la proposta longhezza precisamente. 831. uolta et misurarà anchora el nostro passo precisamente. 120. volte onde per la detta prima diffinitione seranno commensurabile & per la precedente, & presente diffinitione, l'una e l'altra serà rationale che è il proposito.

Ma bisogna notare che questa medesima diffinitione in la seconda tradottione parla in questa altra forma.

5 Et quelle linee che a questa seranno commensurabile in longhezza e in po
4 tentia, & anchora solamente in potentia, sono dette rationale.

Il Tradottore.

Laqual diffinitione è assai piu larga & generale di l'altra, perche questa uole che anchora quelle linee che sono commensurabile solamente in potentia cō la nostra proposta rationale, cioe con la nostra misura di passo, ouer pertica ouero altra sorte di misura, siano chiamate rationale, per il che seguita che quelle quantità che communamente da prattici sono dette radice sorde, & irrationale, come se ria la radice quadrata di diece ouero di dodeci & di ogni altro numero nō quadrato, l'Auttore uole che essendo tal quantità linee siano dette rationale, per esser el suo quadrato rationale, & se cosi non fusse seguiria gran discordantia nelle diffinitioni de binomi, & residui, & in altre propositioni di questo decimo, come procedendo se potrà facilmente conoscere, uero è che se tal quantità seranno superficie seranno puoi dette irrationale è mediale come nella terza decima propositione di questo si potrà uedere.

Diffinitione. 6.

6 Et quelle linee che seranno alla medesima incommunicante sono dette ir-
4 rationale, ouero sorde.

Il Tradottore.

Anchora questa diffinitione si debbe intendere congionta successiuamente alla precedente della prima tradottione perche in questa lui diffinisse che tutte quelle linee che non seranno communicante alla medema nostra proposta retta linea (cioe alla nostra proposta misura materiale) sono dette linee irrationale, ouero sorde, tamen questa medesima diffinitione in la seconda tradottione parla in questo altro modo uidelicet.

Et quelle linee che seranno a quella incommensurabile per l'uno, & l'altro modo, cioè in longhezza. & in potentia sono chiamate irrationale.

Laquale diffinitione intendendola congiōta successiuamente con la precedente (pur della seconda tradottione) uien a conformarsi con il conuerso di quella, cioè che una linea incommensurabile solamente in longhezza cō la nostra misura nō se debbe chiamare ne intēder irrationale (come di sopra la precedēte fu detto) anci lui uole che la se intēda rationale per esser il suo quadrato rationale e pero bisogna notare che il uolgo di prattici fin al presente, seguēdo la tradottione dil Cāpano, le radici de tutti li numeri nō quadrati, si essēdo linee come essendo superficie, li chiamano irrationale & sorde. nientedimeno le si debbeno intendere rationale essendo linee come parla la seconda tradottione altramente seguiria, come di sopra dissi, grande discordantia nelle cose che seguitano in questo decimo. ideo etc.

Diffinitione 7.

7 Ma ogni quadrata superficie con la quale per el presupposito ratiocina-
0 mo è detta rationale.

Il Tradottore.

Per maggiore intelligentia di questa diffinitione bisogna notare che quando noi desideramo di saper la quantità di alcuna superficie investigamo in che proportione la sia con el quadrato di qualche nostra famosa, & cognita misura come seria a dire quanti passa quadri è, ouero piedi, pertiche, o altra misura formata a nostro piacere, il che si troua multiplicando le misure di la larghezza di detta superficie, fia le misure della sua longhezza, come fu detto nel principio del secondo libro, & lo produtto di tal multiplicatione serà la quantità de quante superficiette quadrate, di la misura gia operata, serà la detta superficie, & per superficietta quadrata si debbe intendere vno quadretto d'una misura per faccia, cioe di quella che già hauemo operata a misurare, o sia passo, o pie, o pertica, o altra misura formata a nostro piacere, hor ritornando al nostro proposito l'Auttore diffinisce che ogni superficie quadrata con la quale per el presupposito ratiocinamo, o sia d'un passo, ouero d'un piede, ouero di qual si voglia altra misura granda, ouer piccola, è detta rationale per esser una superficie a noi cognita e famigliare.

Diffinitione 8.

8 Et la superficie a quella communicante sono dette rationale.
0

Il Tradottore.

Cioe che tutte quelle superficie che seranno communicante, ouero commensurabile a quella nostra superficie quadrata, detta di sopra, son dette rationale, ma bisogna notare che se la nostra quadrata superficie serà d'un passo non solamēte un'altra superficie de piu passa integri superficiali, come seria de passa 450. serà detta rationale, ma ancora de passa pie e once, e mezze once serà pur detto rationale, si come delle linee sopra la quinta diffinitione fu detto, per esser cōmensurabile cō la detta nostra superficie quadrata d'uno passo, & la lor cōmuna misura sēpre serà la minima parte del passo che si trouerà esser denominata in detta superficie, et accio meglio me intendi poniamo che una misurata superficie sia passa 25. & uno terzo superficiali dico la detta superficie esser cōmensurabile con la nostra superficie d'un passo, & la lor communa misura serà un terzo de passo superficiale similmente se la detta misurata superficie fusse passa trenta sei, piedi cinque once sette, tre quarte de onza superficiale la lor cōmune misura serà insalente

lente un quarto de onza superficiale, e pero l'una & l'altra serà rationale, el medesimo si trouara in ogni altra specie di rotto & nota che un passo superficiale è piedi. 25. superficiali & un piede superficiale è once. 144. superficiale & con queste euidentie potrai sapere in ogni altra sorte di misura (diuisa come si uoglia) quante superficiette de una delle sue parti darà a formare il tutto perche molti si credeno che si come un passo lineale e cinque piedi lineali che similmente un passo superficiale sia medesimamente cinque piedi superficiale anci e il quadrato de cinque, cioè uinticinque come detto di sopra & similmente perche un piede lineale è diuiso in once. 12. credeno che similmente once. 12. superficiale facciano un piede superficiale per ilche non puoco errano nelle sue resolutioni per che come di sopra è detto un piede superficiale e once. 144. superficiale, & tutto questo (per le ragioni adutte sopra la prima diffinitione, ouer suppositione del secondo serà manifesto, & non solamente nelle parti del passo: & del piede ma ancora nelle parti della pertica & della cana, & del canezzo, ouer d'una misura formata a nostro piacere, perche quello che è detto del passo, & pie, con la medesima euidentia se procedera nelle parti di qual si uoglia misura diuisa come se uoglia, perche ogni famosa città forma & diuide, & da il nome alle sue famose misure secondo il loro parere idco adutte.

Diffinitione. 9.

$\frac{9}{}$ Et le superficie a quella medesima incommunicante sono dette irrationale, ouero solde.

Il Tradottore.

Hauendo l'Auttore nella precedēte diffinito quale siano le superficie dette rationale, hora in questa copulatiuamente ne diffinisse il conuerso, cioè che tutte quelle superficie che non seranno commēsurabile a quella medesima nostra quadrata superficie (detta di sopra) seranno dette irrationale, ouero sorde.

Diffinitione. 10.

$\frac{0}{5}$ Et quelle che ad alcuna di quelle (irrationale serāno communicante seranno dette irrationale.

Il Tradottore.

Questa diffinitione ne aduertisse come tutte quelle superficie che sono ouero seranno cōmunicante ad alcuna superficie irrationale, seranno medesimamente dette irrationale.

Diffinitione. 11.

$\frac{10}{4}$ Et li lati potenti in quelle superficie, quadrate sono detti irrationali.

Il Tra-

Il Tradottore.

Cioè che li lati potenti in quelle tal superficie irrationale, quadrate similmente sono dette irrationali, lo lato potente in una superficie (essendo quella tal superficie quadrata) se intende lo proprio lato di quella tal superficie, ma se la non fusse quadrata se intende pur per el lato de una superficie quadrata equale a quella, ouero di quella istessa redutta in quadro che è il medesimo.

Suppositione, ouero petitione prima.

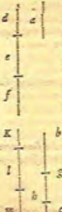
II/o *Qualunque quantità tante volte puo essere multiplicata che la eccede qualunque proposta quantità del medesimo genere.*

Il Tradottore.

Questa suppositione, ouero petitione se ritroua solamēte in la prima tradottione & è connumerata fra le diffinitioni, ma perche secōdo il mio giuditio è piu presto suppositione, ouero petitione, che diffinitione e però suppositione, ouero petitione la chiamano, nellaquale se suppone che date due quantita inequale sempre se puo multiplicare talmente la minore che tal multiplicatione ecceda la quantità maggior.

Theorema. 1. Propositione. 1.

I/I *Se da due proposte quantità inequale, dalla maggiore sia detratto piu della mita, & del rimanente anchora sia leuado uia piu della mita, & da li indietro seguitando per el medesimo modo, finalmente è necessario che rimanga una quantità minore, della proposta minore.*



Siano le due quantità inequale, a, & b, c, & sia b, c, la maggiore. Dico che tāte uolte puol essere detratto piu della mità della b. c. (ouero del residuo di quello) che serà necessario che rimanga una quātità minore de, a, Et per dimostrare questo sia multiplicato, a, tāte uolte cioè per tal numero che quel eccedа, b, c, & sia il multiplice di quello, d, e, f, maggiore de, b, c, adōque sia dettratto dal, b, c, piu della mità laquale sia, b, g, & anchora del residuo (elquale g, c,) sia detratto piu della mità laqual sia, g, h, & questo anchora sia fatto tante uolte per fina a tāto che, b, c, sia diuisa in tante parte quāte uolte, a, e, cōtenuto in d, e, f, hora dico che l'ultimo residuo (che in questo luoco e, h, c,) e minore del, a. Et per chiarire questo sia multiplicato, h, c, per tanto quanto che, a, è contenuto in d, e, f, & sia el multiplice di quella, K, l, m, perche adōque cadauna delle parti, ouero quātità de, K, l, m, è equale al, h, c, seguita che, K, sia minore de, b, g, & l, minore de, g, h, ma perche, m, è, equale al, h, c, (per la cōcettione) K, l, m, serа minore de, b, c, per laqual cosa serà etiā minore de, d, e, f, conciosia adonque che, d, e, f, sia al, a, si come K, l, m, al, h, c, & essendo, d, e, f, maggior de, K, l, m, seguita (per la

de c.n.a

decima quarta propositione del quinto libro) che, a, sia maggiore de, b, c, che è il proposito. Et el medesimo seguita se della maggiore sia detratto la mità, & anchora del rimanente la mità, et così procedere tãte volte per fina a tãto che la maggiore sia divisa in tante parti quante volte è cõtenuta la minore in qual ũque suo multiplice eccedẽte quanto si voglia la maggiore delle proposite. Ma bisogna advertire che in questa si vede contradire alla sestadecima propositione del terzo libro laquale propone l'angolo della contingentia esser minore de qualunque propostio angolo contenuto da due linee rette, perche poste qualunque angolo contenuto de linee rette, se da quello levaremo via piu della mità, et similmente del residuo levaremo piu della mità el si vede essere necessario potersi fare questo tante volte, che rimanga un'angolo rettilineo minore dell'angolo della cõtingentia, della qual cosa la sesta decima propositione del 3. lib. conclude lo opposito, ma quelli angoli non sono univoce, perche el curvo el retto non sono simplicemente d'uno medesimo genere. Ne anchora puol occorrere esser tolto tante volte l'angolo della cõtingentia, che quello ecceda qual si voglia angolo rettilineo. laqualcosa è necessaria, come si manifesta per la demostratione havuta di sopra, adũque a questo eglie anchora chiaro (accioche el consequente sia seguido dal antecedẽte) qualunque angolo rettilineo esser maggiore de infiniti angoli della contingẽtia.

Il Tradottore.

A voler dimostrare per uno altro modo piu breve che el residuo, b, c, sia minore della quantità, a, stante che el multiplice, d, e, f, sia maggiore di la quantità, b, c, tolendo della, b, c, piu della mità, qual sia, b, g, & della, d, e, f, manco della mità, qual sia semplice, d, lo residuo, e, f, per commune sentẽtia, serà maggiore del residuo, g, c, anchora tolendo del detto residuo, g, c, piu della mità, qual sia, g h, & del residuo, e, f, tolendo solamente la mità, qual sia, e, lo residuo, f, per cõmune sentẽtia, serà maggiore del residuo, h, c, & perche, f, è equale alla, a, seguita che el residuo, h, c, sia minore della quantità, a, che è il proposito & questa demostration e cavamo della seconda tradottione.

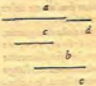
Theorema. 2. Propositione. 2.

Se seranno due quantità inequale, & dalla maggiore sia detratto una quãtità equale alla minore, per fin a tanto che sopra avanzi una quantità minore de essa minore, & dapoi dalla minore sia detratto una quantità equale, de esso rimanente, per fina a tanto che rimanga quantità minore di quello rimanente, ancor de nuovo dal rimanente primo sia detratto una quantità equale al rimanente secondo per fina a tanto, che rimanga quantità minore di quello, & che dalla continua detrattione fatta in questo modo non sia trovato al cuno rimanente che numeri lo rimanente restato per avanti, quelle due quantità è necessario esser incommensurabile.

Una simile a questa propose la prima del settimo in numeri.

Siano,

Siano le due quantità inequale,a,& b,& sia,a,la maggiore dalle quale esse do fatta la reciproca detrattione per fin a tãto che si possa,& che la sia fatta per infinite uolte, & che non occorra alcuna quantità che impedisca la detrattione (cioe che numeri,ouer misuri, lo rimanente restato per auanti) dico quelle due quantità esser incommensurabile & se possibile è esser altramente (per l'aduersario) sia posto che la communa misura di quelle sia,c,& sia detratto la quantità b,dalla,a,quãte uolte se puol. & sia el residuo,d,elqual residuo sia detratto dal, b,quante uolte se puol & sia e residuo,e,& sia fatta tante uolte questa detrattione per fina a tanto che dall'una o l'altra delle due quantità,a,& b,rimanga una quantità minore de,c,& questo e necessario esser possibile per la precedente. & sia in questo luoco,e,minore de, c,consiosia adonque che,c,misuri,b, (detratto dal,a,) & anchora,a,(per la concettione) misurarà el residuo,d,e però conciosia che'l misuri,d, (detratto dal,b,) e anchora esso,b,misurarà el residuo,e,Ma,e,era minore de,c,adonque la quantità maggiore misura la minore laqual cosa è impossibile.



Problema.1. Propositione.3.

3 Proposte due quantità inequale, communicante puotemo ritrouare la mas
3 sima quantità numerante communamente quelle.

La demostratione di questa se non ignori la secõda propositione del settimo libro tu nõ la poi ignorare, pche el processo dell'una,et dell'altra è uno medesimo.

Correlario.

3 Adonque da questo, eglie manifesto che qualunque quantità, laquale mi
3 suri due quantità, quella anchora misurarà la massima quantità misurante communamente quelle.

Il Tradottore.

Lo soprascritto correlario conclude che dal processo & demostratione fatta della propositione soprascritta, procedendo si come fu fatto in la seconda propositione dello settimo lib. esser manifesto che ciascaduna quantità laqual misuri due proposte quantità, quella medesima misurare anchora la massima quantità, che misuri communamente quelle.

Problema.2. Propositione.4.

4 Proposte tre quantità communicante puotemo trouare la massime quan
4 tità numerante communamente quelle.

Cosi questa è manifesta dalla terza del settimo si come la precedente dalla seconda del settimo.

Correla-

Correlario.

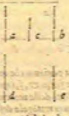
0 E pero da questo è manifesto che se una quantità misurarà tre quantità, mi-
4 surarà anchora la massima communa misurarà de quelle & similmente de
più quantità date se trovarà la massima quantità numerante quelle & da poi succedere el correlario.

Il Tradottore.

Questo correlario se ritrova solamente in la seconda tradottione el qual cõclu de (si come el precedente) che dal processo seguido nella demostratione della presente propositione (procedẽdo si come fu fatto in la terza del settimo) esser manifesto che se una quãtità misura tre quantità quella misurare anchora la massima misura di quelle, & che per lo medesimo proceder fatto in la presente problema de tre quantità a trovar la lor massima misura che similmente operando si puol trovare le dette massima misura de più quantità proposte, & da poi succeder similmente el correlario.

Theorema. 3. Propositione. 5.

5 La proportione de ogni due quantità communicante è si come de numero
5 a numero.



Siano le due quantità communicante, a, & , b, dico che la proportione de quelle è si come de alcun numero a un'altro numero, & per dimostrar questo sia, c, la massima quantità misurante communamente, a, & b, (trovata come insegna la terza propositione di questo) laquale misuri, a, secondo el numero, d, & b, secondo el numero, e, & serà del, a, al, c, come del, d, alla unità imperoche si come, a, è multiplice del, c, cosi el, d, è multiplice della unità, & c, al, b, è si come la unità al, e, perche si come, c, è sotto multiplice al, b, cosi la unità è sotto multiplice al, e, Adonque per la equa proportionalità, del, a, al, b, e come del, d, al, e, che è il proposito.

Theorema. 4. Propositione. 6.

6 Se seranno due quantità delle quale la proportione dell'una all'altra sia si
6 come de numero a numero, quelle due quantità è necessario essere communicante.

Questa è il cõverso della precedente, esempli gratia essendo, a, al, b, si come el numero, c, al numero, d, dico le due quãtità, a, & b, esser communicante. Perche essendo tolto, e, misurante tante volte, b, quante volte che la unità è in el, d, & tãte volte misurante, f, quante volte che la unità e in c, conciosia adonque che il sia, f, al, e, come el, c, alla unita & , e, al, b, come la unità al, d, per la equa proportionalità serà, f, al, b, come, c, al, d, per laqual cosa serà come del, a, al, b, Adonque (per la

prima

prima parte della nona del quinto) f, è equale al, e, cō cio sia adunque che, e, misuri, f, (per la concettione) mesurarà, a, adonque, a, & b, sono cōmunicanti perche mesurarà etiā, b, che è il proposito. A demostrare la medesima per un'altro verso sian le due quantità, a, & b, che fra loro habbiano la proportione come ha el numero, c, al numero, d, dico che quelle due quantità sono cōmensurabile & per dimostrar questo sia divisa la quantità, a, in tāte parte quante unità è nel, c, & sia tolta la quantità, e, equale a una di quelle parti, & sia, e, la unità adonque si come è la unità al numero, c, cosi è la quantità, e, alla quantità, a, & come è el numero, c, al numero, d, cosi è la quātità, a, alla quantita, b, adonque (per la equa proportionalità, cioe per la vigesima seconda propositione del quinto libro, si come è la unità al numero, d, cosi è la quantità, e, alla quantità, b, & la unità misura el numero, d, adonque & la quantità, e, misura la quātità b, & misura ancora la quantità, a, (perche la unita misura anchora lo numero, c,) adonque la quātità, e, misura l'una e l'altra delle due quātità, a, & b, E pertanto le dette due quantità, a, & b, sono commensurabile & la quantità, e, è la communa misura di quelle.

6

Correlario.

Per queste cose dimostrate eglie manifesto che sel serà duoi numeri (poniamo, d,) & , e, et una datta retta linea (poniamo, la, a,) che si come è il numero al numero eglie possibile cosi essere la detta retta linea, a, a un'altra retta linea quala poniamo che quella sia, f, & se serà tolta, over trovata la media proportionale fra, a, & , f, (quala poniamo che sia la, b,) serà si come la, a, alla, f, cosi el quadrato della medema, a, al quadrato della, b, cioe si come è la, a, alla, f, cosi è la figura rettāgola descritta dalla prima linea, alla figura simile et similmēte descritta sopra la seconda (per lo correlario della decima ottava propositione del sesto libro) ma si come la, a, alla, f, cosi è el numero d, al numero, e, Adonque el vien fatto si come è el numero, d, al numero, e, cosi è el quadrato della linea retta, a, al quadrato della linea retta, b.

7

Theorema. 5. Propositione. 7.

Le quantità incommensurabile fra loro non hanno proportione come da numero à numero.

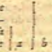
Siano le due quantità, a, & , b, incommensurabile, dico che la proportione

tione della, a, alla, b, nõ è si come da numero a numero, perche se la, a, alla, b, hauesse proportione come da numero a numero seguiria per la sesta che la detta, a, fusse commensurabile con la detta, b, & gia nõ e (dal presupposito) adonque la, a, alla, b, non ha proportione come da numero, a numero, e per tanto le quantità incommensurabile fra loro non hãno proportione come da numero a numero laqual cosa bisognaua dimostrare.

Theorema. 6. Propositione. 8.

8 Se due quantità nõ haueranno fra loro proportione, come da numero a nu
8 mero quelle tal quantità seranno incommensurabile.

Siano le due quantità, a, & b, lequale non habbiano proportione insieme come da numero a numero. dico che dette quantità sono incommensurabile. perche se le fussino commensurabile (per la aduersario) la quantità, a, alla quantità, b, haueria proportione come numero a numero (per la quinta di questo) & già dal presupposito non ha tal proportione, adonque le dette quantità, a, & b, sono incommẽsurabile, laqual cosa era da demostrare.

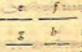


Theorema. 7. Propositione. 9.

7 D'ogni due superficie quadrate delle quale li lati communicano in lõghez
9 za, la proportione di l'una all'altra e come di numero quadrato a numero quadrato. Et se la proportion di una superficie quadrata a una superficie quadrata serà si come la proportiõe d'un numero quadrato a un numero quadrato. Li lati di quelle seranno communicanti in longhezza, & soli lati di due superficie quadrate seranno incommensurabili in longhezza le dette superficie fra loro non haueranno proportione come di numero quadrato a numero quadrato, & se la proportion di una superficie quadrata a una superficie quadrata non serà come di numero quadrato a numero quadrato li lati di quelle seranno incommensurabili in longezza.

Siano le due linee quadrate, a, & b, li quadrati delle quale siano, c, & d, dico che se le linee, a, & b, communicano in lõghezza, la proportiõ della sup̃ficie, c, alla sup̃ficie, d, sera si come di numero quadrato a numero quadrato, & e conuerso & se li duoi lati, a, et b, seranno incommensurabili in longhezza la proportione della superficie, c, alla sup̃ficie, d, nõ serà si come di numero quadrato a numero quadrato & è cõuerso. El primo argomẽto se manifesta in questo modo. Se le due linee, a, & b, communicano in lõghezza quelle (per la quinta) seranno nẽ la proportione di duoi numeri, liquali sian, e, et, f, li quadrati delli quali siano, g, & h,

& b, adonque perche la ꝓportione della superficie, c, alla superficie, d, è si come
q̃lla delle linee, a, alla linea, b, duplicata, per la decimaottaua del sesto, seguita
anchora che la proportione della superficie, c, alla superficie, d, sia si come quella
del numero, e, al numero, f, duplicata, & ancora, per la 11. propositione del otta



uo libro, la proportione del, g, al, h, è si come quella del, e, al
f, duplicata, e per tãto la proportione del, c, al, d, è si come
del numero quadrato, g, al, numero quadrato, h, che è il pri
mo proposito. El secondo se manifesta in questo modo. essẽdo
la superficie, c, alla superficie, d, si come el numero quadra-
to g, al numero quadrato, h, dico che le due linee, a, et b, seranno commensurabil
in longhezza perche conciosia che la proportione del, c, al, d, sia si come quella
che è del, a, al, b, duplicata, per la decimaottaua del sesto, & del, g, al, h, per la un
decima del ottauo, sia si come quella del, e, al, f, duplicata, per laqual cosa an-
chora la sempia del, a, al, b, serà si come la sempia del, e, al, f, per la sesta, adonq;
le due linee, a, & b, sono communicante che è il secondo proposito. El terzo se ma
nifesta dal secondo per la destrutione del consequẽte. Similmente el quarto e ma
nifesto dal primo per dalla destruttione del consequente, & nota che dalla quar
ta parte di questa e manifesto el diametro di cadaun quadrato esser incommensu
rabile alla sua costa, perche conciosia che il quadrato del diametro sia doppio al
quadrato della sua costa, & la proportione doppia nõ sia si come de numeri qua
drati seguita el diametro esser incommensurabile alla costa in longhezza. Altra
mẽte conciosia che el quaternario sia numero quadrato tutti li numeri equalmẽ
te pari seriano quadrati & altri infiniti liquali nõ sono quadrati. Et Aristotile
primo priorũ duce a questo inconueniente, che se'l diametro sia posto esser commen

surabile alla costa, che numero disparo serà equale al
paro, laqual cosa cosi se manifesta, perche essẽdo al dia
metro, a, b, cõmensurabile al lato, a, c, per la quinta,
etiã, a, b, al, a, c, serà si come alcun numero a un'altro
Sian adũque questi numeri, e, & f, liquali siano li mi
nimi in la sua proportione, & per questo l'uno di loro
serà disparo perche essendo l'uno el'altro paro non se
rãno li minimi in la sua proportione ancora sia li qua
drati di quelli, g, & h, adonque se, e, è disparo ancora
per la trigesima del nono, g, serà disparo, sia adũque, K, doppio al, h, & per la dif
finitione, K, serà paro perche adonque, a, b, al, a, c, e come, e, al, f, per la decima ot
taua del sesto, & per la undecima del ottauo, el quadrato del, a, b, al quadrato
del, a, c, serà come del, g, al, h, adõq; g, e doppio al, h, perche cosi e il quadrato de
a, b, al quadrato de, a, c, per la penultima del primo, & perche etiã, K, e doppio
al, h, seguita, p la nona del quinto, che g, numero disparo sia equale al, K, numero
paro. Ma se, e, sia posto paro et, f, disparo la ꝓportione de, f, alla mità de, e, laqual
sia, l, serà si come del, a, c, alla mità de, a, b, laqual sia, a, d, e però la ꝓportione del
quadrato, de, a, c, al quadrato de, a, d, serà si come la ꝓportione del numero, h, el-

quale

quale è dispato per la trigesima del nono al quadrato del numero. l. el qual sia. m. al qual. k. sia posto esser el doppio, el qual. k. per la diffinitione serà paro, & perche el quadrato di a, c, e doppio al quadrato di. a. d. per la penultima del primo, lo numero. h. serà doppio al numero. m. & conciosia che el numero. k. sia anchora lui doppio al medesimo numero. m. per la nona del quinto, lo numero. h. numero dispato serà equale al numero. k. numero paro che il proposito.

Il Tradottore.

Questa ultima parte che se dimostra, cioè che'l diametro del quadrato sia incommensurabile alla costa in la seconda tradottione se dimostra in l'ultima di questo decimo come al suo loco si potra vedere.

Correlario.

Et da queste cose dimostrate egliè manifesto che le linee commensurabile in longhezza necessariamente sono commensurabile anchora in potentia, & quelle che sono cōmmensurabile in potentia non son necessariamēte cōmensurabile in longhezza, perche li quadrati delle linee rette commensurabile in longhezza, hanno la proportione come da numero quadrato a numero quadrato, & quelle quantita che hanno la proportione come de numero a numero per la sesta de questo decimo, sono commensurabili, per laqual cosa le linee rette commensurabile, non solamente sono commensurabile in longhezza ma etiam in potentia. Anchora perche tutti li quadrati che fra loro hanno proportione come de numero quadrato a numero quadrato è stato dimostrato come li lati sono commensurabili in longhezza, & in potentia conciosia che li quadrati habbiano quella proportione come di numero quadrato a numero quadrato, adonque ogni duoi quadrati, liquali non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, ma simplicemente come alcun altro numero a numero, essi quadrati sono commensurabili, cioe essi rette linee dalle quale sono descritti, son commensurabile in potentia ma non in longhezza, per laqual cosa le linee commensurabile in longhezza, necessariamente sono etiam commensurabile in potentia, ma quelle che sono commensurabile in potentia non e necessario esser commensurabile in longhezze, salvo se non seranno come numero quadrato a numero quadrato, e per tanto dico, che quelle linee lequale sono incommensurabile in longhezze non e necessario esser quelle incommensurabile in potentia, perche le commensurabile in potentia, ponno havere & non havere la proportione come numero quadrato a numero quadrato, & per questo quelle che sono commensurabile in potentia ponno esser & non esser commensurabile in longhezza, per laqual cosa quelle che sono incommensurabili in longhezza non è necessario esser incommensurabile in potentia, ma quelle che sono incommensurabile in longhezza ponno etiam in potentia esser incommensurabile, ma quelle che sono incommensurabile in potentia necessariamente sono etiam incommensurabile in longhezza, perche se seranno commensurabile in longhezza, per l'aduersario, seranno anchora in potentia commensurabile, & sono state supposte incommensurabile che è una cosa absorda, adonque quelle linee che son incommensurabile in potentia, necessariamente sono etiam incommensurabile longhezza.

Lemma.

Et in le cose Arithmetice, per la uigesima quinta del ottauo, è stato dimostrato, che li numeri superficiali simili fra loro hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, & che se dui numeri fra lor haueranno proportione come numero quadrato a numero quadrato, detti numeri sono superficiali simili, da queste cose è manifesto che li numeri superficiali dissimili cioe quelli che nõ hãno li lati proportionali, non hãnno proportione come numero quadrato a numero quadrato, perche se haueranno tal proportione per l'aduersario, quelli seranno superficiali simili, laqual cosa nõ se suppone, adonque, li numeri superficiali dissimili, fra loro non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato.

Potremo dimostrare la precedente nona propositione per questo altro modo. Et perche eglie commensurabile la linea .a, alla linea .b, per la quinta di questo, hanno la proportione come da numero a numero, habbiamo adonque quella si come el numero .c. al numero .d. & multiplicando .c. in se medemo poniamo che faccia .e. & multiplicando el detto .c. contra .d. poniamo che faccia .f. & multiplicando .d. in se medesimo poniamo che faccia .g. adonque perche el .c. multiplicado in se ha fatto .e. & multiplicado fia el .d. ha fatto .f. adonque si come è dal .c. al .d. quale si come dal, a, al, b, cosi è dal, e, al, f, ma si come dal, a, al, b, cosi è quello che uien fatto dal, a, in se medesimo a quello che uien fatto del, a, nel b, eglie adonque si come el quadrato del, a, al rettangolo del .a. in .b. cosi è lo .e. al .f. Anchora perche multiplicado el .d. in se medesimo uien fatto el .g. & multiplicado el .c. fia el .d. uien fatto .f. adonque, per la undecima del quinto, si come è uno el, c, al, d, cioe si come lo, a, al, b, cosi lo, f, al, g, ma si com'e lo, a, al, b, cosi e quel lo rettangolo che vien fatto, ouero contenuto sotto del, a, & , b, al quadrato del, b, adonque si com'e quello che vien fatto del, a, in, b, a quello che vien fatto del, b, in se medesimo, cosi e lo, f, al, g, ma si come e el quadrato del a, al rettangolo del, a, in, b, cosi era lo, e, al, f, adonque per la equa proportionalità, cioe per la vigesimasecunda del quinto, si come e il quadrato del, a, al quadrato del, b, cosi e lo, e, al, g, & l'uno e l'altro cioe, e, & , g, e numero quadrato cioe lo, e, e el quadrato de, c, & lo, g, e lo quadrato del, d, adonque el quadrato de, a, al quadrato del, b, hanno la proportione come da numero quadrato a numero quadrato laqual cosa bisognaua dimostrare.

8/9 Hor poniamo che il quadrato del, a, al quadrato del, b, habbia quella proportione che ha el numero quadrato, e, al numero quadrato g. Dico che la linea, a, e commensurabile alla linea, b, e, per dimostrare questo sia, c, el lato del, e, & , d, el lato del, g, & multiplicado, c, contra, d, facciano, f, adonque li tre numeri, e, f, g, son continui proportionali in quella proportione che c, al, c, al, d, per la decimaottaua, & decima nona del settimo, & perche el rettangolo del, a, in, b, e medio proportionale fra el quadrato del, a, & el quadrato del, b, & fra li duoi numeri quadrati, e, & , g, el suo medio proportionale, e, f, adonque si come e il quadrato del, a, al rettangolo del, a, in, b, cosi e il numero, e, al numero, f, & cosi e il rettangolo del detto a, in, b, al, quadrato de, b, cosi e lo numero, f, al numero, g, ma si come e il quadrato de, a, al rettangolo del, a, in, b, cosi è la linea, a, alla linea, b, adonque, a, & , b, sono commensurabili perche hanno proportione si come el numero, e, al numero, f, laquale si come del, c, al, d, cioe si come del, c, al, d, cosi e del, e, al, f, perche multiplicando c, in se medesimo quel fece, e, & quel medemo multiplicado nel, d, quel fece, f, adonque si come e il, c, al, d, cosi e lo, e, al, f.

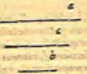
Theorema. 8. Propositione. 10.

8/12 *Se feranno due quantità communicante a vna a quantità anchora, quelle quantità e necessario esser fra loro commensurabile.*

Siano l'vna e l'altra delle due quantità, a, & , b, communicante alla quantità c. Dico, a, & , b, esser commensurabile perche la, a, alla, c, per la quinta, e come numero, a numero, similmente anchora, per la medesima, la, c, alla, b, e si come numero a numero, adonque sia il numero, d, al, numero, e, si come la, a, alla, c, & lo numero, f, al numero, g, sia come e la, c, alla, b, & le proportioni che sono del, d, al, e, & del, f, al, g, siano continuate in tre termini,liquali sian,h,K,l, come insegna la quarta propositione del ottavo, & per la equa proportionalità la,a,alla b,ferà si come lo numero,h, al numero, l, adonque per la sesta di questo,a,& ,b,sono communicante che è il proposito.

Lemma.

0 Se feranno due magnitudine,& l'una sia commensurabile & l'altra in-
13 commensurabile a una medesima magnitudine, dette magnitudine feranno incommensurabile.



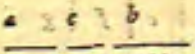
Siano le due magnitudine, a, b, & l'altra, c,& sia la,a,commensurabile alla,c, & la,b,sia incommensurabile alla medesima, c. Dico che, a, &, b, sono incommensurabile perche se,a,fusse commensurabile alla, b, per lo converso della precedente seguiria che, b, fusse commensurabile con,c,laqual cosa non se suppone.

Theorema. 9. Oropositione. 11.

0 Se feranno due quantità fra loro communicante, a qualunque quantità,
13 che una di quelle communichi, Anchora l'altra gli communicarà, & a qualunque una di quelle non communichi,ne etiam l'altra gli communicarà.

Siano le due quantita,a,&,b,communicante,& sia posta qual si voglia quantità (poniamo,c,) con laquale communichi,a. Dico che la,b,communicarà con la medesima, laqual cosa (per la decima di questo) è manifesto conciosia che l'una e l'altra communica con la quantità,a,ma se un'altra volta sia posto che, a,&,b,siano communicante come prima,& sia pur posto una quantità (poniamo,c,) con laquale non communichi,a. Dico che,b,nõ communicarà con la medesima,c,perche se,c, communicasse con,b,conciosia che,a, communica anchora con el medesimo,b,dal presupposito, feriano per la detta decima, a,&,c,communicante, & era posto, che non erano communicante per laqual cosa è manifesto quello che havemo detto.

Il Tradottore.



Questa propositione in la prima tradottione se ispone mescolatamente con la precedente, ma tale propositione se ritrova solamente in la seconda tradottione &c.

Theorema. 10. Propositione. 12.

9 Se feranno due quantità communicante anchora tutto el composto
15 de ambedue all'una e l'altra de quelle ferà communicante, & se

tutto

tutto el composito serà all'una e l'altra de quelle commensurabile ambedue seranno commensurabile.

Siano le due quantità, a, & b, commensurabile. Dico che tutto el composito da quelle, elqual sia, c, esser commensurabile all'una e l'altra di quelle, & è converso, similmente dico che se tutto el composito da quelle communica, a, una di quelle che quel medesimo communicarà ancora l'altra, & quelle similmente seranno commensurabile fra loro, il medesimo seguita nel converso cioe che se, a. & b, sian supposti incommensurabili dico che el lato cõposito, cioe, c, sera incommunicante all'una e l'altra di quelle, & al contrario se il cõposito, c, sera incõmunicante all'una di quelle ancora sera communicante all'altra, & quelle ancora seranno incõmunicante fra loro. Siano adonque primamẽte, a, & b, communicante & sia la communa misura de quelle, d, laquale conciosia che la numeri l'una e l'altra di quelle (per la cõcettione simile alla avanti la penultima del 7.) numerera etiã, c, per laqual cosa, per la diffinitione, c, communicara all'una e l'altra di quelle, cioe al, a, & b, & al contrario ancora se, c, communichi l'una e l'altra de quelle, sia la communa misura de tutte, d, adonque è manifesto per la diffinitione, a, & b, esser communicanti. Ma essendo posto che, c, communichi con l'una di quelle, qual sia, a, dico che communicarà ancora con, b, etiã, a, & b, communicano insieme, & per dimostrar questo sia, d, la quantita che misura communamente, c, & a, perche adonque, d, misura il tutto etiã el detratto, per la concettione, quella misurara el residuo cioè, b, adonque per la diffinitione, ancora, c, communica con, b, & a, communica ancora con, b, che è il proposito, ma se, a, & b, siano sopposti incõmunicanti el cõposito, c, sera incommunicante all'una e l'altra di quelle perche se'l communicasse con l'una & l'altra di quelle, overo con una di quelle, & quelle, per le cose dimostrate di sopra, cõmunicaranno fra loro insieme, laqual cosa seria contra il presupposito, similmẽte per il converso sel, c, è incõmunicante all'una & l'altra di quelle, overo all'una di quelle sera ancora incommunicante all'altra & quelle medesime fra loro laqual cosa è manifesta per le cose dimostrate per la destruttione del consequente.

Il Tradottore.

Il converso della soprascritta propositione nella prima tradottione se dimostra insieme con la soprascritta come di sopra appare niente dimeno nella seconda uì è la propositione distinta laquale è la sequente.

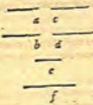
Theorema. 11. Propositione. 13.

Se due grandezze incommensurabile seranno composti insieme, el tutto
16 sera incommensurabile all'una e l'altra di quelle, & se'l tutto sera incommẽsurabile a una di quelle, etiam quelle due grandezze poste in principio serãno incommensurabile.

Siano le due grandezze incommensurabile,a,b,&,b,c,sia
no composte insieme. Dico che tutta,a,c,serà incommensurabi-
le all'una e l'altra di quelle,perche se la,c,a,&,a,b,non sono
incommensurabile,per l'aduersario,adonque,per la diffinitio
ne,alcuna grandezza li misurà ambedue,hor se egliè possibi-
le sia che,d,misuri quelle adonque perche,d,misura le dette,c,a,&,a,b,misura-
rà etiam el rimanente,b,c,& gia misura,a,b,adonque el,d,misura le dette
a,b,& ,b,c,e ꝑ tanto,per la prima diffinitione del.10.dette,a,b,&,b,c,sono cō-
mensurabile,& sono supposte incommensurabile laqual cosa è impossibile,adon
que alcuna grandezza non misurarà le dette,a,b,&,c,a,e per tanto quelle sono
incommensurabile. Ma supponendo al presente che la detta,a,c,sia incommensu-
rabile a una delle dette,a,b,&,b,c,similmēte demostreremo ancor che le dette
due grandezze,a,b,&,b,c,sono incommensurabile,hor sia primamente alla,b,
Dico che dette,a,b,&,b,c,sono incommensurabile,perche se sono commensurabi
le,per l'aduersario, alcuna grādezza,per la diffinitione,misurarà quelle,et sia
quella tal grandezza,se possibile è,d,adonque perche,d,misura dette,a,b,&,
b,c,adonque misurarà etiam tutta,a,c,& misura etiam,a,b,adonque,d,misura
dette,c,a,&,a,b,e per tanto le dette,c,a,&,a,b,sono incommensurabile & so-
no supposte incommensurabile laqual cosa è impossibile adonque alcuna gran-
dezza non misurarà le dette,a,b,&,b,c,e per tanto dette,a,b,&,b,c,sono in-
commensurabile,similmente se demostrarà che la,a,c,alla rimanente,b,c,è incō
mensurabile,adonque se due grandezze & el rimanente che seguita,laquale
cosa era da demostrare.

Theorema.12. Propositione.14.

10 Se la prima (de ogni quattro quantità proportionale) serà commensurabi-
11 le alla seconda,ancora la terza serà commensurabile alla quarta,& se la pri
ma serà incommensurabile alla seconda, ancora la terza serà incommen-
surabile alla quarta.

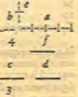


Siano le quattro quantità proportionale,a,b,c,d,Di
co che se,a,communica con,b,ancora,c,cōmunicarà cō
d,& se,a,e incommensurabile con,b,ancora,c,serà incō
mensurabile con,d,& se,a,communica con b, in poten-
tia solamente,ancora,c,communicarà con,d,in poëtia
solamente niente dimanco l'Auttor non propone que-
sto perche facilmente è manifesto per la demostratione
delle prime parte,lequale se demostremo in questo mo-
do,se,a,communica con,b,per la quinta di questo,serà,
e,al,b,si come numero,a numero sia adonque si come,e,al,f,ma perche, per el
presupposito,a,al,b,e si come,c,al,d,serà c al,d,si come el numero,e,al nume-
ro,f,adonque, per la sesta,c,e,communicante con,d,che è il primo propo-
sito,

sto, el secondo è manifesto dal primo dalla destruttione del consequente, perche se, a, è incommensurabile con, b, le necessario, c, esser incommensurabile con, d, perche se'l fusse a quello commensurabile (conciosia che sia come, c, al, d, cosi, a, al, b, (per el presupposito) seria, per la prima parte, a, communicante con, b, & nō era communicante, per laqual cosa è manifesto tutto quello che ha proposto l'auttore ma quella parte che gli havemo aggiunto, cioe che se, a, communica con, b, solamente in potentia, c, communica con, d, solamente in potentia, e manifesto in questo modo conciosia che, a, non communichi con, b, in longhezza ne el, c, per la seconda parte de questa, communichi con el, d, in longhezza & cōciosia che'l quadrato de, a, communichi con el quadrato de, b, dal presupposito, serà, per la quinta, el quadrato della linea, a, al quadrato della linea, b, si come numero a numero liquali sieno, e, & f, & perche el quadrato de, c, al quadrato de, d, e si come el quadrato de, a, al quadrato de, b, serà etiam el quadrato de, c, al quadrato de, d, si come el numero, e, al numero, f, adonque, per la sesta, c, & , d, communicano in potentia, e perche non communicano in longhezza, el proposito è manifesto.

Problema. 3. Propositione. 15.

11 *A qualunque proposta retta linea puotemo trouare due rette linee quella*
10 *incommensurabile, l'una solamente in longhezza, & l'altra in longhezza, & in potentia.*

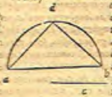


Sia la proposta linea, a, voglio ritrouare due linee dellequale una communichi con, a, in potentia solamente: & l'altra sia incommensurabile a quella in longhezza & in potentia: adonque piglio duoi numeri liquali non siano in proportione de alcuni numeri quadrati, & siano questi, b, & , c, liquali è facil cosa da trouare, conciosia che qualunque numero quadrato a qualunque numero non quadrato ha q̄lla proportione laqual nō ha alcuni numeri quadrati, questo conferma la vigesima seconda del ottauo, tolti, questi tali numeri trouo la linea, d, al, quadrato dellaquale sia el quadrato della linea, a, si come el numero, b, al numero, c, & qui sia tale linea ritrouo, in questo modo diuido la linea, a, in tante parti quante unità sono in el numero, b, laqual cosa facio facilmēte, con lo agiuto della undecima ouero duodecima del 6. & dapoi sopra la estremità della linea, a, erigo la linea, e, perpēdicolarmēte, in laqual tante volte sia contenuta una delle parti de, a, quante volte è la unità in, c, perche, adōque, p la prima del sesto, la proportione del quadrato della linea, a, alla superficie che vien fatta dal, a, in e, e si come la linea, a, alla linea, e, e pero si come del numero, b, al, numero, c, hor sia posto, d, nel luoco di mezzo proportionale fra, a, & e, si come insegna la nona del 6. all'hora, p la prima parte della 16. del medesimo, el quadrato de, d, serà eguale alla superficie produtto dal, a, in, e, & serà la proportione del quadrato della linea, a, al quadrato della linea, d, si come del nume-

no,b,al numero,c,per laqual cosa,a,& d,sono commensurabili in potentia(per

a — b — la sesta di questo) & (per la ultima parte della nona) quelle incō mensurabile in longhezza adonque ritronata è la prima linea,d,

fe.4. 3.36. 108. R. 27. laquale era el proposito de cercar, l'altra la retrouo in questo mo do interpongo (come insegna la nona del sesto) la linea, f, nel luo co di mezzo proportionale fra,a,& d,& (per lo corelario della



decima ottava del sesto) el quadrato de,a,al quadrato de,f,serà si come,a,al,d,adonque (per la seconda par te della nona) el quadrato de ,a, è incommensurabile al quadrato de,f,adonque la linea,f,è incommensura bile in potentia alla linea, a, per laqual cosa è etiam incommensurabile in longhezza, e per tanto la linea f,è la seconda linea, la quale el proposito era de ritro uar, & cosi è manifesto il proposito.

Lemma.

0 Date due linee rette inequale,puotemo ritrouare quanto piu puo la mag
14 giore della minore.

Volendo saper quanta piu possa. 6. de R.12. 36 12 24 tanto puo piu.

Siano le due linee rette,a,b,& ,c,delle quale la mag giore sia la,a,b, hor bisogna trouar quanto puo piu la,a, b,della,c,sia descritto sopra la,a,b,el semicerchio, a,d,b & in quello (per la prima del quarto) sia coattada la,a, d,equale alla,c,& sia tirata la,d,b. Al presente è mani festo che l'angolo,a,d,b,è retto,et che la a,b,puo piu del la,a,d,(che è eguale alla,c,) in el quadrato della,d,b,e similmente, date due li nee rette puotemo ritrouar una linea che possa tanto quanto , quelle due,laqual cosa cosi lo ritrouo. Siano le due date rette linee,a,d,& ,d,b,alle quale sia bisogno trouar una linea potente in quelle. sia posto che,a,d, d,b,comprendano l'angolo retto,e sia tirata la a,b, & un'altra uolta (per la quadragesima settima del primo) è manifesto quella esser la, a,b.

Theorema.13. Propositione.16.

12 Se la prima,de ogni quattro linee proportionale puo piu della seconda
24 tanto quanto è el quadrato di alcuna linea a se communicante in longhez za, anchora la terza è necessario posser tanto piu della quarta quanto è el quadrato de alcuna linea a se communicante in longhezza, & se la prima serà piu potente della seconda in el quadrato de alcuna linea a se incommensurabile in longhezza,anchora la terza serà piu potente della quarta in el quadrato de alcuna linea a se incommensurabile in longhezza.

Hor siano le quattro linee proportionale,a,b,c,d,& sia la,a,maggiore della,

b,&

b, & la, c, della, d, & anchora sia la, a, piu potente della, b, in el quadrato della linea, e, & , c, sia piu potente della linea, d, in el quadrato della linea, f, dico che se, a, communicha con, e, in longhezza anchora, c, communicarà con, f, in longhezza & se, a, non communica con, e, in longhezza, ne etiam la, c, communicarà con, f, in longhezza & se, a, communica con sola mente, e, in potentia, anchora, c, communicarà con, f, solamente in potentia, niente di manco l'Auttore non propone questo ultimo perche facilmente è manifesto dalle demostratione di primi perche conciosia che la proportione de, a, al, b, sia si come del, c, al, d, del quadrato de, a, al quadrato de, b, serà si come del quadrato de, c, al quadrato de, d, & perche el quadrato de, a, è equale alli quadrati delle due linee, b, & e, similmente al quadrato de, c, è equale alli quadrati delle due linee, d, & f, la proportione di quadrati delle due linee, b, & e, al quadrato de, e, serà si come di quadrati delle due linee, d, & f, al quadrato de, f, adonque disgiuntamente el quadrato de, b, al quadrato de, e, serà si come el quadrato de, d, al quadrato de, f, adonque del, b, al, e, serà si come del, d, al, f, anchora per la equa proportionalità serà del, a, al, e, si come del, c, al, f, adonque (per la prima parte della decima quarta) è manifesta la prima parte de questa e (per la seconda) la seconda e (per la terza in quel luoco aggiunta) questa parte aggiunta.

Il Tradottore.

Che la proportione di quadrati delle due linee, b, & e, al quadrato della, e, sia si come quella di quadrati delle due linee, d, & f, al quadrato della, f, è manifesto per la decima nona del quinto.

Lemma.

o 17 Se sopra ad alcuna linea retta serà posto, over descritto uno paralellogrammo al quale (a compire la detta linea) manchi uno quadrato, el detto paralellogrammo descritto, serà equale a quello che vien fatto sotto alla positione di fragmenti di detta linea.

Sia posto sopra ad alcuna retta linea (poniamo alla, a, b,) lo paralellogrammo, a, d, al quale manchi a compire la detta linea la superficie, d, b, quadrata dico che'l paralellogrammo, a, d, è equale a quello che vien contenuto sotto di, a, e, & , e, b, & questo per se istesso è manifesto, perche la superficie, d, b, è quadrata el lato, d, e, è equale al, e, b, & lo paralellogrammo, a, d, è quello che fatto overo contenuto sotto di, a, e, & , e, d, & questo è quello che fatto over contenuto sotto di, a, e, & , e, b, per il che seguita el proposito.

Il Tradottore.

Il soprascritto lemma se ritruoua solamẽte nella seconda tradottione, el quale e molto al proposito ꝑ le due propositioni che seguitano, et la demostratione di q̃llo e assai facile, ma il modo di costruere lo parallelogrammo, a.d. sopra la data linea, b, con la sopradetta conditione, cioe che mãchi a compir la detta linea, a.b, vn quadrato cioe el quadrato, d.b, Et che sia equale a qualche data superficie (come occorre nelle due seguente propositioni,) non è molto facile massime per quelli che nõ hãno molto familiare la vigesima ottaua propositione dil 6. li. ma a che hauera bẽ in memoria il procedere generale della detta vigesima ottaua dil detto sesto, nõ hauera alcuna difficulta nelle due sequente propositioni, adonque se ꝑ caso, la te fosse vscita di memoria di nuouo a lei recorri che ti serà di utile. ma aduertisse che se bene la detta vigesima ottaua del sesto non dice precisamente q̃llo che si suppone nel soprascritto lemma, ouero quello che nelle due sequente propositioni occorrera di fare, cioe de aggiõgere ouero designare sopra una data retta linea una superficie equale alla quarta parte del quadrato d'un altra linea (minore di lei) talmẽte che mãchi al cõpimẽto della data linea, una sup̃ficie quadrata niente dimeno se tu ben considererai il procedere generale di quella tu non hauerai alcuna difficultà in questa particulare, perche la maggiore differentia che sia di quella a questa e che in luoco dil triangolo, c, (in quel luoco addutto) in q̃sta tu hai la quarta parte del quadrato della minore linea, laquale quarta parte, (volendo) tu la puoi retirare in uno triãgolo, come sopra la vigesima nona dil ditto sesto fu mostrato) abenche senza retirarla in triangolo potrai essequire il tuo intento se ben considerarai quella parte addutta sopra la detta vigesima ottaua dil detto sesto. Della superficie, d, in la detta vigesima ottaua addutta, puo essere quadrata e non quadrata, e pero quella non te altera (nelle sequẽte) il tuo operare. Ancora un'altro piu espedito modo da essequir tal effetto senza agiutto della detta vigesimo ottaua del sesto, se adduce dal commentatore nella prima tradottione come in fine della sequente appare.

Theorema. 14. Propositione. 17.

13 Se seranno due rette linee inequale delle quale la superficie equale alla
17 quarta parte del quadrato della minor, aggionta, ouero posta sopra alla maggiore talmente che manchi a cõpire tutta la linea una superficie, quadrata, diuida la piu longa in due parti communicante, eglie necessario detta linea piu lõga poter tanto piu della linea piu corta quanto e el quadrato de alcuna linea cõmunicante in longhezza a ditta linea piu longha e se la piu longa serà piu potẽte della piu corta per accresimento del quadrato d'una linea a lei medesima communicante in longezza, & che a quella sia aggionta una superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta linea alla qual manchi una superficie quadrata, la superficie sopra a quella aggiunta e necessario diuidere la medesima linea piu longha in due parti commensurabile.

Se siano

Se ſiano le due linee,a,b,&,c,& ſia,a,b,maggiore et ſia aggiũta alla linea, a,b, una ſuperficie equale alla quarta parte del quadrato della linea,c.talmẽte che mancaſſi a compire la linea,a,b,una ſuperficie quadrata,perche queſto è poſſibile a fare per la uigeſimaottaua del ſeſto, laqual coſa facilmente uien fatta in queſto modo,ſia diuiſa,a,b,in le due linee,a, d, & ,d, b,talmente che fra queſte cada la mità della linea, c, continuamente proportionale (& qualmẽte ſe debbia far queſto lo inſegnaremo in fine della demoſtratione di queſta) & (per la decima ſettima del ſeſto) la ſuperficie de,a,d,in,d,b,(laqual ſia,d,e,) ſerà equale al quadrato della mità della linea, c, per laqual coſa (per la quarta del ſecondo) la medeſima ſerà ſubquadrupla al quadrato della linea,c,anchora manca a cõpire la linea,a,b,una ſuperficie quadrata,cõcioſia coſa che et a,d,ſia equale al,e,g,el,d,b,ſia equale al,g, e,e pertanto dico che ſe la ſuperficie,d,e,deuide la linea,a,b,in due parti cõmunicãti la linea,a,b,ſerà piu

potẽte della linea,c,in el quadrato de alcuna linea cõmunicante cõ lei in lõghezza & econuerſo,& concioſia che la linea,a,b,ſia maggiore della linea,c,la parte,a,d,non ſerà equale alla parte,d,b,perche ſe la fuſſe equale la ſuperficie,d,e, ſeria quadrata,& perche eſſa ſuperficie è equale al quadrato della mità della linea,c,ſeria,a,d,equale alla mità de,c,& tutta,a,b,ſeria equale a tutta la,c,laqual coſa ſeria cõtra el preſuppoſito.adõq; la,a,d,nõ è equale alla,d,b,adõq; dalla maggior di quelle(laqual ſia,d,b,)ſia tagliato da parte,d,f,equale alla,a,d,et (per la ottaua propoſitione del ſecõdo) el quadrato de tutta la, a, b,ſerà equale a quelli rettãgoli fatti de,d,b, in,d,a, quattro uolte & al quadrato de,f,b,per la qual coſa la linea,a,b,ſerà piu potẽte della linea,c,in el quadrato della linea,f,la qual è neceſſario cõmunicare a tutta la,a,b,ſe la linea,a,d,e cõmunicãte alla linea,d,b, perche ſe queſto ſerà la,d,b,ſerà cõmunicante alla,d,f,ſua equale per laqual coſa (per la duodecima propoſitione),b,f,cõmunicha cõ,f,d,e però cõmunica etiã a tutta la,b,d,& p queſta cõ cõmunica etiã con tutta la,a,b,adõque cõmunica etiam con tutta la,a,b,& coſi è manifeſto el primo propoſito, el conuerſo di queſta è manifeſto in queſto,ſia la,a,b,piu potente della,c,in el quadrato della linea,f,b,laqual cõmunichi cõ lei medeſima in lõghezza,dico al preſẽte che la ſuperficie equale alla quarta parte del quadrato della linea, c, aggiõta ſopra alla linea,a,b,talmẽte che mãchi una ſuperficie quadrata,diuide la linea,a,b,in due parti cõmunicãti,perche ſe ſia diuiſa,f,a,in due parti equali in,d,& ſia fatta la ſupficie,d,e,del,d,b,in,d,a,& mãcara a cõpire la linea a,b,la ſuperficie quadrata,et,per la ottaua propoſitione del ſecõdo libro, el quadrato de,a,b,ſerà equale al quadruplo della ſuperficie,d,e,& al quadrato,d,f, b.Adõque el quadruplo della ſuperficie de,d,e,è equale al quadrato della,c,per laqual coſa la ſupficie,d,e,ſie equale alla quarta parte del quadrato della,c,dico

adonque

adonque che la,d,b,è communicante con la,a,d,stãte, che,f,b,sia communicãte con,a,b,perche se questo serà che,f,b,sia cõmunicante con,a,b, serà ancora communicante con,a,f,(per la duodecima propositione) per laqual cosa serà etiã cõ a,d,& con,d,f,a quella equale e per tanto etiã, d,b,serà communicante con, a, d,che è il secondo proposito,ma al presente è da demostrare qualmẽte la linea,a, b,quando che essa serà posta maggiore della linea,c, possa esser divisa talmente che fra le parti di q̃lla caschi la mità della linea,c,continuamẽte proportionale, & che quãdo la serà cosi divisa,la superficie che serà fatta dall'una parte in l'altra serà equal al quadrato della mità della linea,c,& essa superficie equale alla quarta parte del quadrato della linea,c,aggiunta alla linea,a,b,talmẽte che mãcha una supficie quadrata, pche questo serà fatto in questo modo divisa, a,b,in due parti equali in põto,d,& sia lineato sopra quella lo semicerchio,a,f,b, & similmẽte sia lineata la linea,b,e, perpendicolare alla, a,b,laquale sia posta equale alla mità della linea, c,et sia dutta la,e,f,equidistãte alla,a,b, per fina a tanto che la seghi la circonferẽtia del semicerchio in ponto, f,perche è necessario che seghi quella(cõciosia che la linea,a,b,sia maggiore della linea,c,) & sia dutta la,f, g,perpẽdicolare alla,a,b, laquale conciosia cosa che la sia equale alla linea,e,b, (per la trigesima quarta propositione del primo) serà ancora equale alla mità della linea, c, sia adõque dutte le linee,f,a,e (per la prima parte della trigesima prima propositione del terzo) l'angolo a,f,b,serà retto e pero,p la prima parte del correllario della ottaua del sesto,la linea,f,g,serà nel mezzo luoco proportionale fra,a,g,et,g,b, per laqual cosa la mità della linea,c,laquale è equale a quella, serà etiam media proportionale fra le medesime che è el nostro proposito.

Theorema. 15. Propositione. 18.

14
18

Se seranno due linee inequale delle quale la superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta, posta sopra alla piu longha talmente che manchi al compimento di quella una superficie quadrata, divida quella in due parti incommensurabile, la piu longha serà piu potente della piu corta in lo augumento del quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza a essa linea piu longa et se la piu longha serà piu potente della piu corta in el quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza,a essa linea piu longa, & sia posto,over aggiunto sopra a essa una superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta, & manchi a compirela re la piu longha vna superficie quadrata, le necessario che essa superficie posta ouero aggiunta sopra essa linea, diuida essa linea piu longha in due parti incommensurabile.

Questa decimasettima mette el contrario dello antecedente & del consequente della precedente, & la dispositione in questa non differisse dalla dispositione di quella, e el modo de argomentare dell'vna & dell'altra e vno medesimo, perche, se a,d, non communica con, d,b, ne etiam, d,f, (a lei equale) communicarà con la medesima, d,b, adonque (per la 13. propositione) d,f, non communicarà con f,b, per laqual cosa manco con, a,f, perche, a,f, & d,f, sono communicante si come el numerante & el numerato, e pero ne etiam a,b, communicarà con la linea, f,b, ma se questo serà (per la seconda parte) cioe se, a,b, non communica con, f,b, non communicarà con, a,f, per laqual cosa non communicarà etiam con, a,d, ouero con, d,f, adonque ne, d,b, communicarà con, d,a, anchora tu poci demostrare questa decimasettima propositione per la premessa la prima parte de questa per la seconda de quella & la seconda per la prima per la destruttione nel consequente, perche se, a,d, & d,b, non communicano ne etiam, a,b, & f,b, communicaranno, perche se, a,b, & b,f, communicassero bisognaria per la seconda parte della premessa) che, a,d, communicasse con, d,b, & era posto che'l non communicasse, per lo medesimo modo se procederà della seconda parte perche se, b,a, & b,f, non communicano ne etiam, a,d, & d,b, communicaranno, perche communicando seguiria per la prima parte della premessa che, a,b, et b,f, cōmunicassero liquali non communicano per laqual cosa è manifesto el proposito.

Theorema. 16. Propositione. 19.

15 Ogni superficie rettangola che contengono due linee rationale in longhezza se proua esser rationale.
19

Siano le due linee, a,b, & b,c, lequale contengano la superficie rettangola, a, c, rationale in longhezza: dico la superficie, a, c, esser rationale: perche descritto il quadrato de quale si voglia di quelle come il quadrato, c, d, della linea, b,c, sarà per la prima del sesto, la proportione del quadrato c,d, alla superficie, a, c, come la linea, b,d, alla linea, a, b, perche adonque, b, d, communica in longhezza con, a, b, dal presupposito, però che la, b,c, sua equale, communica con essa per la prima parte della decima quarta, c, d, sarà communicante con, a, c, adonque conciosia che, c,d, sia rationale, per la diffinitione, etiam, a,c, sarà rationale: che è il proposito.

Il Tradottore.

El testo di questa decimanona propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

15 Ogni rettangolo compreso sotto di due linee rationale (secondo alcuno di
19 predetti modi) commensurabile in longhezza è rationale.

Laqual propositione non astringe che le dette due linee siano rationale in longhezza, ma ponno esser rationale etiam solamente in potentia, pur che siano commensurabile in longhezza. Laqual cosa se dimostra per li medesimi modi e vie di sopra addutte, perche el quadrato di qual si voglia di quelle sarà rationale, essendo cadauna di quelle rationale in potentia, onde seguitando se concluderà el proposito come in altro modo, & questa è molto piu generale dell'altra.

Theorema. 17. Propositione. 20.

16 Quando che sopra a una linea rationale in longhezza sarà posta una su-
20 perficie rationale rettangola, lo secondo lato di quella sarà rationale in longhezza, & commensurabile co'l primo in longhezza.

Questa è quasi el converso della precedente, come se la superficie, a, c, aggionta overo posta sopra alla linea, a, b, rationale in longhezza sarà rationale: dico che il secondo lato di quella el quale e, b, c, sarà ancora rationale in longhezza, & communicante al primo lato: perche se sia, a, d, el quadrato de, a, b, & sarà rationale per la diffinitione, & per questa causa sarà communicante con la superficie, a, c, rationale, perche adonque per la prima del sesto, si come è la superficie, a, d, alla superficie, a, c, cosi è anchora la linea, b, d, alla linea, b, c, & la superficie, a, d, communicante con la, a, c, sarà per la prima parte della decimaquarta, d, b, communicante con, b, c, adonque sarà etiam communicante con la, b, a, sua equale, & b, a, è rationale, dal presupposito, per laqual cosa per la diffinitione etiam, b, c, sarà rationale, adonque è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

El testo di questa soprascritta propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

16 Se una superficie rationale serà posta sopra una linea rationale farà la
20 larghezza rationale, commensurabile in longhezza all'altra cioe a quella sopra laquale fu posta la superficie.

Onde

Onde questa è assai piu generale di quella posta di sopra, perche questa non estringe che la data linea sia rationale in longhezza ma basta che sia rationale onde tal linea puol esser etiam rationale solamente in potentia, perche una linea rationale solamente in potentia e detta rationale, per la diffinitione, & tutto questo lo uerifica per le medesime argumentationi usate di sopra, perche ponendo che la superficie.a.e.rationale sia posta sopra la linea.a.b.rationale solamente in potentia, dico che è il medesimo secondo lato cioè.b.e. serà rationale solamente in potentia, & commensurabile in longhezza con la.a.b. per le medesime ragioni nell'altra demostratione addutte perche el medesimo quadrato de, a,b, serà rationale per esser la,a,b,rationale ahenche sia solamente in potētia, non resta che il detto quadrato non sia rationale & commensurabile alla superficie,a,e,& cetera.

Problema.4. Propositione.21.

17 Puotemo trouare due linee rationale solamente in potentia communicanti
29 te, delle quale la piu longha possa piu della piu corta in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza.

El proposito è di trouare due linee rationale in potentia solamente communicāte delle quale la piu longha sia piu potente della corta in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza, e per tanto togio alcuna linea rationale, laqual sia,a.b. sopra laquale descriuo lo mezzo cerchio, a,c,b,& tolto alcū numero, come.d.e. diuido quello in li duoi numeri,d,f,& f,e, talmēte che la proportione de.d.e.al.d.f. sia come del numero quadrato a numero quadrato, & che la pportione del.d.e.al.f.e. nō sia come de numero quadrato a numero quadrato, & tal numero e quadrato el quale numero quadrato diuisibile in un numero quadrato & in uno che nō sia quadrato come.e.9.elqual se diuide in.4.e.5.& tutti li equalmente multiplici de essi.& truouo una linea al quadrato della quale el quadrato della linea. a.b. sia si come el numero.d.e.al numero.d.f. & qualmente essa se ritroui è stato detto in la demostratione della decimaquinta de questo prouato questa linea, laquale necessariamente è minore de.a.b. la accomodo p la prima del quarto, dētro del

Se 9. me da 5. che me da
16 ponamo 16. 256
5
1280
Se la
16 $\frac{?}{?}$ ꝶ. 142 $\frac{2}{9}$

mezzo

Anchora.

Se 9. 5. 12. 9. 12 / 12

60

$6 \frac{6}{7}$

9. 12. p̄ 9. 6. $\frac{2}{3}$

mezzo cerchio .a.c.b. & sia .a.c. & subtēdarò la linea .c.b. dico le due linee .a.b. & .c.b. essere quelle che cercamo, pche, per la trigesima prima propositione del terzo lo angolo .c. serà retto, e pero, p la penultima del primo, lo quadrato de .a.b. è equale alli quadrati delle due linee .a.c. & .c.b. et pche la proportione del quadrato della linea .a.b. al quadrato della linea .a.c. è si come del .d. e. al .d.f. & per el presupposito per la euersa proportionalita, la pportione del quadrato della linea .a.b. al quadrato della linea .c.b. serà si come del .d.e. al .f.e. adonque el quadrato de .c.b. communica con el quadrato de .a.b. per la .6. propositione di questo, adōque el quadrato de .c.b. serà rationale, p la diffinitione, cōciosia che'l communica cō una superficie rationale, & perche .c.b. & .a.b. sono incōmensurabile, per la ultima parte della nona propositione, è manifesto le due linee .a.b. & .c.b. esser rationale in potētia solamēte cōmunicāte, ma perche la linea .a.b. e piu potente della linea .c.b. nel quadrato della linea .a.c. laquale, per la seconda parte della nona, cōmunica con seco in lōghezza e manifesto essere satisfatto el proposito, Ma se tu desideri de ritrouarne piu de due rationale in potentia solamēte communicante delle quale una sia piu potente de quale si voglia delle altre inel quadrato de alcuna linea communicante cō seco in longhezza, sia come per auāti la linea .a b. rationale in longhezza, sopra laquale sia descritto el mezzo cerchio .a.c.b. & sia tolto lo numero .d. quadrato quale sia diuisibile in molti quadrati & nō quadrati, di quali nō quadrati la pportione nō sia si come de alcuni di numeri quadrati, & tali numeri che oltra se dāno come el .36. el quale è diuisibile in .25. e .11. e anchora in .16. e .20. & similmēte in .9. e .27. e anchora in .4. e .32. & de questi nō quadrati liquali sono .11. 20. 27. 32. fra loro nō e pportione si come de alcuno numero quadrato a un'altro sia adōque che'l numero .d. quadrato sia diuiso in .e. quadrato e .i.f. nō quadrato & sia el quadrato della linea .a.b. al quadrato della linea .a.c. si come el numero .d. al numero .e. et sia dutta la linea .c.b. et è manifesto el pposito, come p auanti è stato dimostrato .a.b. & .b.c. esser le due tal linee, che cercamo, similmente anchora diuiderò .d. in .g. quadrato & in .h. nō quadrato, & sia el quadrato della linea .a.b. al quadrato della linea .a.k. si come del .d. al .g. & sia dutta la linea .k.b. et serāno come prima le due line .a.b. & .b.k. quelle che cercamo p lo medemo modo se sia diuiso un'altra volta .d. in .l. quadrato et in .m. nō quadrato, sia posto la pportione del quadrato della linea .a.b. al quadrato della linea .a.n. si come del .d. al .l. et sia produtto la .n.b. serāno le due linee .a.b. et .b.n. quale cercamo

25 d. 11.

e 16 d. 20. f

g 9 d 27. h

l m

4 d 32.

p q

ceino & se un'altra ultra si divida,d. in,p. quadrato & in,q.nō quadrato,& le proportioni delli quadrato della linea,a,b,al quadrato della linea,c,r,serà si come del,d,al,f,& sia protratta la linea,a,b,seranno anchora le due linee,a,b, & b,r,quali reciproce,e per tanto le linee,c,h,b,c,b,k,b,f,b,r,sono rationale in potentia solamente commensurate una delle equale (cioe,a,b,)e piu piccola de qual'a sumiglia delle altre in el quadrato d'una linea commensurabile con se co in longhezza,se adunque niuna delle quattro linee,b,c,b,k,b,n,b,r,commu nica con le altre in longhezza è manifesto el proposito & questo se approva in questo modo,perche le manifesto della precedente che'l quadrato della linea,b, c,al quadrato della linea,a,b,e si come el numero,f,al numero,d,& lo quadra to della linea,a,b,al quadrato della linea,b,k,e si come el numero,d, al numero, b,adonque per la equa proportionalità el quadrato della linea,b,c,al quadrato, della linea,b,K,e si come el numero,f, al numero,h,& sian di quattro numeri, f,h,m,q,sono dal presupposito(si come numero quadrato a numero quadrato,per laqual cosa(per la quarta parte della nona)le due linee,b,c,b,K.sono incommensu rabile in longhezza,& per la medesima ragione, due quale si voglia di quelle quattro sono incommensurabile in longhezza adonque è manifesto quello che volemo.

Nota che a trovar praticalmente l'antecedente a ogni numero rationale forma te un binomio.1.2.& 3.lo puoi trovar cō ogni num. ▯ divisibile in un num. ▯ & in uno non ▯, como 9. come qui appare,& è regola ge nerale & se'l 3. numero serà ▯ ne venirà binomio primo, & sel serà num.nō ▯ ne potrà venir binomio terzo,ma vo lendo trovar el secondo,alla prima volta ra 9 & 5 dicendo se 5 me da 9. che me darà el ▯ de quello num.che voglio che sia consequente,pongo che voglia.6.per consequentie dirò se 5 me da 9. che me darà 36.opera che ne venirà $\frac{3}{}\ \frac{2}{}\ \frac{4}{}$ 5 la R. $\frac{3}{5}\ \frac{2}{}\ \frac{4}{}$ p R 36 che 6. & cosi R 6 $\frac{5}{4}$ 36 se rà binomio 3. Vero è che l'Autor procede dicendo se 36. da.25. che me darà lo ▯ della,a,b,(rationale largo modo)e da,c,a,e la,c,b,serà poi il secondo nome.

9	5	36
		5
		180
	R 36 p R 20	

Il Tradottore.

Bisogna notare che la linea,a,b,se puol tore rationale in longhezza & an chora solamente rationali in potentia, perche in l'uno e l'altro modo se intende rationale per la quinta diffinitione,secondo la seconda tradottione, & per tan tole dette due linee ponno essere ambedue rationale solamente in potentia,overo l'una rationale in longhezza & l'altra solamente in potentia,vero è che nō pos sono esser ambedue rationale in longhezza perche seriano commensurabile in detta longhezza che seria contra il presupposito, ideo &c.

Problema.5. Propositione.14.

28 Potemo trovare due linee rationale solamente in potentia communican
30 te, delle quale la piu longha possi piu della piu corta quanto è il quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza.

In questa ancora rimanga la medesima dispositione & li medesimi presupposti che sono in la precedente, mutato solamente questo che la proportione del numero d.e. a niuno di duoi numeri. d.f. & .f.e. sia si come de numero quadrato a numero quadrato, et questo nel fatto facilmente posto, d,e qual si voglia numero quadrato diviso in duoi numeri non quadrati come se, d,e, fia nuone & d.f. sei, et f,e, tre arguendo come per avanti eccetto solamente questo che, a,b, & ,a,c, sono incommensurabili in longezza, per la ultima parte della nona propositione, et e da saper che le due linee, che insegnano di trovare questa & la premessa ecomponeno el binomio, & la minore de quelle, tagliata dalla maggiore quello, che rimane e deta residuo, anchora nota che le linee rationale solamente in potentia communicante ponno esser una rationale & l'altra irrationale, si come li lati tetragonici de due superficie delle quale una sia vinticinque piedi & l'altra vintiquattro sono rationali in potentia solamente communicante, perche el lato della prima superficie e cinque & el lato della seconda non vien numerato. Et ponno esser ambedue irrationale come li lati tetragonici delle due superficie delle quale una sia vintiquattro piedi & l'altra 23. perche el lato ne dell'una ne dell'altra nien numerato & sono incommensurabile in longezza (p la ultima parte della nona. et se tu desiderasse anchora de trovare piu de due linee rationale in potentia solamente communicante delle quale una sia piu potente de quale si voglia delle altre in el quadrato d'una linea non communicante con seco in longezza sia tolto tal numero elquale possa esser cosi diviso in piu parti, che la proportione de quello a niuna delle sue parti ne d'alcuna parte a alcuna delle altre, sia come de numero quadrato a numero quadrato come vinticinque elqual tu'l poi dividere i duoi e vintitre, anchora in cinque et vinti et similmente in sette e deciotto & el processo sia el medesimo che e stato fatto in la premessa.

Per trovar el.4. binomio, ponendo p̄ suo antecedente.6. dirai se.9. me da.6. (over.3.) che me darà.36. opera che venirà p̄ R.24. e per el.3. darà.6. p̄ R.12

Et per trovar el quinto dato per suo consequente 8. dirai, se 3. me da 9. che me darà 64. opera che te darà. R.192. p̄ 8. tu poteui anchor dire se 6. me da.9. che me darà 64. opera che te darà. R.96. p̄ 8.

Per trovar el.6. binomio a. R.18. per antecedente dirai, se 9. me da 6. che me darà R.18. opera con il □ de R.18. ch'e 18. & te venirà R.18. p̄ R.12. & cosi discorrendo.

Lemma, overo assumptione.

o
— *La linea potente in una area irrationale e irrationale.*
21

Perche se la linea, a, puol in una area irrationale cioe che quel quadrato qual

nien

a

nien fatto della linea,a.sia equale a una area over superficie irrationale,dico che la linea,a,è irrationale,perche se possibil fusse,per l'adversario,cioe la ditta linea.a. fusse rationale,ancho ra el quadrato che fusse fatto della linea.a.seria per la diffinitione rationale, & dal presupposito,e irrationale,adonque la linea,a, è irrationale seguita adonque il proposito.

Il Tradottore.

Questo lemma overo assumptione se ritrova solamente in la seconda tradottione,el quale lemma dimostra quello che se diffinisse in la ultima diffinitione di questo decimo libro,cioe che la linea potente in una superficie irrationale è irrationale per laqual cosa seguiria la detta ultima diffinitione essere superflua.

Theorema.18. Propositione.23.

19 Ogni superficie che contengono due linee rationale solamente potential-
21 mente commmunicante,è irrationale,è detta superficie mediale,& lo suo lato tetragonico,cioe quello lato che puol in quella, è irrationale & è detto linea mediale.

b d c

Siano le due linee.a.b.b.c.continente la superficie a.c.rationali solamente in potentia communicante, lequale qualmente se trovano della premessa & dalla avanti la premessa è manifesto.Dico la superficie.a.c. esser irrationale.Et per dimostrar questo sia.c.d.quadrato de,b,c, & serà rationale,per el presupposito,imperoche la linea.b.c.è rationale in potentia,& perche,per la prima del sesto,la proportione del.a.c.al.c.d.è si come della.a.b.alla.b.d.& la.a.b.non communica con la.b.d.perche,dal presupposito,la non communica con la sua equale laquale,e,b,c,seguita,per la seconda parte della decimaquarta,che ditto,a,c,non communicha con.c.d.per laqual cosa,per la diffinitione,la superficie.a,c,è irrationale adonque el suo lato tetragonico,per lo soprascritto lemma,e irrationale,& questa superficie è chiamata superficie mediale perche è nel mezzo loco proportionale fra le due superficie rationale,cioe fra li quadrati delle due linee che contengeno essa superficie, & la linea potente in essa superficie e detta linea mediale perche anchora lei e nel mezzo loco proportionale fra due linee rationale communicanti solamente in potentia,& queste due linee sono li lati della detta superficie & questo e quello che volemo.

Lemma.

0 Se seranno due linee rette, si come la prima alla seconda,cosi e quello che
22 vien fatto della prima a quello contenuto sotto alle due rette linee.

Siano le due rette linee f.e.g. Dico che si come. e.f. al e.g. cosi è il quadrato de.f.e. alla superficie contenuta sotto da.f.e.& e.g. & per dimostrare questo sia descritto per la quadragesima sesta del primo el quadrato, d.f,& sia compito, d.g, adonque perche si come e.f, al, e.g, cosi e.f,d, al, d,g, & d,g, e quella superficie contenuta da'.f,e, &,e,g, adonque si come e,f, e, al, e,g cosi e quello che uien fatto del, f, e, a quello che contenuto sotto del, f,e,&,e,g, similmente anchora si come quello che contenuto sotto de,g,e,&,e,f, a quello che uien fatto dal, e, f, cioe si come, g,f, al e,f, cosi è, e,g, al, e,f,

Theorema.19 Propositione.24.

20 Quando che sopra a una linea rationale in longhezza serà posta una su-
22 perficie equale al quadrato d'una linea mediale, el secondo lato di quela serà rationale solamente potentialmente & incommensurabile al primo lato in longhezza.

Questa è quasi il conuerso della premissa. Sia, a, una linea mediale & sia la linea, b, c, rationale in lõghezza sopra alla qual sia posto ouer aggionta la superficie, b, d, equale al quadrato della linea, a, laqual cosa se fa in questo modo, sia sotto aggionto alle due linee, b, c, et, a, la linea, c, d, in cõtinua proportionalità come insegna la decima del sesto, & la superficie della, b, c, in, c, d, serà equale al quadrato della linea. a. per la sestadecima del medesimo, dico el secondo lato de quella el quale, c, d, c, esser rationale solamente in potentia & incommẽsurabile in longhezza al lato, b, c, & serà, per la precedẽte, ꝯ la diffinitione della linea mediale, che la linea, a, possi in alcuna superficie contenuta da due linee rationale solamẽte in poẽtia communicanti, laqual sia la superficie, e, g, li lati dellaquale sian, e, f, & , f, g, & le due superficie, b, d, & , e, g, ꝯ la prima parte della decima quarta del sesto, serãno de lati mutui, per questo che esse sono equale, & rettãgole adõque la proportione de, b, c, al, e, f, e si come del. f, g, al, c, d, per laqual cosa conciosia che, b, c, cõmunichi in potentia cõ, e, f, impero che li quadrati dell'una & dell'altra de q̃lle sono rationali, dal presupposito, f, g, per la decimaquarta, communicarà in potentia com, c, d, conciosia adonque che'l quadrato de, f, g, sia rationale, per el presupposito, anchora el quadrato de, c, d, per la diffinitione, serà rationale, & perche la superficie, b, d, è irrationale si come la sua equale, e, g, per la premessa, seguita che'l quadrato della linea, c, d, non communichi con la superficie, b, d, & perche el quadrato della linea, c, d, alla superficie, b, d, per la prima del sesto, e si come lo lato, c, d, allo lato, c, b, per la seconda parte della decima quarta, serà che, c, d, non communichi

com, b, c,

con b,c, per laqual cosa conciosia che la,b,c, sia rationale in longhezza, dal presopposito, la,c,d, serà irrationale in longhezza cioè rationale solamente in potentia, adonque è manifesto la proposita conclusione.

Il Tradottore.

Il testo della soprascritta propositione in la seconda tradottione parla in questa forma videlicet.

20 Il quadrato de una linea media, posto sopra a una linea rationale fa la lar
22 ghezza rationale & incommensurabile in longhezza a quella linea alla quale fu sopraposto.

Laqual propositione e piu generale che la soprapposta perche questa non astringe che la linea, b,c, sia rationale in longhezza, ma basta che sia rationale o in longhezza o in potentia solamente & per li medesimi argomentationi se trovarà seguire il proposito & quello, che di sopra se conclude per la prima del sesto nella seconda tradottione se conclude per la soprascritta lemma cioe che il quadrato della linea.e.d. alla superficie.b.d.e. si come lo lato.e.d. allo lato.e.b.

Questa propositione 25. non se convertisse, cioe che ogni linea che non sia communicante a una linea mediale in longhezza over in potentia non seguita, che quella tale non possa esser mediale, perche ui son alcune linee mediale, che tra loro non sono communicante in longhezza, ne in potentia, come R R 7 a R R 5 & di queste niente ha parlato Euclide. Et però le specie delle mediale comparatiuamente sono 6. Primo, comensurabile in longhezza, quale cótengono sempre superficie mediale. Quarto, comensurabile solamente in potentia cioe, due continente superficie mediale, & due cótinente superficie rationale. La.6. qlle pretermessa da Euclide, e però sö 6. specie de binomij mediali.

Theorema.20. Propositione.25.

21 Ogni linea communicante a una mediale è mediale.
23

Sia la linea,a, mediale alla quale sia posto la linea,b, esser communicante over in lõghezza, overo solamete in potétia. dico che etiam la linea.b. è mediale, & per dimostrare questo sia la linea,c,d, rationale in longhezza sopra laquale sia posta la superficie,c,f, equale al quadrato della linea,a, & anchora la superficie,e,g, equale al quadrato della linea,b, & a qual modo questo si debba fare è stato detto in la premessa demonstratione, &, per la precedente, la linea,d,f, serà rationale solamete in potentia & incómensurabile alla linea,c,d, & perche, per la prima del sesto, del,e,g, al,c,f, e si come del,f,g, al,d,f, et la superficie,e,g, communica con la,c,f, imperoche el quadrato de,b, communica con lo quadrato de.a.

to de,e,per el presupposito,alli quai quadrati le dette superficie sono poste equale,seguita, per la prima parte della decima quarta,che la linea,f,g,communichi con la linea,d,f,per laqual cosa,f,g,e rationale solamente in potentia,si come e,d,f, & incommensurabile,in longhezza alla linea,e,f,conciosia che la linea d,f,a se communicante, sia incommensurabile al medesimo,e,f, impero che e incōmēsurabile alla sua equale,perche,questo fu prouato in la undecima che se'l serà due quantità communicante a qualunque quantità una di quelle non communica ne etiam l'altra gli cōmunicarà, adonque, per la uigesima terza la superficie,e,g,serà mediale & lo lato tetragonico di quella el quale e,b,serà mediale che e il proposito,similmēte anchora ogni superficie communicāte a una superficie mediale e necessario esser mediale,perche se sia la superficie,a, mediale alla quale sia posta la superficie,b.esser communicante.dico la superficie,b,esser mediale laqual cosa in questo modo serà manifesta, sia la linea,c,d,rationale in longhezza & sopra a quella sia aggiunta,ouero posta la superficie,c,e,laquale sia equale alla superficie,a,laqual cosa se fa in questo modo, sia trouata la linea,e,f,alla quale sia proportionale uno di lati della superficie, a,si come sia la linea,c,d,all'altro lato,& come questa linea se ritroua e stato detto in la decima del sesto,&,per la quinta decima del medesimo, la superficie, d,f,serà equale al,a, & anchora per el medesimo modo sopra alla linea,e,f,sia aggionto, ouero posto la superficie,e,g,laquale sia equale alla,b,adonque,per la uigesimaquarta,la linea,c,f,serà rationale solamente in potētia & anchora serà incommensurabile in longhezza alla linea,c,d,& perche.a.&,b, erano communicanti, dal presupposito,seranno anchora,c,e,&,e,g,a quelle equale, communicāte,adōque,per la prima del sesto,&,per la prima parte della decima quarta, de questo seranno le due linee,e,f,&,f,g, communicante in longhezza,adonque la linea,f, g,e rationale solamente in potentia: & incommensurabile in longhezza alla linea,e,f,per la qual cosa,per la uigesima terza,la superficie,e,g,serà mediale,conciosia che la linea,e,f,sia rationale in longhezza si come,c,d,a lei equale,cōciosia adonque che,b, sia equale al,e,g,anchora.b.serà mediale che e il proposito. Et nota che tutte le superficie mediale communicanti componeno superficie mediale,onde tutta la superficie,d,g,e mediale, perche conciosia che le due linee,e,f,&,f g, siano rationale in potentia solamente,& non communicante in longhezza seguita che tutta la,c, g, sia rationale solamente in potentia & non communicante con la,c,d,in longhezza,adonque,per la uigesima terza,d,g,e mediale e per lo medesimo modo se procederia essendo piu.

Il Tradottore.

Questa ultima parte prouata di sopra,cioe che ogni superficie communican-

ita

te.z una superficie mediale e mediale, nella secōda tradottione se ne fa uno correlario ma per esser assai piu chiara questa del ditto correlario hauemo posposto el detto correlario.

Theorema.22. Propositione.26.

22
26 Ogni differentia in laquale habundi una mediale da una mediale se proua essere irrationale.

Sia l'una & l'altra delle due superficie,a,b,& ,a,mediale, Dico che la superficie,b, (laquale è la differentia di quelle) è irrationale,e per dimostrar questo sia, la linea,c,d,rationale in longhezza sopra alla quale sia posta ouer agiōta la superficie,,d,e,equale alla superficie,a,& la superficie,d,f,equale alla total superficie,a,b, & come q̄sto se debbia fare lo hauemo insegnato in la precedente,adōque perche,d,f,è equale al,a,b,& ,d,e,è equale al,a,(p la cōcettione),g,f,serà equale al,b,se adonque la superficie,b,non è irrationale ma rationale (per l'aduersario)serà etiam la,f,g,(sua equale)rationale et conciosia che la linea,e,g,sia rationale in longhezza si come la sua equale,c,d,(per la.20.)la linea,e,f, serà rationale in longhezza è communicāte con la linea,e,g,& (per la.24.)l'una e l'altra delle due linee,c,e,& ,e,f,è solamente potentialmente rationale & incōmensurabile in longhezza alla linea,c,d, adōque la linea,e,f,è incōmensurabile alla linea,c,e,in longhezza & perche (per la prima del.6.)el quadrato della linea,e,f,alla superficie che uien fatta della,e,f,in la,c,e, e si come la,e,f,alla,c,e,seguita,per la secōda parte della.14. che el quadrato della linea,e,f, sia incommensurabile alla superficie fatta del,e,f,in,c,e,per laqual cosa & esso quadrato serà incommensurabile al doppio della superficie del,e,f,in,c,e,& lo quadrato de,c,e,conciosia che'l sia rationale è communicāte al quadrato de,e,f,adōque tutto el composito de ambidui,per la.12. serà communicāte al quadrato de,e,f, e pero serà incommēsurabile al doppio della superficie del,e,f,in,c,e, & perche,per la quarta del secōdo.el quadrato della linea,c,f,e equale alli duoi quadrati delle due linee c,e,& ,e,f,& al doppio della superficie de,c,e,in,e,f,& lo doppio della superficie de,c,e,in,e,f,e incōmēsurabile allo aggregato delli duoi quadrati delle due linee,c,e,& ,e,f,seguita per la.13.che el quadrato de,c,f,sia incōmēsurabile allo aggregato di duoi quadrati delle due linee,c,e, & ,e,f,& cōciosia che lo aggregato de questi quadrati sia rationale,seguita el quadrato della linea,c,f,nō esser rationale e pero la linea,c,f,nō è rationale in potētia & per q̄sto la superficie,d, f,non serà mediale ne etiā la superficie,a,b,a lei equale laqual cosa è inconueniē

te per esser il contrario di quello che stato posto, rimane adonque che la superficie,b,e irrationale che e il proposito.

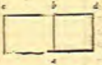
Il Tradottore.

Il medesmo seguiria che tolesse la linea.c.d.rationale solamente in potentia, cioe che'l non è necessario che la sia rationale in longezza come propone il commentatore anci puoi esser anchor come detto rationale solamente in potentia & supponendo poi per (l'adversario) che la superficie,g,f. sia rationale seguirà (per la vigesima di questo tolta dalla seconda tradottione) che la.e.f. sia rationale (largo modo) è commensurabile in longhezza con la,e,g, seguendo poi come segue se concluderà il proposito.

Theorema.22. Propositione.27.

0
24 Il rettangolo compreso sotto a due linee mediale commensurabile in longhezza è mediale.

Dico se sotto alle due rette linee mediale.a.b.& .b.c.commensurabili in longhezza serà compreso il rettangolo.a.c. Dico che'l detto rettangolo.a.c.e mediale, e per dimostrar questo sia descritto (per la quadragesima sesta del primo) lo quadrato.a.d.dalla linea,a,b, adonque lo quadrato.a.d.e mediale & perche la, a.b.è commensurabile alla.b.c. in longhezza & la.a.b. è equale alla,d,b,adonque la,d,b,e commensurabile alla.b.c.in longhezza per laqual cosa & lo quadrato,a,d, serà commensurabile alla superficie.a.c. adonque (per la vigesima quinta) la superficie,a,c,e mediale cioe per la parte aggionta sopra la detta.25.



23
25

Theorema.24. Propositione.28.

Ogni superficie che sia cotenuta da due linee mediale solamente communicante potentialmente, over che la è rationale, over mediale.

Siano le due linee,a,b, & ,b,c,mediale solamente in potentia communicante, dico che la superficie.a.c. (da quelle cõtenuta) over che la è rationale over mediale, & per dimostrare questo siano.d.c.el quadrato della linea.b.c. & .a.e.el quadrato della linea.a.b. & (dal presupposito) questi duoi quadrati seranno communicanti & la superficie .a.c.(per la prima del 6.) serà mediale in el mezzo loco proportionale fra essi quadrati, sia tolto adonque la linea.f.g.laqual sia rationale in longhezza sopra alla quale sia agionto

over

euer posta la suꝑficie.f.h.equal al quadrato.a.e.& .K.h.equale alla superficie.
a.c.& .K.l.equale al quadrato.d.c.& queste tre superficie.f.h.h.K.& .K.l. se
ranno cōtinuamēte proportionali,si come sono le sue equale,a.e.a.c.& .d.c.ꝑla
qual cosa (ꝑ la prima del.6.) etiam le tre linee,g.h,h.m,& .m.l,(lequale sono ba
se de q̄lle) seranno continuamēte proportionale,& cōciosia che le superficie.f.h.
& .k.l.siano cōmunicante, si come li duoi quadrati,a,e,et,c,d,a q̄lle equali se-
guita (ꝑ la prima del.6.) & ꝑ la.14.di questo) che la linea,g,h,sia communicā-
te cō la,m,l, & l'una & l'altra de quelle è rationale in potentia (per la.24.de
questo) adonque la superficie dell'una di quelle in l'altra e rationale perche ogni
superficie laqual che cōtenuta da due linee rationale in potētia,cōmunicante in
lōghezza necessariamente è rationale (come e manife
sto) (per la prima del.6.) & (ꝑ la prima parte della
14.de questo) & per la diffinitione delle superficie ra
tionale,et ꝑche (per la prima parte della.17.del.6.)
lo quadrato della linea,h,m,e equale alla suꝑficie del
la,g,h,in,m,l,el quadrato della linea,h,m,serà ratio
nale,adōque se la linea,h,m,e rationale in lōghezza
ouer communicāte alla linea,K,m,laquale e equale
alla linea,f,g,(per la.19.) la superficie.h.K.serà ra
tionale,e pero etiā la sua equale,a,c,ma se la linea,h,
m,sia irrationale in lōghezza ouer incommensurabi
le alla linea,k,m,laqual e equale alla linea,f,g, con

ciosia che essa sia rationale al mãco in potētia imperoche al suo quadrato e ratio
nale la superficie,h,K,(ꝑ la.23.) serà mediale,per laqual cosa etiā la sua equa-
le,a,c,adonqua e manifesto el ꝓposito,& nota che se le due linee,a,b,& .b,c,fus
seno mediale communicāte in longhezza la superficie.a,c,seria solamēte media
le perche la superficie,a,c,seria cōmunicanta all'uno e l'altro di duoi quadrati,
a,e,& ,c,d.(per la.1.del 6.) & per lo ꝓsente presuposito, e per la.14.di q̄sto la
linea,h,m,seria cōmunicāte all'una e l'altra delle due linee,g,h,& .l,m,& per
che ambedue q̄ste sono rationale solamēte in potētia non cōmunicante in lōghez
za alla linea.f,g,anchora la,h,m,seria rationale in potētia solamēte nō communi
cāte in lōghezza alla linea,f.g,& pero ne cōmunicāte alla linea,h,p,(ꝑ laqual
cosa per la.23.) la superficie,h,K,serà solamēte medi ale e pero etiā la a,c,a lei
equale,serà mediale,ma se le due linee,a,b.& .b,c,fusseno mediale ne in lōghez
za ne in potētia communicante la superficie,a,c,non seria rationale ne mediale
perche se fosse cosi,cioe che le due linee,a,b,& ,b,c,fusseno mediale ne in lōghez
za ne in potētia cōmunicāte li duoi quadrati,a,e,& .c,d,seriano incōmunicāti,
adōque & le due superficie,f,h,& ,K,l,a quelle equale anchor seriano incōmu-
nicāti per laqual cosa & le due linee,g,h,& ,m,l,serāno incōmēsurabile (per la
prima del.6.) e per la secōda parte della.14.de questo e perche l'una e l'altra de
q̄lle e rationale solamēte in potētia (ꝑ la.24.) la suꝑficie dell'una in l'altra seria
medial (ꝑ la.23.cōciosia adonque che'l quadrato della linea,h,m,sia equal alla

detta superficie che vien fatta del,g,h,in,m,l,per la prima parte della.26.del.
6.seria per la.23.de questo la linea,h,m, linea mediale, adonque,per la.19.la
superficie,h,k,non seria rationale ne etiam mediale,per la vigesima quarta, per
laqual cosa,ne etiam la sua equale serà rationale ne mediale.

Il Tradottore.

In questa soprascritta ispositione doue se conclude,per la prima del.6.& per la prima parte della.14.de questo & per la diffinitione delle superficie rationale, che la superficie della linea,g,h, in la,l,m,e rationali,il medemo se verifica per la sola.19.de questo,della seconda tradottione,cioè che ogni rettangolo ouer superficie contenuta da due linee rationale,o siano in longhezza,ouer solamente in potentia,commensurabile in longhezza è rationale, ancora bisogna notare che non è necessario, per demostrar questa propositione, a tor la linea,g,f,rationale in longhezze,perche il medesimo se conchiuderà pigliandola rationale in potentia & arguire come di sopra se fatto.

Problema.6. Propositione.19.

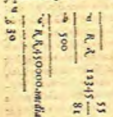
24 R R
31 R R 123 p̄ R R 5
R R 27 p̄ R R 5

38 Bimedial 1.
R R 432 p̄ R R 48

Bimedial 2.
RR 200 p̄ R R 18.

Puotemo trouar due linee mediale communicanti solamente in potentia lequale contengano superficie rationale, delle quale la piu longa sia piu potente della piu corta, per acressimēto,d'un quadrato d'una linea communicante, alla medesima piu longha in longhezza.

Conciosia che ogni due linee medial communicāte solamente in potētia contengano superficie rationale ouer mediale,come è manifesto per la precedente,per consequētemente insegna a trouar quelle due lequale contengano superficie rationale & poi qlle che contēgano superficie mediale,onde el proposito è di trouare due linee mediale solamēte in potētia cōmunicāte,delle quale la piu longa possi piu della piu breve inel quadrato de alcuna linea cōmunicāte in longhezza a essa linea piu longa le quale contēgano superficie rationale,a qsto secōdo la dottrina del.21.toglio le due linee,a,& b,solamēte in potentia rationale communicante delle quale la piu longa (laqual sia,a,) possi piu della piu breue (laquale sia,b,) inel quadrato de alcuna linea cōmunicante con seco in longhezza, & mettarò la linea,c,(secōdo la dottrina del.9.del.6.) inel mezzo loco proportionale fra,a,& b,& ponerò che la proportione del,a,al,b,sia si come del,c,al,d,et come questo se faccia è detto nella.10.del.6.al presente



dico le due linee,c,& d, esser quelle che cercamo, pche le manifesto per la.23.

che

che la superficie, che contengono le due linee.a.& .b.è mediale, & perche, per la prima parte della 17. del 6. el quadrato della linea.c.e equale alla detta superficie adonque, per la.23.la linea.c.serà mediale, & conciosia che'l sia del.a.al.b.si come del.c.al.d.& .b. communica con,a,in potentia solamente, per el presupposito, perche sia,a,quãto,b,e rationale in potentia, seguita, per la.14.che c,anchor communichi con, d,in potentia solamente adonque, per la 25.conciosia che,c,sia linea mediale etiam.d,serà mediale & per la prima parte della,16, la linea,c,sera piu potente della linea.d.in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza, adonque se le due linee,c,& ,d,contengono superficie rationale esse sono quelle che cercamo, ma che quelle contenghino superficie rationale tu l'haverai in questo modo, conciosia che sia del,a,al,b,si come del,c,al d permutatamente del, a,al,c,serà si come del,b,al,d,ma,del,a,al,c,era si come del, c. al b, adonque del c, al b, e si come del b,al,d, adonque, per la prima parte della.17.del sesto, la superficie che contene no le due linee,c,et,d,è equale al quadrato de,b,& lo quadrato del,b,e rationale, per el presupposito, conciosia che essa sia rationale in potentia, adonque le superficie che conteneno le due linee,c, &, d,e rationale per laqual cosa è manifesto el proposito.

Problema.7. Propositione.3.

25/27 Puotemo trouare due linee mediale solamente in potentia communicanti, lequale contengano superficie rationale, delle quale la piu longa sia piu potente della piu breue in el quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza alla medesima linea piu longha.

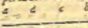
Poste le due linee,a,& ,b,rationale solamente in potentia communicante, delle quale la piu longha possi piu della piu breue in el quadrato d'una linea nõ communicante con seco in longhezza, le quale se ritrouano secõdo la doctrina della uigesima secõda & stãte tutte le altre positioni si come in la precedẽte argumẽtãdo con simel modo, se manifestarà le due linee,c, & ,d,esser quelle che cercamo, & nota che le due linee che insegnano questa è la precedẽte de trouare componeno lo bimediale primo, & la menore de quelle tagliata della maggior quella che rimane uien detta residuo medial primo.

Lemma

Lemma.

o/29 *Potremo trouare duoi numeri quadrati, che el composto de quegli sia quadrato.*

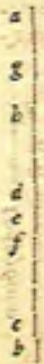
Siano posti fora duoi numeri, a, b, & b, c, & siano ouer pari, ouer dispari & perche (la 25. del nono) se dal numero paro sia sottratto numero paro, & se dal numero disparo sia sottratto numero disparo (per la 26. del nono) lo rimanente serà paro adonque lo rimanente, a, c, serà paro, sia segato, a, c, in due parti equale, per la decima del 1. in põto, d, e siano essi numeri, a, b, & b, c, ouer superficiali simili, ouer quadrati, e se sono superficiali simili adonque el producto de, a, b, in, b, c, gionto con el quadrato del, c, d, è equale al quadrato de, b, d, & lo producto de, a, b, in b, c, e quadrato, perche le manifesto, per la prima del nono, che se duoi numeri superficiali simili el ducto dell'uno in l'altro è numero quadrato adonque sono trouati li duoi numeri quadrati cioe quello che è producto de, a, b, in, b, c, & lo quadrato de, d, c, liquali gionti ouer composti insieme fano el quadrato de, b, d.



Correlario.

o/29 *Et per questo è manifesto che similmente sono trouati duoi numeri quadrati, l'uno di quali è el quadrato de, b, d, l'altro è el quadrato de, c, d, lo eccesso di quali e quadrato che è el ducto de, a, b, in, b, c, Quando che essi, a, b, & b, c, seranno superficiali simili, ma quando non seranno superficiali simili sono trouati duoi numeri quadrati l'uno di quali è el quadrato de, b, d, l'altro è el quadrato de, d, c, lo eccesso di quali, el quale è quel che contenuto sotto de, a, b, & b, c, non è quadrato.*

Il Tradottore.



Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione, el qual cõclude che per le cose dimostrate nel soprascritto lemma uien etiam a esser manifesto el medemo di trouare dui numeri quadrati la differentia dell'uno all'altro sia numero quadrato, & similmente de trouarne dui che la detta differentia non sia numero quadrato, cioe che quando li dui numeri, a, b, & b, c, prima tolti pari ouero dispari, se seranno superficiali simili la differentia del quadrato de, b, d, al quadrato de, d, c, laqual differentia serà la multiplicatione del, a, b, in, b, c, serà numero quadrato ma se li detti dui numeri, a, b, et b, c, nõ serãno superficiali simili la detta differentia non serà numero quadrato, perche el ducto de, a, b, in, b, c, qual serà la detta differentia, non sera numero quadrato, per conuerso della prima del nono.

Lemma, opposito del precedente.

o/29 *Potremo trouare duoi numeri quadrati che'l composto de quelli non sia quadrato.*

Anchora sia il producto de, a,b,in,b,c, (come hauemo detto) quadrato & .c.e, numero paro & sia segato, c,e, per la .10. del primo, in due parti equali in põto .d. el presente è manifesto che el quadrato che uiẽ fatto del, a,b,in,b,c, insieme con el quadrato de, c,d, è equale al quadrato de, b,d, sia cauato del, c,d, la unità qual sia, d,e, adonque quello che uiẽ fatto del, a,b,in,b,c, insieme con el quadrato de, c,e, è minor del quadrato che uien fatto del, b,d. Dico adõque che quello quadrato che uiẽ fatto del, a,b,in,b,c, insieme con el quadrato che uiẽ fatto del .c.e. nõ è quadrato, pche sel è quadrato, p l'aduersario, ouer che le equale a quello che uiẽ fatto del, b,e, ouer che è menore, ma maggiore non e accio che quello nõ seghi la unità, ne anchora che quello che fatto del, a,b,in,b,c, insieme con el quadrato che uien fatto del, c, d, che e equal al quadrato che uien fatto del, b,d, sia equale a quello che uien fatto del, a,b,in,b,c, insieme con el quadrato che uien fatto dal, c,e, ma se possibile è, per l'aduersario, sia prima che quello che uien fatto del, a,b,in,b,c, insieme con el quadrato che uien fatto dal, c,e, equal a quello che uien fatto del, b,e, & sia, g,a, el doppio di essa unità, d,e, perche adonque tutto, c,e, de tutto el, c,d, e doppio, & .a,g, e doppio de esso, d,e, adonque & lo rimanente, g,c, per la settima del .7. al rimanente, e,c, e doppio, adonque il detto ponto, e, diuide esso, g,c, in due parti equale adonque quello che uien fatto del .g,b,in,b,c, insieme con el quadrato che uien fatto del, c,e, e equale al quadrato che uien fatto dal, b,e, & quello producto che uien fatto dal, b,in,b,c, insieme con el quadrato che uien fatto dal, c,e. el se suppone esser equale al quadrato del .b,e, adonque quello che uien fatto del .g,b,in,b,c, insieme con el quadrato che uien fatto dal, c,e, è equale a quello che, uien fatto del, a,b,in,b,c, insieme con el quadrato del, c, e, leuado uia communamente da l'una banda & l'altra el quadrato del, c,e, seguita per commune scientia, che quello che uien fatto del, a,b,in,b,c, sia equale a quello che uien fatto del, g,b,in,b,c, adonque, a,b, seria equale al, g, b, laqual cosa è impossibile, adonque quello che uien fatto del, a,b,in,b,c, insieme con el quadrato de, c,e, non è equale al quadrato del, b,e, anchor dico che'l non po esser minor del ditto quadrato de, b,e, perche se questo fosse possibile sia el quadrato del, b,f, equale a quello & sia, a,b, el doppio de esso, d,f, & sia conducto un'altra uolta l'aduersario che, b,c, (per la settima del .7.) è el doppio de .c.f, & che f, seghi il detto .b.c. in due parti equali e per questo quello che uien fatto del .h.b in .b.c. insieme cõ el quadrato de .f.c. (per la sesta del .2.) è equal al quadrato del b.f. ma el se suppone che quello che uiẽ fatto del .a.b in .b.c. insieme cõ el quadrato del .c.e. sia equale al quadrato de .b.f. sia adonque conducto l'aduersario che quello che uiẽ fatto del .a.b in .b.c. insieme cõ el quadrato de .c.e. è equal a quello che uien fatto del .h.b in .b.c. insieme cõ el quadrato de .c.f. che e una cosa absurda adõque quello che uiẽ fatto del .a.b.in. b. c. insieme cõ el quadrato del .c.e. non e minor del quadrato del .b.e. & e stato prouato che'l non e equale a quello ne etiam maggiore di quello adõque quello che uiẽ fatto del .a.b in .b.c. insieme con

el quadrato de.c.e.non è numero quadrato, & conciosia che'l sia possibile dimostrar la predetta propositione per piu modi tamen li predditi seranno sufficienti a noi accioche la materia da se longa non sia piu longamente prostratta.

Problema.8. Propositione.31.

26 *Puotemo trouare due linee mediale solamente in potentia communicante*
28 *lequale contengano superficie mediale delle quale la piu longa possa tanto*
32 *piu della piu breue, quanto è il quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza a detta linea piu longa.*

Conciosia che l'Auttore habbia insignato a trouar due linee mediale solamente in potentia communicanti lequale contegano superficie rationale dellequale la piu longha possa piu della piu breue in el quadrato d'una linea cõmunicante con seco in longhezza etiam in commensurabile con seco in longhezza. Al presente insegna a trouar due linee mediale solamente in potẽtia cõmunicante contenente superficie mediale, delle quale la piu longha sia piu potẽte della piu breue non in el quadrato d'una linea cõmunicãte cõ seco in longhezza, ma solamente le incommensurabile in longhezza perche quella se ha facilmente per questa, adonque siano le tre linee, tolte secondo la dottrina della vigesima seconda.a.b.c. in potentia solamente rationale & in quella solamente communicante & sia.a. piu potente della.b. & .c. in el quadrato d'una linea se incommensurabile in longhezza & sia posto.d. nel mezzo loco proportionale fra.a.& .b. come insegna la nona del sesto, & sia del.d.al.e.si come del.a.al.c. dico le due linee.d.& e. esser quelle che a cercamo lequal cosa se dimostra in questo modo cõciosia ch'el quadrato della linea.d. sia equale alla superficie che è cõtenuta sotto de.a.& .b. per la prima parte della decima settima del sesto, & la superficie cõtenuta sotto de.a.& .b. è mediale, per la vigesima terza, conciosia che.a.& .b. sono i i poten tia solamente rationale communicãte, per la medesima, la linea.d. serà mediale

& perche del.a.al.c.è si come del.d.al.e.& .a. cõmunica con.c. in potentia solamente, dal presupposito, seguita, per la decima quarta, che.d. ancora communichi con.d. solamente in potẽtia, adõque per la vigesima quinta la linea.e. serà linea mediale & etiam perche.a.e. piu potẽte della.c. in el quadrato d'una linea a se incõmẽsurabile in lõghezza, ancora la.d. per la sestadecima, serà piu potente della.e. in el quadrato d'una linea a se incõmensurabile in longhezza, adonque se le due linee.d. & .e. contenenno superficie mediale le manifesto quelle esser quelle che cercamo ma q̃lle cõtener superficie mediale se hauerà in q̃sto modo, cõciosia, per el presupposito, che del.a.al.c. sia si come del.d.al.e. permutatamẽte del.a.al.d. serà si come del.c.al.e. ma del.a.al.d.e si come del.d.al.b. per el presupposito, adonque

del

del .d. al .b. e si come del .c. al .e. adonque (per la prima parte della decima sesta del sesto, la superficie che contieneno, d, & e, è equale a quella che contieneno, c, & .b. Ma .b. & .e. contieneno superficie mediale, per la vigesima terza, conciosia che esse siano rationale in potentia solamente communicante, per el presuposito, adonque, d, & e, contieneno superficie mediale che è il proposito. Et se tu havesse cura di trovare due linee mediale solamente in potentia communicante contenente superficie mediale delle quale la piu longa sia piu potente della piu breve in el quadrato d'una linea communicante con seco in longezza, toremo tre linee, secondo la dottrina della vigesima prima, a. b. c. in potentia solamente rationale & in quella solamente communicante, & poneremo la linea, a, esser piu potente della linea .c. in el quadrato de alcuna linea a se communicante in longhezza, & tutte le altre positioni remancranno come per avanti & con simil argumentationi concludderemo le due linee .d, & .e, esser quelle che se propone de trovare, & nota che le due linee che questa trigesima insegna di trovare, componeno la bimediale secondo, & le minore de quelle tagliata dalla maggiore quella parte che rimane è detta residuo mediale secondo.

Il Tradottore.

Questa ultima parte aggiunta de trovare le dette due linee mediale che la piu longa sia piu potente della piu breve in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza, nella seconda tradottione se da la propositione & è la trigesima seconda & nella espositione nel fine ui se aggionge la presente cioe la seconda parte della presente propositione e della prima parte se ne fa un'altra propositione laqual è la vigesima ottava cioe ne fa due propositioni.

Lemma.

Sia lo triangolo retangolo, a, b, c, elquale habbia

33 l'angolo, b, a, c, retto, & sia dedutta, per la duodecima del primo, la perpendicolare a, d, dico che quello rettangolo che è contenuto sotto de, c, b, & d, b, è equale al quadrato de, b, a, & quello che contenuto sotto de, b, c, & c, d, è equale al quadrato del, a, c, & quello che contenuto sotto de, d, b, & d, c, è equale al quadrato che fatto del, a, d, oltra di questo quello che vien contenuto sotto, de, b, c, & a, d, è equal a quello che vien fatto sotto del, b, a, & a, c, hora in le prime che quello che contenuto sotto del, c, b, & b, d, sia equale al quadrato del, a, b, perche in el triangolo rettangolo dall'angolo retto in la basa è dutta la perpendicolare, a, d, adonque (per la ottava del sesto, li triangoli, a, b, d, & a, d, c, sono simili al tutto etiam fra loro, & perche, per la conversione della diffinitione del sesto, lo triangolo, a, b, c, è simile al triangolo, a, d, b, adonque si come è del, c, b,

el,b,e,cosi e del,a,b,al,a,d, adonque quello rettangolo che contenuto sotto del, c,b,& b,d,e equale al quadrato del,a,b, per per laqual cosa anchora quello che contenuto sotto del,b,c,&,c,d,e equale al quadrato de,a,c, et perche se in el tri angolo rettangolo dal angolo retto in la basa sia dutta la perpendicolare la det ta perpendicolare e media proportionale fra li duoi segmenti della basa (per el corrolario della ottaua del sesto) adonque si come,b,d,al,d,a, cosi e,a,d,al,d,c adonque (per la decima settima del sesto) quello che contenuto sotto del,b,d,&, d,c,e equal al quadrato de,a,d, anchora dico che quello che contenuto sotto de,b c,& a,d,e equale a quello che e contenuto sotto del,b,a,&,a,c, perche como ha uemo detto lo triangolo,a,b,c,e simile al triangolo,a,c,d, adonque si come e el,b, c,al,c,a,cosi e el,b,a,al,a,d,& se seranno quattro linee rette proportionale quel lo che e contenuto sotto alli estremi per la sesta decima del sesto,e equale a quel lo che e contenuto sotto alli medij adonque quello che contenuto sotto de,b,c,& a,d, e equal e a quello che contenuto sotto de,b,a, &,a,c, ouer quando anchora cir conscriuemo lo paralellogramo rettangolo, e,c, & che compiemo lo, a, f, anchora lo,e,c,per la quadragesima prima del primo, serà equale a esso,a,f,per che l'uno e l'altro de quelli e doppio de esso triangolo,a,b,c, & lo,e,c,e quello che uien fatto del,a,d,in,b,c, & lo,a,f,e quello che contenuto sotto del,b,a,&, a,c, adonque quello che contenuto sotto de,b,c.&,a,d,e equale a quello che contenuto sotto de,b,a,&,a,c,perche,a,d,è equale al,e,b.

Il Tradottore.

Questo lemma se ritrona solamente nella seconda tradottione & è molto al proposito per dimostrare la propositiò che seguita,cioe doue s'arguisse per la quarta & sesta decima del sesto se uerifica per lo presente lemma.

Problema.9. Propositione.32.

27
3

Potemo trouare due linee potentialmente incommensurabile & che contengano superficie mediale, delle quale li duoi quadrati tolti insieme siano rationale.

El proposito è di trouare due linee incõmensurabile si in potẽtia come in longhezza lequale contengano superficie mediale & li quadrati de ambidue tolti in sieme facciano superficie rationale & a questo toglio (per la uigesima secõda) le due linee,a,b,&,c,d,rationale solamente in potẽtia communicante delle quale la piu longa, qual sia,a,b,sia piu potente de,c,d,in el quadrato de alcuna linea in

commen-

commensurabile con seco in longhezza oportet esse binomiu .4. sine .5. sive .6. & sopra la linea, a, b, descrivo el mezzo cerchio, a, e, b, & divido la linea, c, d, in due parti equali in põto, f, et divido la linea, a, b, al põto, g, talmente che la linea, c, f, cada nel mezzo luoco, proportionale fra la, a, g, & la, g, b, & qualmente questo si faccia e stato detto in la decimasettima et pongo che la superficie, h, h, sia fatta del a, g, in, g, b, et per la prima parte della decimasettima del sesto, el quadrato della, c, f, serà equale alla superficie, h, h, & perche el quadrato della, c, f, è equale alla quarta parte del quadrato della, c, d, per la quarta del secõdo, et perche la superficie, h, h, mãcha a cõpir la linea, a, b, una superficie quadrata, concio sia che la, g, b, sia equale al, g, b, et perche la linea, a, b, e piu potẽte della linea, c, d, in el quadrato d'una linea a se incõmensurabile in longhezza dal presupposito la linea, a, g, per la secõda parte della decimaottava serà incommensurabile alla linea, g, b, adonque dal põto, g, conduco una perpendiculare sopra la linea, a, b, per fina alla circonferẽtia del mezzo cerchio laqual sia, g, e, et protrago le linee, e, a, et, e, b, lequale dico esser quelle che cercamo, perche la, e, g, serà equale alla, c, f, imperoche l'una, & l'altra cade nel mezzo luoco proportionale fra la, a, g, et, g, b. La prima, per la prima parte del corrolario della ottava del sesto, et la seconda per el presupposito, per laqual cosa, el quadrato dell'una et dell'altra de quelle, per la prima parte della decimasettima del sesto, è equal e alla superficie del, a, g, in, g, b, laquale è, h, h, adonque essi sono equali, ma perche, per la quarta del sesto, la proportione della, a, e, alla, e, b, e si come della, e, g, al, g, e, et, a, g, et, g, e, et, g, b, sono continuamẽte proportionale per il che serà la proportione della, a, g, alla, g, b, si come quella della, a, e, alla, e, b, duplicata, per laqual cosa (per la decimaottava del sesto) el quadrato della linea, a, e, al quadrato della linea, e, b, serà si come la, a, g, alla, g, b, essendo adonque la, a, g, incommunicante alla, g, b, per la seconda parte della decimaquarta, el quadrato della, a, e, serà incommunicante al quadrato della, e, b, per laqual cosa le due linee, a, e, et, e, b, sono incommensurabile in potentia, & perche (per la penultima del primo, el quadrato della, a, b, è equal e al li quadrati delle due linee, a, e, et, e, b, tolti insieme, et lo quadrato della, a, b, e rationale, conciosia che la, a, b, e rationale in potentia, per el presupposito, anchora li quadrati delle due linee, a, e, et, e, b, tolti insieme seranno rationale, et se questi due linee contenen superficie mediale havemo havuto el proposito & perche la linea, c, d, era rationale in potentia, et in quella solamente communicante alla linea, a, b, per laqual cosa etiam la linea, c, f, e pero etiam la linea, g, e, a se equale, serà rationale, & solamente in potentia communicante con la, a, b, e per tanto, per la vigesimaterza propositione, la superficie della, a, b, in, g, e, è mediale, adonque perche, per la quarta propositione del sesto libro, & per la

a. g. 6. m. ℞ 22
g. b. piu ℞. 22
e. b. ℞ ℞ 72 p. ℞ 3168
e. a. ℞ ℞ 72 m. ℞ 3168

prima parte della sestadecima propositione del medesimo) la superficie della, a, e, in, e, b, e a quella (cioe alla superficie della, a, b, in, g, e,) equale. Le due linee, a, e, & , e, b, è manifesto, esser quelle che volevemo, & nota che le due linee che insegna di trovare questa trigesima seconda propositione componeno la linea maggiore & la minore de quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane se dice linea minore.

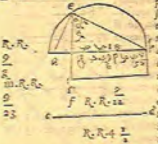
Il Tradottore.

Che la superficie della, a, e, in la, e, b, sia equal alla superficie della, a, b, in la, g, e, è manifesto per lo soprascritto lemma, ma perche il commentatore della prima tradottione non lo trovo fu sforzato a concluder tal cosa (per la quarta del sesto) e per la sestadecima del medesimo come di sopra appare.

Problema. 10. Propositione. 33.

28/34 Puotemo trovare due linee potentialmente incommensurabile & che contenghino superficie rationale delle quale li duoi quadrati tolti insieme siano mediale.

Sia in questo luoco in tutto la medesima dispositione che è in la precedente, & siano le due linee, a, b, & , c, d, quale propone la trigesima & con le simile argumentationi della precedente le due linee, a, e, & , e, b, seranno quelle che propone questa trigesimaterza perche con cio sia che la linea, a, b, sia mediale el quadrato de quella (per la vigesimaterza serà mediale e pero li quadrati delle due linee, a, e, & , e, b, sono mediale (per la penultima del primo) & perche, a, b, & , c, d, contieneno superficie rationale, seguita anchora che della, a, b, in, e, f, (e pero etiam in, g, e, a se equal) conteneria superficie rationale, e per tanto etiam la, a, e, in, e, b, adonque è manifesto quello che se cerca, onde le due linee che insegna di trovar questa trigesimaterza componeno la linea potente in rationale e mediale, e la minor di quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane è detta linea che gionta con rationale compone il tutto mediale.



Problema. 11. Propositione. 34.

29/35 Puotemo ritrovare due linee potentialmente incommensurabile, & che contengano superficie mediale, delle quale li duo quadrati tolti insieme siano mediale, incommensurabil al doppio delle superficie dell'una in l'altra.

Anchora la dispositione di questa nō sia in cosa alcuna diversa della dispositione delle due precedente, & siano le due linee, a, b, & , c, d, (della figura della precedente)

dente, quale propone la .32. & per la precedēte argumentatione le due linee, a, e, & e, b, seranno quelle che cercamo, perche conciosia che la, e, b, sia linea mediale li quadrati delle due linee, a, e, & e, b, tolti insieme seranno mediale, & cō ciosia che la, e, b, & e, d, contengano superficie mediale, seguita che la, e, b, in e, f, e pero etiam in, e, g, a quella equale, contenono superficie mediale, perche ogni superficie communicante una mediale è necessario esser mediale come è stato dimostrato in la uigesima quinta, adonque la superficie de, a, e, in e, b, e mediale conciosia che essa sia equale alla superficie de, a, b, in, g, e, & perche la linea, a, b, e incommensurabile alla linea, e, d, serà etiam incommensurabile alla linea, e, f, per laqual cosa etiam alla linea, e, g, per laqual cosa, per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta de questo, la superficie de, a, b, in, e, g, laquale è equale alla superficie della, a, e, in, e, b, serà incommensurabile al quadrato della linea, a, b, adonque etiam alli quadrati delle due linee, a, e, & e, b, tolti insieme laqual cosa essendo cosi seguita ancora che el doppio della superficie de, a, e, in e, b, sia incommensurabile alli quadrati delle predette due linee, a, e, & e, b, tolti insieme & questo era da demostrar. Le due linee lequale in segua de trouare questa trigesima quarta compoueno la linea potente in due mediale & la minione di quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane è detta la linea laquale gionta con mediale fa el tutto mediale.

Theorema.24. Propositione.35.

30 Se seranno due linee rationale solamente potētia'nelle communicante, &
36 siano congiunte direttamente in longo, tutta la linea composta da quelle serà irrationale, & è detta binomio.

Siano le due linee, a, b, & b, c, rationale solamente in potentia communicante congiunte inchēmo & directo, lequale tu le trouerai, per la .21. & uigesima 2. dico che tutta la linea, a, c, composta da quelle essere irrationale & essa e detta binomio, perche, per la quarta del secondo, el quadrato, d, a, c, è equale alli quadrati delle due linee, a, b, & b, c, & al doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra, & li quadrati de ambedue fanno superficie rationale, per el presupposto, & el doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra fa superficie mediale, per la uigesima terza, adonque li quadrati de ambedue tolti insieme fanno superficie, incommensurabile alla superficie de una di quelle in l'altra, adonque, per la sestiadecima, el quadrato de, a, c, e incommensurabile alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & b, c, tolti insieme per laqual cosa è irrationale, per la diffinitione, conciosia che quelli doi quadrati fanno superficie rationale, e pero el suo lato tetragonico, el quale è, a, c, e ancora irrationale per la diffinitione, adonque è manifesto el proposito.

Theorema.25. Propositione.36.

31
37 Se due linee mediale solamente in potentia communicante, & con-

 tinenti

tinenti superficie rationale, siano congiunte direttamente, tutta la linea compo- sta da quelle serà irrationale, & serà detta bimedial primo.

Siano le due linee, a, b, & b, c, cõgiōte in continuo & direttamente, quale ulen proposto, lequal trovarai per la uigesima nona & trigesima, dico tutta la linea a, c, esser irrationale, & è chiamata bimedial primo, per che el doppio della superficie de, a, b, in, b, c, e rationale, per el presupposito, & li dui quadrati delle due linee, a, b, & b, c, tolti insieme fano mediale, concosia che l'uno et l'altro quadrato sia mediale, per el presupposito et uno de quelli communicãte all'altro, adonque el doppio della superficie de una di quelle in l'altra e incommunicante alli duoi quadrati tolti insieme adonque tutto lo aggregato del doppio della superficie e di duoi quadrati, e questo è il quadrato de tutta la, a, c, per la quarta del secondo, è incõmensurabile al doppio della superficie de una di quelle in l'altra, per la sestadecima di questo, concosia adonque che il doppio della superficie sia rationale, lo quadrato della, a, c, serà irrationale & pero etiam la linea a, c, che è il proposito.

A demostrare el medesimo altramente, sia la linea, d, e, rationale in longhezza sopra alla quale sia aggionto over posto la superficie, d, f, equale alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & b, c, & questa superficie, d, f, serà mediale concosia che l'uno & l'altro di duoi quadrati sia mediale, per il presupposito, & l'uno di quelli è communicante all'altro per laqual cosa, per la uigesima quarta, la linea, d, g, e rationale solamente in potentia, non communicante in longhezza alla linea, d, e, un'altra volta sopra alla linea, f, g, laquale è equale alla, d, e, sia aggionto over posto la superficie, f, h, equale al doppio della superficie della, a, b, in, b, c, & la detta superficie, f, h, serà rationale, per el presupposito, per laqual cosa, per la uigesima la linea, g, h, serà rationale in longhezza adonque le due linee, d, g, & g, h, sono potentialmente rationale & in quella solamente communicante, adonque per la trigesima quinta, tutta la linea da quelle composta, laquale è, d, h, e binomio & irrationale, per laqual cosa per la uigesima per destruttiō del consequente, la superficie, e, h, e irrationale, & perche, per la quarta del secōdo, lo lato tetragonico di quella e la linea a, c, laquale serà irrationale, per la diffinitione laqual cosa bisognava dimostrare.

Il Tradottore.

Il medesimo seguiria tolendo la linea, d, e, rationale solamente in potentia, cioè che'l non necessita a tor la rationale in longhezza perche argomentando come nell'altra se troverà la linea d, h, esser medesimamente binomio.

32 Theorema. 25. Propositione. 37.
38 *Se due linee mediali solamente potentialmente communicante &*

conti-

continente superficie mediale sien congionte direttamente, tutta la linea serà irrationale & serà detta bimedial secondo.

Siano le due linee.a.b.& b.c.mediale congionte in continuo & diretto come se propone lequale, per la.31. accade esser trouate. dico tutta la linea.a.c. da quelle composta esser irrationale, & quella e chiamata bimedial secondo, e per dimostrar questo sia la linea.d.e rationale in lõghezza sopra alla quale sia posta ouer agiõta le superficie. d.f. equale alli duoi quadrati delle due linee.a.b.& b.c.tolti insieme, & perche, dal presupposito quelli dui quadrati sono communicante, che l'un e l'altro e mediale, la superficie.d.f.sera mediale, per laqual cosa (per la.24) la linea.d.g. (laquale el secondo lato di quella, e rationale solamẽte in potentia & incommẽsurabile in longhezza alla linea.d.e.un'altra uolta sia aggionto alla linea.g.f. (laquale e equale alla linea.d.e.la superficie.f.h.equal al doppio della superficie de.a.b.in.b.c.& serà etiam la superficie.f.h.mediale, perche (per el presupposito) la superficie de.a.b.in.b.c.era mediale, adonque el doppio di quella (al quale e equale la.f.h.) sera mediale (per la.24.adonque la linea.g.h.e rationale in potentia solamente & incommensurabile in longhezza alla linea.g.f. & perche.a.b.& b.c.son solamente in potentia communicante (per la prima del.6.& per la seconda parte della.14. de questo) la superficie dell'una in l'altra sera incommensurabile al quadrato dell'una & dell'altra. ma perche li quadrati de quelle communicano (per el presupposito) sera la detta superficie (per laqual cosa) & el doppio di quella serà incommunicante alli dui quadrati de quelle tolti insieme, adonque le due superficie.d.f.& f.h.sono incommensurabili, adonque (per la prima del.6.& per la seconda parte della.14.de questo, la linea.d.g.serà incommensurabile alla linea.g.h.laquale conciosia che la sia rationale in potentia, per la trigesima quinta, tutta la linea d.h.sera binomio & irrationale adonque (per la uigesima dalla destruttione del consequẽte) la superficie.e.h.serà irrationale, & perche lo lato tetragonico di quella (per la quarta del secondo) e la linea.a.c.seguita, per la diffinitione, che la linea.a.c.sia irrationale che era el proposito da demostrare.

Il Tradottore.

Similmente in questa come fu detto sopra la precedente el non e necessario a tor la linea.d.e.rationale in longhezza anci basta a torla, largo modo, rationale & arguendo come di sopra seguirà medemamente la linea.d.h.esser binomio.

Theorema.27. Propositione.38.

33 Quando seranno congiunte due linee potentialmente incommensurabile,
39 & che contengano superficie mediale, delle quale ambedui li quadrati tolti

insieme siano rationale, tutta la linea serà irrationale, & quella serà detta linea maggiore.

Siano le due linee, a.b, & ,b,c, congionte in continuo. & direttosi come se propone, lequale se trouamo per la trigesima seconda dico la, a, c, de quelle composta esser linea irrationale, & esser chiamata linea maggiore, perche conciosia, che

ambi li quadrati tolti insieme siano rationale, & la superficie dell'vna in l'altra superficie mediale per el presupposito, per laqual cosa etiam el doppio di quella serà mediale, el tutto di duoi quadrati tolti insieme serà incommunicante, al doppio della superficie dell'vna in l'altra, adonque tutto lo aggregato dalli dui quadrati, & dal doppio della superficie, & questo è equale al quadrato de, a, c, per la quarta del secondo, serà per la 13. de questo incommensurabile alli duoi quadrati delle due linee. a, b, & b, c, tolti insieme, adonque per la diffinitione, el quadrato della linea, a, c, e irrationale etiam la linea, a, c, irrationale, che e il proposito, a demostrare el medesimo altramente si come in la precedente, alla linea, d, e, laquale sia rationale solamente in longhezza, sia aggiunta la superficie, d, f, laqual sia equale alli dui quadrati delle due linee, a, b, & , b, c, tolti insieme, & serà rationale per el presupposito, per laqual cosa per la. 20. el secondo lato di quella, elqual, e, d, g, serà anchora rationale in longhezza, & communicante alla linea, d, e, anchor sopra alla linea, f, g, sia aggiunta la superficie, f, h, equale al doppio della superficie de, a, b, in b, c, & serà mediale per el presupposito per laqual cosa per la 24. la linea, g, h, laquale è el secondo lato di quella e irrationale solamēte in potentia adonque, per la 35. la linea, d, h, e binomio & irrationale, e però per la 20. dalla destrattione del consequente, la superficie, e, h, e irrationale per laqual cosa lo lato tetragonico di quella, elqual per la 4. del. 2. e la linea, a, c. e irrationale per la diffinitione, laqual cosa volemmo dimostrare.

Il Tradottore.

Medemamente come nelle altre e stato detto el non e necessario in questa a tor la linea, d, e, rationale in longhezza, ma basta che sia rationale, & conchiuderasse il medemo.

Theorema. 28. Propositione. 39.

34. Quando seranno congiunte due linee potentialmente incommensurabile,
40 & continenti superficie rationale delle quale ambi li quadrati tolti insieme siano mediale tutta la linea serà irrationale, & serà detta potente irrationale e mediale.

Siano come in la precedēte le due linee, a, b, & , b, c, in continuo & diretto cō giente come se propone & queste sono da esser trovate per la. 33. Dico che tutta la linea, a, c, da quelle composta, serà irrationale, & quella è chiamata linea potente in rationale e mediale, perche conciosia che la superficie de, a, b, in, b, c, sia rationale per el presupposito, e però etiam el doppio de quella, & ambi li quadrati tolti insieme sono mediale seguita, per la. 4. del secondo & per la terza decima de questo si come in la precedente, che'l quadrato di tutta la, a, c, sia incommunicante al doppio della superficie de, a, in, b, c, adonque, per la diffinitione, quello è irrationale, & la linea, a, c, irrationale che è el proposito, a demostrar el medemo per un'altro modo, sia come in la precedente la linea, d, e, rationale in longhezza, et a quella sia agionta la superficie, d, f, equale alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & b, c, tolti insieme, & serà mediale dal presupposito, adonque per la. 24. la linea, d, g, serà rationale solamente in potentia, non communicante in longhezza alla linea d, e, Et sia la superficie. f, h, agionta alla linea, g, f, equal al doppio della superficie del, a, b, in, b, c, & serà rationale, per el presupposito, & però per la. 20. lo secondo lato di quella el quale e, g, h, serà rationale in longhezza per laqual cosa per la. 34. la linea, d, h, e binomio, & irrationale, & la superficie, e, h, per la. 20. della destratione del consequente, e irrationale adonque conciosia che la linea, a, c, sia il lato tetragonico di quella per la. 4. del. 2. seguita che la, a, c, sia irrationale per la diffinitione adonque è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

Quel medesimo che è detto della linea, d, e, sopra le passate il medesimo si si debbe intendere in questa & nella sequente.

Theorema. 29. Propositione. 40.

35 Quando seranno congionte due linee potentialmente incommensurabili
41 & continente superficie mediale delle quale ambi li quadrati tolti insieme sia mediale, incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra, tutta la linea serà irrationale, & serà detta potente in due mediale.

Sian anchor le due linee, a, b, & b, c, in continuo & direttamente congionte, come se propone lequale sono da esser tolte per la. 34. dico che la linea, a, c, composta da quelle, e irrationale & quella e detta potente in due mediale. & per dimostrar questo sia aggionto alla linea, d, e, laqual sia rationale in longhezza, la superficie, d, f, equale alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & b, c, tolti insieme, et se serà mediale per el presupposito per laqual cosa per la. 24. la linea, d, g, serà rationale in potentia solamente, et incommensurabile alla linea, d, e, rationale in longhezze, un'altra volta alla linea, g, f, laquale e equale alla, d, e, sia aggionta la superficie, f, h.

cie, f, h, laqual sia equale al doppio della superficie dell'una in l'altra, serà anchor dal presupposito, mediale per laqual cosa (per la. 24.) la linea, g, h, serà rationale solamente in potentia, ma perche per el presupposito, ambidui li quadrati tolti insieme sono incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra el seguita che d, f, sia incommensurabile al, f, h, per laqual cosa per la prima del. 6. & per la seconda parte della. 14. de questo, la linea, d, g, è incommensurabile alla, g, h, adonque (per la. 35.) la linea, d, h, e binomio & irrationale, adonque la superficie, e, h, e irrationale, & similmente lo lato tetragonico di quella elquale a, c, come in la precedente per laqual cosa e manifesto el proposito, ma se il doppio della superficie della, a, b, in, b, c, non fusse incommensurabile a ambiduoi li quadrati tolti insieme, seria la linea, a, c, mediale, perche la superficie, d, f, seria commensurabile alla, f, h, e pero & la linea, d, g, alla linea, g, h, adonque tutta la, d, h, seria rationale solamente in potentia & incommensurabile in longhezza alla linea, d, e, adonque per la. 24. la superficie, e, h, seria mediale lo lato tetragonico di quella elqual è la, a, c, seria linea mediale che è il proposito e acciochè la dottrina delle cose che seguitano si faccia piu facile havemo pensato de demostrare prima duoi antecedenti delli quali el primo è questo.

Antecedente primo.

36 Se alcuna linea sia divisa in due parti inequali li quadrati de ambe le sectioni tolti insieme, sono tanto piu del doppio della superficie dell'una in l'altra quanto è il quadrato de quella linea in laqual la maggior eccede la minore.

Hor sia la linea, a, b, divisa in due parti equali in ponto, c, & sia la parte maggiore, c, b, dalla qual sia tolto la, c, d, equale alla, a, c. Dico che li quadrati delle due linee, a, c, & c, b, sono piu del doppio della superficie dell'una in l'altra in el quadrato della linea d, b, perche quello che viē fatto dalla, a, c, in la, c, b, due volte, con li quadrati delle due linee, a, c, & c, b, è equale a quello che vien fatto dal, a, c, in, c, b, quattro volte, con el quadrato della, d, b, imperoche l'una e l'altra di questi sume sono equale al quadrato della linea, a, b, el primo per la. 4. del secondo, e lo secondo, per la ottava del medesimo, adonque levado via dall'una e dall'altra suma cose equale, cioe quello che vien fatto dal, a, c, in, c, b, due volte li residui liquali sono del primo, li quadrati delle due linee, a, c, & c, b, e del secondo quello che vien fatto dal, a, c, in, c, b, due volte con el quadrato della, d, b, seranno equali per laqual cosa è manifesto el pro-el propositto, adonque da questo è manifesto che se alcuna linea serà divisa in due parti inequali li quadrati d'ambe le parti tolti insieme seranno piu del doppio del la superficie dell'una di quelle in l'altra, & per questa causa lo havemo proposto.

36 Se alcuna linea ha divisa in due parti inequali, & anchora in altre due
42 parti inequali li dui quadrati delle due parti piu inequali tolti insieme son tanto piu delli dui quadrati delle due parti men inequali tolti insieme quanto è el doppio del quadrato de quella linea, laquale è fra l'una & l'altra settione, & lo quadruppio de quello che vien fatto dalla medesima linea in quella che è fra'l ponto della settion delle parti men inequali è il ponto che divide tutta la linea in due parti equali.

Sia la linea, a, b, divisa in due parti inequali in ponto, c, e anchora in altre due parti inequali in ponto, d, e un'al tra volta in due parti inequali in ponto, e, dico che li quadrati delle due parti piu inequale lequal son, a, c, & c, d, son tanto piu delli duoi quadrati delle due linee meno inequal lequal son, a, d, & d, b, quanto è il doppio del quadrato della linea, c, d, e lo quadruppio de quello che vien fatto dalla, c, d, in la, d, e, perche per la. 9. del secondo, li quadrati delle due linee, a, c, & c, b, tolti insieme sono doppij alli quadrati delle due linee, b, e, & e, c, tolti insieme, e per la medesima. 9. del secondo li quadrati delle due linee, a, d, & d, b, tolti insieme, sono doppij al li quadrati delle due linee, b, e, & e, d, tolti insieme. adonque li quadrati delle due linee, a, c, & c, b, tolti insieme, eccedeno li quadrati delle due linee, a, d, & d, b, tolti insieme in quello che il doppio del quadrato della linea, c, e, eccede el doppio del quadrato della linea, d, e, e questo (per la quarta del secondo è tanto quanto che è il doppio del quadrato della linea, c, d, & lo quadruplo de quello che vien fatto dalla, c, d, in la, d, e, per laqual cosa e manifesto il proposito, per questo e manifesto che quanto piu seranno le settione de alcuna linea inequale, tanto piu seranno maggiori li quadrati di quelle tolti insieme, & questo e quello per il quale havemo premesso questo.

Il Tradottore.

Che la differentia del doppio del quadrato della, c, e al doppio del quadrato della, d, e, sia tanto quanto il doppio del quadrato della, c, d, & il quadruplo del dutto della, c, d, in la, d, e, per la. 4. del. 2. le manifesta in questo modo perche un sol quadrato della, c, e, e maggiore d'un sol quadrato della, d, e, in un quadrato dell'altra parte, d, c, & in el doppio della superficie della, c, d, in le, d, e, adonque duplicando l'un & l'altro quadrato se duplicirà la lor differentia, cioe che li duoi quadrati della, c, e, eccederanno li dui quadrati della, d, e, nel doppio del quadrato dall'altra parte, c, d, & nel quadruplo della superficie della, c, d, in la, d, e, come di sopra si conclude che e il proposito.

Theorema. 30 Propositione. 41.

36 Egli e impossibile esser diviso in un binomio in altre due linee sotto el ter-
42 mine, di quelle, dalle quale e congionto, & nominato.

Sia

Sia la linea,a,b,binomio & per la.35.serà composta da due linee in potentia solamente rationale cõmunicãte,lequale siano,a,c,&,c,b,dico che eglie impossibile q̃lla esser divisa in altre due linee sotto questa diffinitione,cioe che esse siano rationale & in potentia solamente communicante, perche seglie possibile per l'adversario,sia divisa in,a,d,&,d,b,lequale siano rationale solamente in potentia communicãte sia anchora la linea,e,f,rationale in longhezza alla quale sia agiunta la superficie,e,g,laqual sia equale alli quadrati delle due linee,a,c,&,c,b,tolte insieme,& la superficie,f,h,laqual sia equale al quadrato della linea,a,b,& la superficie,e,g,serà rationale imperoche l'uno e l'altro di quadrati delle linee a,c,&,c,b,tolti insieme e rationale per el presupposito,& la superficie,g,h serà mediale,per la.23. perche essa e equale al doppio della superficie della,a,c,in la,c,b,per la.4.del.2. adonque sia un'altra volta la superficie,f,K,equal alli quadrati delle due linee,a,d,&,d,b,tolti insieme,li quali conciosia che siano diverse dalle due linee,a,c,&,c,b,per lo.2. di antecedenti avanti demostrati,la superficie,f,K,serà diversa dalla superficie,e,g,adonque la differentia de quelle sia la K,g,& per la quarta del secondo lo eccesso della supsicie,f,h,sopra la,f,K,laqual sia,K,l,sera equale al doppio de quello che vien fatto dalla,a,d,in,d,b,& per questo etiam la superficie,f,K,serà rationale,e la superficie,K,l,serà mediale,adonque la superficie,K,g,cõciosia che la sia la differentia delle due superficie rationali,lequale sono,e,g,&,f,K,sera rationale perche la rationale non e differente dal rationale se non in quantità rationale,& questo dico dalla diffinitione,& dalla duodecima di questo lequa e confirmano questo,anchora la medesima,conciosia che quella sia la differentia delle due superficie mediale,lequale sonõ,g,h,&,K,l,per la vigesimasesta,sera irrationale,laqual cosa e impossibile.

Theorema.31. Propositione.42.

37 *La bimediale prima, divisa secondo el suo termine, in due linee mediale,*
43 *le impossibile a dividere la medesima in altre due mediale,sotto el termine di quelle.*

Sia anchora in q̃sto luoco la linea,a,b,bimedial prima divisa ĩ due linee mediale solamẽte in potẽtia communicante, & che contẽgano superficie rationale dalle quale la trigesimasesta afferma quella esser cõposta,lequale siano,a,c,&,c,b.Dico che e impossibile q̃lla esser divisa in altre due linee,sotto la diffinitione di q̃lle,laqual cosa,se sera possibile ꝑ l'adversario,dividerò q̃lla in põto,d,e,tolta la linea,e,f,rationale et sia aggiõto a q̃lla la supficie,e,g,equale alli doi quadrati delle due linee,a,c,et,c,b,& la superficie,f,h,equale al quadrato della,

a,b,&

a,b, & la superficie.f,k,equale alli quadrati delle due linee,a,d,& d,b,& per la quarta del secondo, la superficie,g,l, serà equale al doppio delle superficie della,a,c,in,c,b,e per le medesima,la superficie,k,l, serà equale al doppio della superficie della,a,d, in la, d,b,per el presupposito,anchora l'una e l'altra delle due superficie,e,g,&,k,f,serà mediale e l'una e l'altra delle due,g,b,&,k,l,serà rationale,e questo è impossibile,perche per el primo la superficie,k,g,seria irrationale per la vigesimasesta,e per el secondo,la medesima seria rationale per la diffinition e per la duodecima, laqual cosa è inconueniente.

Theorema.32. Propositione.43.

38 *El bimedial secondo,non puol esser diuiso se non solamente in le due linee*
44 *sotto el suo termine.*

Sia come per auanti la linea,a,b,bimedial secondo diuisa in le due linee,a,c,&,c,b,mediale.solamente in potentia communicante,& continenti superficie mediale, dalle quale la trigesimasettima propone quella esser composta. Dico che egliè impossibile quella esser diuisa in altre due linee sotto le diffinitione di quelle,& essendo altramente,sia diuisa in,d, & siano come per auanti la superficie,e,g,f,b,& f,k,aggionte alle linee,e,f,rationale,& per lo presente presupposito, le superficie, e,g,&,g,b, l'una & l'altra serà mediale,per laqual cosa per la vigesimaquarta,l'una et l'altra delle due linee,f,g,&,g,l, serà rationale in potentia solamente non communicante in longhezza alla linea,e,f,ma perche le due linee,a,c,&,c,b, erano incommensurabile in longhezza seguita per la prima del sesto,& per la seconda parte della decimaquarta de questo che l'uno & l'altro di quadrati delle linee,a,c,&,c,b,sia incommensurabile alla superficie dell'una in l'altra conciosia che li detti quadrati communicano dal presupposito seguita che ambiduoi li quadrati tolti insieme sian incommensurabile alla superficie dell'una in l'altra e però etiam al doppio de quelle per laqual cosa la superficie,e,g, e incommensurabile alla superficie,g,b,& la linea,g,f,alla linea,g,l,per la prima del sesto & per la seconda parte della decimaquarta, adonque per la trigesimaquinta la linea,f,l,e binomio diuisa secondo el suo termine in ponto,g,& per el medesimo modo se approuarà quella esser binomio per mezzo delle superficie,e,m,&,m,b,diuisa secondo el suo termine in ponto, m, laqual cosa è impossibile per la quadrogesima prima perche el nõ può esser detto che la linea,f, l,sia diuisa alli duoi põti,g,& m,in parti cõsimili,perche essendo cosi seria la linea,f,m,equale alla,g,l,ma quella è maggiore della linea,m,l, come è manifesto dal primo di premessi antecedẽti de queste et per la prima del sesto , conciosia che la superficie,e,m,sia maggiore della superficie,b,m,& il modo della demostratione di queste può

esser

esser commune alla quadragesima seconda & alle altre che seguitano quella.

39/45

Theorema.33. Propositione.44.

La linea maggiore se non solamente in le due linee da le quale è composta sotto al termine di quelle, non puo esser divisa.

Sia anchora questa linea maggiore .a.b. divisa in põto .c. in due linee potētialmēte incõmensurabili cõtinēti superficie mediale delle quale ambedui li quadrati tolti insieme siano rationale, perche da tale linee è cõposta come afferma la trigesima ottava, dico che egliè impossibile ad altro ponto essere divisa quella in altre due linee, sotto quella diffinitione & se questo è possibile, sia divisa al ponto .d. rimangono sotto a questa la medesima figura & li medesimi presupposti come per avanti & argoisse come in la quadragesima prima, la superficie .g. k. esser rationale & irrationale laqual cosa è impossibile.

Theorema.34. Propositione.45.

45/46

La linea potente in rationale & mediale, non se divide sotto el suo termine, se non solamente in le sue due linee.

Anchora questa quadragesima quinta stāte la prima figura et positiō eccetto che detta linea .a.b. sia divisa in põto .c. in quelle due linee dalle quale la trigesima nona dice quella esser composta, se approva si come in la quadragesima seconda, & essendo altramente di quello che'l propone, serà la superficie .k.g. rationale & irrationale, laqual cosa non puol esser.

Theorema.35. Propositione.46.

41/47 *La linea potente in due mediale non puol esser divisa in altre due linee sotto el termine di quelle dalle quale è congiunta, ma solamente è divisibile in le sue due dalle qualle è composta.*

Perche questa quadragesima sesta divisa linea .a.b. al põto .c. quelle linee dalle quale la quadragesima dimostra quella esser composta, & stante tutte le altre cose come di sopra, si la figura come le positioni se approva si come la quadragesima terza, perche dato el contrario del proposito, seguita il contrario della quadragesima prima laqual cosa è impossibile.

Seconde diffinitioni.

Se la parte piu longa del binomio, serà piu potente della piu breue per accrescimento del quadrato d'una linea communicante in longhezza alla medesima parte piu longa, & se dapoi la medesima parte piu longa, serà communicante a una linea posta rationale, quello se chiamarà binomio primo, Ma se serà la parte piu corta che communichi con la detta linea posta rationale se dirà binomio secondo, & se ne l'una ne l'altra delle dette parti di quello communicharà con la detta linea posta rationale se chiamarà binomio terzo.

Il Tradottore.

In le soprascritte diffinitioni & in quelle che seguitano l'Auttore ne da a cognoscere le specie di binomij lequale sono sei & in questa prima parte sottobreuitàne diffinisse il primo secondo & terzo, & perche le due linee che componeno el binomio in genere per la trigesima quinta, sono rationale & solamente in potentia communicante, onde seguita che cadauna di quelle, per la conuersa della quinta diffinitione della seconda tradottione, a fortiore serà commensurabile in potentia con la nostra proposta rationale cioè con la nostra pertica, ouer piede, o passo, o onza, ouer altra misura formata a nostro piacere con la quale ra chocinamo perche se quelle non communicasseno ne in longhezza ne in potentia con la nostra proposta rationale, le non seriano rationale, che seria contra al presupposito, uero è che ambedue non possono esser commensurabile in longhezza con detta nostra proposta rationale, perche, per la decima, seriano fra loro commensurabile in longhezza che seria contra la trigesima quinta, ma solamente una, ouer niuna serà commensurabile in longhezza con la detta nostra proposta rationale, ancor dico che le sopra due linee che componeno el binomio in genere, ouer che la piu longa è piu potente della piu breue in el quadrato d'una linea commensurabile in longhezza con la medesima linea piu longha, ouer incommensurabile. Tornando adonque al proposito quando la parte piu longha del binomio serà piu potente della piu breue in el quadrato d'una linea commensurabile in longhezza con la detta parte piu longa quel tal binomio serà ouer il primo, ouer il secondo ouer il terzo, perche ouer che una delle dette parti, ouer linee serà communicante in longhezza con la nostra proposta misura rationale, ouer niuna, se gli ne serà una ouer che serà la piu longa, ouer la piu corta, se la serà la piu longa serà detto binomio primo, se la serà la piu corta serà chiamato binomio secondo & se niuna di quelle serà communicante in longhezza alla detta nostra misura serà nominato binomio terzo, ma bisogna notare che quella parte che serà communicante in longhezza con la nostra misura serà numerabile in longhezza, cioè, che la serà un numero di quella misur a che operaremo, ò sia passa, piè, ò altra misura formata à nostro piacere. Et quella parte che nõ serà cõmunicãte in longhezza cõ la detta nostra misura nõ serà numerabile ĩ longhezza, cioè che la sua longhezza non se potrà dar ne assignare per numero, ma solamente la sua potentia cioe il suo quadrato serà rationale, & quelle tale da prattici sono dette radi ce sorde, come fu detto sopra la quinta diffinitione tratta dalla seconda tradottio ne, niente di mono tali quantità essendo linee, come piu uolte e stato detto, sono chiamate rationale p esser la sua possãza rationale, uero è che se tai radice, ouer quantità seranno superficie ben seranno dette irrationale per la uigesima terza & chiamanse superficie mediale & questo credo serà bastante per la dechiaratione del primo, secondo, & terzo binomio, hor uegniamo alla seconda parte.

Diffinitioni successiue alle precedente.

Anchora se la parte piu longa puol tanto piu della piu breue quanto e il qua drato de alcuna linea incommensurabile in longhezza alla detta parte piu lon ga & se la piu lõga poi de le dette parti serà cõmunicãte in lõghezza a una po sta rationale quella se chiamara binomio quarto. Ma si serà la piu breue che communichi in longhezza con detta posta rationale se nominarà binomio, quin to, & se serà che ne l'una ne l'altra delle dette portion di quelle communichi con la detta posta rationale serà detto binomio sesto.

Il Tradottore.

Questa seconda parte de diffinitioni quantunque la sia posta disgiunta dalla precedente tu l'hauerai a intendere congionta cõ la prima successiuamẽte, nella qual seconda parte se manifesta quando che la maggiore, delle due linee compo nenti el binomio in genere serà piu potente della piu breue nel quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza a detta linea piu longa quel tal binomio serà ouer el quarto, ouer il quinto, ouer il sesto, perche ouero una delle due linee componente quello serà communicante in longhezza con la nostra presup posta misura, ouer niuna se gli ne serà una, ouer che la serà la piu longa, ouer che la serà piu breue, se la serà la piu longa serà detto binomio quarto, se la serà la piu corta serà chiamato binomio quinto, & se niuna serà detto binomio sesto, si uede adonque che el primo binomio non è differente dal quarto, ne el secondo dal quinto, ne el terzo dal sesto, saluo che la linea piu longa, delle due componen te quello, e piu potente della piu corta inel quadrato de alcuna linea communicante in longhezza a detta linea piu longa & questo credo sia bastante a delucidatione delle soprascritte diffinitioni.

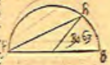
Problema. 12. Propositione. 47.

42 Trouemo trouare el primo binomio. Nella tradutti on seconda è piu breue 48 & ne pone il b.

Sia la linea. a. la posta rationale, & sia tolti duoi numeri quadrati. b. & . c. di qua li. c. sia diuisibile in un numero quadrato, qual sia. d. & in uno non quadrato, qual sia. e. & sia posto la proportione del quadrato della linea. a. al quadrato del la linea. f. g. si come del numero. b. al numero. c. & p la secõda parte della nona,

la linea

la linea, f, g, serà communicante alla linea, a, (posta rationale) in longhezza sopra a quella adonque sia lineato el mezzo cerchio, f, g, h, & sia la proportione del quadrato della linea, f, g, al quadrato della linea f, h, si come del c, al, d, & sia dutta la linea, g, h, dico adonque le due linee, f, g, & g, h, congionte direttamente (componere el binomio primo perche la linea, f, g, (laquale è la piu longa) e piu potente della linea, g, h, (laquale è la piu curta) in el quadrato della linea, f, h, per la trigesima prima del terzo & per la penultima del primo, & la linea, f, h, communica alla linea, f, g, in longhezza, per la seconda parte della nona, concosia che la proportion di quadrati de dette, f, g, & f, h, sia si come di duoi numeri quadrati liquali sono, c, & d, & la linea, g, h, se conuenace esser rationale in potentia solamente non communicante alla linea, f, g, in longhezza e pero ne etiam alla linea, a, posta rationale, perche concosia che el quadrato della linea, f, g, al quadrato della linea, f, h, sia si come el numero, c, al numero, d, per la euersa proportionalità el quadrato della linea, f, g, al quadrato della linea, g, h, serà si come el numero, c, al numero, e, concosia adonque che, c, sia numero quadrato & e, non quadrato seguita per la ultima parte della nona, che la linea, g, h, sia incommensurabile alla linea, f, g, in longhezza rimane adonque essa linea, g, h, esser rationale solamente in potentia & per la diffinitione, le linee, f, g, & g, h, componere binomio primo che era da trouare.



12
a
b
4
d c e
9 16 7

Per trouarlo praticamente piglia la, a, per una misura. Onde lo quadrato della, f, g, in tal supposito saria, 4, poi per seguirai come di sotto vedi. Se. 16. mi da 9. che darà □ f, g, 4. opera che in tal supposito te daria 2 $\frac{1}{4}$ per il □ della, f, h, qual tratto del □ f, g, che 4. restaria 1 $\frac{3}{4}$ per il □, del la, h, g, onde con tal positione tal binomio saria. 2. p̃. R, 1 $\frac{3}{4}$. Ma supponendo la misura, a, piedi. 6. il □ della, f, g, veniria a esser piedi 144. superficiali, et il □ della, f, h, seria. 81. & il □. della, h, g, 63. & la simplice, h, g, saria R. 63. & la, f, g. 12. el binomio saria. 12. p̃. R. 63.

Supponendo la, a, p una misura simplice vz p. 1.
la, b, — 4 nu. quadrato.
la c. per 16.
la d, per 9.
la e, per 7.

Il Tradottore.

Se p caso la nostra misura, a, fusse qlla che se chiama pertica divisa in piedi sei & che il numero, b, fusse quattro & il numero, c, sedeci diuiso in d, & e, & d, sia noue, & e, sette la linea, f, g, veniria a esser piedi dodeci & la linea f, h, pie di noue & la linea, h, g, veria a esser la radice quadrata de sessanta tre piedi superficiali cioe che il quadrato della detta, h, g, seria sessanta tre piedi superficiali cioe sessanta tre quadretti d'un pie per faccia come su detto sopra la prima di∫fini-

diffinitione del secondo adonque la linea, f, g, gionta con la, g, h, da prattici se descriuera in questa forma 12. piu R. 63. & questo composto serà binomio primo per la diffinitione del binomio primo. Et questo essempio lo ho posto per aprirti li occhi al veder queste cose alla prattica si in questa come nelle sequente si che notala bene perche per l'auenire piu non adurò essempio in numeri per non confondere lo intelletto ma per te medesimo supponendo la linea, a, diuisa secondo che ti parerà per schiuar rotti, & bisogna notare che si potea senza trouare la linea, f, h, trouar prima la, h, g, cioe che il quadrato della, f, g, al quadrato dalla, h, g, sia si come il numero, c, al numero e.

Problema. 13. Propositione. 48.

43 Puotemo inuestigare il secondo binomio.

49 Questa operatione è molto lõga, ma q̃lla di Theõ e assai piu breue e chiara.

Sia come per auanti la linea posta rationale, a, et lo numero, b, quadrato, & , c, sia numero non quadrato diuisibile in d, non quadrato, & in e, quadrato, tamen in tal modo che la proportione de tutto il, c, elquale e numero non quadrato, al d, elqual e anchora numero nõ quadrato, sia si come de dui numeri quadrati, & tal numero e. 12. & 48. perche el. 12. e diuisibile in 9. numero quadrato, & in 3. numero non quadrato, & la proportione de 12. a. 3. e si come. 16. a. 4. di quali l'uno e l'altro numero quadrato, per lo medesimo modo. 48. e diuisibile in 36. e. 12. & tai numeri cosi li trouerai. Sia, a, numero quadrato, & sia anchor, b, minore de una unità del ditto, a, el quadrato del quale sia, c, & dal, b, in a, peruenga, d, & per la prima delli incidenti la sestadecima del nono el numero b, serà la differentia del, d, al. c, sia datto el medesimo, a, in, c, & peruenga, e, & per la prima parte del correlario della seconda del nono, e, serà quadrato impero che l'uno e l'altro di numeri, a, & , c, e quadrato (per el presupposito) sia fatto una altra volta, f, dal, a, in, d, & , f, serà quello el qual cercamo perche, per la ultima parte del detto correlario, lo numero, f, serà non quadrato impero che'l numero, d, si è non quadrato, perche se'l numero, d, fusse quadrato anchora el, b, seria quadrato, per la seconda parte del medesimo correlario della seconda del nono, & per la uigesimaterza del ottauo, & perche, a, e numero quadrato cascaria per la decimasettima del medesimo un terzo continuamente proportionale fra, a, & , b, laqual cosa è impossibile conciosia che sono dinan-

ti per

li per una sola unità adonque el .d. non è quadrato perlaqualcosa ne etiam .f. è quadrato, & .f. è equale al .d. & al .c. perche conciosia che .b. sia la differentia del .d. al .c. (come è manifesto per le cose precedente) serà per la prima delli incidenti sopra la sestadecima del nono) quello che vien fatto del .a. in .d. è equale a quelli duoi produtti che vengano fatti dal .a. in .b. & in .c. & perche dal .a. in .b. vien fatto el .d. & in .c. vien fatto .e. seguita che .d. sia la differentia del .f. al .e. & perche (per la decimanona del settimo) el .b. f. al .e. e si come del .d. al .c. permutatamente del .f. al .d. serà si come del .e. al .c. & conciosia che l'uno e l'altro di duoi numeri .e. & .c. sia quadrato è manifesto lo numero .f. esser tal qual volemo, perche è numero non quadrato divisibile in .d. suo quadrato et in .e. quadrato, la proportione de quello .d. al .e. si come de quadrato a quadrato cioe come del .e. al .c. tutte l'altre cose siano come per avanti. Dico che le linee .f.g. & .g.h. componeno el secondo binomio perche conciosia che el quadrato de .a. al quadrato de .f.g. sia si come del .b. al .c. & un altra volta lo quadrato de .f.g. al quadrato de .g.h. sia si come del .c. al .e. (per la equa proportionalità) el quadrato del .a. al quadrato de .g.h. serà si come el .b. al .e. adonque conciosia che l'uno e l'altro di duoi numeri .b. & .e. sia quadrato (per la seconda parte della nona) & la linea .g.h. serà communicante in longhezza alla linea .a. posta rationale, & della linea .f.g. è manifesto che essa sia rationale solamente in potentia non communicante alla linea .a. posta rationale in longhezza, (per la ultima parte della nona) laquale conciosia che la sia piu potente della linea .g.h. in el quadrato della linea .f.h. (per la trigesima prima del terzo & per la penultima del primo) & la linea .f.h. communichi alla linea .f.g. in longhezza (per la seconda parte della nona) imperoche li loro quadrati sono in la proportione delli numeri .c. & .d. la proportione di quali è si come de duoi numeri quadrati (per el presupposito) è manifesto il proposito. A demostrare el medesimo altramente sia la linea .g.h. communicante alla linea .a. (posta rationale in longhezza) laqual è facile de trouare & sia .c. numero quadrato divisibile in .d. quadrato, & in .e. non quadrato, & sia la proportione del quadrato della linea .g.h. al quadrato della linea .f.g. si come el numero .e. al numero .c. & la .f.g. serà incommensurabile alla linea .g.h. in longhezza (per la ultima parte della nona) & piu potente di quella in el quadrato della linea .f.h. (alla qual communica in longhezza primamente per la conversa dapoi per la eversa proportionalità, & per la seconda parte della nona) adonque (per la diffinitione) le linee .f.g. & .g.h. componeno el secondo binomio.

Piu facilmente se troua il detto numero non quadrato divisibile in un numero □, & in un'altro non □, & che il non □ habbia proportion al tutto come de nume. □ a nu. □ per quest'altro modo piglia qual si voglia nu. □ qual pongo sia .a.

cauino sempre.1. & venuto fatto quest'onmultiplica.a. fi.b. & fucciac.dico.c. esser il numero ricercato, cioe noi [] (per . . . del . .) & il detto del . b . in se fia.d.e. & il detto de b.nella.1 facia f.d.il quad. f.d. non sarà [] &, d,e, sarà [] & la proportione de.f.d. al.e. sarà come la unità al. a.(munc. []) adonque la proportion de.c. al.f.d. sarà come de un [] a non . [] (per esser come del.a. alla.1.)

Problema.14.Propositione.49.

44/50 Potemo inuestigare, el terzo binomio.

Anchora el terzo binomio cosi se ritroua.posta(come per auanti)la linea, a, rationale in lõghezza sia el,b,numero primo,& c, numero quadrato diuiso in d,quadrato & in,e, non quadrato tutte le altre cose siano come per auanti. Dico che le due linee,f,g,& g,h,cõponeno el terzo binomio, perche ne l'vna ne l'altra di quelle è commensurabile in longhezza alla linea a,posta rationale, ma l'vna e l'altra gli è incommensurabile in longhezza la,f,g,(per la vltima parte della nona propositione)& la,h,g. (p la equa pportionalità,& per la vltima parte della nona)perche(per la equa pportionalità)el quadrato della linea,a, al quadrato della linea,g,h,e si come lo numero,b,al numero,e,l'una per mezzo del quadrato della linea,f,g,& l'altro per mezzo del numero,c,& li numeri,b,& ,e, non sono in proportione de alcuni numeri quadrati cioesia che,b, sia numero primo perche se i fussero in la proportione de numeri quadrati seria necessario(per la decima settima del 8) et p la ottaua del medesimo fra quelli star vno terzo i continua proportionalità adonque per la 18 de medesimo)el numero,b,seria superficiale laqual cosa è impossibile,cioè sia che quel sia primo (dal presupposito) adonque la linea,g,h,e incõmensurabile alla linea,a,posta rationale(p la vltima parte della noua)adonque perche la linea,f,g,e piu potente della linea,g,h in el quadrato della linea,f,h, (per la trigesima prima del terzo, & per la penultima del primo) laqual commensura a quella in longhezza(per la seconda parte della 9 propositione)& p la euersa proportionalità, & per la diffinitione del terzo binomio, e manifesto la nostra intentione.

Stante li supposti sopra notati diremo ℞ 3 me da ℞ 3 che me darà ℞ 108
432
℞ 48
3 bino. ℞ 108 p. ℞ 48

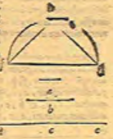
L'Ita-

Il Tradottore.

Nella espositione di questa soprascritta propositione il commentatore se ingana grandemente si nel procedere come nella demonstratione perche el nõ è necessità che la proportione del numero b. (quantunque sia numero primo) al numero c. non possi esser come di numero quadrato a numero quadrato & che'l sia il vero per non abbandonare le parole asserisco solamente la esperientia per testimonio perche se'l detto nu. b. fusse 5 (che è numero primo) & lo numero c. trenta sei & il numero d. sedici & lo numero e. vinti si vede espressamente che la proportione de cinque a vinti esser si come de numero quadrato a numero quadrato che quadrupla, per il che si vede che anchora se ingana a dire che li numeri primi non sono superficiali anzi sono superficiali per la decimaottava del settimo, ma volendo concludere la sopra scritta propositione senza oppositione bisogna tor il detto numero b. di tal conditione, prima ch'el non sia quadrato secondario che la proportione di quello al numero c. non sia come di numero quadrato a numero quadrato la qual cosa è facile da poi arguire come di sopra è fatto.

Problema. 15. Propositione. 50.

45
51 Potemo ritrovare il quarto binomio.



Nella inventione del quarto binomio le da procedere per il medesimo modo si come nella inventione del primo eccetto che el numero quadrato c. sia diviso in dui numeri non quadrati, liquali siano d. & e. tutte le altre cose in questo loco sono da esser negotiate, dalla diffinitione del quarta binomio, si come in quel luoco se negotiò dalla diffinition del primo binomio.

Problema. 16 Propositione. 51.

46
52 Potemo ritrovare il quinto binomio.

La inventione di questo è si come quella del secondo binomio eccetto che lo numero c. (non quadrato) se divide in dui non quadrati et in e. quadrato tamen in tal modo che la proportione del c. al d. non sia si come de numero quadrato a numero quadrato, tutte le altre cose in questo luoco sono da esser cercate secondo le cose dimandate per la diffinitione del quinto binomio, si come in quel luoco furon ricercate secondo le cose adimandate per la diffinitione del secondo binomio, ancor pone che la linea g. h. sia continuamente alla linea a. posta rationale in longhezza & messe el numero c. qual è diviso in dui numeri non quadrati qual siano d. & e. adonque metto la proportione del quadrato della linea g. h. al quadrato della f. g. si come del numero c. al numero e. da poi concludi il proposito per la ultima parte della nona & per le presenti predette posti, & per la conuersa & euersa proportionalità, & un'altra uolta per la ultima parte della nona & per la diffinitione del quinto binomio.

47
53

Problema . 17 . Propositione . 52 .

Poetemo finalmente trouare el sesto binomio.

Il sesto binomio è da trouar si come el terzo & tamen in questo lo numero . c quadrato debbe esser diuiso in duoi numeri non quadrati . d . & e . & tutte le altre cose come in quello & per la diffinitione del sesto binomio la linea (che componeno le due linee . f g . & g . h . congiunte fra loro direttamente serà binomio sesto che è il proposito de trouare.

Il Tradottore.

Nella inuentione di questo sesto binomio bisogna aduertire al quello che fu detto sopra la inuentione del terzo cioe che'l non bisogna fondarse a tore simplicemente il numero . b numero primo, perche tal instruction è falsa. anci bisogna torlo secondo che sopra la inuention del terzo fu detto cioe così conditionato che'l non sia quadrato & che la proportion di quello al numero . e non sia come de numero quadrato a numero quadrato poi seguir come nelle altre se fatto.

Lemma.

Siano li duoi quadrati, a, b, & b, c, & siano assettati, ouer posti (per la decima quarta del primo) talmente che il lato, d, b, al lato, b, e, sia in retta linea, adonque & lo lato, f, b, al lato, b, g, serà in retta linea, & sia compito lo parallelogrammo, a, c, dico che, a, c, è quadrato, & che, d, g, delli detti quadrati, a, b, & b, c, è medio proportionale, & oltra di questo il d, c, delli duoi quadrati, a, c, c, b, è medio proportionale, perche, b, d, è equale al, b, f, & b, e, al, b, g, adonque tutto il d, e, serà equale a tutto lo, f, g, & d, e, è equale all'uno e l'altro delli duoi lati, a, b, K, c, & , g, f, è equale all'uno e l'altro delli duoi lati, a, K, c, b, & l'uno e l'altro adonque delli duoi, a, K, K, c, e equale all'uno e l'altro delli duoi lati, a, b, b, c, adonque (per la trigesima terza del primo) lo parallelogrammo . a, c, è equalatero & anchora e rettangolo, adonque lo detto parallelogrammo, a c, (per la quadragesima sesta del primo) è quadrato & perche si come del, f, b, al, b, g così e del, d, b, al,

b, e . & si come del, f, b, al, b, g, (per la prima del sesto) così è del, a, b, al, d, g, &

si come

sicome del.d.b al b.e, cosi e del.d.g.al b.c, adonque et sicome del a.b.al d.g.cosi è del d.g.al b.c.adonque d.g. è medio proportionale delli duoi quadrati.a.b.b.c. similmente dico che anchora.d.c.è medio proportionale delli duoi quadrati.a.c. c.b.perche si come del.a.d.al d.K.cosi è del K.g.al g.e.perche l'uno è equale all'altro adonque cōponendoli, per la decimaottaua del quinto, sicome a.k.al k.d.cosi e k.c.al c.g.ma si come.a.K al K.d.cosi e a.c.al c.d.& si come.K.c.al c.g.per la prima del sesto, cosi e.d.c.al c.b adonque, d.c.è medio proportionale fra li duoi quadrati a.c.c.b.che è il proposito.

Il Tradottore.

Questo lemma se ritroua solamente in la seconda tradottione il quale è molto al proposito p la dimostratione delle cose sequente quantūque se dimostrano etiā senza esso lemma come procedendo vederai, ma tal demostration son piu oscure.

Theorema.36. Propositione.53.

48 Se vna superficie sera contenuta da un binomio primo & da una linea rationa
54 le, il lato che puo sopra di quella e necessario esser binomio.

Come che la R. del binomio primo è necessario esser binomio.

Sia la superficie.a.c.contenuta dalla linea.a.b.rationale & da un binomio primo elqual sia.b.c. Dico che 'l lato tetragonico della superficie a.c.è binomio e per dimostrare questo sia il ponto.d. il comun termine delle due portioni del binomio.b.c.del quale la maggior parte sia b.d.& serà rationale i longhezza (per la diffinitione) et commensurabile alla linea a.b. Posta rationale Anchora sia diuisa la minor portione (la qual e.d.c.) in due parte equale al põto.e.& la linea d.b sia diuisa (sotto quel a conditione) al ponto.f.che fra le parti di quella (lequal son b.f.& f.d.) cada.e.e nel medio loco proportionale & come questo si debbia far fu detto in la.17.& siano dutte le linee e.g.d.h.f.K.equidistante alla linea.a.b.& perche, per la diffinitione del primo binomio la linea.d.b.è piu potente della linea.d.c.del quadrato d vna linea a se cõmunicante in longhezza seguita anchora (per la seconda parte della decima settima) che le due linee b.f.f.d.siano cõmunicante adonque (per la duodecima) l'una e l'altra de quelle è cõmunicãte a tutta la linea b.d.per laqual cose (per la diffinitione) cadauna sono rationale in lõghezza e però (per la decimanona) l'una e l'altra de le due superficie.a.f.& f.h.è rationale, adonque sia descritto lo quadrato l.m.(el l.t.del quale e.l.r.) equale alla superficie a f. al quale sia circōponendo un gnomone protratta la diagonale l.m.n.a quella quãtità che 'l quadrato de esso gnomone (qual sia.m.n.) sia equale alla superficie f.h.et li duoi supplimenti

menti

menti di quello siano.p.m.& m.q.liquali è necessario esser equali alle due superficie.d.g.& g.c.laqual cosa cosi se apprende,perche conciosia che la linea.d.c.si nel mezo loco proportionale fra le linee. b.f. & f.d. (per la prima del sesto)la superficie.d.g.serà nel mezo loco proportionale fra la superficie. a.f.& f.h.& laqual cosa etiam fra li duoi quadrati.l.m.& m.n.& perche etiam lo supplemento.p.m.e anchora nel mezo loco proportionale fra li detti duoi quadrati(p la prima del sesto)seguita che.p.m.sia equale al. d.g.e per lo etiam.m.q.al.g.c.adonque le linea.l.p.e el lato tetragonico delle superficie.a.c.quella tal linea dico esser binomio.perche li duoi quadrati. l.m. & m.n. rationale due linee.l.r.& r.q. (per la diffinitione) seranno rationale potentialmente, & per la prima del sesto del.a.f.al.d.g. è sicome del b.f.al d.c.ma la. b.f.e incommensurabile alla.d.c.ma perche la. b.f.e simplicemente rationale come è prouado)) & la. d.c.perche la communica con la.d.c. (rationale solamente in potentia)etiam quella serà rationale, solamente in potentia(per la vndecima)laqual cosa è manifesta dalli presenti presupposti.adonque per la seconda parte della decimaquarta)la superficie.a.f.e incommensurabile alla superficie, d.g. adonque & il quadrato.l.m.al supplemento.p.m.per laqual cosa(per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta de questo)la linea. l.r.è incommensurabile alla linea r.q.adonque(per la trigesima quarta) e manifesto la linea.l.p. esser binomio che era da demostrare.

Il Tradottore.

Quelle parte che con facilità sia doueuano concludere per lo soprascritto lemma(per non esser stato trouato da tal commentatore)lui arguisse per la prima del sesto abenche anchor la detta prima del sesto parimente serua tamen è molto più chiaro a arguire per lo soprascritto lemma e medesimamente nelle sequente propositioni,similmente per la ultima del secondo si debbe formare un quadrato equale alla superficie,f.h,qual sia.m.n.& quello assettarlo nel angolo.m.di l'altro quadrato per le regole adutte nel detto lemma. Anchora bisogna notare qualmente la linea rationale.a.b.bisogna sia rationale in longhezza & questo medesimo si debbe intendere nel cinque sequente.

Theorema.37. Propositione. 54.

40/35 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale & da un bimediale secondo lo lato tetragonico di quella serà uno bimedial primo.

Sia la medesima figura, & li medesimi presupposti, liquali sono in la precedente & (per la diffinitione del secondo binomio) serà la linea, d, e, rationale in longhezza per laqual cosa per la .29. l'una & l'altra delle due superficie, d, g, et, g, c, e pero & li duoi suplimenti, p. m. m. q. serano rationali & la linea, d, f, serà rationale solamente in potentia, & divisa in le due linee, f, d, & b, f, communicante (per la diffinitione del secondo binomio & per li premessi presupposti & per la seconda parte della decima settima) adonque (per la vigesima terza) l'una & l'altra delle due superficie, a, f, & f, b, e, pero & l'uno e l'altro di quadrati. l. m. & m. n. serà mediale, adonque ambedue le linee. l. r. & r. p sono mediale, anchora communicante in potentia, perche conciosia che la linea, b, f, communichi alla linea, f, d, seguita che la, a, f, communichi alla, f, b, per laqual cosa el quadrato, l, m, al quadrato, m, n, & pero & la linea, l, r, alla linea, r, p, in potentia, ma non communicano in longhezza, perche da una di quelle all'altra e sicome la superficie. l. m. alla. m. p. adonque conciosia che la, l, m, non communichi con la. m. p. imperoche l'una è mediale cioe la, l, m, & l'altra è rationale cioe la, m, p, seguita che la, l, r, non communichi in longhezza con la. r. p. adonque perche esse contengono superficie rationale, laqual è la. m. p. e manifesto la linea. l. p. (per la. 36. di questo) esser bimedial primo.

Theorema. 32. Propositione. 55.

50 / 54 Se una superficie sia contenuta da un binomio terzo, & da una linea rationale, la linea potente in quella serà bimedial secondo.

Stante la medesima dispositione, & li presupposti come di sopra (& da quelli presupposti & della diffinitione del terzo binomio & della vigesima terza) serà cadauna delle quattro superficie (in lequale è divisa la superficie. a. e.) mediale per la qual cosa l'uno et l'altro di duoi quadrati. l. m. & m. n. & l'uno & l'altro di duoi supplimenti. p. m. & m. q serà etiam mediale adonque l'una & l'altra delle due linee. l. r. & r. p. serà mediale, & conciosia che le due superficie. a. f. & f. h. siano communicante imperoche le due linee. b. f. & f. d. sono communicante per la seconda parte della. 17.)

le due linee. l. r. & r. p. seranno communicante in potentia ma non in longhezza: perche la superficie. l. m. non communica con la superficie. m. p. imperoche ne la. e. f. communica con la. d. g. perche la linea. b f. non communica con la. d. e. conciosia adonque che esse contengano superficie mediale laquale è. p. m. e manifesto (per la. 37.) la linea. l. p. esser bimedial secondo che è el proposito.

Theorema.39. Propositione.56.

55 Se vna superficie sia contenuta da vna linea rationale, & dal quarto binomio, la linea che puo in quella superficie e la linea maggiore.
57

Stante tutte le cose come in la precedente (per el presuposito, & per la diffinitione del quarto binomio & per la.23.) l'una e l'altra delle due superficie .d.g. et .g.e. per laqual cosa e l'una e l'altra delle due .p.m. et .m.q. sera mediale e li dui quadrati .l.m. & .m.n. tolti insieme sera rationale conciosia che la superficie .a.d. e rationale (per la diffinitione del quarto binomio e per la.19.) et perche la .d.b. e diuisa i due parti comunicanti in ponto .f. (per la seconda parte della decima ottaua) la superficie .a.f. sera incommensurabile alla superficie .f.b. e pero e lo quadrato .l.m. al quadrato .m.n. adonque le due linee .l.r. & .r.p. sono incommensurabile in potentia lequale conciosia che quelle contengano la superficie mediale .p.m. e ambidui li quadrati di quelle tolti insieme siano rationali e manifesto (per la.38.) la linea .l.p. esser la linea maggiore che era il proposito.

Theorema.40. Propositione.57.

52 Se vna superficie sera contenuta da vna linea rationale, & da vno binomio
58 quinto la linea laquale puo in quella, el se conuenze de necessita esser la potente in rationale e mediale.

Anchora qua in questa non e da mutar alcuna cosa della dispositione & positione delle prime, perche da quelle stante sera (per quelle cose che sono poste in la diffinitione del quinto binomio e in la.19.) l'una & l'altra delle due superficie .d.g. & .g.e. onde & l'una e l'altra delle due .p.m. & .m.q. rationale & tutta la .e.d. mediale, per laqual cose & li duoi quadrati .l.m. & .m.n. tolti insieme e mediale (per la.23.) et conciosia che (per la seconda parte della decima ottaua) la linea .f.b. sia incommensurabile alla linea .a.f.d. e pero & la superficie .a.f. alla superficie .f.b. & lo quadrato .l.m. al quadrato .m.n. sera la linea .l.r. incommensurabile in potentia alla linea .r.p. ma perche esse contengono la superficie rationale .p.m. & ambidui li quadrati de quelle tolti insieme sono mediale se conclude per la trigesima nona) la linea .l.p. esser la potente in rationale e mediale come e sta promesso da dimostrare.

Theorema.41. Propositione.58.

Se vna superficie sera contenuta dal sesto binomio, e da vna linea rationa-
53 le, la linea potente in quella se approua esser la potente in duoi mediali.
59

In questa 58. non accade star à perdere tempo in depingere le figure. perche el satisfa quelle che se contien in le precedente dispositioni & positioni lequale stanno e necessarie, per le dette cose & per la dispositione cioe per la diffinitione del ultimo binomio, & per la vigesima terza di ciascuna delle superficie a.d. & d.g. & g.e. esser mediale per il che & ambidui li quadrati l.m. & m.n. tolti insieme & p.m. & m.q. è necessario esser mediale & conciosia che la b.f. & f.d. per laqual cosa & la.f. & f.h.e. pero & la.l.m, & m.n. siano incommensurabile seranno le due linee. l.r. & r.p. incommensurabile in potentia, ma perche quelle contengono la superficie mediale p.m. & ambidui li quadrati tolti insieme sono mediali laqual summa è incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra laqual cosa se approua in questo che la superficie b.h.e incommensurabile alla superficie h.e. per quella cosa che la linea d.h. è incommensurabile alla linea d.e. per il che seguita (per la 40.) la linea l.p. esser quella che è detta potente in duoi mediali.

Lemma.

60 Se una linea retta sia segata in due parti inequali. Li quadrati fatti da dette due parti inequali sono maggiori del rettangolo che è composto due volte sotto le dette parti inequale.

Sia la retta linea.a.b, & sia segata in due parti inequale in ponto.c, & sia la maggior, a, c, dico che li dui quadrati fatti dalle,a,c, & ,c,b, son maggiori del rettangolo che è contenuto sotto del,a,c, & c,b, due volte, e per dimostrar questo sia segata (per la 10. del primo) la,a,b, in due parti equali in ponto,d, adunque perche la linea retta,a,b,e segata in due parti equali in ponto,d, & in due inequali in ponto,c, adunque (per la 5. del secondo) quello che contenuto, sotto della,a,c, & ,c,b, insieme con el quadrato fatto dalla c,d, e equale al quadrato che vien fatto della,a,d, & per questo el rettangolo contenuto sotto della,a,c, & ,c,b,e minor del quadrato del,a,d, adunque il doppio del rettangolo, che contenuto sotto delle due linee,a,c, & ,c,b e minor del doppio del quadrato della,a,d, ma li quadrati delle due parti,a,c, & ,c,b, sono maggiori di quelli fatti da, le due,a,d, et,d,b, adunque li quadrati fatti dalle due parti,a,c,et,c,b, sono maggiori del rettangolo contenuto sotto delle,a,c, & ,c,b, due volte ch'era da demostrar.

Il Tradottore.

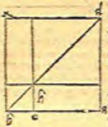
Questo lemma se ritrova solamente in la seconda tradottione el qual (per dimostrar le propositioni sequente) e molto al proposito ma che la summa di quadrati delle due linee,a,c, & ,c,b, siano maggiori del doppio del quadrato della,a,d, (el qual è tanto che li quadrati delle due linee,a,d, et d,b,) se manifesta per la seconda delli antecedenti quadragesima prima.

Tooo

Theorema. 42. Propositione. 59.

14/6 Se à una linea rationale, fia aggionto uno retangolo equal al quadrato d'un binomio el secondo lato di quello conuien esser binomio primo.

Queste sei sequente propositioni sono el conuerso delle sei precedente, per ordine, et la intentione de questa, e questa sia la linea. a. b. binomio diuisa al ponto. c. in le due linee. a. c. & . c. b. secondo la sua diffinitione ouer termine & lo quadrato della medesima. a. b. sia. b. d. & sia la linea. e. f. rationale in longhezza alla qual sia aggionta la superficie. e. g. equal al quadrato. b. d. dico che'l secondo lato de questa superficie el qual è la linea. f. g. è binomio primo & questo se dimostra in questo modo sia diuiso el quadrato. b. d. in li duoi quadrati. b. h & . h. d. (liquali sono li quadrati delle due portioni del binomio) & in li duoi supplimenti. a. h. & . h. k. di quali l'uno e l'altro è contenuto sotto delle due portioni del binomio & (per la diffinition del binomio laquale se ha per la trigesimaquinta) l'uno e l'altro de questi quadrati serà rationale, & (per la 23.) l'uno e l'altro di duoi supplimenti serà mediale adonque sia tagliato dalla superficie. e. g. la superficie. e. l. equale al quadrato. d. h. & la. l. m. equale al quadrato. h. b. & la. n. p. equal all'uno di duoi supplimenti. a. h. ouer. h. k. & la residua. p. g. serà equal all'altro supplimento che resta per laqual cosa (per la prima del sesto) la linea. n. q. è equale alla linea. q. g. & (dalle cose premesse) è manifesto che l'una & l'altra delle due superficie. e. l. & . l. m. è pero etiam tutta la superficie. e. n. è rationale, & l'una e l'altra delle due equale. n. p. & . p. g. è pero tutta la. m. g. è mediale per le qual cose per la vigesima l'una e l'altra delle due linee. f. l. & l. n. & tutta la linea. f. n. rationale in longhezza & commensurabile alla linea. e. f. posta rationale & (per la 24. l'una e l'altra nelle due. n. q. & . q. g. et tutta la. n. g. è rationale solamente in potentia incommensurabile alla linea. m. n. e pero etiam alla linea. e. f. (a se equale) & per consequente alla linea. f. n. in longhezza, adonque se la linea. f. n. la qual è maggiore della linea. n. g. (come per lo primo. di duoi antecedenti sotto gionti alla demostratione della quadragesima & per la prima del sesto appare) serà più potente della linea. n. g. (minore) in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza) per la diffinitione del binomio primo serà manifesto la linea. f. g. esser binomio primo) & che questo sia così tu l'hauerai in questo modo, conciosia che fra li duoi quadrati. d. h. & h. b. (per la prima del sesto) la superficie. a. h. sia media proportionale el se conuence (per li primi presupposti) la superficie m. q. esser nel mezzo loco proportionale la superficie. e. l & l. m. onde



(per

per la prima del sesto) la linea, n.q. laquale è la mia della linea n.g. è nel mezzo luoco proportionale fra le due linee f.l. & l.n. adonque quello che vien fatto da f.l. in la l.n. è quanto quello che vien fatto dal.n.q. in se (per la decima settima del sesto e per tanto (per la quarta del secondo) quanto la quarta parte del quadrato della linea n.g. adonque (per la prima parte della 17. conciosia che la linea f.n. sia divisa dalla superficie a se aggionta equale alla quarta parte della linea n.g. piu breve talmente che a compir tutta la linea f.n. manca una superficie quadrata, in due parti communicante al ponto l. serà la f.n. piu potente della n.g. in el quadrato d'una linea a se communicante in longhezza, adonque è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

Quella parte che disopra si conchiude per la prima del sesto piu facilmente se apprende per lo lemma avanti la quadragesima terza il medesimo se debbe aricordare nelle sequente senza che io tel replichi.

Theorema 43. Propositione 60.

55 Se a una linea serà aggionto una superficie equal al quadrato del rationale
61 bimediale primo, l'altro lato di quella bisognerà esser el secondo binomio.

Sia la linea a.b. la bimedial primo divisa al ponto c. secondo el suo termine & tutte le altre cose fatte come per avanti, Dico la linea f.g. esser el secondo binomio, perche la superficie m.g. serà rationale imperoche le parti del bimedial primo contieneno superficie rationale & se le tre superficie. e.l. l.m. & tutta la e.n. mediale communicante imperoche le portioni del bimedial primo sono linee mediale solamente in potentia communicante (per la trigesima sesta) adonque (per la vigesima) la linea n.g. serà rationale in longhezza commensurabile alla linea, e.f. posta rationale, & (per la vigesima quarta) la linea f.n. rationale solamente in potentia (laqual conciosia che la sia maggiore della linea n.g.) per el primo di duoi antecedenti aggionti alla demonstratione della quadragesima (& per la prima del sesto) esser piu potente di quella in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza (per la prima parte della decimasettima) la linea f.g. (per la diffinitione) serà il secondo binomio che era el proposito.

Theorema 44. Propositione 61.

56 Quando che a una linea rationale in longhezza serà aggionta una superfi
cie rettangola equale al quadrato del bimedial secondo, lo secondo lato di quel
62 la è necessario esser el terzo binomio.

Se la linea.a.b. serà el bimedial secondo divisa per il suo termine al ponto.c.& tutte le altre cose siano che per avanti, serà la linea.f.g.el terzo binomio perche (per la trigesima settima & per le nostre positioni) l'una el'altra delle superficie.e.n.& m.g. serà mediale per laqual cosa l'una el'altra delle linee due.f.n.& n.g. (per la vigesima quarta) serà rationale solamente in potentia & perche le parti del bimediale secondo sono cōmunicante solamente in potentia, la superficie e.l. serà cōmunicante alla superficie.l.m.e pero etiā la linea.f.l. alla linea.n.l. adunque (per la prima parte della decima settima) la linea.f.n. serà piu potente del la.n.g. in el quadrato d'una linea a se communicante ī lōghezza.& cōciosia che la superficie.a.b. et lo quadrato.a.b. siano incommensurabile, imperoche le linee a.c.& c.b. sono incomensurabile e pero etiam li duoi quadrati tolti in sieme, alli duoi supplementi tolti insieme, impero che li duoi quadrati fra loro insieme communicano (per el presupposito) li supplimēti ancora, cōciosia che fra loro sono equali seguita che la superficie.e.n. sia incommensurabile alla superficie.m.g.e pero etiam la linea.f.n. alla linea.n.g. adunque (per la diffinitione) la linea.f.g.e binomio terzo che è el proposito.

Theorema.45. Propositione.62.

57 Se a una linea rationale serà aggionto un rettangolo quale al quadrato della
63 linea maggiore, l'altro lato di quello serà el quarto binomio.

Se anchora questa linea.a.b. serà la linea maggiore divisa secondo il suo termine al ponto.c.& tutte le restante cose non siano altramente che per avanti serà la linea.f.g.el quarto binomio, perche conciosia che ambiduoi li quadrati delle portioni della linea maggiore tolti insieme siano rationale la superficie.e.n. serà rationale, & pero (per la vigesima) la linea.f.n. serà rationale in longhezza communicante alla linea.e.f. posta rationale, & la superficie.m.g. serà mediale per quello che le portioni della linea maggiore contengono superficie mediale, adonque (per la vigesima quarta) la linea.n.g.e rationale solamente in potentia & perche le portioni della prefatta linea.a.b. sono potentialmente incommensurabile la superficie.e.l. serà incommensurabile alla.l.m. e pero etiam la linea.f.l. alla linea.l.n. adonque per la prima parte del-

te della decimaottaua la linea f.n.e piu potente della linea. n.g in el quadrato di vna linea a se incommensurabile, adonque (per la diffinitione) la linea f.g. e binomio quarto, che era il proposito.

Theorema.46. Propositione.63.

58 Se a vna linea rationale sia aggionto vna forma de vna parte piu longa,
equale al quadrato della linea potente sopra rationale, et mediale, l'altro lato di
64 quella, e necessario esser el quinto binomio.

Proposta la linea a b quella che puo sopra la mediale & rationale diuisa (sebbia la diffinitione) di quella al ponto, c, & non sia mutato cosa alcuna delle poste, & seguata la linea f.g. esser binomio quinto, perche conciosia che le parti di questa linea, a.b. contenerno superficie rationale, e necessario che la superficie g.m.e. per rationale per la vigesima della linea, n.g. sia rationale & conciosia che ambi li quadrati delle parti de questa linea tolti insieme siano mediale sera la superficie, e.n. mediale et per la vigesima quarta la linea f.n. e rationale solamente in potentia e perche le parti della predetta linea sono incommensurabile in potentia la superficie, e.l. sera incommensurabile alla superficie m.l. e pero etiam la linea, f.l. alla linea, n.l. adonque (per la prima parte della decima ottaua) la linea, f.n. e piu potente della linea, n.g. in el quadrato de vna linea a se incommensurabile adonque (per la diffinitione del quinto binomio) conclude il proposito.

Theorema.47. Propositione.64.

59 Ogni volta che a vna linea rationale, sera aggionta
vna superficie rettangola, equale al quadrato de vna linea
65 potente in doi mediale, el secondo lato della medesima
superficie el se conuenire esser el sesto binomio.

In questa sexagesima quarta sia la linea, a.b. la linea potente sopra doui mediale, & rimagno tutte quelle positione si come nelle altre precedente a questa e al presente sera la linea, f.g. el sesto binomio laqual cosa tu non la puoi ignorare se tu non serai smenticheuole delle cose premesse & di quello che propone la quadragesima & cosi e manifesto in quella la nostra intentione.

Theorema.48. Propositione.55.

60 Ogni linea communicante in longhezza a qual si voglia di binomii el se approua
quella esser binomio, sotto la medesima specie.
66

Sia la linea .a. un binomio di qual specie si voglia & sia la linea .b. a se communicante in longhezza. Dico la linea .b. esser un binomio di quella medesima specie della quale è .a. & per dimostrar questo siano le parti binomali della .a. c. & .d. & seranno ambedue rationale & communicanti solamente in potentia (per la trigesima quinta) & la linea .b. sia divisa per la sestadecima del sesto in .e. & .f. secondo la proportione della parte .c. alla parte .d. & (per la coniugata, et eversa et permutata proportionalità) della .c. alla .e. & della .d. alla .f. serà si come della .a. alla .b. adonque avenga sia che la .a. et .b. siano communicante, etiam (per la prima parte della decima quarta) .c. & .e. & anchora .d. & .f. serano communicante adunque se la .c. serà rationale solamente in potentia etiam la .e. serà rationale solamente in potentia & se la serà rationale in longhezza & etiam la .e. serà rationale in longhezza et per il medesimo modo se la .d. è rationale solamente in potentia, over etiam in longhezza & la .f. serà anchor similmente & per la 16.) se la .c. è piu potente della .d. nel quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza, overo anchora incommensurabile serà etiam & la .e. piu potente della .f. nel quadrato d'una linea a se commensurabile over etiam incommensurabile in longhezza adonque le necessario per la diffinitione delle sei specie di binomii) che .a. & .b. siano binomii d'una medesima specie. Ma se la linea .b. communica con el binomio .a. solamente in potentia, erà etiam la linea .b. binomio, ma el non è necessario esser de quella medesima specie imperho le impossibile che ambidui insieme cadeno sotto la prima specie di binomii over sotto alla seconda, quarta over quinta. Ma gli è ben necessario che ambidui cadano sotto alle prime tre over alle tre ultime perche le impossibile uno de quelli esser in alcuna delle tre prime specie, & l'altro in alcuna delle tre

ultime perche concludesse che .c. communicha con .b. solamente in potentia anchora, et .d. con .f. communicarà solamente in potentia (per la decima quarta) adonque se la una e l'altra delle due linee .c. & .d. seranno rationale in longhezza, le sue comparata delle linee .e. & .f. non serà rationale in longhezza adunque non è possibile che .a. & .b. cadano insieme sotto alcuna de quelle specie binomii alle quale l'una delle due portioni del binomio è rationale in longhezza. & queste specie sono la prima e la seconda e la quarta e la quinta & perche per la decima sesta) le due linee .c. & .e. ugualmente sono piu potente delle due linee .d. & .f. in li quadrati di due linee a se communicanti over incommunicanti in longhezza è necessario che ambidui

Midial li binomii, a, & b, insieme cadeno sotto le tre prime specie de binomii ouer insieme sotto le tre ultime (per la diffinitione di esse specie) & la linea, b, che tu dubiti esser binomio, perche conciosia che, c & e. siano communicante in potentia solamente, similmente anchora, d, & , f, & , c, & , d, siano rationale solamente in potentia communicante el se conuenze, e, & f, esser rationali solamente in potentia communicante lequale perche nõ communicano in longhezza si come nelle due, e, et, d, proportionale a quelle esse indubitatamente componeno binomio (per la trigesima quinta) de questo.

Theorema 49. Propositione 66.

67 Ogni linea commensurabile o all'una o all'altra della bimediale el conuenie de necessita esser bimediale sotto la medesima specie.

Communicando alcuna linea o all'una o l'altra delle due bimediale ouero in longhezza ouer in potentia, quella che detto ha se somerita. Hor sia le due linee communicante, a, & b, in qual si voglia di predetti dui modi & sia, a. lo bimedial primo ouero il secondo. Dico che etiam, b, e bimedial primo ouero il secondo si come serà, a, perche diuiso lo bimediale, a, in le sue portioni bimediale delle quale è composto (per la trigesima sesta & trigesima settima) le quale siano

c, & d, diuisa anchora la, b, in, e, & f, secondo la proportione della, c, alla, d, (come bisogna la duodecima del sesto) & posta la superficie, g, contenuta sotto della c, & della, l & la superficie. K. contenuta sotto della e & f, & posti lo quadrato, h della, d, & l, della, f, (per la coniunta & euersa & permutata proportionalità) serà si come no la proportione della, c, alla, e, & della, d, alla, f, si come della, a, alla, b, adonque (per la propositione) e come, a, & b, sian cõmunicanti o sia questo in longhezza ouer in potentia cosi, c, & e, e anchor, d, & f, seranno similmente communicanti, perche, c, & d, sono mediale solamente in potentia communicante, seguita per la 25 che e, & f, siano etiam mediale & (per la decima quarta) solamente in potentia communicanti conciosia che esse siano proportionale (per el presupposito) come, c, al, d, & conciosia che (per la prima del sesto) sia del g al, h, si come del, c, al, d, & del k al l, si come del e, al f, del, g, al, h, serà si come del, l, al l, & permutatamente del, g, al, K, si come del, h, al, l, adunque perche, h, e, communicante al l, impero che li suoi lati de quelli liquali sono, d, & f, communicano in longhezza ouer in potentia secondo che a, & b, communicano in longhezza ouer in l'altro seguita per la decima quarta, che anchora, g, & k, communicano tra loro insieme adonque, l'e rationale ouer mediale si come serà, g, (per la diffinitione della superficie rationale ouer per la vigesima quinta) e perche solamente in questo è differente el bimedial primo dal bimedial secondo che le portioni del bimedial primo (la quale sia diuiso secondo el suo termine) contenuano superficie

perficie rationale & quella del bimedial secondo mediale, adonque se, a, serà binomial primo la superficie, g, serà rationale per laqual cosa etiã la superficie, k, e pero b, serà etiam bimedial primo (per la trigesimasesta) ma se, a, serà bimedial secondo la superficie, g, serà mediale & per questo etiam, K, adonque, b, (per la trigesima settima) serà bimediale secondo per laqual cosa è manifesto el ꝓposito. A demostrare el medesimo altramente, alla linea, c, d, rationale (supposito, a, l'uno o l'altro di duoi bimediali & la, b, a se communicãte in longhezza, ouer in potentia) sia aggionta la superficie c, e, equale al quadrato de, a, & la f, g, equale el quadrato della, b, & le superficie, c, e, & f, g, seranno communicante, imperoche li quadrati a quelle equali (liquali sono li quadrati delle linee, a, & b,) sono communicãti (dal presupposito) adonque (per la prima del sesto e per la decima quarta di questo) le due linee, d, e, & e, g, e necessario esser communicante, e perche se la, a, serà bimedial primo la linea, d, e, serà el secondo binomio (per la sexagesima) e pero etiam la, e, g, serà secondo binomio (per la precedente) per laqual cosa lo lato tetragonico della superficie, f, g, (elqual è b,) e bimedial primo (per la quinquagesima quarta) ma se, a, serà bimedial secondo la linea, d, e, serà binomio terzo (per la sexagesima prima) e pero e la, e, g, e binomio terzo (per la precedẽte) per laqual cosa el lato tetragonico della superficie, f, g, (e quello è la linea, b,) serà bimedial secõdo, adõq; è manifesto esser el uero quello che è proposto.

Theorema 50. Propositione 67.

62/68

Ogni linea communicante alla linea maggiore, e linea maggiore.

Anchora questa (se alcuna linea serà communicante in qual modo si uoglia alla linea maggiore) se utrisca, hor sia, a, la linea maggiore, & la linea, b, a quella communicante in qual modo si uoglia. Dico che la b, serà linea maggiore, imperoche diuisa, a, in qlle portioni dalle quale è cõposta (per la trigesima ottaua) lequale siano, c, & d, & la, b, (secondo la proportione de quelle) in, e, & f, & posto che la, g, sia la superficie cõtenuta sotto della, c, & della, d, & la, K, sotto della, e, & f, & m, & h, siano li quadrati della, c, et della, d, & li quadrati, n, & l, della, e, & della, f, serà del quadrato, m, al quadrato, h, si come del quadrato, n, al quadrato, l, (per la seconda parte della decima ottaua del sesto) & congiontamente del, m, & h, al, h, si come del n, & l, al, l, & permutatamente del, m, & h, al, n, &, l, serà l serà si come del.h.al.l. adonque perche.h.cõmunica con.l.(imperoche che.d.communica con.f.ouer in longhezza ouer in potentia) sicome che.e.communica con.b. seguita che ambiduoi li quadrati.m.& h. tolti insieme communicheno con ambiduoi li quadrati.n.& l. tolti insieme, adonque conciosia che duoi primi tolti insieme siano rationale (per la trigesima ottaua etiam li duoi ultimi seranno anchora rationale (per la diffinitione) & perche la superficie.K.e necessario esser mediale si come la.g. (per la uigesima quinta) & le linee.e.& f. esser incommensurabili in potentia sicome la.c.& d. (per la decima quarta) el se conclude (per la trigesima potentia sicome le.c.& d. (per la decime quarta) el se conclude (per la trigesima ottaua) la linea.b. esser la linea laquale è detta maggior che'l proposito, A demostrar el medemo altramente. conciosia che.a. sia la linea maggior, alla qual communica la linea.b. ouer essendo questo in lõghezza ouer in potentia tolta una linea rationale (laqual sia.cd.) sia aggiunto a quella la superficie, c.e. equale al quadrato della linea.a.& depoi la.f.g. equale al quadrato della linea, b. adonque conciosia che li quadrati delle due linee.a.& b. siano communicanti (per el presupposito) la superficie,c.e. serà communicante alla superficie.f.g. e però (per la prima del sesto e per la prima parte della decimaquarta de questo) etiam la linea.d. e alla linea.e g.in longhezza.e perche (per la sexagesima seconda) la linea.d.e. e binomio quarto anchora per la sexagesima quinta la linea.e.g. serà binomio quarto, adonque per la quinquagesima sesta, la linea.b. potente in la superficie.f.g. e la linea maggiore che è il proposito.

Theorema 52. Propositione 68.

63 Se alcuna linea communicante alla linea potente
69 in rationale & mediale el se approua quella esser potente in rationale mediale.

Anchora è il uero che a qualunque modo si voglia, alcuna linea sia communicante alla potente in rationale e mediale o sia in longhezza ouer solamẽte in potentia, anchora quella è una linea potente in rationale e mediale, laqual cosa si come per auanti, in duoi modi se proua, & è necessario in quanto al primo modo che si come le due linee, c, & d, siano in potentia incommensurabile cosi siano anchora le due linee, e, & f. (per la decima quarta) & si come la, g, e superficie rationale (perche tal superficie contien le proportioni della linea potente in rationale e mediale) cosi etiam.K. (per la diffinitione) si è rationale, e si come li duoi quadrati.m.& h. tolti insieme sono mediale, cosi anchora (per la uigesima quinta) li duoi quadrati.n.& l. tolti insieme seranno mediale, adonque la linea, b. (per la trigesima nona) è potente in rationale & mediale, ma quanto al secondo modo, le necessario (per la sexagesima terza) che la linea .d.e. sia binomio quin to, e pero anchora (per la sexagesima quinta) la linea .e.g. e binomio quinto (per la qual cosa (per la quinquagesima settima) lo lato tetragonico della superficie .f.g. (el quale è .b.) serà una linea potente in rationale e mediale che è el proposito.

Theorema .52. Propositione .69.

Ogni linea communicante, alla linea potente in due mediale ancor quella è potente in duoi mediale.

Anchora questo (stante le medesime dispositioni & positioni) si come in la precedente in duoi modi se approuerà esser uera o communichi la linea .b. con la linea .a. potente in due mediale in longhezza, ouero in potentia, hor quanto al primo modo della argumentatione (per la quadragesima) la superficie .g. serà à mediale & pero etiam .K. (per la uigesimaquarta) conciosia che 'l communichi a quella anchora li duoi quadrati .m. & .h. tolti insieme (per la medesima quadragesima) serano mediale e pero etiam li duoi .n. & .l. tolti insieme per la uigesima quinta) e perche li duoi quadrati .m. & .h. tolti insieme (per la predetta quadragesima) son incommensurabil al doppio della superficie .g. seguita (per la decima quarta e per le nostre positioni) che anchora li duoi .l. & .n. tolti insieme siano incommensurabili al doppio della superficie .k. adonque conciosia che .e. & .f. siano incommensurabil in potentia si come la .c. & .d. (per la quadragesima) la linea .b. serà potente in doi mediale, ma quanto el secondo modo della solità argumentatione (per la sexagesima quarta) la .d.e. serà binomio sesto e pero etiam la linea .e.g. (per la sexagesima quinta) serà binomio sesto per laqual cosa (per la quinquagesima ottaua) lo lato tetragonico della superficie .f.g. el quale .b. serà potente in duoi mediale che è el proposito.

Theorema .53. Propositione .70.

65/71 Se seranno congionte due superficie delle quale l'una sia rationale & l'altra mediale la linea potente in tutta la superficie da quelle composta, serà una delle quattro linee irrationale, cioè ouero binomio ouero bimedial primo, ouer linea maggiore, ouero potente in rationale e mediale.

Come se la .a. sia superficie rationale & la .b. mediale. La linea potente in tutta la superficie .a.b. serà alcuna delle predette quattro linee, laqual cosa se dimostra in questo modo. Sia la linea .c.d. rationale alla quale sia aggionta la superficie .c.e. equale alla .a. & la .f.g. equale alla .b. & (per la uigesima propositione) la linea, la linea.d.e serà rationale in longhezza communicante alla linea.c.d. posta rationale & per la vigesima quarta propositione) la linea.e.g. serà rationale solamente in potentia, & (per la decima quinta) la linea.d.g. serà binomio del quale

conciosia che l'una de le portioni binomiale (laquale è la.d.e.) sia rationale in longhezza communicante al la linea posta rationale (la quale è la.c.d.) quella serà (per la diffinitione delle specie di binomii) over binomio primo, ouero secondo ouero quarto, over quinto, ma el non serà ne terzo ne sesto (per la diffinitione) adonque per la quinquagesima terza quinquagesima quarta, quinquagesima sesta, & quinquagesima settima propositione) la linea potente in tutta la.e.g. (laquale è equale alle due.a. & b. insieme) serà ouero binomio, ouero bimediale primo ouero linea maggiore ouero potente in rationale è mediale che è el proposito. certamente la non serà bimediale secondo, ouero (per la sexagesima prima propositione) la linea.d.g. seria binomio terzo e se la fusse la potente in dui mediale (per la sexagesima quarta) la linea d.g. seria binomio sesto e non era alcune di quella per il che è manifesta la nostra intentione.

Il Tradottore.

Se la superficie rationale.a. serà maggior della superficie mediale.b. la linea.d.g. serà ouero binomio primo, ouero quarto, & la linea potente nella superficie.e.g. serà per la quinquagesima terza e quinquagesima sesta propositione) ouero binomio, ouero linea maggiore, ma se la superficie rationale.a. serà minore della superficie mediale.b. la linea.d.g. serà ouero binomio secondo ouero binomio.5. & la linea potente nella superficie.e.g. serà per la quinquagesima quarta propositione & quinquagesima settima) ouero la bimedial primo, ouero la potente in rationale & mediale.

Theorema.54. Propositione.71.

66
72 Quando seran congiunte due superficie mediale incommensurabile la linea potente in tutta la superficie serà o l'una o l'altra delle due linee irrationale: cioè ouero la bimediale secondo, ouero la potente in dui mediale.

Come verbi gratia sia.a. & .b. sian due superficie mediale incommensurabile perche se quelle fussino commensurabile la superficie composita de quelle seria mediale (per la duodecima & vigesima quinta) per laqual cosa & la linea potente in quella seria mediale (per la vigesima terza.) Dico che la linea potente in la

superficie cõposita da quelle due, serà ouero bimedial secondo, ouero potente in duoi mediale. Si la linea, c, d, rationale, e le superficie, c, e, giunta a quella sia equale alla, a, & la superficie, f, g, equale alla, b, & (per la sesagesima quarta) la linea, d, e, & similmente la linea, e, g, serà rationale solamente in potentia, & conciosia che le superficie, c, e, & f, g, siano incommensurabili si come, a, & b, (a quelle equale) e pero etiã le linee, d, e, & e, g, (per la prima del sesto & per la decima quarta propositione de questo) la linea, d, g, (per la trigesimaquinta) serà binomio del quale conciosia che l'una & l'altra delle portioni binomiale (lequale sono, d, e, & e, g, siano incommensurabili alla linea posta rationale (laqual è la, c, d,) (per la diffinitione) esso serà binomio terzo, ouero sesto, adunque la linea potente in tutta la superficie, c, g, equale al composito della, a, & b,) (per la quinquagesima quinta & quinquagesima ottaua) serà ouero bimedial secondo, ouero potente in duoi mediale che è el proposito.

Theorema. 55. Propositione. 72.

67
72 Quando serà posta una linea binomiale o altre delle irrationale che seguitano quella alcuna di quelle non serà sotto al termine dell'altra.

El uol che se alcuna linea (uerbi gratia come, a,) serà una delle sei linee irrationale hauute per auanti (lequali sono el binomio, & le cinque compagne di quelle) quella non serà alcuna delle altre perche se alla linea, b, c, rationale sia aggiunta una superficie equale al quadrato di quelle laquale sia la, b, d, certamente se, a, serà binomio (per la quinquagesima nona propositione) la linea, c, d, serà binomio primo, & se la serà la bimedial primo la, c, d, (per la sexagesima) serà binomio secondo & se la serà lo bimedial secondo (per la sexagesima prima propositione la, c, d, serà binomio terzo, & se la serà la linea maggiore la, c, d, (per la sexagesima seconda propositione) serà binomio quarto, & se la serà la potẽ te in rationale e mediale, ouer la potente in duoi mediale (per la sexagesima terza propositione) la, c, d, serà binomio quinto ouer (per la sexagesima quarta propositione) serà binomio sesto, & perche le impossibile esser la, c, d, insieme sotto

b

le diverse specie de binomii (per la diffinitione) è impossibile esser la .c. insieme fatto de diverse specie, delle sei linee irrationale havute per avanti, etiam della linea mediale è manifesto, anchora che essa non sia alcuna delle sei sequenti cioe ne binomio ne alcuna delle compagne di quello, perche conciosia che essendo aggionto a vna linea rationale vna superficie equale al quadrato della linea mediale, lo secondo lato di quella è rationale in potentia (per la vigesima quarta) et conciosia che la superficie equale al quadrato del binomio, over de alcuna delle sue compagne lo secondo lato di quella è vn binomio over el primo over el secondo & cosi delle altre (per la quadragesima 9. propositione et le cinque sequente) per la qual cosa quello è irrationale è in longhezza & in potentia (per la trigesima quinta) adonque conciosia che le impossibile vna medesima linea esser rational in potentia & etiā irrationale si in longhezza come in potentia, per tanto è impossibile vna linea mediale esser binomiale over alcuna delle cinque sue compagne.

Il Tradottore.

Questa propositione nella seconda tradottion non vi è formata propositione, ma bene in fine della settuagesima sesta il medemo in sostantia se conchiude, over demostra, il che mi fa credere che Euclide sia stato anticamente desregulato, & trabalzato como iterative, o per conto di guerre, overo altra simile occasione, & che da li a vno tempo sia dalli dellettanti stato recercato & reassettato secondo che di lui hanno trovato, & cadauno vi ha aggionto quello che a lui parea che vi se convenisse è però molti propositioni se attribuissono li commentatori essere da loro aggionte, che sono pur dil medesimo auttore come ogni'vno puo cōsiderare si nella soprascritta propositione come in infiniti altri luochi si della prima, come della seconda traduttione.

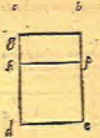
Theorema. 56. Propositione. 73.

68 Se serà tagliata vna linea de vn'altra linea & seranno ambedue ratio
73 nale solamente commensurabile potentialmente la linea rimanente serà irrationale & serà detta residuo.

Sia tagliata la linea. b.c. dalla linea, a. b. & siano ambedue rationale solamente in potentia communicanti (qual insegna di trovare la vigesimaprima & vigesima seconda & quelle sono quelle che componeno el binomio) dico che la rimanente . a. c. è irrationale, & quella se chiama residuo, perche è manifesto (per la settima del secondo) che li quadrati delle due linee. a. b. & b. c. tolti insieme (liquali componeno superficie rationale dal presuposito) et (per la diffinitione) della superficie rationale & per la duo decima de questo sono tanto quanto el doppio della superficie della, a. b. in la, b. c. con el quadrato della, a. c. & conciosia che per la vigesima terza (la superficie della .a.b in la .b.c. sia mediale e pero etiam el doppio di quella e mediale) per la vigesima quinta propositione e pero è irrationale (per la vigesima terza) seguita che ambidui li quadrati delle 2 linee .a.b. et .b.c. tolti insieme siano incommensurabili al doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra per la qual cosa per la terzadecima propositione (& al quadrato della linea .a.c. (per la diffinitione) adonque lo quadrato della linea .a.c. è irrationale concios sia che quello sia incommensurabile a una rationale cioe alli duoi quadrati delle due linee .a.b. & .b.c. tolti insieme adonque per la diffinitione etiam la linea .a.c. è irrationale che e il proposito, Essempialmente in figura sia la superficie .e.g. equale alli duoi quadrati delle due linee .a.b. & .b.c. tolti insieme & serà rationale & similmente sia la superficie .d.f. equale al doppio della superficie dell'una in l'altra & (per la vigesima terza propositione) serà mediale & per la settima del secondo) la superficie .f.g. serà equale al quadrato della linea .a.c. & concios sia che la superficie .e.g. sia incommensurabile alla superficie .d.f. per la terzadecima propositione, la medesima serà incommensurabile alla .f.g. per laqual cosa la .f.g. è irrationale & lo lato tetragonico di quella (qual serà la linea .a.c.) serà medesimamente irrationale che è il proposito.

Theorema. 57. Propositione. 74.

69/74 Se serà tagliata una linea da un'altra linea & siano ambedue mediale solamente potentialmente commensurabili & che contengano superficie rationale la linea rimanente serà irrationale, & serà detta residuo bimediale primo.



Sia tagliata la linea .b.c. dalla linea .a.b. & siano ambedue come se propone (lequale per la vigesima nona & trigesima) tu le trouerai & quelle sono quelle che componeno lo bimedial primo. Dico che la linea .a.c. che rimane serà irrationale & quella e detta residuo bimedial primo, perche ambidui li quadrati de quelle tolti insieme seran medial, et el doppio della superficie dell'una in l'altra serà rationale e per tanto ambidui li quadrati tolti insieme sono incommensurabili al doppio della superficie d'una in l'altra adonque perche ambidui li quadrati tolti insieme se componeno del doppio della superficie dell'una in l'altra & del quadrato della linea .a.c. seguita (per la 13 propositione) che el quadrato della linea .a.c. sia incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra per la qual cosa cosi esso quadrato (come la .a.c. lato di quello) è irrationale (per la diffinitione) adonque el proposito è manifesto, la qual cosa parendoti tu la puoi dechiarare essempialmente in figura si come la precedente. Adimostrarla anchora per un'altro modo.

Sia la linea.d.e.rationale in longhezza alla quale sia aggionta la superficie,.a f.equale al doppio della superficie dell'una in l'altra & la superficie.g.e. equale a ambidui li quadrati tolti insieme & (per la settima del secondo) la superficie.f. g.serà equale al quadrato della linea,.a.c.conciosia adunque che (per el presupposito) la superficie.e.g.sia mediale (per la uigesimaquarta propositione) la linea.d. g.serà rationale solamente in potentia, & conciosia che la detta superficie.e.h.sia rationale (per el presupposito) la linea,.d.h.(per la uigesima) serà irrationale in longhezza,adunque (per la settuagesima terza) la linea,.g.h.e residuo & irrationale e però (per la uigesima per la destruttione del conseguente) la superficie,.f.g.è irrationale & lo lato tetragonico di quella (elquale è,.a.c.) e irrationale, & cosi è manifesto il proposito.

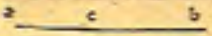
Theorema.58. Propositione.75.

72/75 *Se una linea serà segata de un'altra linea, & seranno ambedue mediale,communicante solamente potentialmente, & che contengono superficie mediale, la linea restante serà irrationale & serà detta residuo medial secondo.*

Sia anchora in questa tagliata la linea,.b.c.dalla linea,.a.b.& l'una e l'altra delle dette.a.b.& b.c.siano come se propone (& quelle se ritrouano per la trigesima prima) & sono quelle che componeno lo bimedial secondo, Dico che la linea residente (laquale è la,.a.c.) e irrationale & quella è detta residuo bimedial secondo perche (dal presupposito & dalla uigesima quinta) ambidui li quadrati delle due linee.a.b & b.c.tolti insieme sono mediale, similmente anchora el doppio della superficie dell'una in l'altra e mediale conciosia adonque che per la uigesima sesta una mediale non è differente da un'altra mediale se non in una superficie irrationale,serà lo quadrato della linea,.a.c.(in elquale per la settima del secondo) li duoi quadrati delle due linee.a b.& b.c.tolti insieme eccedeno,al doppio della superficie dell'una in l'altra irrationale, per laqual cosa etiam la linea,.a.c serà irrationale,anchora per essempio figurale tu puoi declarare questo come per auanti perche se serà la superficie.e.g.equale a ambidui li quadrati della,.a.b & ,.b,.c.insieme & la,.d.f.al doppio della superficie dell'una in l'altra.la superficie.f.g.(per la settima del secondo) serà equale al quadrato della,.a, c.laqual conciosia che la sia la differentia dell'una mediale.e.g.la superficie mediale.d.f.quella è irrationale (per la uigesima sesta) & lo lato tetragonico di quella (elquale è la.a.c.) e irrationale che è il proposito. A demostrare il medesimo altramente sia la linea d.e.rationale alla quale sia aggionto la superficie.d.f.equale al doppio della superficie dell'una in l'altra & la e.g.equale a ambidui li quadrati tolti insieme & p(la settima del secondo)la.f.g.serà equale al quadrato della.a.c.& perche la.e.g e mediale (per la uigesima quarta)la linea.d.g serà rational solamente in potentia, similmente anchora conciosia che la.e.h sia mediale (per la medesima)la linea.d.h serà rationale similmente in potentia e perche la.a.b.& la.b.c.sono incommensurabile in longhezza e pero etiam lo quadrato dell'una & dell'altra alla superficie dell'una in l'altra, e per questo ambidui li quadrati tolti insieme, li quali(per el presupposito) commensurati sono anchora incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra seguita che la.e.g.sia incommensurabile, alla.h.e.per la quale & la linea.d.g. alla linea.d.h.adonque(per la settima gesima terza)la linea.g.h.e residuo & irrationale però etiam(per la uigesima proposition della destruttione del conseguente)la superficie.f.g.e irrational et lo.a.c. lato tetragonico di quella è irrationale.

Theorema.59. Propositione.76.

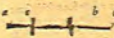
71
76 Se una linea serà detratta da un'altra linea & seranno ambedue potentialmente incommensurabile, & contenente superficie mediale, & ambidui li quadrati de quelle tolti insieme sian rationale,la restante linea serà irrationale & se chiamara la linea minore.



Se seranno la.a.b.& .b.c.quale se propone, lequale se trouano (p la trigesima seconda) & componeno la linea maggiore dico che la linea.a.c.serà irrationale & lei è quella laquale è detta linea minore,laqual cosa che fermamente tenerà le positioni della p e.cedente,& diligentemente attenderà in dui modi quella facilmente approuarasi come la antecedente.

Theorema.60. Propositione.77.

72
77 Se una linea serà cauata fuora de un'altra linea & seranno ambedue potentialmente incommensurabile,& contenente superficie rationale. & ambidui li quadrati de quelle tolti insieme seranno mediale la linea che rimanerà serà rationale & serà detta la giunta con rationale componente el tutto mediale.



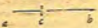
Anchora questa non puoi ignorare imitando le precedenti positioni salui se non te seranno uscite di memoria, perche poste le due linee.a.b.& .b.c.come se propone(lequale se ritrouano per la trigesima terza) & compon eno la linea potente in rationale, & mediale & così la rimanente.a.c.serà irrationale,& quella uien detta quella che giunta con rationale compone il tutto mediale.

Theorema.61. Propositione.78.

73
78 Se una linea serà detratta de un'altra linea & seranno ambedue potentialmente incommensurabile , & contenente superficie mediale. & ambi-

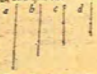
ambiduoi quadrati di quelle tolti insieme feranno mediale incommensurabile al doppio della superficie de l'una in l'altra, la linea che rimanerà ferà irrationale & ferà detta la gionta con mediale che fa il tutto mediale.

Siano anchora in questa la a.b. & b.c. quale vien proposte lequale (per la trigesima quarta) se trouaranno & quelle sono che componeno la linea potente in duoi mediale & la rimanente a c. ferà irrationale detta quella che gionta con mediale compone il tutto mediale, laquale acciochè facilmente tu la concludi te amonisco che tu attendi diligentemente al processo delle due argumentationi della settuagesima quinta, Ma egli è da antiponere in questo luoco uno antecedente alle demostrationi delle sequente necessario che è il proposito.



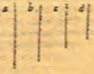
Antecedente.

74 Se feranno quattro quantità delle quale la differentia della prima al
o la seconda, sia si come della terza alla quarta, ferà permutatamente la differentia della prima alla terza si come della seconda alla quarta.



Questo si de intendere delle quantità refferte per un medesimo modo, cioè che quando la prima ferà maggiore della seconda così anchora la terza sia maggiore della quarta & quando la ferà minore sia etiam minore essempli gratia sia la differentia del a. al. b. si come del c. al d. dico qual differentia ferà del a. al c. tale ferà del, b, al d. perche per questa connettion de animo la differentia delli estremi è composta delle differentie de quelli alli termini di mezzo, uerbi gratia la differentia del a. al c. è composta di quella che è dal a. al b. & de quella che è dal b. al c. & quella che è dal b al d. per la medema connettion) è composta de quella che è dal b. al c. & de quella che è dal c. al d. & perche (per el presupposito) la differentia del a. al b. è si come dal c. al d. & quella che è dal b. al c. è commune seguita (per commune scientia) che è la differentia del a. al c. sia si come dal b. al d. che è il proposito.

Il Tradottore.



Questo antecedente se ritroua solamente in la tradottione del Campano, & multi hanno applicado alle quattro linee a.b. c. d. quattro numeri proportionali (cioè al a. 12 & al b. 8. al c. 6. al. d. 4) & uoleno che le dette differentie si intendeno geometrice & questo afferma medesimamente Frate Luca dal Borgo sopra questo medemo antecedente, & io dico tutto el contrario cioè che le dette differentie si debbeno intendere, arimetice & nõ geometrice & che 'l sia

uero

vero (oltra che nelle isposition del detto antecedente se esplica chiaramente) nelle argomentatione delle sequente propositioni si manifesta, ma questi tali se sono ingannati in questo, che loro non hanno ben appreso la demostratione del detto antecedente laqual se fonda sopra quella commune concettione del animo, laqual in vero non è cosi commune come lo commentatore la fa quantunque el sia la verità, cioe che la differentia delli estremi è composta delle differentie de cadauno delli detti estremi alli termini di mezzo, verbi gratia poniamo che .a. sia quindeci & .b. 12. la differentia di quali e tre) & .c. sette, & .d. quattro (la differentia di quali e pur tre si come quella del .a. al .b.) hor dico che la differentia del .a. al .c. (qual e otto) e quanto quella che è dal .b. al .d. (laqual è pur otto) & questo se dimostra per la sopradetta commune concettion cioe che la differentia delli duoi estremi .a. & .c. antecedenti (laquale e otto) e composta dalle due differentie de ditti duoi estremi al .b. (lequale differentie l'una è tre e l'altra è cinque che in summa fa pur otto) si come quella sola, similmente la differentia delli duoi estremi .b. & .d. consequenti (laquale e pur otto) e pur composta delle due differentie de detti estremi .b. & .d. al termine di mezzo (cioe .al .c.) lequal differentie l'una e cinque l'altra 3 che gionte insieme fanno pur otto si come l'altra sola & perche la differentia del .a. al .b. e quanto quella (che è dal .c. al .d. per el presupposito) gionto communamente all'una & l'altra la differentia che è dal .b. al .c. le dette due summe de dette due è due differentie (per commune scientia) seranno equale lequale due summe l'una vien a esser la differentia che e dal .a. al .c. l'altra quella che e dal .b. al .d. che è il proposito.

Theorema. 62. Propositione. 79.

74 Niuna linea (salvo una solamente) puo esser congionta al residuo, che siano ambedue sotto al termine di quelle che erano avanti la separatione.
79

Sia la linea .a.c. residuo laquale sia rimasta tagliata la .b.c. dalla .a.b. & .a.b. & .b.c. seranno rationale solamente communicante in potentia (per la 73) dico che la detta linea .a.c. a niuna altra linea che alla .b.c. (sotto questa diffinitione) po esser composta ne a una maggiore della .b.c. ne a una minore della detta .b.c. & se questo fusse possibile (per l'adversario) sia composta con la .c.d. indifferentemente maggiore, overo minore che la .c.b. & per questo ambedue le linee .a.d. & .d.c. seranno rationale communicante solamente in potentia, adonque perche per la settima del secondo li quadrati de ambedue le linee .a.b. & .b.c. tolti insieme eccedeno el doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra in lo quadrato della .a.c. similmente anchora li quadrati delle due linee .a.d. & .d.c. tolti insieme eccedeno il doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra in el quadrato della medesima .a.c. seguita (per lo premesso antecedente) che la differentia, di duoi quadrati delle due linee .a.b. & .b.c. tolti insieme, alli duoi quadrati delle due linee .a.d. & .d.c. tolti insieme, sia si come la differentia del doppio della superficie della .a.b. in la .b.c. al doppio della superficie della .a.d. in la .d.c. & conciosia che li duoi quadrati

dell'una

dell'una & dell'altra settione tolti insieme siano rationale (dal presupposito) & el doppio della superficie dell'una delle portioni in l'altra (dell'una & dell'altra settione) siano mediale (per el presupposito & per la vigesima terza) serà una medesima differentia delle due superficie rationale, et delle due mediale et questo e impossibile, perche le superficie rationale non sono differente l'una dall'altra saluo che in superficie rationale come è manifesto per la diffinitione delle superficie rationale (& per la 12.) & la superficie mediale, non puo esser differente da un'altra mediale per la vigesima sesta, saluo che in una superficie irrationale, & questo se fa piu manifesto in figura cioe in questo modo sia aggionta la superficie e, f, alla linea, e g, equale alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & b, c, tolti insieme, & la, g, h, sia equale al doppio della superficie de l'una in l'altra, e la, f, h, serà equale al quadrato della linea, a, c, per la settima del secondo, similmente anchora sia aggionta la, k, l, alla linea, k, m, equale alli duoi quadrati delle due linee, a, d, & d, c, tolti insieme & la, m, n, sia equale al doppio della superficie dell'una in l'altra, & la superficie, n, l, per la settima del secondo, serà equale al quadrato della linea, a, c, e pero e etiam equale alla, h, f, adonque la differentia della, e f, alla, g, h, e sieme della, k, l, alla, m, n, per laqual cosa, per la premessa antecedente, premutatamente la differentia della e, f, alla, k, l, e qual e la, p, serà si come della, g, h, alla, m, n, & perche l'una e l'altra delle due superficie, e, f, & k, l, e rationale e l'una e l'altra delle due superficie, g, h, & m, n, e mediale seguita lo impossibile cioe la superficie, p, esser rationale, & irrationale.

Theorema. 63. Propositione. 80.

75
80 Niuna linea se non solamente una puo esser congionta al residuo medial primo, che siano ambedue sotto al termine di quello che erano auanti la separatione.

Anchora questa se approuerà per simil modo che fu approuata la passata, perche essendo ambidui li quadrati tolti in sieme in l'una & l'altra settione mediale, & il doppio della superficie di l'una el altra rationale & perche come prima, a medesima differentia e di quadrati dell'una settione alli quadrati dell'altra, che è del doppio della superficie dell'una al doppio della superficie dell'altra, & la differentia delle due superficie mediale & delle due rationale serà una medesima superficie laqual cosa è impossibile.

Theorema. 64. Propositione 81.

76
81 Niuna linea è congiongibile al residuo medial secondo che siano so-

to el termine di quelle se non solamente quella della quale era separata auanti.

Hor sia la .a.c. el residuo medial secondo (laquale fu el residuo) tagliata la .b.c. dalla .a.b. & (per la settuagesima quinta) le due linee .a.b. & .b.c. seranno mediale solamente in potentia communicante continenti superficie mediale, dico che essa linea .a.c. non puo esser congionta ad alcuna altra linea che alla .c.b. sotto quelle diffinitione, & se questo fusse possibile (per l'aduersario) sia congionta alle linee .c.d. & sia la linea .e.f. rationale in longhezza, alla quale sia congionta la superficie .e.h. equale alli quadrati delle due linee .a.b. & .b.c. tolti insieme & la .e.K. equale

alli quadrati delle due linee .a.d. & .d.c. tolti insieme dalle quale sia tagliata la .e.g. equale al quadrato del la linea .a.c. & la superficie .l.h. (per la settima del secondo) serà equale al doppio della superficie della .a.b. in la .b.c. & la superficie .l.K. (per la medesima settima del secondo) serà equale al doppio della superficie della .a.d. in la .d.c. perche adonque li quadrati de ambedue le parti della prima settione sono mediale, & etiam el doppio della superficie e mediale incommensurabile alli duoi quadrati tolti insieme) laqual cosa lo diligente geometra elqual seruerà diligentemente le positioni non potrà ignorare) serà la superficie .e.h. mediale conciosia che essa sia equale alli duoi quadrati tolti insieme, etiam la superficie .l.h. serà mediale conciosia che quella sia equale al doppio della superficie dell'una in l'altra (per la uigesima quarta) adonque l'una & l'altra delle due linee .f.h. & .g.h. e rationale solamente in potentia, e perche l'una è incommensurabile all'altra imperoche la superficie .e.h. e incommensurabile alla superficie .h.l. si come li doi quadrati al doppio della superficie (per la settuagesima terza) la linea .f.g. serà residuo, per laqual cosa la linea .f.g. che è residuo se oppone alla linea .g.h. acciochè siano ambedue sotto al termine de quelle che erano auanti la separatione, similmente anchora tu approuerai la medesima .f.g. componerse con la linea .g.K. cō le medesima coditioni per mezzo delle superficie .e.K. & .k.l. delle quale la prima è equale alli quadrati delle due linee .a.d. & .d.c. tolti insieme, & la seconda al doppio della superficie dell'una in l'altra laqual cosa è impossibile (per la settuagesima nona) & questo modo de demostratione puo esser commune alla ottuagesima, & alle altre quattro che seguitano quella.

Theorema. 64. Propositione. 82.

77 Niuna linea è congiongibile alla minore che siano sotto al suo termine
82 se non solamente quella laquale gli era congionta auanti la incisione.

Intendi che cosa sia la linea minore, & se tu te l'hai desmenticato recorri alla

sesta

settuagesima sesta, & senza alcuna difficultà tu concluderai el proposito procedendo si come in la settuagesima nona & se te apperrà tu potrai procedere si come in la ottuagesima prima.

Theorema 66. Propositione. 83.

78/83 La linea che congionta con rationale fa el tutto mediale, non puo esser congionta se non solamente a una linea, che siano sotto el termine di quelle.

Che cosa sia la linea che se propone tu l'hai havuto nella settuagesima settima adonque quando de quella vorrai demostrare quello che per questa ottuagesima terza è detto non te desfore in cosa alcuna del processo della ottuagesima ma se tu te deletterai acuir lo ingegno, tu potrai procedere si come in la ottuagesima prima.

Theorema 67. Propositione. 84.

79/84 Alla linea qual gionta con mediale fa el tutto mediale, non po esser aggionto se non solamente una linea che siano sotto el termine di quelle che erano quanti la separatione.

De questa linea (qual gionta con mediale compone il tutto mediale) la settuagesima ottaua e maistra della quale (quello che questa ottuagesima quarta cosi propone) serai constretto cócludere si come cócludesti del residuo medial secondo el qual per la ottuagesima prima è stato enontiato.

Terze diffinitioni.

Poste due linee l'vna rationale. & l'altra residuo, & aggionta alcuna linea à esso residuo, secondo il termine di quello, se tutto el composito di tal aggiongimento, serà piu potente della linea aggionta, in el quadrato d'vna linea communicante in longhezza, à esso tutto dapoi lo medesimo tutto serà commensurabile in longhezza, alla linea posta rationale quello residuo che era posto serà detto residuo primo. Ma se'l serà che la linea aggionta communichi in longhezza alla linea posta rationale serà detto residuo secondo, & se l'vna e l'altra serà incommensurabile in longhezza alla posta rationale se chiamarà residuo terzo.

Il Tradottore.

Per le sopra scritte tre diffinitioni se manifesta in sostantia che quelle due linee congionte compongono el primo, secondo & terzo binomio, quelle medesime sottrahendo la minore della maggiore la parte restante formano el primo secondo

& ter

& terzo reſiduo, cioe che quelle due congionte formano el primo binomio, quel le medeſime diſgionte cauſano el primo reſiduo, cioe che la linea reſtante di tal ſo trattione è detta reſiduo primo coſi ſeguita nelli altri dui.

Se tutta la linea ſerà piu potente della linea aggionta del quadrato d'una linea incommenſurabile in longhezza a eſſa tutta, & la medeſima tutta communichi in longhezza alla linea poſta rationale, ſe chiamarà reſiduo quarto, & ſe'l ſerà che la linea aggionta communichi in longhezza alla linea poſta rationale, ſe chiamarà reſiduo quinto. Ma ſe l'una e l'altra ſerà incommenſurabile alla linea poſta rationale ſe adimandarà reſiduo ſeſto.

Il Tradottore.

Quantunque queſte tre diffinitioni ſiano poſte diſgiunte dal'a tre precedente, le ſi debbono intendere a queſte congiunte ſucceſſiuamente, nelle quale ſimilmente ſe manifeſta in ſoſtantia) ſi come nelle precedente tre) che quelle medeſime due li nee che congionte formano el quarto, quinto, & ſeſto binomio, quelle medeſime diſgiunte (cioe ſotratta la minore dalla maggiore) cauſano el quarto, quinto, & ſeſto reſiduo, cioe che quella parte de linea che reſtarà di tal ſotramento ſe chiamarà binomio quarto, ouer quinto ouer ſeſto cioe ſtante le conditione dette ſe la ſomma delle due linee, ſerà communicante in longhezza alla noſtra propoſta rationale (cioe alla noſtra miſura) tal reſiduo ſerà detto quarto ma ſe per caſo ſerà che la linea aggionta (e non la ſomma) ſia communicante alla detta miſura, ſerà detto reſiduo quinto, ma ſe ne l'una ne l'altra ſera detto reſiduo ſeſto.

Problema. 18. Propoſitione. 85.

80/85 Potemo inueſtigare el primo reſiduo.

La inuentione per ordine de tutte le ſpecie de binomij ne aſſolue facilmente dalla inuentione de tutte le ſpecie de reſidui, perche in qual ſi uoglia ſpecie de binomij ſe la minor portione ſerà tagliata dalla maggiore la linea reſtante, ſerà el reſiduo de ſimile ſpecie come è manifeſto (per le diffinitioni) ſi di binomij come di reſidui, niente dimeno ſe partendo dalle proprie inuentioni di reſidui in queſto modo inueſtigamo el primo, ſia la linea. a. poſta rationale alla qual ſia tolta la. b. c. commenſurabile in longhezza, & ſia. c. numero quadrato diuiſo in. f. non quadrato & in. g. quadrato & ſia la proportione del quadrato della linea. b. c. al quadrato della linea. c. d. ſi come del. e. al. f. & (per la ... parte de la ...) la. c. d. ſerà rationale ſolamente in potentia, adunque con-

cioſia

ciosia che la, c, b, sia piu potente della, c, d, ioci quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza laqual cosa è manifesta si come in la assignatione del primo binomio (per la diffinitione) se manifesta la linea, b, d, esser residuo primo.

Il Tradottore.

In quanto alla operatione di questo problema (per la linea b, c, se debbe intendere quella sopra laquale e descritto el mezzo cerchio, siccome fu fatto nella inventione del primo binomio, nel che giongendo la linea, d, c, direttamente alla linea, b, c, tutta la linea cosi composta seria binomio primo, ma inquanto alla conclusione si debbe intendere per la linea, c, b, la linea, c, b, inferiore (tamen però è equale alla prima cioe a quella doue è descritto sopra el mezzo cerchio) & di quella sottratto ne la detta, c, d, la parte rimanente cioe la, d, b, (p la diffinitione) serà residuo primo

Problema. 19. Prositione. 86.

81/86 Egliè possibile a esplicare il secondo residuo.

A voler haver el secondo residuo sia la linea, a, posta rationale & la, c, d, a quella commensurabile in longhezza, & sia del quadrato della, c, d, al quadrato della, b, c, siccome dello, f, allo, e, & la, b, d, (per la diffinitione) serà el secondo residuo. se tu dubiti, ouero che tu non servi li presuppositi posti per avanti, ouero che tu hai debisogno della repetitione del secondo binomio.

Problema. 20. Propositione. 87.

82/87 Puossi investigare il terzo residuo.

El terzo residuo se trouerà in questo modo, sia posta come prima la linea, a, rationale, & lo numero, e, quadrato diuiso in, f, non quadrato & in, g, quadrato & tolto lo, h, numero primo, e lo quadrato della linea, a, al quadrato della linea, b, c, si come del, h, al, e, e sia il [] della linea, b, c, al quadrato della linea, c, d, si come del, e, al, f, & (per la diffinitione) la linea, d, b, serà el terzo residuo della qual cosa tu dubiti consigliarti con el terzo binomio.

Il Tradottore.

In la inventione di questo terzo residuo bisogna advertirse di quello che fu detto sopra la inventione del terzo binomio cioe che il nō satisfa a tor il numero. h. numero primo, anzi bisogna torlo con le conditioni dette (del numero h.) sopra la detta inventione del terzo binomio cioe che il, non sia quadrato, & che la proportione di quello al numero, f, non sia come di numero quadrato a numero quadrato.

Pro-

83 Problema.21. Propositione.88.

88 Puotemo ritrouare el quarto residuo.

Sia in questa si come in la inuentione del primo residuo la linea,b,c,communicante alla linea,a, posta rationale,ma lo numero,c,quadrato sia diuiso in f,& g, di quali l'uno e l'altro non sia quadrato & sia el quadrato della linea,b,c,al quadrato della linea,d,c,si come del,e,al,f,& (p la diffinitione) saperai la linea,d,b, esser el quarto residuo, se tu non serai smenticheuole de quelle cose,che tu operasti in la inuentione del 4 binomio.

Problema.22. Propositione.89.

84 Puotemo dimostrare el quinto residuo.

89 Quando norrai trouar el quinto residuo la linea,c,d,serà communicante alla linea,a posta rationale in longhezza (si come era in la inuentione del secondo) & lo numero quadrato,e,serà diuiso in f,& in,g,di quali ne l'uno ne l'altro serà quadrato (si come in la precedente) & lo quadrato della linea,c,d,al quadrato della linea,b,c,serà si come del numero,f,al numero,e,delle quale per la diffinitione tu concluderai la linea,d,b, esser el quinto residuo hauendo a memoria la inuentione del quinto binomio.

85 Problema.23 Propositione.90.

90 Finalmente voglio ritrouare el sesto residuo.

El sesto residuo se ritroua in questo modo, serà come prima la linea,a, posta rationale & lo numero,e,quadrato diuiso in,f,& g,non quadrati & ,h,serà numero primo,& lo quadrato della linea,a,al quadrato della linea,c b,si come lo numero,h,al numero,e,& lo quadrato della,b,c,al quadrato della,c,d, come lo numero,e,al numero,f,& (per la diffinitione) la linea,d,b,serà residuo sesto,alla qual se l'animo tuo non assentirà plenariamente, te conuione essercitarte in la inuentione del sesto binomio.

Il Tradottore.

Similmente nella inuétione di questo 6.residuo bisogna aduertire di quello che fu detto sopra la inuentione dil sesto binomio,cioe che'l non satisfa a tor il numero,h simplicemente numero primo,ma bisogna che habbia le due conditioni dette sopra la inuentione del terzo residuo ideo &c.

Theorema. 68. Propositione.91.

86 Se vna superficie serà contenuta da vna linea rationale, & da vn residuo primo, lo lato tetragonico di quella è necessario esser residuo.

91

Sia

Sia la superficie.a.c.contenuta dalla linea.a.b.rationale & dalla.b.c.residuo primo. Dico lo lato tetragonico della superficie.a.c.esser residuo, & per dimostrar questo sia aggionto alla linea.b.c.la linea.c.d. & sia quella per la detrattione della quale la.b.c.fu residuo primo & (per la diffinitione) la.b.d.serà rationale in longhezza & la.c.d. solamente in potentia, ancora la.b.d.serà piu potente della.c.d.in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza, adonque sia divisa la.d.c.in due parti equali in ponto.e. & tutta la.b.d.sia divisa in questa conditione in ponto.f che fra la.b.f.& la.f.d.sia la.e.d.nel medio luoco proportionale & (per la seconda parte della decima settima) la.b.f.serà communicante in longhezza alla.f.d. adonq; (per la 12.) l'una & l'altra de quelle communica con tutta la linea.b.d.per laqual cosa (per la 1.diffinitione) ambedue sono rationale in longhezza & per tanto sian dutte le linee.f.g.e.h.& c.k.equidistante alla.a.b.& (per la decimanona) l'una & l'altra delle due superficie.a.f.& g.d.serà rationale adonque sia il quadrato.l.m.equale alla superficie.a.f.& serà rationale & lo lato di quello serà rationale in potentia, protratta cetro la linea.l.m.diagonale di quel quadrato, & sia descritto lo quadrato.l.n.equale a la superficie.g.d.& quel serà rationale & lo lato di quello serà rationale in potentia, & siano protrate le due linee.n.p.q.n.equidistantemente alli lati del total quadrato. Dico adonque lo quadrato.p.r.esser equale alla superficie.a.c.& lo lato di quello (elqual è.n.p.) esser residuo, perche conciosia che la linea.d.e.sia (dal presupposito) nel medio loco proportionale fra la.b.f.& la.f.d.(per la prima del sesto) la superficie.d.h.serà

in el luoco medio proportionale, fra le due superficie.a.f.& g.d.& però etiam & fra li duoi quadrati.l.m.& n.l.& conciosia che, per la prima del sesto, la superficie.l.p.sia nel medio luoco proportionale fra li medesimi duoi quadrati serà la superficie.l.p.equale alla.d.h.etiam alla.h.c.& perche lo quadrato.l.n.è equale alla g.d.serà la.l.r.equale alla.g.e.adonque tutto el gnomone circonscritto al quadrato.m.n.è equale alla.e.g.& perche lo quadrato.l.m.era equale alla.a.f.rimanerà lo.m.n.equale alla.a.c.& che la.n.p.(lato del quadrato.m.n.) sia residuo così se apprende, perche l'una e l'altra delle due linee.p.l.& l.n.è rationale in potentia imperoche l'uno e l'altro quadrato.l.m.& n.l.è rationale, e l'una di quelle è incommensurabile all'altra (per la prima del sesto & per la 14. di questo) imperoche lo quadrato.l.m.è incommensurabile alla superficie.l.r.si come la superficie.a.f.alla superficie.h.d.dalla quale è manifesto che quelli sono incommensurabile, perche (per la prima del sesto) cosi è quella all'altra & si come la linea.b.f.(laquale è rationale in longhezza) alla linea.d.e.laquale è rationale

 sola-

solamente in potentia. Adonque (per la settuagesima terza) la linea, n m, la qual po in la superficie, a, c, è residuo & questo è quello che intendemo de dimostrare.

Il Tradottore.

In la maggiore parte doue di sopra se arguisse per la prima del sesto si puo arguire, e c. maggiore intelligentia per lo lemma posto auanti alla quinquagesima terza che cosi si arguisse in la seconda tradottione, ma perche lo espositore non truo uò lo detto lemma fu sforzato a arguire come di sopra appare, & similmente nel le sequente.

Theorema. 69. Propositione. 92.

87/92 Se alcuna superficie serà contenuta da vna linea rationale, & dal secondo residuo la linea potente in quella medesima superficie serà residuo medial primo.

Anchora in questa arguisse si come in la precedente per la diffinitione del secõdo residuo & per la seconda parte della. 17. & .12. & .23. & .19. & .74.

Theorema. 70. Propositione. 93.

88/93 Se vna superficie serà contenuta da vna linea rationale, dal terzo residuo, la linea potente sopra di quella serà residuo medial secondo.

Seguita alla prima demostratione, et facilmente concluderai il proposito, per la diffinitione del terzo residuo & per la seconda parte della decima settima & per la duodecima & vigesima terza & settuagesima quinta.

Theorema. 71. Propositione. 94.

89/94 Se vna superficie serà contenuta da vna linea rationale, & dal quarto residuo, la linea potente sopra di quella serà la linea minore.

Anchora in questo non procedere altramente che prima, perche a te serà facile cõcludere el proposito, se non t'harai scordato la precedente, per la diffinition del residuo quarto & per la seconda parte della decima ottaua & per la duodecima & per la vigesima terza & per la decima nona & settuagesima sesta, & cosi serà manifesto il proposito.

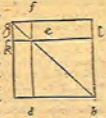
Theorema. 72. Propositione. 95.

90/95 Se vna superficie serà contenuta da vna linea rationale, & dal quinto residuo, lo lato tetragonico di quella serà la gionta con rationale componente mediale.

Fermate nella premessa argumentatione (per la diffinitione del quinto residuo e per la seconda parte della decima ottaua & per la duodecima & uigesimaterza e decima nona & settuagesima settima) che è il proposito da concludere.

Theorema. 73. Propositione. 96.

91 / 96 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale & dal sesto residuo, lo lato tetragonico che puo sopra di quella el se proua esser la linea che gionta con mediale constituisse il tutto mediale.



Al presente ancor quello che ultimamente per questo è detto sia diligente di concludere (per la diffinitione del sesto residuo & per la seconda parte della decima ottaua & per la duodecima & uigesima terza & settuagesima ottaua, & niuna cosa potrà offendere el tuo processo in tutte queste propositioni, se la prima di queste perfettamente imparerai & in memoria terrai, & anchora quel che la suppone prudentemente attenderai, e se per caso te occorresse qualche dubbio in el quadrato. m. a te serà necessario con el tuo ingegno de reccorrere al suo equale in la superficie, a, d, & seranno manifesti.

Theorema. 74. Propositione. 97.

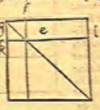
92 / 97 Se una linea rationale serà applicada una superficie equale al quadrato d'un residuo, l'altro lato è necessario esser un residuo primo.

Queste sei sequente propositioni, sono le conuerse delle sei precedente per ordine, & la instatione di questa prima e questa che se la superficie, a, e, aggionta alla linea rationale, a, b, equal al quadrato di un residuo el qual sia la linea d, e, lo secondo lato di quella (el qual è la, b, e,) serà necessariamente residuo primo, perche sia aggionto alla linea, d, e, (laquale se propone esser residuo) la linea per la incisione della quale essa serà residuo e sia la aggionta a quella la, e f. (per la settuagesima terza) l'una e l'altra delle due linee, d, f. & f, e serà rationale in potentia e l'una di quelle incommensurabile all'altra in longhezza, adonque sia descritto lo quadrato della linea, f, e, (el quale sia, e, g, & lo quadrato della, d, e laqual è posta esser residuo, el qual sia, e, h, & sian agionti li supplementi, d, K. & f, l, & lo quadrato, g, h, serà si come lo quadrato della linea, a, f, & lo quadrato, e, h serà si come la superficie, a, e, etiam l'uno e l'altro di quadrati, g, h, & g, e serà rationale. Sia adonque aggionta la superficie, a, m, alla linea, c, b, equale al quadrato, g, h, & per questo serà rationale, per la qual cosa (per la uigesima) la linea, m, b, serà rationale in longhezza, & la superficie, p, n, sia equale al quadrato, e, g, la-

Ee 2 quale

quale etiam per questo serà rationale & (per la vigesima) la linea.m.n.serà rationale in longhezza.adonque tutta la linea,b,n,serà rationale(per la duodecima) hor sia divisa la,c.n.in due parti equale in ponto.q.& sia dutta la.q.r.equidistante alla.a,b,e(per la prima del sesto)la superficie.c,r,serà equal e alla.r,n,& è manifesto che quando tutta la superficie.a,n,sia equale alli duoi quadrati,g,h,& c,s, tolti insieme(liquali sono li quadrati delle due linee,d,f.& f,e,)& la superficie,e,c,sia equale al quadrato della linea d.e,laquale è,c,h,(per la settima del secondo)la superficie residua della,a,n,(laquale è la,c,s,)serà equale al doppio della superficie della,d,f,in la,f,e,per laqual cosa & la mità di quelle laquale sono,r,n, & ,l,g,è necessario esser equale & conciosia adonque che(per la prima del sesto la superficie,d,g,sia nel medio luoco proportionale fra li duoi quadrati,g,h,& g, e & la superficie,r,n,serà nel medio luoco proportionale fra le due supficie,r,m, & p,n,e però (per la prima del.6.)etiam la linea,q,n,serà nel luoco medio proportionale fra le due linee,b,m,& m,n,& cõciosia che la,q,n,sia la mità della linea.n,c,& la linea,b,n,sia divisa in ponto ,m,in due parti communicante fra lequale cade,la,q,n,nel medio luoco proportionale seguita(per la prima parte della decima settima)che la linea,b,n,sia piu potente della linea,n,c,in el quadrato di vna linea communicante cõ seco in longhezza ado que perche la superficie,d,g,è mediale per la vigesima terza(& la superficie,c,r,a quella equale (dal presupposito(è mediale & la linea,c,q,rationale solamente in potentia(per la vigesima quarta)& però etiam el doppio di quella(ilquale è la linea,n,c,)è rationale solamente in potentia, adonque perche la. b,n,è rationale in longhezza communicamente in potentia, adonque perche la,b,n,è rationale in longhezza communicante alla linea,a,b,posta rationale & piu potente della,n,c,in el quadrato di vna linea a se communicante in longhezza seguita per la diffinitione)la linea,b,c,esser residuo primo che è il proposito.

Theorema.75. Propositione.98.



92
98 Quando che a vna linea rationale serà aggionta vna superficie equal al quadrato del residuo medial primo l'altro lato di quella serà vn residuo secondo.

Quivi la linea,d,e,serà residuo medial primo,& la linea,e,f,serà quella p tagliamẽto della quale la.d,e,era stata residuo medial primo,dico che la b,c, serà residuo secondo laqual cosa non puoi ignorare se tu seguiti pigli ben in pratica la demostratione della precedente e che vigilantemente tu habbi atteso quale linee bisognò esser la,d,f,& f,e,della qual cosa se tu dubbiterai in alcuna venerai la settuagesima quarta.

Theorema. 76. Propositione. 99.

94
99 Se a vna linea rationale serà applicata vna superficie equale al quadrato del residuo mediale secondo, lo secondo lato di quella convien esser residuo terzo.

Quivi

Quini anchora serà la linea, d, e lo residuo medial secondo & seguitarà che la,e,b,sia vno terzo residuo laqual cosa acciochè facilmente le conclusi seguitarai alla demostratione della prima & quale linee conuien esser la,d,f,et f,e,raccoglielo dalla settuagesimaquinta.

Theorema.77. Propositione.100.

95
100 Quando che à vna linea rationale serà aggionta vna superficie equale, al quadrato d'vna linea minore lo lato secondo di quella serà vno residuo quarto.

Se la,d,e,serà vna linea minore come propone questa centesima, Dico che la,b,n,serà vn quarto residuo & quai linee sia necessario esser la,d,f,& la,f,e,(quando che la,d,e,serà vna linea minore) tu lo intenderai dalla settuagesima sesta, & el proposito si debbe dimostrare per lo modo precedente, eccetto che in quella & i le due seguente è necessario diuider se le linea,b,n,al ponto,m,in due parti incommensurabile, lequale in le tre precedente necessariamente se diuideua in due commensurabile, perche in le tre precedente le due linee,d,f,& f,e,erano state communicante in potentia,e pero etiam li quadrati di quelle erano stati communicanti,per laqualcosa & le superficie,a,m,& q,n,e quale alli quadrati de quelle erano stato communicante,per la qual cosa & etiam le due linee,b,m,& n,e,pero etiam in le tre precedente la linea,b,n,fu piu potente della linea,r,c,nel quadrato d'vna linea communicante con seco in longhezza(per la prima parte della decimasettima, ma in questa & in le due seguente le due linee,d,f,& f,e,sono incommensurabile in potentia come appare (per la settuagesima sesta settuagesima settima & settuagesima ottaua) e pero etiam li quadrati di quelle per laqual cosa etiam le superficie,a,m,& q,n,sono incommensurabili perlaqualcosa etiam le due linee,b,m,& m,n,sono incommensurabile, è però (per la prima parte della decima ottaua) si in questa come in le due seguente e necessario la linea,b,n,esser piu potente della linea,n,e,nel quadrato d'vna linea a se incommensurabile in longhezza,tutte le altre cose certa come per auanti.

Il Tradottore.

Questa & la precedente si seruino della figura della nonagesima settima, & nonagesima ottaua cioè che nel dire se refferisse a quella, il medesimo fa le altre doi seguente.

Theorema.78. Propositione.101.

96
101 Se a vna linea rationale sia aggionta una superficie equale al quadrato della linea con rationale constituente medial lo lato secondo di quella serà residuo quinto.

Similmente quiui pone la linea,d,e,esser quella che giunta con rationale cōpo me el tutto mediale, & quale linee bisogni esser la,d,f,& la,f,e attende alla settua gesima settima & chiaramente senza alcun impedimento la linea,b,c,esser residuo quinto se tu seguiterai le necessarie demonstratione hauute per auanti.

Theorema.79. Propositione. 102.

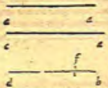
97/102 *Se a una linea rationale sia aggionto una superficie equale al quadrato della linea con mediale componente mediale l'altro lato di quella serà residuo sesto.*

Hor in ultimo la linea,d,e conuien essere quella laquale giunta con mediale compone el tutto mediale,alla qual giontoui la linea,e,f,(laqual sia quella per il tagliamento della qual la linea,d,e,era stata quella che se propone)e qual linee bisogni esser la,d,f,& ,f,e,tu lo intenderai dalla settuagesima ottaua se la prima argomentatione firmamente tenerai senza oppositione,similmente potrai concludere la linea,b,c,esser residuo sesto,& per sorte te occorresse dubitare in cosa alcuna del quadrato,g,h,conferiralo con la superficie,a,n,a lui equale e così se manifesta uà el proposito nostro.

Theorema.80. Propositione. 103.

98/103 *Ogni linea commensurabile a uno residuo anchora quella in termine, & ordine è al medesimo residuo.*

Quello che propose la sexagesima quinta & le quattro che seguitano quella del binomio,& delle cinque compagne di quello questa. 103 & le quattro che seguitano proponeno esser el uero del residuo & & delle sue cinque cōpagne,che



hauerà dato opera a quelle per fina che le habbia ben in memoria nō poterà ignorare queste ueramente ogni cosa che è detto in quelle de cōmunicante in longhezza,& solamente in potentia il medesimo bisogna intendere anchora in queste,perche ogni linea communicante al residuo in longhezza,ouero solamente in potentia,esse anchora è residuo & se quella cōmunica in longhezza,non solamēte quella è residuo,ma etiā è residuo de quella medesima specie,uerbi gratia la linea cōmunicante in longhezza al residuo primo e residuo primo,& quella che è communicante al secondo e secondo,& così ancora delli altri ma quando la linea comunicano a uno residuo solamēte in potentia quella ancora è necessario esser residuo ma non della medesima specie anci le impossibile che una linea cōicante solamēte in potentia a un residuo primo,ouer 2,ouer terzo,ouer quarto,ouer 5 caschi in alcune sotto alle tre prime specie ouer ī ciascune insieme sotto alle tre ultime.et per il

stia

sia la linea, a, residuo alla qual communichi la linea, b, in longhezza, dico che la li nea, b, serà residuo de quella medesima specie con la, a. sia aggionta la linea, c, alla linea, a, & sia quella per abcisione della quale la linea, a. in residuo & alla, b, ne sia aggionta un'altra, laquale sia la, d, alla quale cosi gli sia la, b, si come la, c. alla, a, & cosi la composita della, a & c sia la, e, & la composita della, b, & d sia la, f, & (per la permutata proportionalità) la, e, alla, b, serà si come la, c, alla, d, & (per la terzadecima del quinto) la, e, alla, f, serà si come la, a, alla, b, ouer si come la, c, alla, d, concosia adonque che la, a, communichi con la, b. (per la decima quarta) la, e, serà communicante con la, f, & c, anchora serà communicante con la, f, & perche anchora è necessario (per la permutata proportionalità) della, e, alla, c, esser si come della, f, alla, d, seguita (per la sesta decima) che se la, e, serà piu potente della, c, in el quadrato di una linea a se communicante in longhezza, ouero se la fusse per auentura incommensurabile, serà similmente la, f, piu potente della, d, ma perche ogni linea communicante in longhezza, a una linea rationale, quella similmente rationale, similmente dico, perche ambedue serano rationale in longhezza, ouero ambedue solamente in potentia, seguita (per le diffinitione di residui) che la, b, sia residuo della medesima specie che è, a, ma se la, b, communica con, a, solamente in potentia esse anchora serà residuo tamen necessariamente non serà de quella medema specie, ma serà si come è detto la demostratione della quale (per quelle cose che sono state dette in la sexagesima quinta) del binomio è da esser raccolta.

Theorema. 81. Propositione. 104.

99 Ogni linea communicante a qual si voglia residuo mediale è residuo me-
104 diale sotto el termine & ordine di quello.

Una, linea ouer communichi con qual si voglia residuo mediale in longhezza, ouero in potentia, egli è el uero quello che se dice, hor sia la, a. qual si voglia residuo mediale alla quale communichi la ab. in longhezza ouer in potentia. Dico che la, b, etiam residuo mediale tal qual serà la, a, hor sia aggionta la linea, c, alla linea, a, & sia la, e, per la incisione della quale la, a, fu residuo mediale & alla, b, ne sia aggionta una altra laqual sia, d, & sia della, b, alla, d, si come della, a, alla, c, & tutta la composita della, a, & c, sia la, e, et della, b, & d, sia la, f, sia descritto adonque li quadrati della, c, & della, d, liquali siano, g, & h, et la superficie del, e, in, c, sia, K, & del, f, in, d, sia, l. & perche egli è come prima del, e, al, f, & del, c, al, d, si come del, a, al, b, & la, e, & c, sono mediale solamente in potentia communicante (per la 74 & 75) seguita (per la 23) che la, f, & d, (a quelle communicante) siano etiam mediale solamente in potentia communicante & è manifesto per la prima del sesto che la, K, alla, g, sia si co

me la e, alla, c, & la l. alla b, si come la f, alla d. & perche egli è della, e, alla, c, si come della f, alla d, seguita che dalla K. alla g, sia si come dalla l, alla, h, & permutatamente dalla. k, alla, l, si come della, g, alla, h, conciosia adonque che la, g, communichi con la, h, seguita che la, k, communichi con la l. adonque se la. K. serà rationale (che è el residuo medial primo) etiam la l. (per la diffinitione) serà rationale, per laqual cosa (per la. 74.) etiā la b. e residuo medial primo. & se la K. serà mediale (che è iusi residuo medial secondo) etiam la l. per (la. 23.) serà mediale, & pero etiam la b (per la 75. serà residuo mediale secondo, per laqual cosa e manifesto il proposito. A demostrar el medemo altramente se la linea, b, communica con la linea, a, laqual è qual si voglia residuo mediale, in longhezza over in potentia, sia aggionta alla linea e, d, rationale la superficie, c, d, equale al quadrato della, a, & la superficie, f, g, equale al quadrato della, b, & per questo la, c, e, & f, g, seranno communicante si come etiam li quadrati delle linee. a, & b, a quelle equali, adonque (per la prima del sesto) & per la decima quarta di questo) la, d, e, & e, g, sono communicante in longhezza & perche se la, a, e residuo medial primo, & la linea, d, e, serà el secondo residuo (per la. 98.) & se la, a, e residuo mediale secondo la linea, d, e, e residuo terzo (per la. 99.) ma quando la linea d, e, e, residuo secondo la linea, e, g, e etiam residuo secondo & quando quella e el terzo similmente & quella e el terzo (per la 103. (seguita adonque (per la. 92. & 93.) che la. b. sia el residuo medial primo over secondo si come serà, a, che el proposito.

100
205

Theorema, 82. Propositione. 105.

Se alcuna linea communicherà alla linea minore anchora quella serà linea minore.

Egli è facile a provare questa per dui modi si che la precedente, overo sia che alcuna linea cōmunichi con la linea minore ī lōghezza over ī potentia & posto questo quanto al primo modo che quāto sia della, f, alla, e si come della, c, alla, c, per la prima parte della 22 del sesto, lo quadrato della, f, al quadrato del d, serà si come lo quadrato della, c, & congiontamente li quadrati delle due linee, f, & d, al quadrato della, d, serà si come li quadrati delle due linee, c, & e, al quadrato della, c. & permutatamēte li quadrati de le due linee, f, & d, alli quadrati delle due linee. c, & e, serà si come lo quadrato della, d, al quadrato della, e, & lo quadrato della, d, dica al quadrato della, e, adonq; li 2 quadrati delle due linee f, & d, tolti insieme

communicano

cõmunicano cõ li duoi quadrati delle due linee, e, & c, tolti insieme & perche, per la .76, li quadrati delle due linee, e, & c, tolti insieme sono rationale & per la diffinitione, etiam li duoi quadrati delle due linee, f, & d, tolti insieme serà rationale. & quando la superficie, K, serà mediale etiam la. l. a quella communicante . serà mediale, adonque per la. 76. la b. e linea minore. ma in quanto al secondo modo per la. 100, la linea, c, e serà residuo quarto & pero etiam, per la, 103 la linea, e, g, serà etiam residuo quarto & pero etiam, per la nonagesima quarta, la linea, b, e linea minore.

Il Tradottore.

Le superficie k, & l se debbe intendere si come ne la figura della precedente cioe la superficie k, se piglia per la superficie della e. in la. c. et per la superficie l. se intede per la superficie della f, nella. d. & similmente per il secondo modo se arguisse sopra la seconda figura della precedente ideo aduerte.

Theorema 83. Propositione. 106.

101
106 *Ogni linea communicante alla linea con rationale componente mediale, e con rationale componente mediale.*

Anchora questa non è difficile approuare al predetto modo per due vie ouero sia intesa della communicantia in longezze, ouer della communicantia in potentia solamente, ma quãto al primo modo li duoi quadrati delle due linee, f, & d, tolti insieme seranno mediale (per la vigesima quinta si come son li duoi quadrati delle due linee. e, & c, tolti in sieme (per la settuagesima settima) alle quale esse cõmunicano & la superficie l. serà rationale (per la diffinitione) si come è la superficie. K, (per la settuagesima settima) communicante con quella, adonque (per la. 77.) la b, e con rationale componente mediale, quanto al secondo modo la, d, e, serà residuo quinto per (la. 74. (e pero etiam la, e, g, per la. 103. (per laqual cosa la. b, e con rationale componente mediale (per la nonagesima quinta.)

Il Tradottore.

La argumentatione di questa se funda sopra le figure delle due precedente propositione el secondo modo parla ouer se ferma sopra la seconda figura della ...a alla precedente.

102
107 *Ogni linea commensurabile alla linea con mediale constituente mediale e con mediale constituente mediale.*

Anchora in questa suppone alcuna linea communicare con quella che con mediale compone mediale, indifferentemente in longhezza ouero solamente in potentia come vorrai, & con due argumentationi al premesso modo senza difficul-

ta concluderai anchor quella esser con mediale componere mediale, quanto al primo modo la superficie .l. serà anchora mediale si come etiam la .K. & ancora li dui quadrati delle due linee .f. & .d. tolti insieme seran mediale si come etiam li dui quadrati delle due linee .e. & .c. & perche ancora li dupi delle due linee .e. et .c. al la .k. sicome li dui delle due .f. & .d. alla .l. & conciosia che li primi non communicau con el doppio della .k. (per la settuagesima ottaua) ne li dui secondi communicarono con el doppio della .l. (per la 14.) adonque (per la .78.) la .b.e. con mediale componente mediale, ma quanto al secondo modo la .l.e. serà residuo sesto (per la .102.) e però & etiam la .e.g. (per la .103.) per laqual cosa la .b.e con mediale componente mediale (per la nonagesima sesta.

Il Tradottore.

Similmente questa sicome le altre due passate se firma ne'l arguire sopra le figure della propositione .104. & della .105. & pò a quella reccorri p tuo essẽpio.

Theorema .84. Propositione .108.

103
208 Se da una superficie rationale serà tagliata una superficie mediale, la linea potente in la superficie restante, serà l'una delle due linee irrationale ouero residuo, ouero minore.

Sia tutta la superficie cõposta dalla .a. & .b. rationale, dalla quale sia dettratta la .b. laquale sia mediale. Dico che la linea potente in la restante .a. e serà ouero residuo ouero linea minore, sia adonque la linea .c.d. rationale & la superficie .c.e. a quella aggiunta sia tanto quanto la .a. & la .f.g. tanto come la .b. & tutta la .c.g. serà sicome tutta la .a.b. & la .c.g. serà rationale e però etiam la linea .d.g. (per la uigesima propositione) serà rationale in longhezza & la .f.g. serà mediale e però (per la uigesima quarta propositione) etiam la .e.g. serà rationale solamente in potentia, adonque la linea .d.e. (per la diffinitione) è residuo primo, ouero quarto adonque (per la nonagesima prima & nonagesima quarta) la linea potente in la superficie .c.e. è però etiam in la superficie .a. (a quella) equale e residuo ouer linea minore che proposito:

Theorema .86. Propositione .109.

104
109 Se da una superficie mediale serà detratta una superficie rationale, la linea potente in la superficie restante serà l'una delle due linee irrationale ouero el residuo mediale primo, ouero la con rationale, componente mediale

Anchora queste si approua si come la precedente perche se tutta la .a. b. serà mediale,

mediale, & la .b. rationale. Dico che la linea potente in la restante superficie .a. ouero è residuo mediale primo, ouer con rationale componente mediale, perche cō ciosia che la .e.g. sia equale alla .a.b. (per la uigesima quarta) la linea .d.g. serà rationale solamente in potentia, & conciosia che la .f.g. sia equale alla .b. per (la uigesima) la linea .e.g. serà rationale in longhezza, adonque (per la diffinitione) la linea .d.e. serà el residuo secondo, ouero el quinto per laqual cosa, per la nonagesima seconda & nonagesima quinta) lo lato tetragonico della superficie .e.e. & pero etiam della superficie .a. è residuo mediale primo, ouero cō rationale componente mediale, che è el proposito nostro.

Il Tradottore.

Questa insieme con la sequente nel arguire se refferiscono alla figura della precedente.

Theorema .87. Propositione .110.

105/109 *Se una superficie mediale serà detratta da una superficie mediale & sia la restante incommensurabile al tutto, la linea potente in la detta restante, serà l'una o l'altra delle due irrationale, cioe ouero el residuo medial secondo, ouer la con mediale componente mediale.*

Se tu non te desuiarai dalla demostratione delle due precedente senza difficultà cōcluderai el proposito, hor sia tutta la .a.b. et la .b. mediale et sia la restante .a. incommensurabile al tutto, perche essendo altramēte la .a. seria mediale (per la uigesima quinta) & lo lato tetragonico di quella seria mediale (per la uigesima terza) al presente dico che la linea potente in la .a. è residuo medial secōdo ouer la cō mediale componente mediale perche conciosia che la .e.g. sia equale alla .a.b. (per la uigesima quarta) la linea .d.g. serà rationale solamente in potentia anchora (per la medesima) conciosia che la .f.g. sia equale alla .b. etiā la .e.g. serà rationale solamente in potentia, & conciosia che la .a. sia incōmensurabile a tutta la .a.b. el .f.g. serà incommensurabile alla .e.g. e però (per la prima del sesto & per la decima quarta de quello) la .e.g. serà etiam incommensurabile alla .d.g. adonque (per le diffinitione) la linea .d.e. serà residuo terzo ouero sesto, per laqual cosa, per la nonagesima terza & per la nonagesima sesta) lo lato tetragonico della superficie .e.e. & però della superficie .a. è residuo medial secondo, ouero con mediale componente mediale.

Theorema 88. Propositione .111.

106/111 *Delle linee irrationale lequale sono, el residuo & quelle che seguita dopoi quello, e impossibile alcuna star sotto all'altra in termine e ordine, ancora el termine ouero ordine del binomio non è possibile conuenire al residuo.*

Anchora per questa. 111. el vole che 'l residuo & le altre cinque linee che seguitano quello siano differente fra loro in specie & in diffinitione & in vna linea vna puol esser sotto a due ouero a piu specie de queste linee irrationale, lequal sono el residuo & le cinque compagne di quello, & che tutte le specie del residuo sono differente da tutte le specie del binomio, ne è possibile à vna linea esser insieme residuo è binomio, de qualunque specie de residuo, ouero binomio, la prima parte in questo modo è manifesta perche le superficie equale alli quadrati del residuo & delle sue cinque compagne quando siano aggionte à vna linea rationale hanno li secondi lati necessariamente diuersi fra loro (per la nona vigesima settima propositione & le cinque sequente quella & li secondi lati sono el residuo primo e lo secondo, & da qui in dritto fina al sesto, la seconda parte è manifesta in questo modo, se vna medesima linea puol esser insieme residuo e binomio sia .a. al quadrato della quale alla linea rationale. b.c. sia aggionta vna superficie equale & sia la. b d. & (per la quinquagesima nona propositione (la linea. c. d. serà binomio primo, & (per la nonagesima settima propositione) residuo primo, adonque inquanto binomio primo sia diuiso in le sue binomial portioni el ponto. e. & sia la. c. e la sua maggiore portione laquale serà rationale in longhezza (per la diffinitione) ma in quanto che è residuo primo sia aggionto a quello la, d. g. per la incisione della quale quel serà residuo primo & (per la diffinitione (etiam la. c. g. serà rationale in longhezza conciosia adonque che l'una e l'altra delle due linee. c. g. & e. c. sia rationale in longhezza, etiam la linea c. g. (per la duo decima propositione (serà rationale in longhezza, ma perche la linea. d. e. è rationale in potentia solamente, conciosia che quella (per el presupposito) (si è la minore portione del binomio primo, la linea. d. g. (per la settuagesima terza propositione) serà residuo: & perche quella era rationale solamente in potentia conciosia che per incisione di quella la linea. c. d. fusse stato residuo primo seguita lo impossibile (per la settuagesima terza propositione) la qual cosa acioche piu chiaro appara sia aggionta alla linea. b. c. rationale la superficie. b. d. equale al quadrato della linea. d. g. conciosia adonque che la linea. d. g. sia rationale solamente in potentia (per la vigesima propositione (la linea. c. d. serà rationale in longhezza, & conciosia anchora che la linea, d. g. sia residuo (per la nonagesima settima propositione) la linea. c. d. serà residuo primo laqual cosa non puol essere conciosia che la linea laquale è detta residuo è irrationale, (per la settuagesima terza

Theorema. 88. Propositione. 112.

107 *La linea che se dice residuo ouer alcuna delle irrationale, che sono da poi quella, non puo star sotto al termine del binomio ouero socto al termine, & ordine de alcuna delle altre linee irrationale che seguitano drieto el binomio, & conciosia che l'ordine delle linee irrationale sia possibile*

possibile esser produtto in infinito non è possibile alcuna di quelle conuenire in termine & ordine con quelle che precederà.

El vole per questa propositione che le tredeci linee irrationale delle quale in questo decimo e stato dimostrato & queste sono la linea mediale, e binomio, & le sue 5 compagne, el residuo & le cinque compagne di quello, siano fra loro differente a una per una in specie, & che niuna linea, una possi essere insieme sotto 2 ouero a piu specie di quelle, & che le specie delle linee irrationale possono esser produtte in infinito delle quale niuna conuiene con l'altra in diffinitione è ordine, & che queste tredici linee (cioe la mediale, el binomio & le cinque cõpagne di quello, el residuo & le 5 compagne di quello) siano irrationale aricordate che egli è stato dimostrato di sopra della mediale in la uigesimaterza & del binomio, & delle cinque compagne di quello in la trigesima quinta & in le 5 che seguitano quella, & del residuo et delle sue 5 compagne in la settuagesima terza & in le cinque che seguitano quella, ma che niuna di queste tredici linee irrationale possi conuenire in specie cõ alcuna delle altre linee in questo modo se apprẽde. poniamo che a una medesima linea rationale in lõghezza, siano aggiõte le superficie equale alli quadrati delle predette tredici linee irrationale secõdo che seguitano fra loro per ordine, & per la uigesimaquarta) lo lato secondo del a prima di queste tredici superficie serà rationale solamẽte in potentia, & li secondi lati della seconda de queste tredici superficie & delle cinque che seguitano quella, seranno tutte le specie di binomij per ordine cioe el binomio primo secondo, & da li in dietro per fina al sesto, & questo se ben te aricordi fu dimostrato in la quinquagesima nona, & in le cinque che seguitano dietro a quella & li secondi lati della terza superficie, & delle cinque che seguitano quella sono le specie di residui per ordine, cioe el residuo primo, & lo residuo secondo, & da li in dietro per fina al sesto laqual cosa lo hauesti (dalla nonagesima tertia, & dalle cinque che seguitano quella) conciosia adonque che detta linea rationale solamente in potentia non conuiegna con alcuna specie di binomij ouero con alcuna di residui, perche ogni binomio (per la trigesima quinta) & ogni residuo (per la settuagesima terza) e linea irrationale in longhezza e in potentia, & conciosia che niuna specie di residui conuenga con alcuna specie de binomi (per la seconda parte della precedente, seguita che tutti li secondi lati de queste tredese superficie, siano fra loro diuerse e però, per la prima del sesto, etiam quelle tredese superficie sono diuerse conciosia che la altezza de ogni una di quelle sia una medesima per laqual cosa etiam esse tredese linee irrationale proposte sono a una per una diuerse, ma le specie di queste tredese linee irrationale possono esser produtte in infinito, perche le specie delle linee mediale sono infinite, anchora infinite quelle de binomij, & cosi de grado in grado laqual cosa si manifesta in questo modo sia la linea a mediale & sia tolta la unità & qual si uo

esta

glia numeri primi come.3.5.e.7.& siano ertante le linee, b, c. d, quanto sono li
numeri primi tolti & siano li quadrati de queste linee b, c, d, al quadrato della, a.
si come li numeri primi alla unità & (per la vigesima quinta) le linee, b, c, d, seran
no mediale, perche esse communicano in potentia con la linea, a, mediale ma tut
te seranno diverse dalla. a. in longhezza etiam fra loro (per la ultima parte del
la nona) perche la proportione de niuno de questi numeri alla unità, ne de alcu
no de quelli all'altro (per la decima settima & ottava & per el correlario della se
conda del ottavo & per el presente presupposito) è si come de numero quadra
to a numero quadrato, adonque la, a, & cadauna a quella communicante in lon
ghezza serà sotto la prima specie delle linee mediale & la. b. & cadauna a se com
municante in longhezza serà sotto alla seconda: & la. c. & tutte le communica
te overo commensurabile a quella medema serà sotto alla terza, anchora la, d, &
tutte quelle che sono a lei communicante in longhezza serà sotto alla quarta, &
perche li numeri primi sono infiniti (come per la.21. del.9. fu dimostrato) è neces
sar.a le specie delle linee mediale essere infinite, et quello che è detto della linea me
diale intende del binomio et delle sue cinque compagne, et del residuo et delle sue
cinque. Perche si come ogni linea communicante alla mediale, è mediale overo
commensurabile a quella in longhezza over in potentia come è provato (in la vigesi
ma quinta) cosi etiam ogni linea communicante al binomio overo ad alcuna del
le sue cinque compagne overo etiam al residuo over ad alcuna delle sue cinque cõ
pagne in longhezza over in potentia e sotto la medesima specie con seco (come fu
provato in la sexagesima quinta & in le 4. che seguita drieto a quella & in
la.103. & in le quattro che seguitano quelle. adonque le specie di queste tredeci li
nee irrationale sono infinite delle quale niuna conuien con la precedente in ordi
ne, over in diffinitione, anchora per un'altro modo le

specie delle linee irrationale differentemente conven
gono esser infinite perche ogni lato tetragonico de una
superficie detta da uno numero non quadrato è irra
tionale (per la ultima parte della nona & per le diffi
nitione) conciosia adonque che tali numeri siano infi
niti, anchora le specie di queste linee irrationale seran
no infinite. Terzo modo puo avenire la seconda parte
da questa conclusione esser esposta cosi come se nõ dic
sino da cadauna linea rationale solamente in poten
tia esser produtto infinite specie de linee irrationale del
le quale niuna è possibile convenire in diffinitione &
ordine con alcuna de quelle che procederanno quel
la, verbi gratia, sia tolta alcuna superficie rationale detta
overo nominata da uno numero nõ quadrato (come saria a dir da cinque) & lo la
to tetragonico de quella serà irrationale in longhezza, perche quello è incommen
surabile al lato tetragonico de una superficie rationale detta, over nominata da
uno numero quadrato (per la ultima parte della nona propositione) dico adonque
che

che el lato de questo lato & similmente lo lato del secondo lato, & un'altra uolta el lato di quello terzo lato, & così in infinito sono linee irrationale si in longhezza come in potentia & che niuna di quelle conuien in diffinitione over in specie co'l' altra che habbia precedente quelle in ordine & lo lato tetragonico de ciascaduna precedente superficie lequale serà detta da uno numero non quadrato è si come ua dice è principio de tutte le altre, & quale si voglia de quelle è principio de tutte quelle che seguitano quella & tutte quelle linee lequale uengono da alcuno lato tetragonico de ciascuna de tale superficie sono diuerse in longhezza, & in potentia da tutte quelle che sono generate da alcuno altro lato tetragonico di tal superficie, & questo dico quando la proportione de queste superficie non serà si come de numero quadrato a numero quadrato, & acciochè di questa possiamo recogliere la ferma demostratione el bisogna mandare auanti a quella una antecedente, & sia questa

Se alcuna quantità sia produtta da due quantità dutte l'una in l'altra, li lati tetragonici delle dette due quantità dutti in l'uno in l'altro produrranno tutto el lato tetragonico di quel primo produtto.

Verbi gratia poniamo che dal .a. in b. sia produtto k. & che .c. & .d. siano li lati tetragonici de .a. & .b. & dal .c. in d. sia fatto .e. & da nuouo .f. & .g. siano li lati tetragonici de .c. & .d. & dal .f. in .g. sia fatto .h. dico che .h. è el lato tetragonico de .e. & similmente .e. è el lato tetragonico de .k. perche conciosia che .a. & .b. siano fatti dal .f. in se medesimo & in .g. serà dal .c. al .h. si come dal .f. al .g. & così dal .h. al .d. si come dal .f. al .g. imperoche dal .g. in .f. & in se medesimo uien fatti .h. & .d. adunque .c. h. d. sono continuamente proportionali, adonque tanto è el produtto del .h. in se medesimo quanto quello del .c. in d. per laqual cosa .h. è el lato tetragonico de .e. anchora per la medesima ragione conciosia che dal .c. in se medesimo sia fatto .a. et in .d. sia fatto .e. & dal .d. in se sia fatto .b. seranno etiam .a. e. b. continuamente proportionali in la proportione che è dal .c. al .d. conciosia adonque che dal .a. in .b. sia fatto .k. seguita etiam che dal .e. in se medesimo sia fatto .k. per laqual cosa .e. è el lato tetragonico de .K. adonque è manifesto el proposito. Resta adonque a dimostrare quello che fu proposto, sia adonque la superficie .a. rationale detta da uno numero che non sia quadrato (come .5.) & sia la linea .a. el lato tetragonico di quella & siano tolte quelle linee si uo gliam rationale in longhezza lequale siano .b. c. d. e. et siano dette da numeri di qua li ciascun precedente sia el lato tetragonico del prossimo sequente, come se .b. sia doi el .c. sia quattro el .d. sedici & la .e. ducento cinquanta sei & a queste linee rationale in longhezza sia aggionto una superficie equale alla .a. & li secondi lati di ciascuna seranno rationali in longhezza (per la uigesima) come lo secondo lato della .b. è doi e mezzo lo secondo della .c. è uno et uno quarto, & lo secondo della .d. è uno e uno quarto & uno sedicesimo, cioè ua è cinque sedicesimi) & lo secondo lato del-

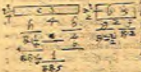
la .g. R. $\frac{1}{2}$ utrobique

la .f. R. 2

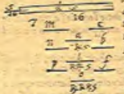
la linea .a.	R.	5
la linea .l.	RR.	5
la linea .q.	RRR.	5
la linea .x.	RRRR.	5

le su-

la superficie.c.serà noo.64.esimo & uno 256.esimo.)(cioe in summa cin q.e.256.esimi)sia adonque f.lo lato tetragonico della b.& la.g.sia el lato tetragonico del secondo lato della detta superficie.b.&(per lo pre- messo antecedente)serà che dal.f.in.g.sia fatto.a.linea cioe R.5.un'al- tra uolta sia la.h.lo lato tetragonico del secondo lato della superficie.c.& sia anchora.k.el lato tetragonico de.h.& per lo predetto antecedēte serà che dal.b.in.h.sia fatto.a.& dal.f.in k.sia fatto el lato tetragonico de a.qual sia.l.sia ancora.m.lo lato tetragonico del secondo lato della superficie.d.& quando che.n.sia el lato tetrago nico de m.& p.el lato tetragonico de n.&(per



lo predetto antecedente)serà che dal.c.in m.sia fatto a.& dal.b.in.n.sia fatto l.& dal.f.in p.sia fatto el lato tetragonico de l.(qual sia.q.)ma piu sia.r.el lato tetragonico del secondo lato della superficie.e.ancora sia s.lo lato tetragonico de.r.& t.lo lato tetragonico de.s.& u.sia lo lato tetragonico de.t.& seguita(per



l.detto antecedente)che dal.d.in.r.sia fatto.a.et dal c.in.s.sia fatto l.& dal b.in t.sia fatto.q.& etiā dal f.in u.sia fatto el lato tetragonico de q.(qual sia.x.) & cosi in infinito. Dico adonque quelle linee.a.l.

q.x.(delle qual la.a.è come radical principio.)esser rationale lata.solamente in lōghezza,tutte le altre in longhezza & in potētia,& dico che niu na di quelle comunicu con alcun'altra in diffinitio- ne,ouer in ordine.perche conciosia che dal.f.in.g. & k uengono fatti.a.& l.serà dal.a.al.l.sicome dal.g.al.k.& perche(come è manifesto dalli detti

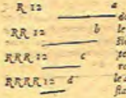
$\frac{5}{256}$ presuppositi)g.& K.sono incommensurabili in longhezza & in potentia seguita etiam che.a.& l.siano incommensurabili in lōghezza & in potē tia & per la medesima ragione etiam.l.q.perche dal.a.al.q.e si come dal.g.al p.& per la medesima causa etiam a.& x.conciosia che siano sicome.g.& n.& per questa uia anchora è necessario che l.& q.siano similmente incommensurabi li si in potentia quanto in longhezza,perche conciosia che dal.f.in K.& p.siano fatti l.& q.serà del l al.q.come del.K.al p.ma.K.e.p.non sono commensurabi- li in longhezza ne inpotentia,perche essendo commensurabili.h.& n.seriano cō mensurabili & non sono,anchora.l.& x.è necessario esser incommensurabili in l'uno e l'altro modo perche dal.l.al.x.e sicome dal.h.al.n.imperoche dal.f.in.K. & u.sono fatti.l.& x & h.& n.sono incommensurabile in l'uno & l'altro mo- do,perche ponendo che fussero per l'aduersario seguiria.c.& b.esser commensu- rabile che è inconueniente.

Ma che, q, & x, sieno anchora incommensurabili in potentia & in longhezza da essi è manifesto che dal, q, al x, e si come dal, p, al, u, et è manifesto che, p, et, u, sono incommensurabile, perche se non fusse, u, & t, seranno commensurabili e pero etiam, m, & s, & non sono, adonque è manifesto dalla linea a rationale solamente in potentia esser prodotte infinite linee irrationale, incommensurabile in longhezza & in potentia e pero etiam differente in diffinitione e in specie ma al presente ne resta a dimostrare che tutte le linee irrationale che sieno generate p questa via da alcuna linea rationale solamente in potentia sono diverse in longhezza, come in potentia da tutte quelle lequale sian generate per questa via medesima da qual unque altra linea rationale, solamente in potentia, el quadrato della quale alquadrato della prima non sia si come de numero quadrato a numero quadrato, questo anchora cosi si manifesta, siano, a, & b, rationale solamente in potentia communicanti, ouero siano li lati tetragonici de due superficie detti da numeri non quadrati & sia che quelli numeri nō siano in la proportione de alcuni numeri quadrati, anchora le linee che procedeno per questa via della, a, siano, c, d, e, et quelle che procedeno dalla, b, siano, f, g, h, dico che niuna delle linee, c, d, e, communica in longhezza over in potentia con alcuna delle linee, f, g, h, perche conciosia che, c, & f, sian li lati tetragonici de, a, & b, & d, & g, sian li lati tetragonici de, c, & f, & e, & h, siano li lati tetragonici de, d, & g, se è possibile che alcuna di quelle, c, d, e, communichi con la sua cōparata delle, f, g, h, over in longhezza, over in potentia, perche posto che, e, communichi o in l'uno o l'altro modo con, h, seguita che, d, cōmunichi con, g, & c, con, f, per la equal cosa etiam, a, con, b, in longhezza, che contra al presupposito, et è universalmente vero dire qual se voglia de quelle esser incommensurabile ī l'uno e l'altro modo a qual si voglia de queste impero che dato che, e, communichi cō h, etiam in potētia solamente, seguita che anchor, c, communichi con, g, & c, con, f, laqual cosa non è possibile ma bisogna avvertir che quādo dico el lato del lato nō intendo altro che'l lato d'una sup̄ficie denominata dal primo lato onde lo lato tetragonico della linea, a, chiamo quella linea che po in la sup̄ficie detta over denominata dalla linea, a, e tal superficie e quella laquale è contenuta dalla linea, a, e da una linea rationale in longhezza detta over denominata da uno, adonque sel te pare de trovar el lato tetragonico de qual linea te piace sia la linea, a, della qual voglio trovar el lato tetragonico e sia, b, una linea rationale in longhezza denominata dalla unità (e quella e la minima de tutte le linee rational numerate da intreghi e la, c, sia nel medio luoco proportionale fra quelle adonque per la 16. del sesto e el lato tetragonico de, a, pche dal, a, ī, b, e dal, c, in se vië fatto una medesima superficie, e la sup̄ficie fatta dal, a, in, b, e detta dal, a, perche cadauna quantita laqual sia produtta da qual si voglia quātità tutta in uno e denominata da q̄lla che multiplica uno, e nota che quādo, c, serà el lato tetragonico della linea, a, indifferente

 mente

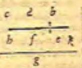
temente la linea, c, accade esser maggiore & minore della linea, a, si come serà etiam b.maggiore ouer minore.

Il Tradottore.



Questa soprascritta propositione in la prima tradottione e la ultima di questo decimo libro & tutte le propositioni che seguitano per fin in ultimo de questo decimo (lequa e sono sette) se ritrouano solamente in la seconda tradottione. anchora bisogna notare che lo espositore sopra la seconda parte con parole assai oscuramente isprime il suo concetto ma in sustantia non vol inferire altro saluo che se'l serà vna linea rationale solamente in potentia (che da pratti ci se chiamano radice sorde) ponianno, a, laqual sia radice quadra di dodeci piedi superficiali et di questa, a, essendo trouato lo lato tetragonico (cioe della superficie contenuta sotto della linea, a, & di vn'altra linea longa vn pie) laqual superficie ueria a esser per la radice di duodeci cioe tornar vn'altra volta la radice quana sia, b, el qual. b (parlando praticalmente) serà la radice della radice di duodeci aqual veria esser vna linea mediale incommensurabile alla, a, in longhezza in potentia. & diuersa da quella in diffinitione, hor tolendo vn'altra volta la radice del. b (per il detto modo) qual sia, c, elqual serà detto R R R duodeci e questo, c, serà differente in diffinitione dal. a. & dal. b. e cosi procedendo cioe tolendo la R del, c, quale sia, d, & cosi se potrà procedere in infinito il medesimo seguiria tolendo la, a, vna delle. 13 linee irrationale e procedere come di sopra è detto.

Theorema. 89. Propositione 113.



o
112 Posta vna superficie rationale sopra vno binomio la larghezza di quella serà vn residuo li nomi del quale seranno commensurabil alli nomi di quel binomio & in vna medesima proportione, & oltra di questo quello che vien producto dal detto residuo ha uer vn medesmo ordine, a quello che vien producto dal detto binomio.

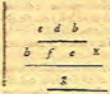
Di quà si caua nella pratica di numeri che a multiplicar qual si voglia binomio quadrato sia il suo reciso ouer a quello commensurabile, produce numero rationale

Sia la linea, a, rationale & la, b, c, sia vno binomio, el nome maggior, del quale sia, d, c, & lo rettangolo che se contiene sotto delle due linee, b, c, e, f, sia equale quadrato della, a, hor dico che la detta, e, f, e vno residuo li nomi del quale sono commensurabili a quelli del binomio cioe alli detti. c. d. & d. b. & in vna medesima proportione, & oltra di questo la, e, f, ha vna medesima proportione alla detta, b, c, per dimostrar questo sia vn'altra volta quello che è contenuto sotto della, d, b, & della

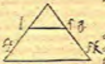
g. equale

g. equale al quadrato della .a. adonque quello che contenuto sotto delle .b.c. & .e.f. e equale a quello che contenuto sotto delle .b.d. & .g. adonque (per la seconda parte della sestadecima del sesto) si come è la .e.b. alla .b.d. cosi è la .g. alla .e.f. & la .e.b. è maggior della .b.d. adonque (per la decima quarta del quinto) & la .g. è maggiore della .e.f. sia la .e.h. equale alla .g. adonque (per la settima & undecima del quinto) si come è la .e.b. alla .b.d. cosi è la .h.e. alla .e.f. adonque (per la decima settima del quinto) è manifesto che si come la .e.d. alla .d.b. cosi è la .h.f. alla .f.e. & si come la .h.f. alla .f.e. cosi sia fatta la .f.k. alla .k.e. adonque tutta la .h.k. (per la terzadecima del quinto) a tutta la .k.f. e si come la .f.k. e perche si come uno de antecedenti a uno di consequenti, cosi e tutti li antecedenti a tutti li consequenti & (per la undecima del quinto) si come la .f.k. alla .k.e. cosi, la .c.d. alla .d.b. adonque per la detta undecima del quinto & si come la .h.k. alla .k.f. cosi e la .c.d. alla .d.b. & lo quadrato della .c.d. e commensurabile a quello dell .b.d. adonque (per la decima quarta de questo) & lo quadrato della .h.k. è commensurabile a quello della .f.k. & (per la decima ottava del sesto) si come è lo quadrato della .h.k. a quello della .k.f. cosi è la .h.k. alla .h.e. perche quelle tre linee .h.k. .k.f. et .h.e. sono continuamente proportionale, adonque (per la decima quarta de questo) la .h.k. e commensurabile in longhezza alla .k.e. per la qual cosa (per la duodecima di questo) & la .h.e. è commensurabile alla .e.k. in longhezza & perche (dal presupposito) lo quadrato de .a. è equale a quello che contenuto sotto delle due linee .e.b. .b.d. & lo quadrato de .a. e rationale adonque etiam quello che contenuto sotto delle due linee .e.b. .b.d. è rationale & e posto sopra a quella .b.d. rationale, adonque etiam la .e.h. e rationale & commensurabile in longhezza, alla detta .b.d. per la qual cosa la .e.k. (a quella commensurabile) e rationale e commensurabile alla medesima .b.d. in longhezza, adonque perche si come è la .c.d. alla .d.b. cosi è la .f.k. alla .k.e. & le dette .c.d. .d.b. sono commensurabile solamente in potentia adonque etiam le dette .f.k. .k.e. (per la decima quarta de questo) sono commensurabile solamente in potentia etiam la .k.e. è rationale & commensurabile in longhezza al la .b.d. adonque la .k.f. e rationale & alla .c.d. commensurabile in longhezza, adonque le due .f.k. .k.e. sono rationale commensurabile solamente in potentia (per la decima quarta di questo) adonque la .f.e. è uno residuo. & e certo che la .c.d. e piu potente del .d.b. over in el quadrato d'una linea a se commensurabile overo a se incommensurabile, certamente se la .c.d. puo piu della .d.b. in el quadrato d'una linea a se commensurabile etiam la .f.k. (per la sestadecima de questo) puo piu della .k.e. in e quadrato di una linea a se commensurabile, & se la .c.d. sera commensurabile al una posta rationale in longhezza etiam la .f.k. & se la fora la .d.b. etiam la .k.e. & se ne l'una ne l'altra delle dette .c.d. & .d.b. etiam ne l'una ne l'altra delle dette .f.k. .k.e. ma se la .c.d. puo piu de essa .b.d. in el quadrato di una linea a se incommensurabile etiam la .f.k. puo piu de essa .k.e. in el quadrato di una linea a se incommensurabile & se la .c.d. e commensurabile in longhezza a una proposta rationale & similmente la .f.k. & se la .b.d. & la .k.e. & se ne l'una ne l'altra delle .c.d. .d.b. etiam ne l'una ne l'altra delle .f.k. .k.e. per la qual cosa la detta .f.e. e residuo della quale li nomi.f.k.k.e.sono commensurabili a quelli nomi che sono del binomio cioe a essi.c.d. d.b.& in le medesima proportione,& ha il medesimo ordine a esso.b.c.che era da demostrare.

Il Tradottore.



Per trouar la linea.fk.che sia in proportione al.e.k.come e la.b.f.e.al.f.e.cauerai la f.e.dalla.b.f.) perche la.b.f.è magiore della.f.e.perche etiam la.c.d.è maggiore della.d.b.per el presupposito) & torrai la differentia de detti.b.f.&.f.e.qual poniamo sia,l.poi si come la.l.alla.b.f.trouerai la quarta in quella proportione al.f.e.qual pongo sia.f.k.dalqual ne cauaremo la.f.e.restarà.e.k.per suo cõsequente come vedi in in figura.



Anchora bisogna notare che il commentatore non dimostra la secõda parte della propositione cioe il produtto del residuo in se hauere uno medesimo ordine al produtto del binomio in se laqual cosa facilmente demostrerai in questo modo ponẽdo li detti duoi quadrati sopra a una linea rationale & lo secondo lato di l'un(per la quinquagesima nona) serà binomio primo & di l'altro(per la nonagesima settima) serà residuo primo,& perche li nomi del binomio & dal residuo hauerãno uno medesimo ordine fra loro per ilche(per la prima del sesto)le loro superficie hauerãno il medesimo ordine che è il proposito.

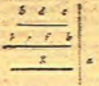
Theorema.91. Propositione 114.

113 Mettendo una superficie rationale sopra uno residuo, la larghezza groma vno binomio, li nomi delquale sono commensurabili alli nomi di esso residuo & in una medesima proportione & oltra di quello quello che è generato dal binomio, ottiene uno medesimo ordine a quello che generato dal residuo.

Di qua se caua nella prattica che a dare ogni residuo nel suo binomio(over a quel commensurabile) produce numero rationale.

Sia la rationale.a.& lo residuo sia la.b.d.& al quadrato della.a.sia equale a quello che se contiene sotto delle.b.d.&.k.b.acciochè quella superficie rationale fatta della.a.posta sopra a essa.b.d.(residuo) la larghezza di quella faccia la detta.k.b.Dico che la.k.b.è uno binomio li nomi del quale sono commensurabili alli nomi del detto.b.d.& in una medesima proportione & che la medesima.k.b.hauerà uno medesimo ordine alla.b.d.sia la.d.c.la linea conuiente

ella



alla.b.d.(per la settuagesima nona di questo) adonque le due linee.b.c.e.c.d.(per la settuagesima terza di questo) sono rationali commensurabili solamente in potentia & a quella superficie fatta dal.a. in se sia equale a quella che contenuta sotto delle due linee.b.c.& .g.& posta sopra alla.b.c.rationale adonque (per la vigesima de questo) la.g.e rationale & commensurabile in longhezza alla detta.b.c.adonque perche quello che è contenuto sotto delle due linee.b.c.& .g.e equale a quello che contenuto sotto delle due.b.d.& .k.h.(per la sestadecima del sesto) sono proportionale cioe si come la.b.c.alla.b.d.cosi è la.k.h.alla.g.& la.b.c.è maggiore della.b.d.adonque etiam la.k.h.è maggiore della.g.sia tolta ouero tagliata la.h.e.equale alla.g.adonque la.h.e.è commensurabile alla.b.c.in longhezza, et perche si come è la.c.b.alla.b.d.cosi la.h.k.alla.h.e.conuertendo adonque (per lo correlario della decima nona del 5.) si come è la.b.c.alla.c.d.cosi è la.k.h.alla.k.e.hor si come la.k.h.alla.h.e.cosi sia fatta la.h.f.alla.f.e.adonque & la rimanente.k.f.alla.h.f.e si come la.k.h.alla.h.e.et questo è si come la.b.c.alla.c.d.& le dette.b.c.& .c.d.sono commensurabile solamente in potentia. adonque (per la decima quarta de questo) le dette due.k.f.& .f.h.sono commensurabile solamente in potentia; & perche si come la.k.h.alla.h.e.cosi è la.k.f.alla.h.f.ma si come la.k.h.alla.h.e.cosi è la.h.f.alla.f.e.adonque (per la undecima del quinto) etiam si come la.k.f.alla.f.h.cosi è la.h.f.alla.f.e.per laqual cosa (per el correlario della decima nona del sesto) si come la prima alla terza & cosi el quadrato della prima al quadrato della seconda. adonque (per la undecima de quinto) & si come la.k.f.alla.f.h.& la.h.f.alla.f.e.cosi è el quadrato della.k.f.al quadrato della.f.h.& lo quadrato della.k.f.è commensurabile al quadrato della.f.h.perche le dette.k.f.& .f.h.sono commensurabile in potentia, adonque (per la decima quarta de questo) la.k.f.e commensurabile alla.f.e.in longhezza, per laqual cosa etiam la.e.k.(per la duodecima di questo) e commensurabile in longhezza alla.f.e.& (per la decima di questo) la.k.f.e rationale & commensurabile in longhezza alla.b.c.& perche si come la.b.c.alla.c.d.cosi è la.k.f.alla.f.h.anchora permutatamente (per la sestadecima del quinto) si come è la.b.c.alla.k.f.cosi è la.d.c.alla.f.h.& la.b.c.è commensurabile alla.k.f.adonque etiam la.f.h.è commensurabile alla.c.d.& esse.b.c.e.c.d.sono rationale commensurabile solamente in potentia, adonque etiam esse.k.f.& .f.h.sono rationale commensurabile solamente in potentia, adonque la.k.h.e uno binomio adonque (per la sesta decima di questo, se la.b.c.e piu potente della.b.d.in el quadrato d'una linea a se commensurabile etiam la.k.f.serà piu potente della.f.h.in el quadrato d'una linea a se commensurabile & se la.b.c.e commensurabile in longhezza a una posta rationale, & la.f.h.anchora, ma se ne l'una ne l'altra delle due.b.c.& .c.d.etiam ne l'una ne l'altra delle due.k.f.& .f.h.ma se la.b.c.è piu potente della.c.d.in el quadrato di una linea a se commensurabile, similmente la.k.f.serà piu potente della.f.h.in el quadrato d'una linea a se incommensurabile, & se la.b.c.è commensurabile in longhezza vna posta rationale, similmente etiam la.k.f. & se la.c.d. etiam la.f. h.et se ne l'una ne l'altra delle due.b.e.c.d.similmente ne l'una ne l'altra delle due K.f.f.h.adonque la.k.h.e vno binomio del quale li nomi,K.f.f.h.sono cõmensurabili alle due b.e.c.d.nomi del detto residuo & in vna medesima proportione oltra di questo la.k.h.alla.b.e.hauerà vn medesimo ordine che era da mostrar.

Il Tradottore.

Doue che di sopra dice (per la undecima del quinto) & si come la.k.f.alla.f.h. & la.f.h.alla.f.e cosi è il quadrato della.k.f. al quadrato della.f.h. vol inferir, che quelle due pportioni che giaceno fra quelle tre linee cõtinue pportional,i sono ma sono q̃sto che quella sola proportione che e del quadrato della.K.f. al quadrato della.h.f.(per la undecima del quinto.) Anchora doue che di sopra cõclude che (per la decima di questo)la.K.f.e rationale e cõmensurabile alla.b.e.in longhezza tal conclusione se verifica in questo modo perche di sopra fu dimostrato che la.K.e era rationale(per esser equale alla.g.)e commensurabile alla.b.e.in longhezza ce la.k.f.viẽ a esser commensurabile alla medesima.K.e(per la duodecima di questo) adonque(per la decima di questo) le due linee.b.e & k.f.vengono a esser commensurabili e perche la.b.e.e rationale(largo modo)etiam la.K.f.serà rationale (pur largo modo)cioe in longhezza ouer solamente in potentia.

Anchora bisogna notare che a voler trouare la.h.f.alla.f.e si come la.h.K.alla h.e bisogna(per la terzadecima del sesto)far della.h.e due tal parti proportionali come è anchora la.h.K.alla.h.e laqual se pone che la sia le.e.f.& f.h.et la.f.h.al la.f.e.serà si come la.K.h.alla.h.e.poste in longo l'una drieto all'altra.

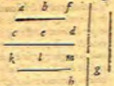
Anchora bisogna notare che'l pare che la ispositione nõ dimostri cosa alcuna a proposito ne che si conuenga a quella seconda parte della propositione(come fu detto anchora nella precedente)cioe doue che'l dice che quello vien generato. ouero produtto dal binomio ottiene vno medesimo ordine a quello che vien generato ouer produtto dal residuo la qual cosa se dimostra si come fu detto sopra la precedente perche l'vno di tali produtti è denominato secondo la denominatione & ordine del binomio primo, & l'altro secondo la denominatione & ordine del residuo primo li quali ordini sono simili idco. &c.

Theorema. 92. Propositione .115.

o/114 Se vna area serà compresa sotto a vno residuo & a vno binomio. del quale li nomi sieno commensurabili alli nomi del detto residuo. & in vna medesima proportione la linea potente in detta superficie serà rationale.

Sia cõpresa vna area sotto al residuo.a.b.& al binomio. c.d. & sieno li nomi de quel binomio.c.e.e.d.(per la.113.di questo)commensurabile alli nomi. a.f.f.b de quel residuo & in vna medesima proportione et sia la.g.la linea potente i quella superficie contenuta sotto delle.a. b. c. d. dico che la detta linea.g. e rationale

per-



perche essendo posta fora la linea, h rationale et sia posto sopra la linea c.d. una superficie equale al quadrato della h laqual faccia la larghezza k.l. adonque, k.l. e uno residuo (per la 113 di questo) li nomi del quale (siano k.m. & m.l.) commensurabili alli nomi di quel binomio liquali sono le c.e. & e.d. & in una medesima proportione per laqual cosa et le medesime k.m. l.m. (per la decima di questo) sono commensurabili alle medesime, a.f. f.b. & in una medesima proportione, adonque si come è la, a.f. alla, f.b. cosi è la, k.m. alla, m.l. l'una & l'altra adonque (per la sestadecima del quinto) e si come la, a.f. alla, k.m. cosi è la, b.f. alla l.m. adonque etiam la restante, a.b. (per la decimanona del quinto) alla restante k.l. e si come la, a.f. alla, k.m. & la, a.f. e commensurabile a la, k.m. adonque (per la decima quarta de questo) etiam la, a.b. e commensurabile alla, k.l. & per la confirmatione si come è la, a.b. alla, k.l. cosi è quello che e contenuto sotto delle, c.d. & a.b. a quello che contenuto sotto delle c.d. & k.l. adonque etiam quello che contenuto sotto delle, c.d. & a.b. è commensurabile a quello che contenuto sotto delle, c.d. & k.l. ma quello che contenuto sotto delle c.d. & k.l. è equale al quadrato de, h. adonque quello che contenuto sotto delle c.d. & a.b. e commensurabile al quadrato de, h. ma quello che contenuto sotto del c.d. a.b. è equale al quadrato della g. adonque etiam lo quadrato della, g. è commensurabile al quadrato de, h. & lo quadrato de, h. è rationale, adonque etiam lo quadrato de g. adonque (per la diffinitione de questo) la linea, g. e rationale & quella è la potente in la area contenuta sotto delle due linee, c.d. & a. b. adonque la una area fu a compresa sotto a uno residuo, & lo restante che seguita che era da componere.

Il Tradottore.

Che la superficie contenuta sotto delle due linee a.b. & c.d. alla superficie contenuta sotto delle due k.l. & c.d. sia si come la linea, a.b. alla linea k.l. facilmente si verifica (per la prima del sesto) perche tale superficie hanno una medesima altezza laquale è la linea c.d.

Correlario.

0/114 Per laqual cosa a noi e fatto manifesto che egli e possibile una area rationale esser contenuta sotto de linee rette irrationale.

Theorema. 93. Propositione. 116.

0/115 Infinite linee irrationale, vengono fatte dalla mediale delle quale niuna di quelle simile over medesima a niuna di quelle che erano per avanti.

Sia la a. una linea mediale, dico che dalla a. vengono fatte infinite irrationale & niuna e simile ad alcuna delle prime, sia posta fora la linea, b. rationale & a quello che e contenuto sotto delle due a b. (?

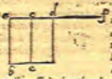
 la

la decima quarta del secondo) sia equale al quadrato della,c, adonque la linea. c. è irrationale & quello che ẽ contenuto sotto a vna linea irrationale & a vna rationale (per la lemma della vigesima terza de questo) è irrationale & non è simile ad alcuna di quelle prime p che posto el quadrato de alcuna di quelle prime a vna rationale la larghezza sarà vna mediale, hor sia vn'altra volta quello che ẽ contenuto sotto delle due, b, c, equale al quadrato dell, e, d, adonque el quadrato della, d, e irrationale et similmente la, d, & nõ è simile a niuno di quelle prime perche posto el quadrato de alcune simile sopra a vna rationale la larghezza di quelle serà simile al la, c. similmente anchora seguitarà questo ordine, procedẽdo in infinito: adonque è manifesto che dalla mediale vengono fatte infinite irrationale & niuna di quelle è simile ad alcune delle prime.

Il Tradottore.

Il procedere di questa ispositione ouero propositione è simile a quello p noi posto sopra la. 112. propositione et è vn procedere schietto e chiaro el qual si può applicare a cadauna altra delle. 13. irrationale.

A demostrare il medesimo altramente.



Sia la linea, a, c, mediale. Dico che della, a. c. vengono fatte infinite linee irrationale & niuna è simile ad alcuna delle prime, sia eretta la linea, a, b, a, c, angoli retti (per la vndecima del primo) sopra alla, a, c, & la, a, b, sia rationale & sia compito lo rettangolo, b, c, adonque il detto rettangolo, b, c, (per la vigesima terza di questo) e irrationale & la linea potente in quello è irrationale, anchora per la lemma auanti (la vigesima terza di questo) la potente in quello sia la, c, d, adonque la, c, d, è irrationale & non è simile ad alcuna delle prime perche posto el quadrato de alcuna di quelle ad alcuna linea rational sarà per larghezza vna linea mediale vn'altra volta sia compito lo rettangolo, e, d, adonque lo detto rettangolo, e, d, è irrationale & la linea potẽte in quello e irrationale & sia la detta potẽte in quello la, d, f, adonque la, d, f, irrationale, e non è simile ad alcuna delle prime per che essendo posto el quadrato de alcuna di quelle ouer d'vna simile sopra vna rationale sarà la larghezza vna simile alla, c, d, adonque da vna linea mediale vẽgono fatte infinite irrationale & lo restante che seguita che era da demostrare.

Il Tradottore.

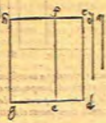
Con questo medesimo procedere (come di sopra dissi) si puol dimostrare che dal binomio vẽgono fatte infinite altre linee irrationale delle quale niuna di quelle serà simile ad alcuna delle antiane il medesimo si approuerà de residuo: & cadauna altra delle sue compagne.

Theo.

Theorema.94. Propositione.117.

0/116 Ogni linea commensurabile alla linea minore è la linea minore.

Sia.a.vna linea minore & a questa.a.sia commensurabile la.b.dico che la.b.e vna linea minore & per dimostrare questo sia posta la.c.d.rationale & sopra quella (per la vigesima ottaua del sesto) sia posta la superficie.c.e.equale al quadrato della.a.che sa la larghezza.c.f.adonque la.c.f.e vna residuo, & sopra la.f.e.sia posta la.f.g.equale al quadrato della.b.che faccia la larghezza.f.h.adonq; perche la.a.e commensurabile alla.b.etiam lo quadrato della.a.e commensurabile al quadrato della.b.& al quadrato della.a.è equale la superficie.c.e.& al quadrato della.b.è



equale la superficie.f.g.adonque la superficie.c.e.è commensurabile alla.f.g.& si come la.c.e.alla.f.g.cosi è la linea.c.f.alla.f.h.adonque la.c.f.è commensurabile alla.f.h.in larghezza & la.c.f.(per la centesima di questo) è residuo quarto adonque etiam la.f.h.è residuo quarto (per la sexagesima quinta di questo) & la.f.e.è rationale.& se vna area sia compresa sotto a vna linea rationale, & a vno residuo quarto, la linea potente in quella area e linea minore (per la nonagesima quarta di questo) & la linea potente in la detta area.f.g.e la linea.b.adonq; la.b.e linea minore che era da dimostrare.

Il Tradottore.

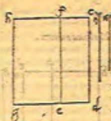
A volere mettere sopra la linea.c.d.la superficie.c.e.equale al quadrato della.a.tal probleme non se puol esequire (per la vigesima ottaua del sesto) come dice lo espositore anzi alle due linee.c.d.& a.b.bisogna (per la decima del secondo) trouarui vna terza in continua proportionalità quale sia la.c.f.onde la superficie.c.e.serà equale al detto quadrato della.a.

Theorema.95. Propositione.118.

0/117 Ogni linea commensurabile con la linea gionta con rationale componente el tutto mediale e linea gionta con rationale componente el tutto mediale.

Sia.a.la linea gionta con rationale componente el tutto mediale, & la.b.sia commensurabile a quella, dico che la.b.e vna linea gionta con rationale componente el tutto mediale, sia esposita la linea.c.d.rationale & sopra la detta.c.d.sia messa la superficie.c.e.equale al quadrato della.a.che faccia la larghezza.c.f.adonque la.c.f.(per la.101.di questo) è residuo quinto, & sopra la.f.e.sia messa la

fia



f.g. equale el quadrato della.b.(per la uigesima o na del sesto) che fanno la larghezza.f.b. adonque per che la.a.d. è commensurabile alla.b. adonque lo quadrato de.a.d. è commensurabile al quadrato de.b. & al quadrato de.a. la superficie.e.c. è equale & al quadrato della.b. è equale la.f.g. adonque la superficie.e.c. commensurabile alla superficie.f.g. perche la linea.e.f. è commensurabile in longhezza alla.f.b. & la.c.f. è residuo quinto, adonque & la.f.b. è residuo & la.f.e. è rationale & se una area sia compresa sotto a una linea rationale e a un residuo quinto la linea potente in quella area, e la linea giunta con rationale componente el tutto mediale (per la nonagesima quinta di questo) et la linea.b. e la potente in la detta superficie.f.g. adonque.b.e. la linea giunta cõ rationale componente el tutto mediale, che era da demostrare.

Il Tradottore.

Medesimamente quello che in questa lo Espositore uole che se seguisca per la uigesima ottaua del sesto bisogna seruirse della decima del sesto come fu detto sopra la precedente perche la detta uigesimaottaua propositione non è a proposito.

Theorema 96. Propositione. 119.

e. 118 Essendo a noi el proposito dimostrare che in le figure quadrate el diametro è incommensurabile in longhezza al lato.

Sia el quadrato.a.b.c.d. & lo diametro di quella sia.a.c. Dico che lo diametro.a.c. è incommensurabile in longhezza al lato.a.b. perche se egliè possibile (per lo aduersario) che sia commensurabile, dico che la medesima cosa lo numero paro serà dispari & lo dispari serà una medesima cosa, certamente egliè manifesto (per la penultima del primo) che el quadrato della.a.c. è doppio al quadrato della.a.b. et perche la.a.c. è commensurabile alla.a.b. adonque la.a.c. alla.a.b. ha proportione come di numero a numero (per la quinta di questo) hor poniamo che habbia quella che ha lo numero.e.f. al numero.g. & siano.e.f. et.g. li minimi numeri che habbiano la medesima proportione de quelli. adonque.e.f. non è la unità perche se.e.f. fusse la unità & ha la proportione al.g. che ha la.a.c. alla.a.b. & la.a.c. è maggiore della.a.b. adonque la unità.e.f. è maggiore del numero.g. che è impossibile, adonque.e.f. non è la unità, adonque è numero, et perche gli è si come la.a.c. al la.a.b. così è.e.f. al.g. adonque (per la undecima del quinto) si come lo quadrato de.a.c. al quadrato de.a.b. così è el quadrato de.e.f. al quadrato de.g. & lo quadrato

drato de.a.e.l'è doppio al quadrato de.a.b.adonque etiam lo quadrato d.e.f.è doppio al quadrato de.g.adonque el quadrato de.e.f.è numero paro per laqual cosa etiã.e.f.è paro per che se'l fusse disparo el suo quadrato seria disparo (per la vigesima nona del nono perche essendo composti in sieme qualunq; numeri dispari & che la moltitudine sua dispara.etiã serà el tutto serà disparo, adūq; e.f.e paro sia segato (p la la decima del primo) e.f in due parti equali in ponto.h. & perche li duoi numeri.e.f g.sono li minimi de quelli che habbiano la medesima proportione (per la vigesima terza del settimo) sono fra loro primi & lo.e.f.e paro adonque, g.è disparo.perche se'l fusse paro lo numero binario misureria tutti, duoi e.f.& g. & perche el num.paro che de parti medesimamente primi fra loro laqual cosa è impossibile, adonque.g.non è numero paro & perche.e.f.è doppio de.e.h, adonq; el quadrato de. e. f. e quadruplo al quadrato de.e.h.& lo quadrato de.e.f.e doppio al quadrato de.g.adūq. el quadrato de.g.è doppio al quadrato de.h.e, adōq. el quadrato. de g.è paro adonque per le cose dette el.g.è paro & disparo laqual cosa è impossibile e per tanto lo diametro.c.a.non è commensurabile in longhezza al.a.b, adonque.egli è incommensurabile.

A demostrare il medesimo altramente.

Altramente è da esser demostrato che el diametro del quadro è incommensurabile al lato. per el diametro sia.a.& per el lato sia.b.dico che.a.è incommensurabile in longhezza al.b.perche se possibil è (per l'aduersario) sia commensurabile & sia fatto vn altra volta si come.a.al.b.cosi sia el numero.e.f.al numero.g.& sian li detti numeri.e.f.g.li minimi di quelli che hanno la medesima proportione. adonque li detti numeri.e.f.g.sono primi fra loro.primamente dico che.g.non è la vnità perche se fusse possibile.sia la vnità & perche si come.a.al.b.cosi.e.f.al.g. adonque (per la vndecima del quinto) etiam si come el quadrato del.a.al quadrato de.b.cosi è el quadrato de.e.f.al quadrato de.g.& lo quadrato de.a.e doppio al quadrato de.b.adonque & lo quadrato de.e.f.e doppio al quadrato de.g.& g.e la vnità adūque el numero binario e numero quadrato la qual cosa è impossibile e per tanto.g.non è la vnità adonque è numero & perche e si come el quadrato de.a.al quadrato de.b.cosi è el quadrato de.e.f.al quadrato de.g.vna altra volta si come el quadrato de.b.al quadrato de.a.cosi è el quadrato de.g.al quadrato de.e.f.e.lo quadrato de.b. misura el quadrato de.a.& lo quadrato de.g.misura e quadrato de.e.f.& per esser supposito per l'aduersario che el lato del quadrato de.b.cioe.b.sia commensurabile al lato del quadrato de.a.cioe al.a.per laqual cosa etiam lo lato del medesimo.g.misura lo lato de.e.f.etiam.g.se misura se medesimo.adonque.g.misura ambidui.e.f.g.liquali son primi fra loro laqual cosa è impossibile & per tanto.

2

corto . a . non è commensurabile al. b. adonque è commensurabile, che bisognaua dimostrare .

Il Tradottore .

Questa medesima propositione se dimostra sopra la nona laqual nona è la settima in la prima tradottione .

Le infrascritte sono alcune postille ouer isplanationi sopra le precedente.

Sia el quadrato, a.b.c. d.& lo diametro di quello sia, a.c.& e manifesto che lo triangolo, c.d.a.è isoscele cioe che quello lo lato, d.a.e equale al lato, d.c. & similmente lo triangolo, a.b.c. è isoscelo, sia adonque el lato, d.a. de quattro unità, ouer de quattro piedi,& sia etiam, c.d. quattro, per la qual cosa è manifesto che el quadrato de, d.a. e, 16. unità ouer. 16. piedi & cosi etiam el quadrato de, c.d. è sedici unità ouer piedi ma perche el quadrato de. a.c. è equale a quelli duoi quadrati de, d.a. & d.c. si come è stato dimostrato in la penultima del primo & è manifesto che el quadrato de, a.c. è doppio al quadrato de, d.a. & lo quadrato de, d.a. è de sedici unità adonque el quadrato del diametro serà trenta duoi cioe serà el doppio, ma perche le linee commensurabile in longhezza sono quelle che alcuna quantità li misura li quadrati delle quale hanno la proportione come numero quadrato a numero quadrato, ma facendo . 32. alcuna quantità non lo misura per il lato ne etiam li quadrati de quelle hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, perche niun numero quadrato è doppio d'uno altro adonque lo diametro è incommensurabile in longhezza al lato, perche quello che fa trentaduoi il lato de. 5. unità e de minuti. 39. le quale cinque unità è minuti trenta noue e quattro non hanno alcuna commune misura per laqual cosa trenta duoi a sedici si come detto non ha proportione come de numero quadrato a numero quadrato .

Il Tradottore .

La soprascritta demostratione è assai confusa & massime doue che el lato del quadrato di trenta doi & cinque unità e. 39. minuti lequale cinque unità & trenta noue minuti & quattro unità non hanno alcuna commune misura &c. laqual parte mi pare fora de proposito in due cose la prima che non so doue lui trouasse che el lato del quadrato di trentaduoi sia cinque unità e trenta noue minuti & se pur fussi cosi la qual cosa non è) el detto lato de cinque unità & trenta noue minuti seria commensurabile alle quattro unità & la commune lor misura seria un minuto la qual cosa è fora del proposito. ideo &c.

Al presente delle trouate rette linee, a.b. incommensurabile in longhezza piu altre sorte quantità ouero grandezze per le due diffinitione vengono trouate , dico

delle

delle superficie incommensurabile fra loro, perche se trouaremo la, c, media proportionale fra le due rette linee. a, b, adonque si come c è la, a, alla, b, cosi è qualunque specie de superficie descrita sopra la, a, a un'altra simile descritta sopra la, c, o siano quadrati ouer altre figure rette linee simile, ouer etiam cerchii atorno alli diametri. a. & c, perche certamente li cerchii fra lor sono si come li quadrati delli loro diametri, adonque sono trouate superficie piane fra loro incommensurabile.

Il Tradottore.

Anchora in questa altra soprascritta ispositione tal commentatore preterisse alquanto l'ordine di l'Auttore massime in quella parte doue dice che li cerchii fra loro sono si come li quadrati delli lor diametri, laqual cosa per le cose dette e dimostrate per fin a questo luoco non habbiamo notitia alcuna di tal cosa. vero che nel aduenire nella seconda propositione del duodecimo se manifesta, ma non è lecito a parlar in questo luoco di quelle cose che non se ne ho hauuto notitia ne a uscir di quello che propone il testo.

Et per tanto per le demostrate differentie di due dispositioni delle superficie incommensurabili, demostrat ancora quelle speculationi che sono per li solidi qualmente li solidi sono fra loro commensurabili & incommensurabile, perche si sopra quelli quadrati de, a, & b, constituemo solidi de superficie equidistanti de equal altezza ouer pyramide ouer prisme, seranno li detti corpi constituiti si come le base & le detti solidi seranno commensurabili, & se le base seranno incommensurabili etiam loro seranno incommensurabili & se delli duoi propositi cerchii descriueremo coni ouero cylindri de equal altezza, seranno fra loro si come le base, cioe si come li cerchii. a. b & se essi cerchii sono commensurabili, similmente & essi coni è cylindri seranno commensurabili & se li detti cerchii seranno incommensurabili, anchora li coni è cylindri seranno incommensurabili, & a noi è fatto manifesto che non solamente in le linee, & in le superficie sono commensurabili & incommensurabile, ma questo se trouamo anchora in le figure solide.

Il Tradottore.

Similmente le sottoscritte iole sono fuora de ordine, cioe a voler parlar de corpi, coni, cylindri, auanti la diffinitione de quelli liquali figure se diffiniscono nel sequente libro.

IL FINE DEL DECIMO LIBRO.

LIBRO VNDECIMO DI EVCLIDE.

DI CORPI, IN GENERE.

Diffinitione prima.

1 El corpo è quello, che ha longhezza, larghezza, & altezza, li termini
2 dil quale sono superficie.

Il Tradottore.

QVESTA prima diffinitione per esser da se chiara altramente non la spiego.

Diffinitione. 2.

2 La linea eretta sopra vna superficie è quella che
2 fa li angoli retti, con caduna delle linee a se che terminade che se stendano in quella superficie, & quella linea se dice esser perpendicolare sopra a quella superficie, & stat sopra a quella medesma ortogonalmente.

Sia intesa in la linea .a.b. elleuarse sopra el piano talmente che'l ponto .a. sia immaginato in aere & .b. in piano & dal ponto .b. sian dutte piu linee in el medesmo piano, come la .b.c. & .b.d. & quante altre si voglia, adonque se serà cosi che la linea .a.b. con la linea .b.c. & con la linea .b.d. & con qualunque altra linea protratta dal ponto .b. in quel piano contenga angolo retto quella è ditta esser perpendicolare a quella supficie in la quale sono protratte queste linee cioe .b.c. et .b.d. e altre cō lequale quella è posta cōtenere angolo retto

Diffinitione. 3.

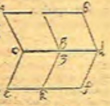
3 Ma vna superficie se dice esser eretta sopra a una superficie ogni volta.
3 che da vno medesimo ponto, della linea che è commune termine di quelle superficie, sopra stanno due perpendicolare conterminale continenti angolo retto lequale siano site in quelle superficie.

Verbi gratia sia immaginata la superficie .a.b.c.d. elleuata in aere & la superficie .c.d.e.f. giacere in piano & intendemo la linea .c.d. esser el commun termine de ambedue, e per tāto in quella sia signato el ponto .g. dal quale siano estratte due linee perpendicolare alla linea .c.d. cioe una in la superficie .c.d.e.f. laqual sia

la.g.

la g.K. & l'altra in la superficie.a.b.c.d.laqual sia la g.h.se adonque l'angolo,che contien queste due linee perpendicolari cioe.g.h.& g.K.serà retto la supficie,a.b. c.d.è detta orthogonalmente eretta sopra la superficie.c.d.e.f.

Diffinitione. 4.



0/4 La inclinatione d'vno piano a vn piano e la comprensione de l'angolo acuto sotto a quelle linee che sono dutte ad angoli retti sopra el commun segamento a vno medesimo ponto in l'vno el altro di quelli piani.

Il Tradottore.

La soprascritta diffinitione ne aduertisse (per le cose che seguita) che cosa voglia dire, ouer che cosa sia la inclinatione d'vna superficie a vna supficie laquale inclinatione non è altro che la comprehensione dell'angolo accuto sotto a quelle due linee, K.g.& h.g.della figura della precedēte,cioe se le dette due linee contenerāno angolo retto la superficie. a.b.c.d.serà eretta sopra alla superficie.c.d.e.f.come fu detto sopra alla precedēte. Ma quando le dette due linee conteneràno vno angolo acuto,la superficie.a.b.c.d. se dirà esser inclinata sopra alla superficie.c.d.e.f. & la detta inclinatione non è altro (come detto di sopra) che la comprensione del detto angolo acuto, & nota che questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 5.

0/5 Vno piano e detto esser inclinato a vno piano si come vn'altro,a vn'altro quando li angoli delle predette inclinationi seranno fra loro equali.

Il Tradottore.

Questa diffinitione ne da a cognoscere le inclinationi simili, ouero equale delle superficie: ouer piani lequale se cognoscono per li angoli delle loro inclinationi, perche quādo li detti angoli sono equali le inclinationi sono simili, ouer equali, & quando li detti angoli sono inequali le dette inclinationi sono dissimili: ouero inequale &c. Anchora notarai che questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 6.

4/6 Le superficie equidistante sono quelle,che protratte in qual parte si voglia non concorrono,etiam se quelle fusse produtte in infinito.

Quello che è stato detto el se intende. nientedimeno tu dei sapere che tutte le piane superficie,ouero che elle sono fra loro equidistāte, ouero che protratte da ogni parte concorreranno in alcuno luogo & se segaranno sopra una retta linea,cioe in le linee tere questo non è necessario, cioe essere equidistante, protratte in l'una e l'altra parte concorrere certamente quelle che non sin in una medesima superficie, nõ sono equidistante fra loro ne tamen protratte quanto si voglia non concorrerano.

Diffinitione. 7.

5/7 Li corpi simili sono quelli che sono contenuti sotto a superficie simili de numero equale.

Il Tradottore.

Verbi gratia se l'i fusse dui corpi l'uno contenuto sotto di quattro triangoli equilateri & l'altro sotto di otto pur triangoli equilateri, abenche ambidui fusse contenuti sotto a superficie simile (perche tutti li triangoli equilateri sono simili) tamẽ li detti corpi non seriã simili, perche bisogna che'l numero delle superficie che contiene l'uno sia equale al numero delle superficie che cõtien l'altro (douendo esser simili) ma se ambiduoi fussero contenuti sotto a quatro triangoli equilateri ben seriano simili & similmẽte ambiduoi sotto a otto e pero dice è de numero equale.

Diffinitione. 8.

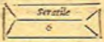
5/8 Li corpi sono simili & equali, di quali li terminale superficie sono simili & de numer & quantità equale.

Il Tradottore.

Duoi corpi simili ponno esser equali & inequali perche quantunque ambidui fusseno cõtenuti sotto di quattro triangoli equilateri (o altre figure simile) li triangoli di l'uno ponno esser di maggiore superficie de quelli di l'altro e pero quel corpo seria maggiore dell'altro, ma quando li triangoli di l'uno fussero equali in superficie a quelli dell'altro all'hora li detti corpi seriano simili & equali & cosi si debbe ĩtendere se fussero contenuti sotto a maggiore numero de triangoli ouer de altre spe cie di superficie simili de numero & de quantità equale.

Diffinitione. 9.

9/11 Quel corpo, che contenuto da cinque superficie, delle quale tre sono paralellogramme & due triangole, e detto seratile.



Vno tetto posto sopra a una casa laquale habbia quattro pariete equidistãte che la cimma de quel tetto sia una sola linea & sia equale & sia equidistãte alli lati delle due superficie di sopra ha la istessa similitudine del corpo seratile.

Il Tradottore.

Questo corpo che di sopra è detto seratile in la seconda tradottione è detto prisma.

sima, ouero è che questo nome prisma e piu generale del seratile come per la diffini tione appare in la detta seconda tradottione laquale dice in questa forma.

Prisma e una figura solida compresa da superficie piane delle quale le due che sono da i capi opposti equale, sono simile & equidistante, le altre sono paralellogramme.

Perilche seguita che non solamente il seratile se chiama prisma, ma etiam ogni colonna laterata, onde seguita che ogni seratile è prisma ogni prisma non è seratile, perche prisma è nome generale, seratile è nome speciale.

Diffinitione. 10.

10/12 La sphera è il transito del arco della circonferentia del mezzo cerchio circonducto per fina a tanto che ritorni al luoco doue dette principio a circonuoluersi (stante il diametro fermo e fisso.)

Il Tradottore.

Cioe fatto un semicerchio sopra qual si voglia linea & fermando quella & che quel tal mezzo cerchio si meni attorno alla detta linea per fin a tanto che quello se retorni al luoco doue si dette principio a menarlo, quella figura, ouer corpo che uien compreso, ouero descritto, fatto a tal reuolutione se chiama sphera. & questa diffinitione ha insegnato alli artifici il modo di formare le palle di pietra, o d'altra materia, & che'l sia il uero el si sa che se uno artifice uol fare una palla

di pietra che sia perfettamente al senso tonda la forma prima un mezzo cerchio uacuo in qualche banda di ferro, ouer di legno, ouer d'altra materia grando, ouer piccolo secondo la qualità delle palla, ouer o palle che desidera formare, poi ua scarpellando attorno attorno secondo l'ordine del detto uacuo di mezzo cerchio cioe giustando spesso quella forma secondo che ua scarpellando & cosi pian piano la reduce a perfettione.

Diffinitione. 11.

0/13 Assis della sphera e la linea che sta ferma, atorno laquale uien reuoltato el mezzo cerchio.

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione laqual ne da ad intender qualmente quella linea attorno della quale uien circondotto el mezzo cerchio (nella descrittion della sphera) se addimanda assis della detta sphera laqual assis uien essere el diametro del detto mezzo cerchio circondotto.

Diffinitione. 12.

0/17 *El centro della sphera è quello che è etiam centro del mezzo cerchio.*

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione laqual per esser da se chiara, altramente non la espongo.

Diffinitione. 13.

15 *Dimetiente della sphera è vna certa linea retta dutta per il centro & terminata dall'una e l'altra parte sotto alla superficie di essa sphera.*

Il Tradottore.

Questa diffinitione similmente se ritroua solamente in la seconda tradottione per qual diffinitione par faccia differentia fra asse de sphera & dimetiente ouer diametro di sphera, hauendo di sopra nella undecima diffinitione diffinito l'asse della sphera, & in questa diffinendo lo dimetiente ouer diametro per il che tengo che la intentione di l'Auttore sia che dimetiente di sphera sia nome generale & asse de sphera sia speciale, cioè che ogni asse di sphera è etiam diametro, ouer dimetiente di tal sphera ma non è conuerso, cioè che ogni diametro, ouer dimetiente di sphera non è asse di tal sphera, ma solamente l'asse è quello sopra del quale gira, ouer si volta la detta sphera, per il che ho voluto diffinir l'asse differentemente dal diametro ouer dimetiente.

Diffinitione. 14.

11 *Pyramide de laterata è una figura corporea laquale le superficie che la con*
10 *tendano restante delle quale sono in suso eretta a vno ponto opposito.*

In ogni pyramide laterata tutte le superficie che circondano quella dalla basa della detta pyramide sono saliente a un ponto elqual è detto cono della pyramide. & tutte queste superficie laterale sono triangole: e la basa frequentamente non è triangola.

Diffinitione. 15.

Pyramide rotonda è una figura solida, & è el transito del triangolo rettangolo (stante fermo è fisso l'uno di suoi lati contenenti l'angolo retto) e circonducto il detto triangolo per fina tanto che quello ritorni al luoco doue comincio a esser mosso, e sel lato fisso serà equal al lato circonducto la figura serà rettangola: e sel serà più longo serà acutiangola, e sel serà più corto serà ambligonia, e l'asse de detta figura è il lato fisso, e la basa sua un cerchio & questa figura è detta pyramide della colonna rotonda.

Sia

Sia el triangolo .a.b.c. el qual habbia uno angolo retto el qual sia .b. & sia fermato l'uno di duoi lati contenenti l'angolo retto .b. & sia il lato che è .a.b. el qual fisso sia circunducto el triangolo per fino a tanto che retorni al luoco donde cominciò a moversi, la figura corporea laqual vien descritta dal moto de questo triangolo vien detta pyramide rotonda, de la quale sono tre differentie perche una è rettangola l'altra è acutiangola la terza è ottusangola, & la prima è quando il lato .a.b. sia equale al lato .b.c. bes

sia come la linea .b.c. quando el detto triangolo pervien al sito della linea .b.d. nel luoco che porta .c.d. serà el ponto .c. & sia fatto una sol linea cioè come quella all'hora sia congionta al sito dal quale cominciò a moversi secondo la ... & serà la linea in questo luoco come la .b.c.d. & perche per la trigesima seconda del primo & per la quinta del medesimo l'angolo .c.a.b. la mità del retto & però l'angolo .c.a.d. serà retto perilche questa pyramide è detta rettangola: ma se'l lato .a.b. sia più longo del lato .b.c. serà acutiangola perche ad uno a per la trigesima seconda del primo & per la decima nona del medesimo l'angolo .c.a.b. serà minor della mità del retto e per tanto l'angolo .c.a.d. è minor del retto cioè acuto per laqual cosa la pyramide è acutiangola. Ma se'l lato .a.b. serà più corto del lato .b.c. serà lo angolo .c.a.b. maggiore della mità de uno retto per la trigesima seconda del primo & per la decima nona del medemo (e tanto l'angolo .c.a.d. el qual è doppio al detto .c.a.b. è maggiore del retto, adonque è ottuso & la pyramide conveniente al presente se dice ottusiangola, & la linea .a.b. è detta assis de questa pyramide & el circulo che descrive la linea .c.b. sopra el centro .b. è detto basa de quella & ... questa è detta pyramide della colonna rotonda, cioè di quella che descrive (col moto suo) il paralellogrammo che perviene dal lato .a.b. & .b.c. ... formato & .b. è il lato .c.b.

Il Tradottore.

Questa specie de pyramide rotonda, nella seconda tradottione è detta cono, & non pyramide, & similmente da Appollonio Perge. & Archimede Syracusano sono per detti coni & non pyramide le specie quali sono dal detto Appollonio Pergeo sono altramente diffinite & divise come nella opera sua appare e similmente da Archimede.

Diffinitione. 16.

14 La figura corporea rotonda che le basi delle quale sono duoi cerchi
16 piani et le estremità & crassitudine cioè le altezze equale, fatta nel moto del paralellogrammo rettangolo firmato el lato che contiene l'angolo retto, & la detta superficie circonducta per la fin a tanto che retorni al luoco suo, & chiamasse questa figura colonna rotonda. Onde della colonna rotonda & della sphera &

del cerchio sia uno medesmo centro.

Sia lo parallellogrãmo rettangolo, a.b, c, d, & sia fermado lo lato, a.b & quello fisso sia circondutto tutto lo parallellogrammo per fina a tanto che'l fadia ritornar al loco suo alora que la figura corporea descritta dal moto di questo parallellogrã-mo se nomina colonna le base della quale sono li duoi cerchi l'uno di quali è quello che descrive la linea, c.b, nel moto suo el centro del quale è il ponto, b. & l'altro è quello che descrive la linea, d, a, nel moto suo el centro del quale è in ponto, a, & la linea a, b, (la qual rimane ferma nel moto del parallellogrãmo) vien detta assis di questa colonna, e quando haveremo immaginato lo parallellogrãmo, a.b, c, d, quando quello serà pervenuto (nel suo giro) al sito. a.b e.f. esser congiõto al sito) dal qual comenciò a moversi secõdo la continuatione d'una superficie piana cioe che tutta fra lo parallellogrammo, d, c, e, f, e che in quello haveßimo protratto lo diametro, d, e, serà anchora lo diametro, d, e, diametro della colonna, e perche el se dice esser un medesimo el centro della colonna, e de la sphera e del circolo, quello debbe esser inteso concio sia che de q̃sti la linea diametrale e una medesima, verbigratia perche havemo detto che la, d, e, è necessario havere il medesimo centro delle colonna. perche concio sia che la linea, d, e, seghi la linea, a, b, in ponto, g, et, g, serà el centro della colona, per che la divide l'assis della colonna in due parti equale e lo diametro della colonna pur in due parti equali laqual cosa è manifesta

(per la 26 del primo) perche li angoli che sono al, g, sõ equali per la quintadecima del primo e li angoli che sono al, a, & al, b, sono retti (dal presupposito) anchora la linea, a, d, è equale alla linea, b, e adonque, d, g, equale al e, g, et, a, g, è equale al, g, b, concio sia che li angoli, a, & f, sono retti se sopra el ponto, g, serà descritto un cerchio secondo el spatio, d, g, sopra la linea, d, e, quel transirà per lo cõverso della prima parte della trigesima del terzo) per li ponti, a, & f, adunque el ponto, g, è cẽtro del cerchio el diametro del quale è el diametro della colonna e go è diametro etiã della sphera, per la qual cosa è manifesto che el cerchio et la sphera de ogni colõna rotonda esser circonscritibili a ogni parallellogrammo retangolo & cosi è manifesto quello che vol questo theorema.

Il Tradottore.

Questa figura colonnale (diffinita di sopra secondo che se contiene in la prima tradottione) in la seconda traducione se chiama cylindro pero bisogna notare che tanto vol dire uno cylindro quanto una colonna rotonda & similmente da Archimede è pur detta cylindro vocabol greco.

Diffinitione. 17.

L'assis del cilindro e quella linea che sta ferma circa laquale se volta lo paralellogrammo, & le base sono li circuli descritti dalli oppositi lati circondutti.

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 18.

15 Lo angolo corporeo ouer solido è quello, che compreso sotto a più de
9 duoi angoli piani constituidi a uno medesimo ponto, liquali non siano siti
in una medesima superficie.

Duoi angoli piani non ponno constituir uno angolo solido, si come etiam due linee rette non ponno chiudere superficie, anchora li angoli piani contineuti uno angolo solido conuien che quelli non siano siti in una medesima superficie, ma in diuerse si come due linee rette constituente uno angolo piano a quelle non conuien essere applicade secondo il sito della rettitudine.

Diffinitione. 19.

16 Le figure corporee rotonde o siano colonne ouero le piramide quelle
20 sono simile quando che li assis di quelle alli diametri delle sue base sono
proportionale.

Perche se due proposte pyramide rotonde ouer de due colonne rotonde, serà la proportione dell'assis d'una di quelle al diametro della sua base, si come l'assis del l'altra al diametro della sua base, quelle due colonne ouer pyramide sono dette esser fra loro simile.

Diffinitione. 20.

0 El cubo è una figura solida contenuta sotto de sei lati quadrati.
21

Il Tradottore.

El dado con elquale se [illegible]ca è fabricato de figura cubica.

Diffinitione. 21.

0 Le otto base è una figura solida contenuta sotto di otto triangoli equali
22 & equilateri.

Diffinitione. 22.

0 El dodeci base è una figura solida, compresa sotto di dodeci pentagoli,
23 equali & equalateri & equiangoli.

Diffinitione. 23.

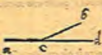
0 Lo vinti base è una figura solida compresa sotto di vinti triangoli, equali
24 & equilateri.

Il Tradottore.

Queste quattro ultime diffinitioni se ritrouano solamente nella seconda tradottione & bisogna nottare che li predetti corpi nel terzodecimo & quartodecimo & quintodecimo libro molte uolte si isprimeranno (per breuiare scrittura) secondo il sermon greco, cioe al uinti base se gli dice ycosiedron, al dodeci base duodecedron, ouer dodecacedron al otto base, octahedron ouer octocedron al cubo, exedron ouer exacedron alla pyramide di quattro base o triangolare equilatera, tetraedron ouer tetraedron ouer tetracedron & però bisogna in cio auertire.

Theorema. 1. Propositione. 1.

1/1 *D'una linea retta le impossibile esserne parte in piano & parte in alto.*



Sia la linea retta. a. b. dico che'l non è possibile che parte di quella sia in piano & parte eleuata in suso perche se gliè possibile sia la parte. a. c. di quella sia in piano, & parte di quella laqual. c. b. posta in alto & sia protratta la. a. c. direttamente in el piano nel quale essa sia per fina al. d. & serà, che a una & a quella medesima linea laquale la linea. a. c. sian agionte due linee al tutto diuerse (lequal sono le linee. c. b. & . c. d.) da una medesima parte direttamente laqual cosa è impossibile (per la terzadecima del primo.

Theorema. 2. Propositione. 2.

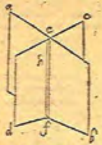
2/2 *Ogni due linee dellequale l'una sega l'altra sono site in una superficie & ogni triangolo tutto sia in una superficie.*

Siano le due linee rette. a. b. & c. d. segandose fra loro in ponto. e. dico quelle esser in una superficie, & ogni triangolo, dico esser tutto in una superficie, & per dimostrar questo sia segnato il ponto. f. in la linea. c. d. & lo ponto. g. in la linea. a. b. & sia dutta la linea. f. g. La causa adonque, cioe perche el sia impossibile che del triangolo. e. f. g. esserne parte in piano & parte in alto, e questo perche anchora l'una ouer piu delle sue linee termianale similmente parte ne seria in piano & parte similmente in alto & conciosia che delle linee rette questo sia impossibile (per la precedente) anchora serà impossibile del triangolo, adonque tutto el triangolo. e. f. g. e in una superficie, e per tanto da questa seconda parte, e dalla premessa è manifesta la prima parte de questa seconda propositione.

Theor

Theorema. 3. Propositione. 3.

3/3 *Le commune settione d'ogni due superficie piane fra lor seghante, è una linea retta.*



Siano adonque le due superficie piane, a.b. & c.d, lequali se segheno fra loro. Dico che la commune settione de quelle serà una linea retta, per che sia li duoi ponti, e, & f, li termini della commune settione de quelli liquali sian continuadi per linea retta laqual sia, e, f, se adonque la linea, e, f, e in l'una e l'altra delle due superficie, a.b. & c.d, è manifesto el proposito, ma se la non è in l'una ne in l'altra ouer che la sia in l'una o l'altra di quelle, conciosia che ambiduoi li ponti, e, & f, siano in l'una & l'altra delle superficie, a.b. & c.d in quella superficie in laquale essa non serà, sia protratta una linea retta laqual sia la, e, h, f, adonque seranno due linee rette, e.f, & e.h.f lequale hanno duoi termini communi che è impossibile, perche essendo cosi due linee rette includeriano superficie laqual cosa è contra alla ultima petitione del primo libro.

Theorema. 4. Propositione. 4.

4/4 *Se dalla incisione de due linee rette fra loro intersecante, serà eretta una linea orthogonalmente quella serà perpendicolare alla medesima superficie.*

Sia la linea, a, b, orthogonalmente eretta sopra la incisione delle due linee, c.d. & e.f, serà lor segate in ponto, b, delle quale è manifesto (per la auanti alla precedente) che esse sono sute in una superficie, dico che la linea, a, b, e perpendicolare alla superficie di quelle. Et per dimostrar questo siano fatte le, e, b & b, d, equale & la, f, b, & la, b, c, equale & siano protratte le linee, e.d. & c.f, lequale seranno equale (per la quarta del primo) & equidistante per la vigesima settima del medesimo, adonque da alcun segnato ponto in la linea, e, d, (elqual sia, g,) sia dutta la linea, g, b, h, & (per la 26 del primo) e, g, serà equale al, f, h, adonque dal ponto, a, (ouer da qual se voglia ponto in la linea, a, b,) siano protratte. pertanto similmente le linee a.c, a.d, a.e, a.f, a.g, a.h, & (per la quarta del primo) la, a, c, serà equale alla a.d. & la, a.e. equale alla, a, f, anchora) per la 8. del medesimo) l'angolo, a, c, d. se-

rà equale all'angolo.e.f.e.adonque (per la 4. del medesmo) serà la.e.g. equale alla.e.b.e però (per la 8. del medesmo) l'angolo.e.b.g. serà equale all'angolo.e.b.h.per laqual cosa (per la diffinitione) l'un & l'altro e retto & la linea.e.b.perpendicolare alla linea.g.h.anchora con simil modo tu approuarai la medesma esser perpendicolare a tutte le linee protratte dal ponto.b in la superficie delle due linee.c.d.& e.f.adonque (per la diffinitione) è manifesto la linea.e.b essere perpendicolare alla superficie in la quale sono site le due linee.c.d.& e.f.fra loro secante che è il proposito.

Theorema. 5. Propositione. 5.

5/5 *Se alcuna linea retta starà eretta orthogonalmente sopra tre linee rette dal commun termine di quelle, quelle medesme tre linee seranno poste in una superficie.*

Sia la linea.a.b.eretta orthogonalmente sopra el commun termine delle tre linee.b c.b. d.b.e.contingente fra lor angolarmente in ponto.b.delle quale niuna sia applicada all'altra direttamente che el medesmo e fra lor insieme se seghino in ponto.b.perche protratte se segarono. Dico che le tre linee.b.c.b.d.b.e.sono poste in una superficie hor perche egli è manifesto che qualunque due di quelle che son poste in una superficie (per la seconda di questo) over (per la prima parte della.2. di questo) adonque se la linea.b.d.(per l'aduersario) non serà in la superficie delle due linee.b.c.b.e.ma quella due in piano e questa in alto, serà che questa superficie in laquale sono poste le 2 linee.a.b.& b.d.se seranno protratte (& per quello che è noto sopra la.6. diffinitione) segarà quella in laqual son poste le.b.c.& b.e.& (per la.3. di questo) la commune settione de quelle serà una linea retta & quella sia.b.f.adonque perche (per la prima di questa) la linea.a.b.e perpendicolare alla superficie delle due linee.b.c.& b.e.seguita (per la diffinitione) che quella sia perpendicolar alla linea.b.f.per laqual cosa l'angolo.a.b.f.e retto conciosia anchora che l'angolo.a.b.d.sia retto dal presupposito seguita l'impossibile cioe la parte esser equale al suo tutto.

Theorema. 6. Propositione. 6.

6/6 *Se seranno due linee perpendicolare sopra una superficie è necessario quelle esser equidistante.*

Siano le due linee.a.b.& c.d.perpendicolare a una superficie. Dico quelle esser equidistante, perche essendo protratta la linea.b.d.(per la diffinitione) li duoi angoli.a.b.d.& c.d.b seranno retti.adonque se le due linee.a.b.& c.d.sono in una superficie quelle sono equidistante (per la seconda parte della vigesima ottava del primo)

primo) & cosi se apprende quelle esser in una supficie dal ponto, b, sopra la linea, b, d, in el piano al qual stan no perpendicolarmente, a, b, & c, d, protrabe orthogo nalmente la linea, b, f, & dalla linea, d, c, torrò, d, e, equa le alla, b, f, & protrabe le linee, e, b, & e, f, & d, f, adō que li duoi lati, e, d, & d, b, del triāgolo, e, d, b, serauno equali alli duoi lati, f, b, & d, b, del triangolo, f, d, b, & l'angolo, e, d, b, equale all'angolo, f, b, d, (conciosia che l'vno el'altro sia retto) adonque per la quarta del pri mo la linea, b, e, è equale alla linea, d, f, anchora concio sia che li dui lati, e, b, & b, f, triangolo, e, b, f, siano equali alli dui lati, f, d, & d, e, del triangolo, f, d, e, & la basa, e, f, cōmuna (per la ottaua del primo) l'angolo, e, b, f, serà equale all'angolo, f, d, e, conciosia che l'vno & el'altro sia retto, perche adonque l'angolo, f, d, e, è retto (p la diffinitione) etiam l'angolo, e, b, f, serà retto, adonque la linea, f, b, serà perpendicolarmente è eretta sopra el commune termine dell' tre linee, b, e, b, d, b, e contingente fra loro equalmente in ponto, b, per laqual cosa (per la precedēte) quelle sono in vna superficie, adonque cōciosia che per la prima parte della seconda di questo la linea, e, d, sia in la medesima superficie cō l'vna & l'altra delle linee, e, b, & b, d, seguita le due linee, a, b, & c, d, esser in vna superficie adonque è manifesto el proposito.

Theorema, 7. Propositione, 7.

7/7 Se da dui ponti signati in due linee equidistante sia dutta una linea rette dall'vno all'altro, el se approua quella necessariamente esser costituida anchora lei in la medesima superficie in laquale sono costituide quelle due linee.

Siano le due linee, a, b, & c, d, equidistāte delle qua le è manifesto (per la diffinitione) che esse sono in vna superficie, sia signato in quelle li duoi ponti e. & f. & sia produtta la linea retta, e, f, Dico adonque la linea, e, f, esser posta ouero sita in la superficie delle due linee, a, b, & c, d, & essendo altramente (per l'aduersario) sia, e, f, in vna altra superficie che depede di sopra laqual superficie se la serà protratta necessariamente segarà la superficie in la quale sono site le due linee, a, b, & c, d, & (per la terza di questo) la commune se ctione di quelle serà una linea retta terminata alli me desimi ponti, laqual cosa è impossibil perche essendo cosi due linee rette conchiuderiano superficie.

Theo-

Theorema. 8. Propositione. 8.

8 *Se seranno due linee rette, equidistante, & vna di quelle sia perpendi-*
8 *colare ad alcuno piano & l'altra ancora conuien essere perpendicolare al medesimo piano*

Questa è quasi el conuerso de la sesta, hor siano le due linee, a, b, & c, d equidistanti & sia vna di quelle poniamo la, c, d, perpendicolarmente sopra à qual si voglie superficie. Dico che l'altra di quelle laquale è, a, b, esser perpendicolare alla medesima superficie, perche essendo fatto in tutto la medesima dispositione, che in ella sesta, & serà (come in quella) che vno e l'altro di duoi angoli, e, d, b, & f, b, e, sia retto, el primo per la positione & lo secondo per la ottaua del primo per laqual cosa (per la quarta de questo) la linea f, b, e perpendicolarmente eretta sopra la superficie in laquale sono le due linee, b, d, & b, e, conciosia che per la precedente le due linee, a, b, & c, d, siano in la medesima superficie cō le due linee, b, d, & b, e seguita la linea f, b, esser perpendicolarmente eretta sopra ala superficie ī la quale è la linea, b, a, (per la diffinitione) adonque serà l'angolo, f, b, a rettoce perche etiam l'angolo, d, b, a, e retto (per la vltima parte della vigesima nona del primo) seguita (per la quarta de questo) la linea, a, b, esser perpendicolare alla superficie in laquale sono site le due linee, b, d, & b, f, per laqual cosa è manifesto el proposito.

Theorema. 9. Propositione. 9.

9 *Se due linee seranno equidistante a vna medesima linea e non in vna su-*
9 *perficie, ancora quelle e necessario esser fra lor equidistante.*

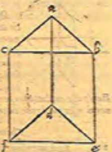
Sia l'vna & l'altra delle due linee, a, b, & c, d, equidistante alla linea, e, f, ne siano tutte in vna superficie. Dico che le medesime ancora fra lor sieno sono equidistante (de quelle che sono tutte in vna superficie egli è stato approuato per la vigesima del primo) hor in questo luoco si resta ad approuar de quelle che non sono in vna superficie come in queste che la, e, f, e intesa de saso vna de in alto, adonque sia segnato in quella el ponto, g, dal qual sian dutte le due perpendicolar alle due linee, a, b, & c, d, lequal siano, g, h, & g, K, & (per la quarta di questo) la linea, e, f, serà perpendicolare alla superficie (cioe a quella in laquale sono situate le due linee, g, h, & g, K,) adonque (per la precedente tolta due volte) l'vna e l'altra de quelle due linee, a, b, & c, d, e perpendicolare

dicolare alla medesima superficie che a quella in laquale sono situade le dette due linee.g.h,& g.k.(per la sesta propositione di questo) adonque quelle sono fra loro equidistante che è il proposito.

Theorema. 10. Propositione. 10.

10/10 Se due linee che si tocchino fra loro angularmente seranno equidistante ad altre due che pur si tocchino fra loro a loro opposite, e non siano in una superficie, li angoli che da quelle sono fatti se prouano fra loro esser equali.

Siano le due linee.a.b,& a.c.che se tocchino fra loro angularmente in ponto.a, equidistante a l'altre due lequale siano.d.e.& d.f. fra loro anchora si tocchino in ponto.d.ne siano con quelle in una superficie. Dico l'angolo.a esser equale al angolo.d il qual sia fatto la linea.d.e.equal alla linea.a.b, alla quale è posta esser equidistante, e la.d.f.equale alla.a.c, alla qual etiam è posta equidistante da quelle siano dutte le linee.a.d, b.e,& c.f.e.c.f.per la trigesima terza del primo) seguita che ciascuna l'una e l'altra delle due linee.b.e.& c.f.equale e equidistante alla linea.a.d.(adonque per la conuersione, & per la precedente) le medesime sono fra loro equale & equidistante adonque (per la trigesima terza del primo di nouo repetita) & le due linee.b.c.& e.f.sono etiam equale e equidistante, adonque (per la ottaua del primo) è manifesto il proposito.



Problema primo. Propositione. 11.

11/11 De vno ponto signato in aere da quello puotemo condure vna perpendicolare a vna data superficie.

Sia el ponto.a.di sopra in aere del quale volemo cõdure vna perpendicolare alla subgiacente superficie, adonque in quello piano sia dutta la linea.b.c.(come a caso cadera) alla quale dal detto ponto.a.sia dutta la perpendicolar.a.d.secondo la dottrina della 12. del primo, & vna altra volta dal ponto.d.in quello piano (laquale è da esser dutta la perpendicolare dal ponto.a.) sia estratta la linea.d.e.laqual sia perpendicolare alla linea.b.c.come insegna la 11. del primo. Anchora a quella linea.d.e.sia dutta vna altra linea perpendicolare dal ponto.a.laqual sia.a.f.questa tu dico esser quella laquale intendemo, & per demostrar questo

sia a

sto sia tirata la linea.f.g.equidistante alla linea.b.d.& perche l'uno & l'altro di duoi angoli.b.d.a.& b.a.f.è retto (per la quarta de questo) la linea.b.d.serà perpendicolare alla superficie in laquale è el triangolo.a.d.f.e pero etiam (per la ottaua de questo) la linea.g.f.serà perpendicolare alla medesima superficie, adonque (per la diffinitione) l'angolo.g.f.a.serà retto & conciosia anchora che l'angolo.d.f.a.sia retto seguita (per le quarta de questo) la linea.a.f.esser perpendicolare alla superficie in laquale sono le due linee.d.f.& f.g.che è il proposito.

Problema.2. Propositione.12.

12 Proposta una superficie & da un ponto signato in quella puotemo da

12 quello erigar una linea orthogonalmente alla detta superficie.

Quando da un ponto signato in una proposta superficie desiderarai di condur una perpendicolare, da un altro ponto posto a tuo piacere di sopra in aere tu condurai una perpendicolare alla medesima superficie come insegna la precedente, laquale se la cascharà in el ponto assignato lei serà quella che tu cerchi, ma se la non cade nel detto põto. da quello medesimo assignato ponto tu ducerai una equidistente alla condutta perpendicolare, & quella (per la ottaua de questo) tu approuerai esser quella che tu cerchi.

Theorema.11. Propositione.13.

13 Egliè impossibile star due linee rette sopra uno ponto orthogonalmente

13 a una superficie.

Perche se gliè (per l'aduersario) che due linee rette a una medesima superficie stiano perpendicolarmente sopra un ponto, la superficie in la quale esse perpendicolare sono situate sia intesa esser produtta per fina a tanto che seghi la superficie alla quale le dette linee stano perpẽdicolarmente (& per la terza de questo) la commune settione di quelle, serà una linea retta, et perche (per la diffinitione) l'una & l'altra di quelle due perpendicolare con la commune settione contien angolo retto seguita che l'angolo retto sia parte dell'angolo retto laqual cosa è impossibile, & si come che di sopra hauemo dimostrato esser impossibile da uno medesimo põto che sia dētro d'una superficie cauar due linee perpẽdicolare sopra alla medesima superficie così anchora demostraremo esser impossibile, da uno medesimo ponto fora d'una superficie signato protrarre due linee perpendicolare alla medesima superficie, perche se questo potesse esser (per l'aduersario) quelle seriano fra loro equidistante (per la sesta propositione de questo) laqual cosa è impossibile (per la diffinitione delle linee equidi-

equidistante: adonque da questo è manifesto che se alcuna superficie piana segarà una altra superficie piana orthogonalmente, & da alcuno ponto della superficie segante sia dutta una perpendicolare alla superficie segata quella è necessario cade re in la commune settione de quelle, altramente dal medesimo ponto della superficie segante sia protratta una perpendicolare alla commune settione de quelle co me insegna la duodecima del primo, & dal ponto in elquale tagliaçon la commune settione un'altra perpendicolare sia dutta alla medesima commune settione in la superficie segata come insegna la undecima propositione del primo, & per la diffinitione della superficie eretta orthogonalmente sopra un'altra, l'angolo che contieneno queste due linee perpendicolare, e retto per laqualcosa (per la quarta di questo) la prima de queste due perpendicolare e anchora perpendicolare alla superficie segata, adonque da uno ponto sono protratte due linee perpendicolari a una medesima superficie laqualcosa è impossibile, adonque rimane el nostro proposito

Il Tradottore.

Quello che di sopra se dimostra in questa propositione mal si puol dare figura intelligibile, ma bisogna considerare e figurare mentalmente tutto quello che sol con parole te depinge il che non e difficile.

Theorema 12. Propositione. 14.

14 Se una linea stara orthogonalmente sopra due assignate superficie.
14 Anchora se quelle due superficie seranno protratte in qualunque parte in infinito mai concorrano.

Sia posta una linea stare a due superficie orthogonalmente, hor se possibile è (per l'aduersario) quelle due superficie concorrere in la commune settione de quelle laquale (per la terza di questo) serà una linea retta, & sia segnato uno ponto a qualunque modo si voglia nella detta linea, dal quale siano protratte due linee in quelle due superficie a quella linea laquale sopersta perpendicolarmente sopra a quelle & serà constituito uno triangolo da queste due linee & dalla perpendicolare, adonque l'uno et l'altro di duoi angoli del detto triangolo (che stanno sopra la perpendicolare) e retto come per la diffinitione della linea stante perpendicolarmente sopra una superficie, & questo è impossibile (per la trigesima seconda del primo.

El conuerso anchora, cioe se sopra due superficie equidistanti cascarà una linea retta laqual sia perpendicolar a una di quelle anchora quella serà perpendicolare all'altra.

Sia

Sia inteso a due superficie poste equidistanti una linea retta penetrante ambe due quelle, laquale all'una di quelle superficie perpendicolarmente, dico che la medesima linea sopra sta perpendicularmente all'altra superficie. Et per dimostrare tal cosa sia intesa una superficie segante le predette due superficie equidistanti sopra la linea penetrante quelle, & la commune settione di questa superficie segante & de l'una delle segate cioe de quelle alla quale la linea penetrante è posta perpendicular, vnaltra contenera angolo retto cō la detta penetrante per la diffinitione della linea perpendiculare ad una superficie, adunque se l'altra commune settione de detta superficie segante, & dell'altra delle due segate in la medesima linea penetrante non contenera angolo retto per la ultima propositione del primo, seguirà che quelle due commune settioni in una parte protratte necessariamente concorreranno per laqual cosa etiam le superficie che sono state poste equidistanti necessariamente concorreranno e perche questo è impossibile seguirà che quel angolo è retto, & per le medesime seguirà de qual si voglia superficie segante le medesime superficie equidistanti sopra la medesima linea, adunque per la quinta diffinitione, & per questa settuagesima è manifesto essere il vero quello che havemo detto.

Theorema. 13. Propositione. 15.

15 Se seranno due linee che fra loro si toccheno angolarmente, equidistante a altre due che pur si toccheno angolarmente, & non in una superficie, li due superficie contenute dalle medesime linee essendo produtte quanto si voglia in niuna parte potranno concorrere.

Siano le due linee, a.b. & a.c. lequale si toccheno angolarmente in ponto a. equidistante alle due linee, d.e. & d.f. lequale angolarmente si toccheno in ponto d. e non siano in una superficie, dico le superficie di quelle in qualunque parte protratte & quanto si voglia è necessario che mai concorreranno, & per dimostrare questo sia protratta dal ponto a. (come insegna la quinta de questo) una perpendicolare alla superficie delle due linee, d.e. & d.f. & sia la, a.g. & dal ponto g. sia condotto, g.h. equidistante alla d.e. & la, g.k. equidistante alla d.f. & (per la diffinitione) ciascun l'altro di i dui angoli, a.g.h. & a.g.k. serà retto & (per la nona di questo, esser equidistante alla linea, g.k. la linea, a.c. serà equidistante alla linea, g.h. per laqual cosa per la ultima parte della 29 del primo) l'vno e l'altro di dui angoli b.a.g.

g.f.d.g. serà retto è però per la quarta di questo sia linea d.g. serà perpendicolare alla superficie delle due linee a.c. & d.g. & conciosia che quella sia ancora per il presupposito perpendicolare alla superficie delle due linee a.b. & a.c. adonque per la precedente è manifesto, che è el proposito.

Theorema. 14. Propositione. 16.

16 Se una superficie segarà due superficie equidistante le commune settio-
16 ni seranno equidistante.

EL manifesto per la terza che una superficie segan te qualunque due superficie equidistante le commune settioni de quelle seranno due linee rette, & conciosia che ambedue quelle siano situate in la superficie segante, se quelle non seranno equidistante (per l'aduersario) sia supposito concorrere a qual si voglia ponto, adonque serà che uno medesimo ponto sia in l'una e l'altra delle due commune settioni, conciosia che una di quelle commune settioni è in una delle due superficie segate & l'altra in l'altra seguita adonque quelle superficie che sono supposite esser equidistante concorrere et questo è impossibile, adonque le commune settioni de quelle seranno equidistante che è il proposito. Da questa & dalla precedente se puol formare una conclusione simile alla trigesima del primo cioe questa, se seranno due superficie a una equidistante quelle medesime anchora seranno fra loro equidistante, siano poste 3. superficie delle quale l'una e l'altra delle estreme sia equidistante alla media, dico che le necessario quelle estreme equidistare fra loro, hor siano segate tutte tre quelle superficie da due superficie fra loro segante, & per questa sestadecima le commune settioni delle due estreme superficie seranno equidistante alli settioni della media, per laqual cosa per la trigesima del primo quelle settioni delle due estreme superficie seranno equidistante fra loro, & perche quelle se toccano in la commune settione delle due superficie segante, le tre superficie poste per la precedente euidentemente è manifesto quello che hauemo detto.

Theorema. 15. Propositione. 18.

17 Se due linee rette che si tocchino fra loro, ouero
17 che siano equidistante segarano tre ouer piu superficie equidistante, le diuisioni di quelle linee si prouano fra loro esser proportionale.

Siano intese due linee rette penetrante a qualunque modo si voglia, a tre superficie equidistante ouer etiamdio piu ditte. adonque dico le due portioni di quelle linee tolte fra qual si voglia superficie si voglia esser proportionale a qualunque due altre

intercette

intercette da quelle superficie equidistante. Et per dimostrare quello siano eligiate le due estremità di quelle due linee, dutta fra quelle con una linea tirata diagonalmente, & questa diagonale serà con l'una e l'altra di quelle due penetrante: le superficie proposite in una superficie segante quelle superficie proposte equidistante, sie adonque se con la mente tu potrarai le commune settioni di quelle superficie, lequale (per la precedente) seranno equidistante (per la prima parte della seconda del sesto) serà manifesto il proposito.

Theorema. 16. Propositione. 18.

18/18 Se una linea starà orthogonalmente in una assignata superficie, ogni superficie dutta da quella linea per qual verso ne pare, serà orthogonalmente eretta sopra alla medesima superficie assignata.

Sia la linea a.b. eretta perpendicolarmente sopra alla figura superficie e, & dalla linea a.b. sia produtta una superficie per qual verso si voglia, hor sia la e.f. laqual dico perpendicolarmente eretta sopra la assignata superficie: perche conciosia che ella segħi la superficie assignata la commune settione de quelle serà una linea

retta (per la terza di questo) & sia la f.g. adonque signato qual si voglia ponto in questa commune settione (qual sia d.) & da quello sia estratto in la superficie che è produtta dalla linea a.b. una perpendicolare alla linea f.g. laqual sia d.c. & (per la seconda parte della vigesima ottava del primo) la linea c.d. serà equidistante alla linea a.b. e però (per la ottava di questo) la linea c.d. etiam perpendicolare alla superficie proposta, adonq; perche per questo modo qual si voglia linea protratta orthogonalmente da qual si voglia ponto della linea b.d. ad essa linea b.d. in essa superficie e f. che è produtta per la linea a.b. è perpendicolare alla proposta superficie (per la diffinitione della superficie e retta orthogonalmente sopra a una superficie) è manifesto esser el vero quello che è proposto.

Theorema. 17. Propositione. 19.

19/19 Se due superficie che fra loro se segheno seranno erette orthogonalmente sopra a una superficie: la commune settione di quelle serà perpendicolare alla medesima superficie.

Siano le due superficie a.b. & c.d. che insieme segandose rette orthogonalmente sopra una assignata superficie. & sia la commune settione di quelle la linea retta e.f. hor questa e.f. Dico perpendicolare alla assignata superficie essendo altramente (per l'aversario) dal ponto f. elquale è commun termine delle settioni delle due

due superficie insieme segante, & della terza superficie sella, sia produtta vna linea retta in la superficie d.b. (laqual sia f.g.) perpendicolare alla assignata superficie similmente dal medesimo ponto sia cauata vna altra perpendicolare alla medesima superficie che sia situata la superficie .c.d. & quella .f.h. & le due linee f.g. & f.h. seranno ilsieme orthogonalmente alla superficie assignata sopra un ponto et questo è impossibile per la 13. di questo et non bisogna dubitar ch'l nõ possi esser protratte tal linee dal ponto f. in l'una e l'altra delle superficie a.b. et c.d. quando che e.f. non fusse perpendicolare alla assignata superficie. sia hor sia la linea f.b. commune settione delle superficie a.b. & delle superficie assignata, & la linea f.d. della superficie c.d. & delle superficie assignata adunque se la linea e.f. serà perpendicolare all'una e l'altra delle due linee f.b. & f.d. quella anchora serà perpendicolare alla superficie assignata (per la quarta di questo) ma se la non serà perpendicolare all'una ne l'altra (per l'aduersario) sia la f.g. perpendicolare alla f.b. & la f.h. perpẽdicolare alla f.d. dapoi dal ponto f. protrarai in la superficie assignata, una linea perpendicolare alla linea f.b. laquale (per la diffinitione della superficie eretta orthogonalmente sopra vna altra) contenerà angolo retto con la linea f.g. adonque (per la quarta di questo) la linea f.g. serà perpendicolare alla superficie assignata. Anchora per lo medesimo modo protratta vn'altra linea dal põto f. in la superficie assignata laquale sia perpendicolare alla linea f.d. seguirà (per la diffinitione predetta & per la quarta di questo) la linea f.h. esser perpendicolar alla superficie assignata, laqual cosa è impossibile (per la terzadecima de questo) ma se l'aduersario confessa la linea e.f. essere perpendicolar alla linea f.b. ma non alla linea f.d. seguirà per simel modo le due e.f. & f.h. esser perpendicolare alla superficie assignata che uscia di mente è impossibile.

Theorema .18. Propositione .20.

20 Se tre angoli superficiali contengano un angolo solido, ciascuni dui di quelli tolti insieme sono maggior dell'altro.

20

Siano le tre linee a.b. a.c. a.d. pyramidalmente erette sopra alla superficie .b.c.d. contenente tre angoli superficiali delle quale vien composto l'angolo solido in ponto a. Dico quali dui angoli si voglia de quelli angoli superficiali, constituenti lo angolo solido in ponto a. tolti insieme essere maggiori del terzo, perche se quelli tre angoli superficiali seranno fra loro equali, ouer se dui seranno solamente equali & lo terzo sia minore l'uno & l'altro di dui equali è manifesto per commune scientia essere il vero quello che è sta detto, ma se uno de quelli serà maggiore di qual si voglia delli altri dui restanti, o siano posti equali, ouero non equali al presente è manifesto quel maggiore con qual si voglia delli altri dui restanti tolti insieme essere maggiore del terzo, ma de quelli dui minori tolti in serano così se approverà esser maggiori di quello terzo che fu supposto esser maggiore di qual si voglia delli altri duoi. sia che delli tre proposti angoli superficiali l'angolo c.a.d. sia maggiore di qual si voglia delli altri duoi rimanenti, adonque tagliarò de quello c.a.d. e equale all'angolo b.a.d. protratta la linea a.e. & tagliando da questa linea c.la linea a.g. & dalla linea a.b. la linea a.f. laquale ponerò eguale serà equale & protrarò dal ponto g. una linea in la superficie delle due linee a.c. & a.d. cascante come si voglia per fina a tanto che quella seghi a.c. in ponto h. & a.d. in ponto K. & quella sia la h.g.k. & produrò le linee f.h. & f.K. conciosia adonque che a.f. sia equal al a.g. posta a.K. commune (per la quarta del primo) la f.K. serà equale alla K.g. e perche (per la 20. del 1.) le due linee h.f. et f.k sono maggiori della linea, h, k, (per la quarta concettione) la, h, f, serà maggiore della h.g. e pero per la vigesima quinta del primo conciosia che la linea a.f. sia equal alla linea a.g. serà l'angolo f.a.h. maggiore dell'angolo h.a.g. adonque (per la concettione) è manifesto li duoi angoli h.a.f. f.a.K. tolti insieme esser maggiori del angolo h.a.K. laqual cosa erà da demostrare.

Theorema. 19. Propositione. 21.

21 Ogni angolo solido el se approva esser minore del quattro angoli retti.

21

La quantità dell'angolo solido se determina dalla quantità delli angoli superficiali che contengono quel angolo solido. Adonque questa vigesima prima proposition immediate propone anchora che quali si voglia angoli superficiali che contenghino qual si voglia angolo solido tolti insieme esser minori de quattro angoli retti hor siano li triangoli della pyramide a.b.c.d. della quale conciosia che l'angolo supremo possi esser qual si voglia di suoi angoli tandi in questo luoco sia a. Del qual dico che li tre angoli superficiali che contieneno il detto angolo a. sono minori de quattro retti: perche eglie manifesto (per la trigesima seconda propositione del primo) li nove angoli de tre triangoli circonstanti a questa pyramide (& questi sono a.b.c. a.c.d. a.d.b.) esser equali a sei angoli retti, & di tre angoli della base di quella che il triangolo, b, c, d, è manifesto anchora (per la medesima) che quelli sono equali a duoi angoli, retti conciosia adonque che li sei angoli di 3. predetti triangoli circondanti quella nostra pyramide (della quale dissotemo del supremo angolo) dico quelli sei angoli che contengono con li altri tre angoli della base li altri tre angoli solidi della pyramide (per la precedente) tolta tre volte siano maggiori di tre angoli del triangolo della base, seguita adonque quelli sei angoli esser maggiori de duoi angoli retti adonque levato via dalli nove angoli di tre triangoli circondante la pyramide quelli sei angoli li tre restanti seranno minori, de quattro retti, & quel li sono quelli che constituiscono lo angolo a. solido, ma se l'angolo a. supremo in la tolta pyramide serà contenuto de piu che tre angoli superficiali, laqual cosa

serà

serà secondo la moltitudine delli angoli della sua base, conciosia adonque che li angoli de tutti li triangoli circondanti detta pyramide tolti insieme equalmente (per la trigesima seconda propositione del primo) siano equali a tāti angoli retti quāto e el numero di angoli della sua basa dupplicado, imperoche tanti è necessario esser li triangoli circondanti la pyramide quanto serebbe l'angoli della sua basa, & conciosia che tutti li angoli della sua basa, siano a tanti angoli retti equali, quāto è el numero dupplicato delli soui angoli è da quello trattone quattro (come in la trigesima seconda propositione del primo è stato dimostrado) conciosia, adonque che tutti li angoli di triangoli (circondanti la pyramide) che fanno sopra li lati della basa di detta pyramide tolti equalmente insieme siano maggiori de tutti li angoli della basa tolti equalmente insieme come euidentemente è manifesto (per la precedente) restarà come adire quanti angoli hauerà la basa, hor seguita necessariamente (per la commune scientia) li angoli superficiali continenti l'angolo .a. solido tolti equalmente insieme esser minor de quattro angoli retti. Dico minori in quello che tutti li angoli de triangoli circondanti la pyramide liquali stanno

ordinatamente sopra di lati della basa della pyramide eccedeno tutti li angoli della basa tolti equalmente insieme.

Il Tradottore.

Questa presente propositione nella seconda tradottione dice in questa forma videlicet.

Theorema. 19. Propositione. 21.

Ogni angolo solido è compreso sotto men de quattro angoli retti piani.

Laqual propositione parla piu correttamente dil'altra perche in vero l'angolo solido non è comparabile a angoli piani però non possiamo dir (senza reprensione) che uno angolo solido sia minore ne maggiore ne equal a quattro angoli retti ideo. &c.

Theorema. 20. Propositione. 22.

22 Se seranno tre angoli superficiali de quali via
22 scuni dui tolti insieme siano maggiori del terzo, & tutti fra loro siano contenuti da linee equale, delle tre base, che sotto tendono a quelli angoli (delli termini di dette linee equale) egliè possibile a esser constituito de uno triangolo.

Siano li tre angoli superficiali.a.c.e.d.f.h.g.K. come se propone cioe tali che ciascuni duoi di quelli siano maggiori del terzo,& siano li sei lati continenti quelli equali. liquali siano.a.b a.c.d.e.d.f.g.h.g.k. e sia protratte di sotto a quelli le tre base lequale siano.b.c.e.f.h.k. Dico adonque che da queste tre base puol esser constituido un triangolo, hor sia fatto l angolo.b.a.l.equale all angolo.d.& la linea.a.l.alla linea.d.e.& sian protratte le.l.b.l.c.& (per la quarta del primo la linea.l.b. serà equale alla linea.e.f.& del presupposito) è manifesto lo total angolo.a. esser maggiore dell angolo.g. perche ciascuni duoi (delli tre) angoli.b.a.c.d.& g. seranno maggiori del terzo adonque (per la 24. del primo) la linea.l.c. è maggiore della linea.h.K.e conciosia che (per la 20. del primo) le due linee.l.b.& b.c.sian maggiori della linea.l.c seguita le due linee.l.b. & b.c. esser molto piu forte maggiore della linea.h.K. adonque perche.l.b. è equale alla.e.f.le due linee.b.c.& e.f.seranno maggiori della linea.h.k adonque per questo modo è manifesto ciascune due linee nelle tre linee.b.c.e.f.h.k. esser piu longhe della terza, adonque (per la vigesima seconda del primo) è manifesto esser il vero, quello che è stato detto, solamente aggiontovi questo che se li duoi angoli.b.a.c.& d. tolti insieme siano equali a duoi retti le due linee.l.a.& a.c.(per la decimaquarta del primo) saranno una sol linea laquale conciosia che la sia equale (del presupposito) alle due linee.g.h.& g.k.lequale (per la vigesima del primo) sono piu longhe della linea.h.k.& cõciosia che (per la medesima) le due linee.l.b.& b.c.siano piu longhe della linea.l.c seguita come prima.b.c.& e.f. tolte insieme esser piu longhe della h.k. ma se li duoi predetti angoli sono maggiori de duoi retti (per la vigesima prima del primo) le due linee.a.l.& a.c.e. pero & le due.g.h.& g.K. seranno piu corte delle due lequal sono.l.b.& b.c. per laqual cosa come prima.b.c.& e.f tolti insieme sono piu longhe della linea. b. k.

Problema 3. Propositione 23.

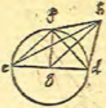
23/23 *Proposti tre angoli superficiali, di quali qualunque duoi tolti insieme sian maggiori del terzo, & tutti tre insieme siano minori di quattro angoli retti, con altri tre che siano a quelli equali puotemo constituire uno angolo solido.*

Siano propositi tre angoli superficiali liquali siano.a.b.c.con tre altri a quelli equali volemo constituire uno angolo solido el bisogna adonque (per la vigesima propositione di questo) che qualunque duoi de quelli tolti insieme siano maggiori del terzo & (per la vigesima prima propositione de questo) che tutti tre tolti insieme siano minori di quattro angoli retti. adonque siano tutte queste cose in quelli & li lati continenti quelli sian fatti tutti fra loro equali, & a quelli sian sotto tese tre base & queste siano.d.e.e.f.& f.d.& (per la precedente) de tre linee equale a queste base serà possibile essere constituido uno triangolo.

Sia

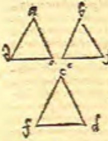
Sia adonque da queste (secondo la dottrina della vigesima seconda del 1.) constituito lo triangolo, d.e.f. al quale (secondo che insegna la quinta del quarto) sia circonscritto lo circolo.d.e.f.sopra il centro.g.& siano protratte le.g.d.g.e.g.f. lequale concio sia che elle siano fra loro equale (per la diffinitione del cerchio & li lati circondanti li tre proposti angoli) siano etiam equali (dal presupposito) egli è necessario che cadauna di quelle sia minore di cadauno di quelli lati, & è impossibile esser equale over maggiore, perche se la linea che vien dal centro.g.alla circonferentia del cerchio.d.e.f.fusse equal ad alcu li lati.a.d.a.e.b.e.b.f.c.f.c.d.seguitaria (per la ottaua del primo) li tre angoli proposti. a. b.c esser equali alli tre angoli.d.g.e.e.g.f.f.g.d.et conciosia che questi tre angoli siano equali a quattro angoli retti (come facilmente e manifesto dalla terzadecima del primo) protratta per un pochetto una delle linee che escono dal centro alla circonferentia in continuo et diretto, seriano etiam li tre angoli.a.b.c.anchora equali a quattro angoli retti che e contra al presupposito, ma se la fusse maggiore ponendo li tre triangoli (delli quali li angoli son.a.b.c.) sopra alli tre triangoli che diuidono el triangolo.d.e.f.cioe ciascun de quelli sopra quello con el quale communica in base talmente che le base equale siano poste sopra alle base equal & li angoli.a.b.c.cadauno alla parte del ponto.g.seguitaria, per la 21.del primo, li tre angoli.a.b.c.esser maggiori delli tre liquali sono.d.g.e.e.g.f.f.g.d.adonque seriano maggiori de quattro retti che è molto piu contrario delle cose supposte, adonque resta ciascuno di sei lati circondanti li tre proposti angoli esser maggiore della linea che vien dal centro.g.alla circonferentia.d.e.f.e pero e piu potente, sia adonque piu potente in el quadrato della linea.g.h.laquale, secondo la duodecima di questo, sia orthogonalmente erretta sopra la superficie del triangolo ouer del cerchio.d.e.f.& siano protratte le tre ypotenuse.h.d.h.e.h.f.lequale dico contenere tre angoli superficiali, equali alli tre propositi, constituenti lo angolo solido in ponto.h. perche conciosia, che'l quadrato della linea, a.d, sia equale alli duoi quadrati delle due linee.d.g.& g.h.dal presupposito, & lo quadrato della linea.d.h.sia equale alla medesima, per la penultima del primo, è necessario la linea, a, d, esser equale alla linea.d.h.e per lo medesimo modo etiam la linea.a e.alla linea.e.h.adonque, per la ottaua del primo, conciosia che le base siano etiam equale, l'angolo.a. sara equale all'angolo.d h e similmente anchora l'angolo.b.sara equale all'angolo e.h.f. & l'angolo.c.equale all'angolo.f.h.d.per la qual cosa è manifesto esser fatto quello che haueuo disposto di fare.

o/23 Ma se per caso el centro del cerchio serà in vn di lati del triangolo ponianmo che sia in lo lato, e, d, & che sia, g, & sia tirata la linea, f, g, dico vn'altra volta che lo lato, a, d, è maggior di, f, g, & se'l non è maggiore ouer che il detto, a, d, è equale al detto, f, g, ouer che egliè minore hor poniamo (se egliè possibile) che prima sia equale adonque le due linee ouer lati, a, d, a, e, (che sono quanto che, b, e, & b, f, ouero c, f, & c, d.) sono equali alle due linee, e, g, & g, f. che è come tutta la, e, g, d, ma la detta, e, g, d, e suppesta equale alla basa, d, e, (del triangolo, a, d, e.) adonque li dui lati, a, d, & a, e. del triangolo, a, d, e, sono equal alla basa, d, e, laqual cosa è impossibile, adonque lo lato, a, d, non è equale alla g, f, similmente anchora se potrà dimostrare che il non è minore, adonque la detta, a, d, è maggior della, g, f, hora similmente se la, a, d, è maggiore della, g, f, lei serà anchor piu potente, hor sia anchora piu potente nel quadrato della linea, g, h, laqual sia posta perpendicular alla superficie del cerchio in ponto, g, & procurate medesimamente le tre ypotenusse, h, e, h, d, e, h, d, & serà concluido il problema.



Il Tradottore.

Che il lato, a, d non possi esser minore della, g, f, si verifica in questo modo, perche supposto che sia minore (per l'aduersario) seguiria che la basa, d, e, sesse maggiore delli dui lati, a, d, & a, e, laqual cosa è impossibile (per la uigesima propositione del primo.



Ma se per sorte il centro del cerchio serà fuora del triangolo, sia posto anchora nel ponto, g, & sia tirata la, g, f, & similmente la, e, g, & d, g. Dico anchora che la, a, d, è maggiore della, g, f, & se la non è maggiore (per l'aduersario) ouer che la è equale ouer che la è minore, hor sia primamente equale, adonque le due linee, a, d, a, e, etiam le due, b, e, & b, f, sono equale alle due, e, g, g, f. (cioe l'una all'una e l'altra all'altra) & la basa, e, f, del triangolo, b, e, f, (dal presupposito) è equale alla basa, e f, del triangolo, e, g, f, adonque l'angolo che sotto de, e, b, f, (per la ottaua del primo) equale all'angolo che sotto de, e, g, f, per le medesime ragioni & quello che è sotto di, f, c, d, è equale a quello che sotto di, f, g, d, adonq; tutto l'angolo sotto di, e, g, d, è equale a quelli dui sotto di, e, b, f, & f, c, d, ma

d, ma quelli che sono sotto di e.h.f. & f.c.d. sono maggiori di quello che sotto di, d, a, e adonque quello che sotto di e,g, d, e maggior di quello che è sotto di d, a, e & perche le due a, d, & a, e, sono anchora equale alle due e,g, d,g, & la basa d,e del triangolo a,d,e, (dal presupposito) è equale alla basa e,d, del triangolo e, f, d, adonque l'angolo che sotto alle e,g,d, (per la ottaua del primo) e equale a quello che sotto alle d,a, e, & è manifesto che è anchor maggiore che è vna cosa absurda, adonque la a.d non è equale alla f g, anchora demostraremo che la non e minor, adonque lei serà maggiore etiam piu potente sia adonque piu potente nel quadrato della linea g,h laqual sia posta anchora perpendicolare alla superficie del cerchio in ponto g, e sia constituido il problema.

Hor dico (come di sopra è detto) che la a.d non è minore della f,g, et se questo è possibile (per l'aduersario) anchora la b,e, a lei equale serà pur minore della medesima f.g, hor sia posto ouer fatta la g.K, equale alla, b. e. & la g,l, equale alla b,f, & sia tirata la k, l, et perche la, b,e, è equale alla, b,f, la g.K, serà equale alla g,l, per laqual cosa è il restante k, f, serà equale al restante l,e, adonque la k,l, (per la vigesima ottaua del primo) e paralella alla, f,d, e perche il triangolo f,c,g, è equiangolo al triangolo, g,k,l, adonque (per la sesta del sesto) si come è la g,f, al f,c, cosi è la g,k, al k,l, et uicissim (cioe permutatamente per la decima sesta del quinto) si come g,f, al, g.k, cosi, c,f, al, K, l, et g,f, è maggiore della detta g,k, adonque & la, f,c, e maggiore della, k, l, ma la f,c, e equale alla basa, f,e, del triangolo, b,e,f, adonque & la basa f,e, e maggiore della, k,l, (& per la decima quarta del quinto) adonque perche le due, b,e,b f, sono equale alle due k,g,g l, (cioe l'una a l'vna, & l'altra all'altra) & la basa, f,e, e maggiore della basa, k,l, adonque l'angolo che sotto delle, e,b,f, (per la vigesima quinta del primo) e maggiore dell'angolo che sotto delle z. K,g l, similmente anchora se pigliamo la g m equale all'una & l'altra delle due g k,g,l, & tirata la K m, demostraremo che l'angolo che sotto le. f, c,d, e maggiore di quello che sotto di k,g m, sia adonque constituido (per la vigesima terza propositione del primo) alla linea retta f g, nel ponto, g, l'angolo, f,g, n, equale a l'angolo, e,b, f, & l'angolo f g o equale all'angolo f c d, & sia fatta l'una & l'altra delle due g,n, & g o (per la terza del primo) equale alla g, k, & siano tirate le linee k, n, k o & n o & perche le due linee, b e, b f sono equale alle due k, g & g n & l'angolo lo che sotto delle e,b,f, è equale all'angolo che sotto delle K,g,n, adonque la basa e, f. (per la 4. del primo) è equale alla K,n. & per le medesime ragioni etiam le f.d. e equale alla K.o & perche le due f,e,f,d, sono equale alle due k, n, k, o, & l'angolo sotto di e,f,d, (nel cerchio) è maggiore, di l'angolo che sotto di n.K.o. adonque la basa e.d. (per la vigesima quinta del primo) sera maggiore della basa n.o. ma la detta e,d, e equale alla basa e.d. nel triangolo a. d. e (per la quarta del primo) adonque la detta d,e, è maggior della medesima n.o. perche adonque le due a,d, a,e, sono anchora lor equale alle due n. g. g. o. & la basa d. e, e maggiore della basa, n, o, adonque lo angolo che sotto di d, a, e (per la vigesima quinta del primo) è maggiore di l'angolo che sotto di n,g,o, ma l'angolo che sotto di n,g,o, è equale a quelli che sotto di e, b, f, & f, c, d, adonque quello che sotto di d, a, e, è maggiore di quelli che sono sotto di e,b,f, & f,c,d, e etiam minore (dal presupposito laqual cosa è impossibile.

Il Tradottore.

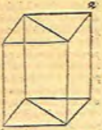
Perche el triangolo f,e,d, (circonscritto dal cerchio) fu fatto in principio delle tre base di tre triangoli cioe delle base d,e, e, f & f. d. & la basa d.e. del triangolo a.d.e è supposta equale per alla linea over basa e,d, posta nel cerchio: & similmente la basa e f del triangolo e b f, se suppone equale per alla e f posta nel cerchio & cosi la f d alla f d perilche bisogna advertire nella soprascritta argumentation che tal hora si parla delle base fora del cerchio e tal hora, se parla delle medesime poste nel cerchio ideo. Che l'angolo e f d (nel cerchio) sia maggior dell'angolo n k k è manifesto perche lo detto angolo n,k, o, è parte dell'angolo l k m & lo l k m e equale al e,f,d, per le cose demostrate di sopra.

Per trouar la linea b, g, cioe la linea potente nella differentia che il quadrato della linea a,d, (maggiore) eccede il quadrato della g,f, (minore) se die procedere in questo modo, sopra la linea a, d, sia descritto lo mezzo cerchio a,b,d, & nel detto mezzo cerchio (per la prima del quarto sia coaptada vna linea equale al la f. g. (laqual sia la a. b. & dal ponto b. al ponto d sia tirata la b, d, laqual b, d, dico esser quella che cercamo: perche l'angolo a b d e retto (per la trigesima prima del terzo) & il quadrato della a, d, per la penultima del primo) è equale alli dui quadrati delle due linee a,b, & b,d, tolti insieme, adonque il quadrato della, a d e maggiore del quadrato della a b nel quadrato della linea b, d, & perche la a,b, fu tolta, equale alla f g e manifesto il proposito, e però pigliando poi la linea g b. equale alla b d e seguire come nelle sopradette argumentationi se propone se risoluerà il proposto problema.

Problema. 21. Propositione. 24.

24 Se vno solido serà contenuto de superficie equidistante le superficie oppo
24 site di quello sono equale, & de lati equidistanti.

Cio-



Ciascun solido che è contenuto de superficie equidistante, altri dicono necessariamente esser contenuto da superficie pare, lequale si come uno ponno esser manco di sei, così ponno essere in ogni numero paro eccedente el senario perche è manifesto la colonna essagona poßer esser contenuta da otto superficie lequale le due e due opposite fra loro sono equidistanti, così anchora la ottogona da diese la decagona de dodeci & alla similitudine di queste infinite, ma de tutti questi solidi contenuti da superficie equidistanti (liquali ponno esser infiniti) solamente quello è detto paralellogrammo del quale tutte le superficie circondante quello sono paralellogramme, & questo solamente è necessario esser da sei superficie circondato, dico adonque quello che propone questa vigesima quarta dover esser inteso di quello che circondato solamente da sei superficie, sia adonque tal solido el corpo a.b. del quale fa che tu comprendi con la mente diligentemente le superficie che circonda el detto solido & te serà manifesto cadauna di quelle segare quattro delle altre, li lati delle qual quattro (conciosia che siano le commune settioni de essa segante) & delle quattro segate: siano due e due di quelle quattro segate (lequale se oppongono fra loro) equidistante dal presupposito segante, per la decima sesta tolte due fiate) che li quattro lati di questa superficie segante, & delle quattro segate siano fra loro a due a due equidistante adonque è manifesto el secondo proposito & (per la trigesima quarta propositione del primo) è manifesto tutti li lati oppositi di queste sei superficie essere equali. Adonque li doi lati contenenti l'angolo piano di cadauno di quelle seranno equali alli duoi lati contenenti l'angolo piano in la superficie a loro opposita, anchora li angoli contenuti da quelli duoi & duoi lati (per le decima di questo) seranno equali, adonque (per lo converso della penultima commune sententia posta nel libro) e necessario ciascune due superficie opposite in el solido a.b. esser fra loro equale che è il proposito.

Theorema .22. Propositione .25.

25 / 25 Se alcuna superficie segarà alcuno solido paralellogrammo equidistantemente alle due superficie opposite di esso solido. li duoi corpi partiali (liquali sono copulati a quella superficie seghante come a commun termine) sono proportionale alle sue base.

Sia il corpo. a. b. solido paralellogrammo, & la superficie. c. d. seghi quello equidistantemente alle due superficie opposite di quello lequale sono a, e, & f. b. &

fia la

sia la superficie g.h.base del detto solido a.b.della quale è manifesto (per la precedente) esser de lati equidistanti & la commune settione delle due superficie c.d.& g.h.sia la linea h d. dellaqual è manifesto (per la terza) di questo che quella è una linea retta & (per la decima sesta di questo) che quella e equidistante alla g.e. & però le due superficie g.d.et h.b.sono de lati equidistanti, e quelle sono basi di duoi corpi partiali in liquali la superficie c d.divide el solido a.b.adonque dico che la proportione del solido a.d.al solido b.c.e si come della basa g.d. alla basa h.b.hor per dimostrar questo siano protratte (quanto te pare) dall'una e l'altra banda le quattro linee penetrante la superficie c.d.sopra li suoi angoli & quelle sono a.f. & e.k. con le altre due a quelle equidistante, & sian tolte da tutte quelle le portioni dalla parte del ponto b.quante te pare, lequale siano poste a una per una equale alla linea b,d.& dalla parte del ponto, e similmente quante altre te piace, lequale siano poste equale alla linea e.d.sopra lequale dall'una e l'altra banda siano constituidi li solidi paralellogrammi secondo la longhezza delle sue, & siano dalla parte del ponto b.li solidi f.c.& l.m.& dalla parte del ponto e.li solidi a.n.& q.p.& (per la diffinitione di corpi equali & simil) cadauno di solidi f.K.& l.m.è equale al solido c.b.& cadauno delli solidi a.n. & p.q.è equale al a.d.adonque sia fatto l'argumento si come in la prima del sesto : perche el solido c.m.e cosi multiplice al solido b.c.come la basa h.m.alla basa b.h.& lo solido q.c.è cosi multiplice al solido, a.d.si come la basa q.h.alla basa g.d.& se la basa h.m. è equale alla basa q. h. lo solido c.m.è equale al solido q.c. (per la diffinitione di corpi equali & simil) & se la basa è minore della basa & lo solido è minor del solido, & se è maggiore è maggiore, laqual cosa è manifesta (per la medesima diffinitione) resegnata dalla maggiore basa alla equalità della minore, et descritto sopra a quella el solido paradello grammo, adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalità) la proportione del solido a.d. al solido c.b.e si come la basa g.d.alla basa b.h. che è il proposito & se alcuna superficie segharà el corpo seratile equidistantemente alle due opposite superficie triangolare di quello li duoi corpi partiali liquali sono copulati a quella superficie seghante (come a commun termine) seranno proportionali alle sue base, hor sia a.f.el corpo seratile del quale le due trigonal superficie siano a.b.c. d.e.f.adonque è manifesto (per la diffinitione del seratile) cadauna di quelle tre superficie, lequale sono a.b d.e.b.c.e.f.a.c.d.f.esser paralellogrammo, adonque la superficie g.h.k.seghi questo seratile equidistantemente alle due opposite superficie di quello lequale sono a.b.c.d.e.f. Dico adonque che la proportione del seratile a.k. allo seratile g.f.e si come la basa a . K . alla basa g. f. laqualcosa se prova si come del solido paralellogrammo, perche protratte in l'una e l'altra parte le linee a. d. b.e.c.f.& fatti in tra quelle dalla parte del ponto c li seratili equali al seratile g.f. & dalla parte del ponto b altri equali al seratile a K. de che numero voi dall'una e l'altra bãda, se con la mente vigilente procederai (per la diffinitione della incontinua proportionalità) non te serà difficile concludere quello che havemo detto.

Problema.4. Propositione .26.

16 Sopra uno dato ponto de una data linea retta puotemo constituire uno
26 angolo solido equale a uno proposto angolo solido.

Sia el proposito angolo solido .a. elquale sia contenuto dalle tre linee .a. b. a. c. a. d. (lequale contengono li tre angoli superficiali, che costituiscono esso angolo solido) elquale sopra el ponto .e. della proposta linea .e. f. (laquale stia come pare al proponente, cioe distesa in piano ouero eleuata in suso) desideremo de constituire un angolo solido equale. Sia el sito delle linea e. f. come si uol .l. e & dal ponto .g. sopra to doue uorai produrrai la linea .g. e. & (per la seconda di questo) le due linee .e. f & g. e. seranno in una superficie, adonque in questa superficie sopra el dato ponto .e. in la assignata linea (secondo el modo della uigesimaterza propositione del primo) constituisse uno angolo equale all'angolo .b. a. c. e. quel sia .f. e. g. dapoi dalla linea .a. d. tagliata la linea .a. h. si come tu uorai & dal ponto

h. produrai la perpendiculare .h. k. alla superficie in laquale sono le due linee .a. b. & .a. c. laqual cosa come se debbia fare el te lo insegna la undecima di questo, a do que a ti non bisogna pigliar cura dal ponto .k. perche el non te importa che la perpendicolare .h. k. (condutta alla superficie in laquale sono le due linee .a. b. & .a. c.) caschi fra esse linee ouer di fora uia, ouer in una di quelle conducerai solamente la linea .a. k. & ponerai el ponto .l. in la linea .a. b. doue uorrai & produrai la linea .k. l. et

la .h. l. & mette l'angolo .f. e. m. (in la superficie delle due linee .e. f. et e. g.) equal all'angolo .b. a. k. e la linea .e. m. equal alla linea .a. k. & dalla linea .e. f. taglia la linea. e. p. equale alla linea .a. l. & dal ponto .m. conduce la linea .m. n. perpendiculare alla superficie in laquale sono le due linee e f. & .e. g. e pone quella equale alla .h. k. & tira le linee .e. n. n. p. & p. m. dico adonque le tre linee e. f. g. e. n. contenere uno angolo solido in ponto e. equale al proposto angolo .a. laqual cosa dimostra in questo modo conciosia che (dal presupposito) li doi lati .a. k. & k. h. del triangolo .a. k. h. siano equali alli doi lati .e. m. & m. n. del triangolo .e. m. n. & li angoli che sono al .k. & al .m. sono retti (per la diffinitione) della linea perpendicularmente erretta sopra una superficie seranno (per la quarta del primo) le due linee .a. h. & .e. n. equale ancho ra (per la medesima) le due linee .k. l. & m. p. seranno equale e però etiam (per la medesima) .h. l. & .n. p. seranno equale conciosia che .h. k. & .k. l. siano equale alle. m. n. & m. p. & li angoli .h. k. l. & .n. m. p. retti (per la ottaua del primo) adonque l'angolo .n. e. p. serà equale all'angolo .h. a. l. anchora per simil modo tu approuerai l'angolo .g. e. n. esser equale all'angolo .c. a. d. adonque è manifesto noi hauer fatto quello che uolemo. O studioso lettore se ponerai bē cura a quello che hauemo opera

todi

to di sopra date senza impedimento potrai constituire il proposito angolo.a.(che se adimanda) sia contenuto da quanti lati si voglia.

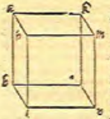
Il Tradottore.

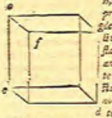
Doue che sopra il commentatore dice che dal ponto.g.signato doue uorrai produrai la linea.g.e.&c. A me non pare che il detto ponto.g.si possa tor doue ne parerà anci tal parlar mi pare fuora di proposito e superfluo: perche satisfa solamente a dire che si debbia sopra il ponto.e.constituire(per la uigesimaterza del primo) l'angolo.f.e.g.equale all'angolo.b.a.c.&seguire poi come seguita.

Problema. 5. Propositione. 27.

27 Sopra a una assignata linea potemo constituire uno solido simile a uno dato solido de superficie equidistante.

27





Sia la assignata linea, a, b, del sito del quale ouer giaccia in piano, ouer sia in alto ellenata el non importa niente, & sia lo corpo.c.d. lo solido parallelogrammo assignato el quale sopra la linea. a.b. desiderremo fabricare uno solido simile, siano adonque li tre linee continente li angoli superficiali dalli quali uien còposto l'angolo.c. solido delle inscritte littere,c, e. c. f. c.g.&(secondo li precetti della precedente) sopra el ponto.a.della linea. a.b, sia constituido uno angolo solido equale al.c.sia contenuto dalle tre linee, a.b.a. h,a.k.& con lo aggiutto(della undecima del sesto) sia la proportione della,c.e,alla.a.b,& della,c.f,alla.a, b, & della,g.c,alla,a,k,una medesima proportione, depoi dal li tre ponti,b,h.K.sia protratte sei linee cioe,b,l, equidistante alla linea,a.h,&,h,m.equidistante alla linea,a,k, anchor,b,l,equidistante alla linea,a.h & h,n,equidistante alla linea,a,K,anchor sia tirata la linea,k,n,equidistante alla,a,b,&,K,m,equidistante alla,a,b,& piu sia protratte,m,p,equidistante al,b,l,& p,l,equidistante al,h.m,anchora sia protratta la linea,p,n.& serà cópido el solido parallelogrammo,a.p,el qual dico esser simile al solido,c, d, & questo)per la diffinitione)delle superficie simile,&(per la diffinitione di corpi simili)facilmente tu concluderai se tu te aricordi de quelle.

Theorema.23. Propositione. 28.

28 Se alcuna superficie segarà uno solido parallelogrammo sopra quelle due opposite superficie terminale di quello si uoglia & sopra li dia-

28

diametri di quelle, per la medesima superficie e necessario segare quel corpo in due parti equale.

Sia el corpo.a.b.solido paralellogrammo del quale sia supposto che la superficie.a.b.c.d.seghi quello sopra li diametri delle due superficie opposite terminante esso solido.le quale siano.a.d.& c.b.Dico che la detta superficie divide quello solido proposito in due parti equali, perche egli e manifesto che quella divide quel solido in duoi seratili di quali le due e due superficie quadrilatere comparate fra loro, secondo che esse sono li lati oppositi del proposito solido (per la vigesima quarta de questo) e manifesto esser equale, perciochè che'l solido del qual parlamo e posto esser paralellogrammo, anchora (per la medesima, & per la quadragesima prima del primo) è manifesto le superficie trilatere di detti seratile essere equale, adonque (per la diffinitione di solidi equali) è manifesto il proposito.

Theorema.24. Propositione.29.

29 Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente lati & in vna medesima basa, & constituti sopra vna linea se provano esser equali.

Vero è che li solidi de lati equidistanti equalmente alti constituidi fra superficie equidistanti & sopra una medesima basa sono fra loro equali si come delle superficie de equidistanti lati sopra una basa, & constitute tre linee equidistanti, come in la trigesima quinta del primo è stato dimostrato, ma de tali solidi alcuni sono detti esser constituidi sopra una linea, & questi tali sõ quelli, de quali li duoi lati oppositi dalle supreme superficie protratti secõdo la rettitudine sono una sol linea: & de questi tali questa uigesimanona propone de demostrare tutti questi esser equali fra loro, ma li altri de questi sono quelli liquali non sono detti esser cõstituidi sopra una linea & sono quelli di quali qualunq. duoi lati oppositi delle supreme superficie che siano talli secondo la rettitudine protratti nõ sono una sol linea, et de talli la seguẽte propone. da demostrare tutti quelli anchora esser fra loro equali. Siano adonque li duoi solidi paralellogrammi equalmente alti over cõstituidi fra superficie equidistanti a.b.& a.n.sopra una basa laqual sia.a.e.de quali li lati oppositi delle supreme superficie (quando siano protratti secondo la rettitu

dine)

dine)siano una linea.& quelli siano.e.m.& f.n. Dico adonque che li solidi.a.b.& a.n.sono equali & questo se fabricarai la figura de quello secondo che bisogna in atto,ouer con la mente,& che tu procedi si come in la trigesima quinta del primo facendo il medesimo qui di serratili come in quel luoco di trianguli tu potrai facilmente concludere. & la medesima diuersita a te occorre in questo luoco in li solidi,che hai uisto esser occorso iui in le superficie.

Theorema.25. Propositione.30.

Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti che seranno
30 constituti in vna medesima basa, & non sopra una linea, se approuano esse-
30 re equali.

Sia al presente duoi solidi parallelogrammi equalmente alti,ouer in superficie equidistante: & siano sopra vna medesima basa,ma non constituidi sopra una linea de noui. Dico quelli esser equali,hor siano li dui solidi parallelogrammi.a.b.& a.c.equalmente alti ouer in tra superficie equidistanti constituti sopra una basa laqual sia.a.d.ma non sopra una linea & siano le supreme superficie de quelli.e.b.et.f.c. delle quali li lati oppositi protratti secondo la rettitudine non seranno una linea et conciosia che esse siano (dal presupposito)in una superficie imperoche li propositi solidi sono fra superficie equidistanti.è necessario che li duoi lati de una di quelle protratti secondo la rettitudine,seghino li duoi lati dell'altra de quelle protratti secondo la rettitudine, adonque siano protratti li duoi lati oppositi delle superficie.e.b. liquali siano.e.g.& .h.b.& li duoi oppositi della superficie.f.c.liquali sian.k.f.& c.l.et seghinsi sopra li quattro ponti.m.n.p.q.& la superficie.m.n.p.q.serà de lati equidistanti,equale a ciascuna delle tre superficie delle quale una è la commune basa delli propositi solidi, & quella.e.a.d.& le altre due restante sono le supreme superficie di medesimi solidi,& quelle sono.e.b.& .c.f. adonque dutte le linee da i quattro ponti.m.n.p.q alli quattro angoli della basa.a.d. referti secondo la direttа conuenientia lequale siano.n.a.m.r.p.s.q.d.serà uno perfetto solido parallelogrammo.a.q. in la medesima basa con l'uno e l'altro di duoi primi & equalmente alto & sopra una linea con l'uno e l'altro de quelli (per la precedente)adonque qual si uoglia di duoi propositi solidi liquali sono.a.b.& .a.c.è equale al solido. a.q.

adonque)per la concettione)el solido.a.b.è equale al solido.a.c. per laqual cosa è manifesto el proposito,per ilche tu poi anchora prouare el conuerso di questa & della precedente,ducendo al impossibile,perche ponendo quali si uoglia duoi solidi parallelogrammi esser equali & constituti sopra una medesima basa & tu demostrarai

strarai quelli esser equalmente alte & questa è la precedēte serāno el mezzo della tua demostratione, & lo impossibile alqual tu ducerai, serà la parte esser equale al suo tutto, laqual cosa euidentemente appare se de quel solido (el quale tu disse l'aduersario esser piu alto) conciosia che ambi siano posti equali, et constituti sopra vna medesima base ne toglierai uno solido parallelogrāmo equalmēte a to al piu basso, & quello tagliato tu concluderai (per questa & per la precedente) essere equale al piu basso, e pero (per commune sententia) etiam a quel tutto dal quale tu hauerai tagliato quello.

Theorema .26. Propositione .31.

31. 31 Li solidi de superficie equidistanti constituiti sopra base equale, se seranno equalmente alti, & le linee angulari de quelli starando orthogonalmente sopra le base, seranno equali.

Et questo anchor a è vero che tutti li solidi parallelogrami constituti in base equale & infra superficie equidistanti over equalmente alti sono fra lor equali si come (in la trigesima sesta del primo) è stato prouato delle superficie de equidistanti lati constituti sopra equal base & in fra linee equidistanti, ma de tal solidi, alcuni sono delle quale le linee angulare sono erigate orthogonalmēte sopra le sue base et de questi tali questa trigesima prima propone de demostrare quelli esser equali, ma poi egliene sono d'un altra sorte delli quali le linee angulare non sono erette orthogonalmente sopra le sue base & di questi altri tali la sequente propone de dimostrare quelli medesimamente esser equali adonque siano intese sopra le due base a.b & c.d. lequali siano equali & de equidistanti lati, ma tamen non siano d'una medesima creatione, ma sia a.b, rettangolo longo & c.d, un simile helmuaym li duoi solidi de equidistanti lati constituiti equalmente alti, & siano le linee rette sopra li angoli delle proposte base perpendiculare a quelle dico questi duoi solidi esser equali fra loro, per tanto siano protratti li duoi lati della base a.b. (& siano quelli che contiene l'angolo b.) per fina al f. & e. & sia fatto l'angolo f.b.g. equale all angolo c, della base c.d. & siano tolte le due linee b. f. & b.g. equale alli duoi lati della basa c, d. lequale contiene lo angolo c, & sia compita la superficie de lati equidistanti b, h, laqual serà equale & simile alla base c, d. & dapoi sia protratta la b.g. e equidistante alla b, f, & la f.k. equidistante alla b, e, & la superficie quadrilatera b.f.k. de lati equidistanti serà equale alla a.b, b, (per la trigesima quinta del primo) & conciosia che b.h, sia equale al c, d, per la concettione, la b, k, serà equale alla a.b, adonque sia compita la superficie de lati equidistanti b.l. protratta la linea k.f per fina a tanto che quella concorra in ponto l. con l'uno di lati contiuenti l'angolo a, adonque fa che sopra le tre superficie

de lati

lati equidistanti (li quali sono b.h. b.k. b.l.) siano constituidi li solidi equalmente alti al solido constituido sopra la basa a.b. et siano le linee di tutti quelli solidi erette perpendicolarmente sopra le base & siano le base & li solidi constituidi sopra quelle chiamati de medesimi nomi, adonque e manifesto (per la diffinitione di solidi equali & simili) che li duoi solidi b.h. & c.d. sono equali & simili: ma delli solidi b.h. & b.k. e manifesto (per la vigesima nona) che quelli sono equali: perche sono equalmente alti, & constituidi sopra una medesima base, & quella sera la superficie eretta sopra la linea b.f. & sopra una linea, & (per la vigesimaquinta) la proportione del solido a.b. al solido b.l. e si come la basa a.b. alla basa b.l. & (per la medema) del solido b.k. al solido b.l. sera si come della base b.k. alla basa b.l. & conciosia che dell'una e l'altra delle due base a.b. & b.k. alla basa b.l. sia una medema proportione (per la prima parte della settima del quinto) dell'uno & dell'altro di duoi solidi a.b. & b.k. al solido b.l. sera una medesima proportione, adonque (per la prima parte della nona del quinto) li duoi solidi a.b. & b.k. serano equali, & perche el solido b.k. e equal al solido b.h. & lo solido b.h. al solido c.d. seguita (per commune scientia) el solido a.b. essere equale al solido c.d. che e el proposito.

Theorema. 27. Propositione. 32.

32 Se li solidi de superficie equidistanti: constituti in base equale, seranno
31 equalmente alti, & le linee angulare non staranno orthogonalmente sopra le base, quelli e necessario esser equali.

Fabricati duoi corpi come se propone cioe che siano de termini equidistanti, & equalmente alti & sopra base equale, ma non eretti sopra le sue base perpendicolarmente, ma anchora inclinati sopra quelle & se dalli quattro angoli delle supreme superficie de quelli sian dutte le perpendicolare alla superficie doue sono site le sue base laquale (per la sesta) cadauna di quelle a cadauna delle altre sera equidistante, & etiam per el presupposito cadauna a cadauna equale, perche quelle diffiniscono la altezza di propositi solidi, et se in tra quelle sian fatti solidi de equidistanti lati sera manifesto per la precedente quelli duoi solidi ultimamente constituidi esser fra loro equali, & conciosia che delli duoi primi & delli duoi ultimi siano in medesima basa cioe le superficie supreme de quelli, e manifesto (per a vigesima nona over trigesima) & per questa commune sententia quelle cose che sono equale a cose equale fra loro insieme sono equale esser el vero quello che stato proposto per quelli medesimi mezzi se'l pare tu poi demostrare la conuersa di questa & della precedente ducendo quelle indirettamente per lo medesimo modo & al medesimo modo ducendo sicome in li conuersa delle due antecedente, perche se tu poni li duoi solidi per delli argomenti esser equali sopra equal base, & tu conuincerai quelle esser equalmente alti over se poni quelli esser equalmente alti & equali & tu conuincerai quelli essere sopra base equale.

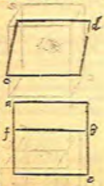
Il Tra-

Il Tradottore.

Le due precedente propositioni nella seconda tradottione se dimostrano in vna sola propositione cioe in la trigesima prima.

Theorema. 28. Propositione. 33.

33/33 Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti sono proportionali alle sue base.



Siano duoi solidi de superficie equidistanti equalmente alti constituidi sopra le due base a.b. et c.d. dico che la proportione dell'uno all'altro di quelli duoi solidi, e si come la proportione delle due base (lequale sono a.b et c.d.) dell'una all'altra, certamente è manifesto (per la vigesima quarta) l'una & l'altra delle due base esser de lati equidistanti, adonque li dui lati oppositi & equidistanti in la superficie a.b. siano protratti & fra quelli sia fatta una superficie de lati equidistanti laqual sia f.e. equale alla c.d. dapoi sopra la superficie f.e. sia compita uno solido paralellogrammo equalmente alto a quello che è constituido sopra alla basa. a. b. & sia commun termine di ambidui quella superficie, che è eleuata sopra la linea b.f. & questi solidi & le sue base siano chiamate de medesimi nomi perche adonque la basa f.e. equale alla basa c.d. (per la trigesima prima ouer trigesima seconda) lo solido f.e. sera equale al solido c.d. ma perche la superficie che se eleua sopra la linea b.f. sega el total solido a.e. equidistantemente alli suoi lati oppositi (per la vigesima quarta) la proportione del solido. f.e. al solido a.b. serà si come la basa f.e. alla basa a.b. & conciosia che si le base come li solidi c.d. & f.e. siano equali, le base per el presupposito, & li solidi (per la trigesima prima ouero trigesima seconda) seguita (per la settima del quinto) tolta due uolte una per le base & una per li solidi che la proportione di solidi a.b. & c.d. & delle base a.b. & c. d. sia una medesima come uolevamo demostrare anchora la conuerso di questa nō e difficile da demostrare per mezzo di questa si come li conuersi delle precedente, perche ponendo duoi solidi paralellogrammi esser proportionali alle sue base, e tu concluderai quelli esser equalmente alti perche tagliato da quello che l'aduersario ponesse esser piu alcuno solido paralellogrammo equalmente alto all'altro che supposto esser piu basso, lo tagliato e l'altro posto seranno proportionali alle sue base (per questa trigesima terza) et conciosia che total piu alto, dal qual e sta tagliato el partiale, e quello che è stato supposto esser piu basso, siano proportionale alle medesime base (dal presupposito) seguita (per la prima parte della nona del quinto) el total (che l'aduersario disse essere piu alto) e lo partiale che fu tagliato da quello essere equali laqual cosa è impossibile.

Theorema .33. Propositione .34.

34 / 34 Se duoi solidi de superficie equidistanti, & le linee delle altezze sia no erette orthogonalmente sopra le base: seranno equali è necessario le base de quelli alle altezze di medesimi esser mutue. Et se le due base seranno mutue alle sue altezze, li detti solidi è necessario esser fra loro equali.

Ogni uolta che duoi solidi de superficie equidistanti sono equali le base & le altezze de quelli è necessario esser mutue, & è conuerso sicome (delle superficie equiangole de equidistanti lati) propose la quartadecima del sesto, ma questa trigesima quarta propone da demostrare di quelli solidi parallelogrammi in liquali le linee delle sue altezze siano orthogonalmente alle sue base parallelogramme, et quella che seguita propone el medesimo di tutti li altri, siano adonque al presente li duoi solidi parallelogrammi a.b, et c.d, equali le base di quali siano a.e, et c.f. & le linee delle altezze de quelli siano erette orthogonalmente sopra quelle base & sia la altezza del solido a.b, la linea e.b, & del solido c.d, la linea f.d, adonque se le due linee e.b, et f.d.

(determinante le altezze de essi solidi) seranno fra loro equali conciosia anchora che essi solidi per el presupposito siano equali, per el conuerso della trigesima prima, le base de quelli lequale sono a.e. & c.f. seranno equali, e pero le base & le altezze seranno mutue, & cosi se manifestarà la prima parte del presupposito, et el contrario se manifestarà la seconda, come se le altezze & le base siano mutue, essendo poste le altezze equale seranno anchora le base equale, e però per la trigesima prima, & li solidi equali e cosi è manifesta la seconda parte, ma se le linee e.b, & f.d, non seranno equali sia maggiore f.d, & da quella sia resegato f.g, alla equalità della linea e.b. & dalle altre tre linee lequale sono le altezze del solido c.d, siano resegate alla medesima misura in li ponti k.h. & sia compito el solido parallelogrammo c.g, equalmente alto al solido a.b. & (per la precedente) dello c.d, allo c.g, serà si come della basa c.e, alla c.f, adonque conciosia che lo solido c.d, sia equal al a.b. (per la prima parte della settima del quinto) del c.d, al c.g, serà si come della basa a.e, alla basa c.f. & (per la precedente la proportione del c.d, al c.g. e si come la basa m.f, alla basa f.l, laqual cosa è manifesta ponendo delle superficie di lati del solido c.d. & quella sia f.m.) sia posta basa di quello, & (per la prima parte del sesto, della f.m, alla f.l. e si come della d.f, alla f.g, e però per la settima del quinto) si come la a.f, alla b.e, adonque la a.e, alla c.f, e si come la d. f. alla b.e, adonque è manifesta la prima parte. La seconda parte conciosia che la sia al

contraria

ttrario della prima tu le trouarai per lo modo contrario, perche fia la medesima dispositione stante la proportione della a,e, alla e,f, si come la d,f, alla f,h, al presente dico li solidi a,b, & c,d, esser equali, perche (per la settima del quinto) della d,f, all'a,f,g, serà si come della e,a, alla e,f, ma (per la precedente) lo a,b, alla f,g,e, si come la a,e, alla e,f, adonque lo a,b, al c,g, è si come la d,f, alla f,g, & (per la prima del sesto) la d,f, alla f,g, e si come la m,f, alla f,l, & (per la precedente) lo c,d, al c,g, è si come la m,f, alla f,l, adonque lo c,d, alla c,g, è si come lo a,b, al c,g, adonque (per la nona del quinto) li duoi solidi a,b, & c,d, sono equali che e il proposito.

il Tradottore.

Doue che il testo di questa propositione dice, & le linee delle altezze stiano erette orthogonalmente sopra le base, piu correttamente saria a dire, & le linee laterale che in alto se elleuano stiano erette orthogonalmente sopra alle sue base, per che le linee determinano l'altezza di solidi sempre sono perpendicolare alle base di tal solidi (per la quarta diffinitione del sesto) ouer alla superficie doue son fatte le dette base & quelle tal linee della altezza non sempre sono equale alle linee laterale che in alto se leuano di tal solidi il medesimo si debbe intendere nel contrario di questo, etiam della sequente propositione.

Theorema. 30. Propositione. 35.

35/34 Se duoi solidi de termini equidistanti seranno equali le base di quelli alle altezze di medesimi seranno mutue. & se qualunque duoi corpi de superficie equidistanti le sue base alle sue altezze seranno mutue se prouano esser equali.

Quello che propose la precedente di solidi parallelogrammi di quali le linee delle sue altezze se elleuano orthogonalmente sopra le sue base questa trigesima quinta propone indifferentemente de tutti, ma conuiene demostrare questa per la precedente, si come hauemo demostrato in la trigesima seconda & 33. perche fabricati duoi solidi che siano de equidistanti lati se le linee delle altezze alle sue base seranno erette orthogonalmente e manifesto esser il vero quello che è detto per la precedente, ma se le non serano orthogonalmente erette dalli quattro ponti angulari delle superficie supreme in l'un e l'altro solido siano protratte quattro linee perpendicolarmente alle base ouer da i ponti angolari delle istesse superficie ne sia erigato quattro, intra le quale compiscono duoi solidi parallelogrammi equalmente alti alli solidi primi, & (per la 29. & trigesima) questi duoi solidi seranno equali alli duoi primi solidi conciosia adonque che de questi e de quelli siano le medesime base, & le medesime altezze, & (che per la precedente) sia el uero quello che propone questa 35 di quelli fatti in ultimo, il medesimo serià il vero etiam di primi.

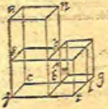
il Tradottore.

Queste due precedente propositione in la seconda tradottione se dimostrano in una sola cioè in la trigesima quarta.

Theorema . 31. Propositione . 36.

36/33 *Se dui solidi de superficie equidistanti seranno simili, la proportione di l'uno all'altro: serà si come la proportione treplicata, di quale si voglia lato di l'uno al suo relatiuo lato di l'altro.*

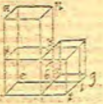
*Siano li dui solidi a.b. & c. d. parallellogrammi & simili, Dico che la proportione dell'uno de quelli all'altro e si come la proportione treplicata di l'uno di lati di quello all'uno di lati dell'altro a lui relatiuo si come che la pportione de due superficie simile, e si come la proportione dupplicata di suoi lati relatiui, come fu dimostrato in la decima nona del sesto: perche se li solidi a.b. & c, d, seranno equali conciosia che sotto sia posti simili (per la diffinitione di corpi simili, & delle superficie simile)



tutti li lati di uno seranno equali alli suoi relatiui dell'altro, e però conciosia che la proportione treplicata, de due quantità equale ouer tolte quãte uolte si uoglia quella nõ fa saluo che pportione de equalità, adonque in questo caso e manifesto esser el uero quello che se ppone, ma se seranno inequali sia a.b, maggiore del quale la longhezza sia. h. e, & la larghezza e.f. la altezza f. a. la basa. e. r. & la suprema superficie. a. n. & del solido. c. d. la longhezza sia d.g. la larghezza. g. h. la altezza. h. c. adonque è manifesto (per la diffinitione di corpi simili, & per la diffinitione delle superficie simile, & per la presente presupposito) che la proportione dal a.f. al c, h, et del f, e, al h.g. & del. e.h. al g. d. sia una medesima, adonque sia tolto dalla linea, a.f. (laquale è manifesto essere maggiore del la c, h,) la linea f, r, equale alla h.c. & le altre tre (determinante la altezza del solido a.b.) siano resegate alla equalità de quelle & fra quelle sia compito el solido parallellogrammo. k. b. equalmente alto solido c.d. & siano protratte le due linee della basa e.h. per fina al l. & r.b. per fina al m. & sia b.l. equale al g.d. & h.m. equale al h.g. & sia compito la superficie m.l. de lati equidistanti laquale, sera equale & simile alla, h, d, adonque sopra di quella sia erigato lo solido, p.q. parallellogrammo secondo le precise altezza del solido, c.d. & lo p, q, serà equale, & simile al solido c, d, un'altra uolta fra le linee r.b. & b. l. sia compita la superficie b.r. de lati equidistanti, sopra laquale anchora sia erigato lo solido parallellogrammo. x. Lequalmente alto all'uno, e l'al ro di dui solidi k. b. & p. q. ritenendo l'uno e l'altro di dui angoli che sono dentro quelle, & conciosia che li dui solidi a.b. p.q. siano simili imperoche ambidui siano posti simili al solido c.d. & li corpi simili a uno medesimo corpo in fra loro sono simili, come è manifesto per la diffinitione di corpi simili, & per la uigesima del sesto, & e manifesto*

per

per la uigesima quinta tolta tre uolte) che fra li duoi solidi .a.b. &
p.q. secondo la continua proportionalità cadeno necessariamente li dui
solidi .k.b. & k.l. adonque constituta ouer construtta la figura, &
con la memoria ferma alli lemati presupposti (per la prima del se-
sto) facilmente concluderai il proposito, discorre el corpo & attende
diligentemente, & saperai (per la uigesima quinta de questo) la pro-
portione del solido .a.b. al solido .k.b. esser si come della superficie .a.r.



alla superficie .k.r. e pero (per la prima del sesto) si co-
me della linea .a.f. alla linea .k.f. & la proportione del
solido .k.b. al solido .r.l. si come della superficie .k.r. alla
superficie .r.t. e pero si come della linea .k.f. alla linea .e.
r.f. & la proportione del solido .r.l. al solido .p.q. si co-
me della superficie .r. alla superficie .l.m. & per tanto
è si come della linea .r.b. alla linea .b.m. & per el pre-
supposito è chiaro che la proportione della linea .a.f. al-
la linea .r.f. & della linea .r.b. alla linea .b.m. è si co-
me della linea .a.f. alla linea .k.f. e pero (per la dif-
finitione della proportione treplicata posta in 12. diffinitione, & 5.) è manifesto
che la proportione del solido .a.b. al solido .p.q. e pero al solido .e.d. e si come del-
la linea .a.f. alla linea .k.f. triplicata, & perche la linea .k.f. e posta equale alla li-
nea .e.k. è manifesto esser il uero quello che è ottenuto. bisogna saper che cio che haue-
mo dimostrato di solidi paralellogrammi (per questa 36. & per le sette che sono prece-
dente a quella) il medesimo anchora se uerifica nelli seratili di quali le base commune
mente sono trigone ouer communamente tetragone, & questo serà manifesto allo
ingenioso ispettatore (per la 28. & per questa 36. & per le sette a quella continua
mente precedente) perche se seranno qual si uoglia seratili equalmente alti sopra
una medesima basa ouer sopra base equale tamen communamente trigone ouer cō
munamente tetragone, conciosia che quelli sieno la mità di solidi paralellogrammi
delle sue altezze (per la uigesima ottaua) quelli seranno equali per la uigesimaquarta
ne, & per le tre che seguitano quella: Perche da quelle è manifesto li solidi para
lellogrammi esser equali al doppio de essi seratili. Similmente anchora se seranno
dui seratili sopra base communamente trigone, ouer communamente tetragone equal
mente alti quelli seranno proportionali alle sue base, si come (per la 33.) si ha di so
lidi paralellogrammi, perche quelli, per la 28, sono la mità di solidi paralellogram
mi di sua altezza, & di solidi paralellogrammi della sua altezza & delle base de
quelli è una medesima proportione (per la trigesima terza) conciosia adonque che
la proportione di solidi paralellogrammi sia si come quella de seratile perche si co-
me el semplo al semplo cosi è el doppio al doppio (per la quintadecima del quinto)
& la proportione delle base di solidi paralellogrammi, e si come delle base di sera
tili, perche ouer che seranno le base di seratili quelle medesime di solidi paralello-
grammi, & questo serà quando le base di seratili seranno tetragone, perche alli lo
ro seranno da esser compidi li solidi paralellogrammi dalli seratili [illegible] le medesi

e base, over le base, di seratili seranno subdupla alle base di solidi parallelogram-
mi, & questo serà quando le base delli seratili seranno communamente trigone, per
che all hora li solidi paralellogrammi seranno da esser compidi dalli seratili, aggiõ
to alle base di seratili de superficie trigone accioche le base de seratili con li trigoni
aggionti siano fatte base de superficie de lati equidistanti seguita che le proportio
ne di seratili sia si come quella delle base, & per lo medesimo modo, se li seratili se
ranno equali & siano communamente sopra base triangolare overo communamẽ
te sopra le base quadrangulare, le base de quelli serãno mutue alle altezze de quel
li, ma se le base de quelli seranno mutue alle altezze de quelli essi seratili seranno
equali si come proponemo la trigesima quarta e trigesima quinta di solidi paralel
logrammi, questo e facilmente è manifesto (per quelle cose che sono dette in la tri-
gesima quinta ma se li seratili seranno fra loro simili, la proportione dell'uno al al
tro, e si come la proportione del lato de uno al suo relativo lato dell'altro triplica
ta si come di solidi par dellogrammi (propone la trigesima sesta, che per la medesi-
ma trigesima sesta) facilmẽte a te se manifestarà dalli paralellogrammi cõpidi dal
li seratili simili quelli solidi provarai essere simili laqual cosa è facile esser argo-
mentata (per la diffinitione di corpi simili & delle superficie simile per questo che li se
ratili sono posti simili fra loro.

Correlario.

0/33 Dico che da questo è manifesto, che se serãno quattro rette linee propor-
tionale, si come serà la prima alla quarta cosi sera el solido de superficie
equidistante descritto dalla prima, a quello simile & similmente descritto
dalla seconda imperoche la prima alla quarta ha treppia proportione che
alla seconda.

Il Tradottore.

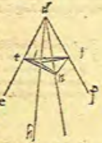
Questo correlario se ritrova solamente in la seconda tradottione elquale per
essere da se chiaro altramente non lo spiego avvertendoti solamente che li detti so
lidi descritti sopra la prima & seconda el non basta che quelli siano simili, ma bi
sogna etiam che siano similmente posti over descritti cioe che le base descritte dalle
dette due linee dove essi corpi se riposano siano simile & relative de detti solidi si
come fu detto etiam sopra alla vigesima del sesto delle superficie simile.

Theorema. 32. Propositione. 37.

37/35 Se seranno duoi angoli piani equali sopra liquali siano statuide in aere
due ypotumisse che ciascuna di quelle contengano equali angoli con ciascu-
duno di lati di angoli subgiacenti, & in quelle ypotumisse sian signati
duoi ponti, dalli quali siano protrate due perpendicolare alla superficie del
li propositi angoli, & dalli ponti, dalli ponti sopra liquali cascaranno le
perpendicolare, siano dutte due linee rette alli duoi angoli piani, li duoi
angoli

angoli che serano contenuti da quelle due linee & da quelle due ypotumisse se prouano fra lor esser equali.

Sieno li duoi angoli piani. a. & d. equali contenuti delle linee.a.b.& a.c.& d.e.& d.f.e sopra quelli sian erigide due linee (ypotumisse dimãdate) a.g.& d.h. & sia l'angolo.g.a.c.equale all'angolo.h.d.f. & lo angolo.g.a.b.equale all'angolo.h.d.e. in le due ypotumisse.a.g.et d.h.sianno segnati li duoi ponti (come si voglia.k.& l. dalli quali secondo li precetti della vndecima di questo) sianno lassate le due perpendicolare alla superficie de angoli.a.& d.lequale sianno.k.m.& l.n. & sianno protratte le due linee.a.m.& d.n. dico adonque lo angolo g.a.m.esser equale all'angolo.h.d.n. se la linea.a.k. e equale al a d.l.be ne quidem se non della linea.a.g.sia tolta la linea.a.p.equale alla.d.l. & dal ponto.p.sia lassada una linea perpendicolare alla superficie del angolo.a.laqual sia.p.q.adonque è manifesto che il ponto.q.è in la linea.a.m.laqual cosa (per la sesta di questo & per le diffinitione delle linee equidistante lequale è necessario essere in una superficie) facilmente è manifesta a colui che ben studiosamente considera: dapoi dal ponto.q.sian dutte due perpendicolare una alla linea.a.b.laquale sia q.r.& una altra alla linea. a. c. laquale sia q.s.similmente anchora dal ponto.n.sian dutte due altre perpendicolare una alla linea.d.e.laqual sia.n.t. & l'altra alla linea.d.f.laqual sia.n.x.& sian protratte r.s.& t.x.& anchora da li ponti.p.& l. sian tirate le ypotumisse.p.q.r.p.s. & l.n.l.t.l.x.adonque poste queste cose, & disposta pienamente la figura cosi se aprende la demostratione del proposito, egli è manifesto (per la penultima del primo) che il quadrato della linea.a.p.è equale alli quadrati delle due linee.a.q. & p.q. & (per la medesima) che il quadrato della.a.q.è equale alli quadrati delle due linee.a.s.& s.q.adonque el quadrato della.a.p.è equale alli quadrati delle tre linee.a.s.s.q.et.q.p. Ma per la medesima el quadrato della.s.p.è equal alli quadrati delle due linee.s.q.& p.q.adonque el quadrato della.a.p.è equale alli quadrati delle due linee.a.s.& s.p.e però (per la ultima del primo) lo angolo.a.s.p.è retto e per simile modo tu approuerai cadauno di tre angoli.d.x.l.a.r.p.d.t.l.esser retto, conciosia adonque che l'angolo.s.a.p.(per el presupposito) sia equale all'angolo d.x.l.& la linea.a.p.alla linea.d.l.(per la vigesima sesta del 1.) la linea.d.x.sarà equale al la.a.s.& la.x.l.equale alla.s.p.anchora per lo medesimo modo, conciosia che (per el presupposito) lo angolo.r.a.p.sia equale all'angolo.e.d.l.(per la medesima) la linea.a.r.sarà equale alla.d.t.& la.r.p.equale alla.t.l.per laqual cosa per



la quarta del primo, la linea.r.s.serà equale alla linea.l.x.et l'angolo.a.r.s.equale all'angolo.d.x.r.& lo angolo.a.s.r.alli angolo.d.x.e.per l'angolo.a.(del presuposito) è equale all'angolo.d.adonque (per la concettione) l'angolo.s.r.q.serà equale al l'angolo.x.l.n.et l'angolo.r.s.q.all'angolo.x.l.n.perche sono li residui di duoi retti per li duoi equali tolti uia, adonque (per la uigesimasesta del primo) e necessario che la linea.r.q.sia equale alla.t.n.& la.q.s.equale alla.n.x.& conciosia che (per la penultima del primo) lo quadrato della linea.r.p.sia equale alli quadrati delle due linee.r.q.& p.q.& lo quadrato della linea.t.l.equale alli quadrati delle due linee.t.n.& l.n.& essendo le due linee.r.p.& t.l.equale, e anchora le due lequale sono.r.q.& t.n.equale seguita (per commune scientia) le due che sono.p.q.& .l.n. esser equale, per lo medesimo modo, conciosia che'l quadrato della linea.a.p.sia equal alli quadrati delle due linee (che sono.a q.& q.p.) similmente el quadrato della linea.d.l.alli quadrati delle due linee che sono.d.n.& n.l.& essendo.a.p.equale el la.d.l.& la.p.q.equale alla.l.n.seguita per commune scientia la.a.q.esser equale alla.e.adonque (per la ottaua del primo) concludo el proposito, cioe l'angolo.p.a.m.esser equale a l'angolo.l.d.n.

Correlario.

0
3 De questo è manifesto che se seranno duoi angoli piani de linee rette equali, e che sopra li suoi termini stiano due linee rette equale constituente equali angoli insieme con l'una e l'altra de quelle rette linee poste in principio, le perpendicolare dutte da quelle alle superficie in lequale sono posti li angoli in principio sono fra loro equale.

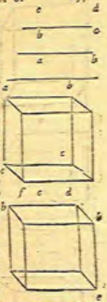
Il Tradottore.

Questo correlario se ritroua solamente in la seconda traduttione el qual correlario dice che per le cose demostrate nella soprascritta propositione che egli è manifesto che se seranno duoi angoli piani de linee rette (si come li duoi angoli soprascritti.a.& .b.) contenuti de linee rette equale quale sian per le linee.a.r.a.s.& d.t.d.x.& sopra li lor termini.a.& .d.stiano le due linee.a.p.& d.l.equale e che sijno contenenti equali angoli con l'una e l'altra de quelle prime proposte, dice che le perpendicular dutte da quelle alle superficie in lequale sono posti li detti angoli sono fra loro equale lequale perpendicolare in questo caso sono le.p.q.& .l.n.lequal cose per le cose demonstrate di sopra è manifesta.

Theorema.33. Propositione 38.

36 Se seranno tre linee rette proportionale, lo solido de superficie equidistante fatto de quelle tre linee, serà equale al solido de superficie equi-
38 distanti equilatero fatto dalla linea media, ma che sia equiangolo al predetto.

Siano

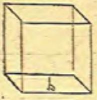


Siano adonque le tre linee, a, b, b, c, & c, d, continuate proportionale, & sia fatto da quelle un angolo solido come si voglia, & sia compito il solido de lati equidistanti del quale la linea, a, b, sia la longhezza, & la, b, c, la altezza, & la, c, d, la larghezza & quello solido sia detto, a, d, anchor sia tolta una altra linea equale alla, b, c, laquale sia etiam chiamata, b, c, & sopra la estremità di quella (laquale è, b,) sia constituido un angolo solido equale al angolo solido, a, secondo che insegna la uigesima sesta & tutte le altre linee contenente lo angolo solido, b, siano resegate alla equalità delle linee, b, c, & sia compito el solido de superficie equidistante, del quale la longhezza: larghezza, & altezza sia la linea, b, c, & quello sia detto, b, Dico adonque li dui solidi, a, d, & , b, c, esser equali. Perche eglie manifesto che tutte le superficie di uno sono equiangole alle sue relatiue superficie de lo altro la qual cosa tu poi sustentare (per la trigesima quarta propositione del primo libro.) Et concosia che lo angolo solido, b, sia posto equale al solido angolo, a, è necessario che lo angolo di quale si voglia delle superficie del solido, a, d, sia equale a lo angolo della superficie a se relatiua del solido, b, c. Adonque (per la trigesima quarta propositione del primo libro) li loro oppositi saranno equali. Ma perche tutti li angoli de chascheduna superficie quatrilatere sono equali a quattro angoli retti (per la trigesima seconda propositione del primo lib.) eglie necessario che li dui remanenti de l'uno siano equali alli dui remanenti di l'altro a se relatiui. Et concosia che essi dui remanenti in qual si voglia (di dette superficie) siano etiam fra lor equali, el se cõuence necessariamente che ciascuna delle superficie del solido, a, d, sia equiangola alla sua relatiua in el solido, b, c. Per laqual cosa, per la 2. parte della decima settima propositione del 6 lib le base di dui proposti solidi sarãno equali, Perche sono equiangole, & de lati mutui. Adonque se le linee delle altezze, stanno orthogonalmente sopra le base de quelli è manifesto, per la 31. propositione, quelli esser equale. Perche chiaro sia che queste linee sono equale, & quelle determinano la altezza di solidi, li soli di saranno equalmente alti. Ma se le linee delle altezze di quegli non stanno orthogonalmente alle sue base protratte le perpendicolare dalle summità di quelle al le base. Queste perpendicolare (per la precedente) saranno fra loro equale, perche quelle saranno se caderanno in la figura de la dimostratione della precedente due linee, p, q, & l, n, lequal e dimostrassimo bisogna esser equali. Perche adonque le altezze di tutti li solidi se diffinisse per le perpendiculare discendente dalle sum mità di quelli alle sue base li dui solidi, a, d, & , b, c, (per la 32.) saranno

eguali

a

equali anchora possemo demostrare (parendone) la conuerso di questa per lo modo contrario, come se'l corpo paralellogrammo .a.d. sie equale, & equiangolo al corpo paralellogrammo b.c. & lo corpo.b.c. sia contenuto dalla media de le tre linee continēte el corpo.a.d. le tre linee continente el corpo.a.b. seranno continue proportionale. Perche conciosia che li duoi solidi paralellogrammi.a.d. & .c.b. siano equali, & equalmente alti (dal presupposito) essi seranno sopra base equale (per li conuersi della trigesima prima & trigesima seconda) & perche quelle base de quelli sono equiangole, seguita per la prima parte della decimasettima del sesto) che quelle siano de lati mutui. adonque la proportione de la.a b alla.b.c e si come della. b.c. alla c. d. per laqual cosa è manifesto il proposito.



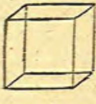
b

e
f

Il Tradottore.

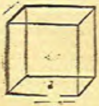
Il Testo della soprascritta propositione lo hauemo tolto dalla seconda tradottione per esser piu corretto.

Theorema. 34. Propositione. 39.



c

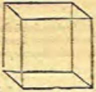
39 / 36 Se seranno quante si vogliano linee proportionale, li suoi solidi de superficie equidistante è simili di ciascuna creatione seranno anchora proportionali, & se li solidi de superficie equidistanti simili di ciascuna creatione seranno proportionali, le linee anchora dalle quale sono contenuti; li detti solidi seranno proportionale, El simile la vigesimaseconda del sesto propone delle superficie.



d

g
h

Hor siano le quattro linee.a.b.et.c.d. proportionale & sopra quelle siano fabricati quattro solidi paralellogrāmi (dalli medesimi nomi nominati) liquali siano expressamēte simili. Perche delli duoi a nostro piacer fabricati sopra le due linee.a. & .c. & li altri sarāno da esser fatti secondo li precetti della vigesimasettima. Dico quelli quattro solidi esser proportionali, & è conuerso, & per demostrar questo siano sotto aggionto alle due linee.a.b. in cōtinua proportionalita le due (lequale siano.e.f. si come insegna la decima del sesto) & alle due linee c. & . d. altre due lequale siano. g. & h. adonque



K

b, adonque è manifesto (per la trigesima sesta & per la diffinitione della proportione triplicata, laquale è posta nel principio del quinto & per questi presuppositi) che li solidi a. & b. & solidi c, & d, fra loro insieme sono equidistantemente simili: che la proportione del solido, a. al solido b. e. si come la proportione della linea a, alla linea f, . Anchora del solido c, al solido d, e, si come del la linea c, alla linea h, & perche per la vigesima seconda del quinto) la proportione della linea a, alla linea f, e si come della linea, c, alla linea, h, (per la undecima del quinto) el solido a, al solido b, e si come el solido c, al solido d, adonque è manifesta la prima parte. La seconda demostra in questo modo. Siano li duoi solidi a, & b, simili fra loro & duoi liquali siano c. & d, fra loro equidistantemente simili. & siano tutti paralelogrammi, et siano posti proportionali. Dico che le linee a, b, et c, d, (sopra lequali sono constituidi) sono proportionale et per demostrar questo sia (per la 10 del 6.) si come la linea a, alla linea b, cosi sia la linea c, alla linea k, e sia fatto (secondo la vigesima settima de questo) sopra la linea k, un solido equidistantemente simile al solido d, el quale sia etiam detto K. & (per le diffinitioni di corpi simili & delle superficie simile & per la vigesima del sesto) el corpo k, serà equidistantemente simile al corpo c, e, però (per la prima parte de questa trigesima nona gia provata p avanti) la proportione del solido a, al solido b, serà si come del solido c, al solido k. Et perche la medesima era del solido c, al solido d, (per la seconda parte della nona del quinto) lo solido k, serà equale al solido d, Et conciosia che quelli sia equidistantemente simili, seguita la linea k, esser equale alla linea d, perche la equalità non è producta da alcuna proportione triplicata (over tolta quante volte si voglia) se non dalla equale. A questo modo adonque (per la seconda parte della settima del quinto) è manifesto la seconda parte, Ma non pensare che el sia necessario ciascun di detti quattro solidi a, b, c, d, esser simile a qual si voglia delli altri, perche tu te inganaresti. Ma li duoi solidi a, & b, è ben necessario esser simili fra loro, & similmente li duoi c, & d, Ma li solidi c, & d, egli accadente esser simili alli duoi solidi a, & b, ma el non è necessario. Il medesimo (per questa trigesima nona) potrai concludere facilmente di ferracili.

Il Tradottore.

La sopra scritta propositione patiria oppositione perche sopra alla linea. b. se potria descriuere un solido simile al solido, a, & similmente un altro sopra alla linea, d, simile al, c, & tamen li detti solidi non seriano proportionali (quantunque le date quattro linee fussono proportionale) e però il testo della seconda tradottione è piu corretto assai el qual parla in questa forma.

Se seranno quattro rette linee proportionale, anchora li solidi de superficie equidistanti simili & similmente descritti da quelle saranno proportionali, et se li solidi

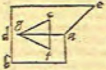
de

de superficie equidistanti simili & similmente descritti da quattro linee rette, saranno proportionali & quelle rette linee saranno anchora proportionale.

Si che el non satisfa che li detti solidi siano simili, ma bisogna che siano etiam similmente descritti si come (delle superficie) fu detto sopra alla vigesima seconda del sesto altramente le proportione pateria oppositione ideo &c.

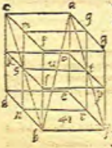
Theorema. 35. Propositione. 40.

0/38 Se vn piano sarà retto a vn piano, & da vno ponto (stante in vno de detti piani) sarà dutta vna perpendicolare in l'altro piano. essa perpendicolare caderà in la commune settione de quelli medesimi piani.



Hor sia el piano c,d, retto al piano a,b, & la commune settione de quelli sia d, a, & sia tolto a caso el ponto, e, in esso piano c,d, Dico che vna perpendicolare dutta da esso ponto e, in el piano a, b, quella caderà in essa settione d, a, Perche se'l fusse possibile (per l'aduersario) poniamo che quella cada fuora si come la e,f. & quella caschi in el detto piano a,b, in ponto f, & da questo ponto f, sia protratta la f,g, in el piano a,b, perpendicolare alla detta settione d,a, (per la vndecima del vndecimo) laquale sarà ad angoli retti al detto piano c,d, & sia protratta la, e,g. Adonque perche la f,g, e ad angoli retti al detto piano c,d & la e,g (stante in el piano c,d,) tocca quella. Adonque l'angolo contenuto sotto f,g,e, è retto. Ma etiã la e,f, a esso piano a,b. & ad angoli retti, adonque l'angolo che sotto e,f,g, e retto. Per laqual cosa dui ãgoli de quel triangolo e,f,g, sono equali a duoi triangoli retti laqual cosa e impossibile (per la decima settima del primo. Adonque la perpendicolare dutta dal ponto e, in el piano a,b, non cade fora di essa settione a,d, adonque cade in quella che era da demostrare.

Theorema. 36. Propositione. 41.



40/39 Se li lati de due opposite superficie, del cubo saranno tagliati in due parti equali, & delli ponti delle settioni, vsciranno due superficie segante el cubo etiam fra loro, la commune settione de quelle è necessario segar el diametro del cubo in due parti equali, & quella similmente è necessario esser segata dal diametro in due parti equali.

Statuisse vn cubo, elqual sia a,b, delqual è manifesto (per la diffinitione) che tutte le linee che'l contiene sono equal & le sue superficie rettangole, perche a vn

tal

del corpo dicendo cubo. Adonque la basa di questo cubo sia la superficie a,c,d,e et la superficie suprema di quello sia b,f,g,h. & la destra di quello sia a,e,g,h, & la sinistra sia la superficie b,f,c,d. Anchora quella de qua sia la d,e,g,h, & quella di la, a,c,z,f. & lo diametro di quello sia la a,b, adonque sian divisi tutti li lati de due quali si voglia superficie opposite di quello in due parti equali, e sian per (el precedere) le superficie delle quale li lati sian divisi la destra, e la sinistra. dico che siano divisi li quattro lati, della destra sopra li quattro ponti, li quali sono o,p,q,r. Et la sinistra sopra li quattro liquali sono k,l,m,n. & siano congionti li ponti in quelle superficie opposite dette le linee o,p,et q,r. lequale se segano fra lor in ponto t. Anchora dette le k,l, & m,n. lequale se segano fra loro in ponto s. & siano anchora compite le due superficie segante fra loro, etiam segante il cubo protratte le linee o,k, & p,l, q,m & r,n. & sia la commune settione di queste due superficie la s,t. Dico adonque che la linea s,t. divide il diametro a,b, e quella è divisa dal medemo diametro in due parti equali, laqual cosa è manifesta perche l'una è l'altra di quelle transisse per il centro del cubo. Ma altramente conviē demostrar quello che è proposto. Hor siano produtte le due linee t,a, et t,b, similmente le due s,c & s,h, e (per la 4. del 1.) la a,t, serà equale alla t,b, & la s,c equale alla s,h. et è manifesto (per la prima parte della 29. del 1.) che l'angolo p,t,q, è equale al angolo e,q,t. è (per la quarta del 1.) l'angolo h,t,p. è equale al angolo t,e,q. Adonque per la 32. del primo) tutto l'angolo, h, t,q con l'angolo e,t,a, equale per dui retti. Per laqual cosa (per la 14. del 1.) la linea a,t, h, serà una sol linea, similmente ancor la linea c,h serà una sol linea, e perche (per la 9. di questo) la linea a,c, è equidistante alla linea b,h, perche l'una è l'altra è equidistante alla linea d,e, & conciosia che quelle siano equale, perche son lati del cubo seguita per la 33. del primo, le due linee, a,b, & c,h, esser equale & equidistante, e perho per la conversione le mità di quelle, lequal sono a,t, & h,t, seranno equali & (per la settima di questo) è manifesto che la linea s,t, è in superficie delle due linee a,h & h,c, e (per la medema la linea a,b laquale è il diametro del cubo, e etiam diametro della superficie parallelogramma a,c,b,h. Adonque la linea s,t sega lo diametro, a,b. Seghi adonque quella in ponto u. Dico adonque la linea s,u esser equale alla linea u,t, e cosi la linea a,u alla linea u,b. Siano intesi li dui triangoli a,t,u, b,s,u, di quali le angoli che sono al u, & s, sono equali fra lor. similmente li angoli di medemi che sono al a, et b, son equali fra lor (per la 2. parte della 29. del 1.) per questo che la linea a,t è equidistante alla linea s,h. E perche anchor lor sono equal seguita (per la 26. del 1.) il proposito. Il medemo anchora se concluderà per el medemo modo se il solido, a,b, non sia cubo, ma solamente corpo parallelogrammo, over contenuto da linee equale, over non equal, over anchora sel serà eretto orthogonalmente sopra alla basa over ancor sopra quella inclinato, onde el se applica la figuratione (in questa quartadecima prima) del cubo a tutte le figure solide parallelogramme.

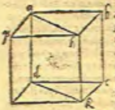
il Tradottore.

Quello che se propone sopra scritta propositione del cubo nella seconda tradottione se propone sopra uno solido de superficie equidistante & se dimostra per li medesimi modi, cioe tal propositione è piu generale.

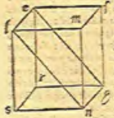
Theo-

Theorema, 37. Propositione. 42.

41/40 *Se seranno dui corpi seratili di quali l'uno habbia la basa triangolare. e l'altro habbia la basa de lati equidistanti doppia a quella triangolare. seranno equalmente alti: quelli dui corpi è necessario esser equali.*



Sia la superficie a.b.c.d. de lati equidistanti doppia alla superficie trilatera e.f.g. & sopra queste due superficie siano fatti dui corpi seratili equalmente alti, e sia no li seratili che è sopra la basa quadrangola a.b.c.d. h.k. la basa del quale è la superficie proposita de lati equidistanti a.b.c.d. l'altra superficie de lati equidistanti de quello è la a.b.d.k. & la terza e.b.h.c.k. & le due superficie triangulare di quello l'una è il triangolo a.b.h. & l'altra il triangolo d.c.k. e lo seratile che è sopra la basa triangola e.f.g. sia e.f.g.l.m.n. del quale l'una delle sue superficie triangulare è la predetta basa & la altra il triangolo l.m.n. et delle tre superficie de lati equidistanti di quello, la prima è la e.f.l.m. e la seconda e.g.l.n. e la terza la f.g.m.n. adonque dico questi dui seratili proposti esser fra loro equali e per dimostrar questo siano compidi li dui solidi paralellogrammi aggiongendo all'uno e l'altro di dui proposti seratili un'altro seratile a se medesimo equale, & al primo seratile sopra la medesima basa sia aggionto lo seratile a.p.h.d.



q.k. del quale le due superficie trilatere sono a.p.h.d.q.k. e le tre quadrilatere, la prima è a.h.d.k. (laqual e termine commune a se medesima e a quella alla quale è stata aggionta) e la seconda a.d.p.q. anchora la terza p.q.h.k. ma allo secondo seratile sia aggionto un'altro seratile a se medesimo equale in questo modo, sia aggionto al triangolo e.f.g. un'altro triangolo a lui equale el quale sia e.g.r. talmente che tutta la superficie e.f.g.r. sia de lati equidistanti, et sopra questo triangolo sia fatto el seratile e.g.r.l.n.s. el qual con quello al quale è aggionto compisse uno corpo paralellogrãmo, le due superficie trilatere di questo seratile aggionto sono e.g.r.l.n.s. e le tre paralellogramme sono, la prima e.l.r.s. la seconda e.l.g.n. (e questa è commun termine a se e a quella alla qual è aggionta) e la terza g.n.r.s. adonque eglie manifesto per la diffinitione di solidi equali e simili, che li dui seratili componenti lo solido paralellogrammo a.k. e similmente li dui componenti lo solido paralellogrãmo e.n. fra loro insieme son equali e (per la 31. & 32. de questo) li dui solidi a.k. & e.n. sono equali fra loro. adonque perche le mità di quelli solidi sono li seratili proposti, (per commune sententia) è manifesto quelli esser equali perche le cose che seranno equale le mità di quelle è necessario esser equale: e per tanto è manifesto quello che sta proposto.

IL FINE DEL VNDECIMO LIBRO.

LIBRO DVODECIMO DI EVCLIDE.

Theorema prima. Propositione prima.

1 *De ogni due superficie simili de molti angoli descritte dentro di duoi cer-*
2 *chij, la proportione di l'una all'altra, è si come la proportione de li quadrati che peruengono dalli diametri di cerchij circonscribenti quelle.*

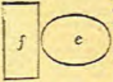
SIANO li duoi cerchij a,b,c,d,e,f, folli qualli siano inscritte due figure come si voglia de molti angoli liquali siano posti simili fra loro et siano p al pñte inscritte penthagone come insegna la 11. del 4. et qlle siano a,b,g,h,k,l'altro pēthagono d,e,l,m,n,& ho ra li diametri di cerchij siano a,c,& d,f, Dico anchora che la proportione del penthagono a,b,g,h,k,al penthagono d,e,l,m,n,e si come el quadrato del diametro a,c,al quadrato del diametro d,f,et per dimostrar que sto sia protrato due linee in l'un e l'altro circulo dalla estremità dal diametro alla estremità dell'una di lati del penthagono, non terminante con el diametro intersecandosi fra loro dentro dil detto penthagono in l'uno sia le a,g,& c,b,& in l'altra d,l,& f,e,& (per la sesta del sesto) el triangolo a,b,g,sera equiāgolo al triangolo d,e,l,perche conciosia cheli penthagoni siano stati posti simili fra loro (per la diffinitione delle superficie simile) seranno l'angolo b,equale all'āgolo e,et li lati continenti quelli proportionali, cioe la proportione dle a,b,al d,e,si come b,g,al e,l,& conciosia che (per la vigesima prima del terzo) li duoi angoli,f,& l, siano fra loro equali, & similmente li altri duoi c,& g,equali fra loro i duoi che sono c,& f,seranno fra loro equali (per commune sententia quelle cose che son equale a cose equale anchora è necessario quelle esser fra loro equali) & perche (per la prima parte della trigesima prima del terzo) l'uno & l'altro di duoi angoli a,b,c,d,e,f, è retto, seguita (per la trigesima seconda del primo) li duoi triangoli a,b,c,d,e,f,esser equiangoli per laqual cosa (per la quarta del 6.) la proportione del diametro a,c,al diametro d,f,è si come del lato a,b,al lato d,e,& per tanto conciosia che (per la seconda parte della decimanona del sesto) la proportione di duoi pēthagoni sia si come la proportione dupplicata del lato a,b, al lato.

all'ato d.e.& (per la noti ssima) la proportione del quadrato del diametro a. b. al quadrato del diametro d.f. sia si come la proportione del diametro a.c. al diametro d.f. dupplicata (per questa commune sententia) quelle cose delle quale le loro mita sono equale: quelle anchora fra loro sono equale, è manifesto quello che sta proposto.

Theorema .2. Propositione .2.

2/2 De ogni duoi circuli, la proportione di l'uno all'altro, è si come la proportione del quadrato del suo diametro, al quadrato del diametro del l'altro.

Siano li duoi circoli a.b.& c.d. li diametri di quali siano detti a.b.& c.d. dico adonque che la proportione del circolo a.b. al circolo c. d. e si come del quadrato del diametro a b. al quadrato del diametro, c, d, perche egli è manifesto (per questa commune sententia, quanta e qual si voglia magnitudine ad alcuna seconda, tanta è necessario esser quel si voglia terza ad alcuna quarta) che la proportione del quadrato del diametro a, b, al quadrato del diametro c, d, e si come del circolo a, b, ad alcuna superficie laqual sie, e, laqual sie posta di qual figura over forma si voglia, & questa è impossibile esser maggiore over minore del circolo c, d, perche se egli è possibile quella esser minore del circolo, c, d, sia adonque minore in la superficie f. e per tanto il circolo, c, d, si è equale alle due superficie e, f. tolte insieme adonque è manifesto (per la prima del decimo) che el si pol dal circolo c, d, (et delli suoi residui) sotrar tante volte il piu della mita per fina a tanto che rimanga alcuna quantità minore de f, adonque a quello sia descritto come insegna la sesta del quarto) lo quadrato c, d, g, h, del qual è manifesto esser piu della mita del circolo, per che el quadrato che è doppio a quello, e quello che circonscrive il cerchio come è manifesto per la penultima del primo & per la settima del quarto, adonque se le portioni del circolo che stanno sopra li lati del quadrato tolte equalmente insieme seranno minori della superficie f. el basta, ma se le non seranno minore: siano divise li quatro archi che stano sopra li detti lati in due parti equali, & li ponti dividenti li detti archi siano continuade per linee rette con le estremita di lati continenti verbi gratia, lo archo c, g, sia diviso in dui parti equali in ponto k, & siano protrate le linee k.c. k. g. & cosi procedere in li altri, et cadauno di triangoli descritti sopra li lati del quadrato: serà maggiore della mita della



proportione

portione in laqual e sta ditto, imperocche ogni triangolo ysocelo è la mitade del parallellogrammo della sua basa (per la quadragesima prima del primo) siano adonque le portioni che stanno sopra li lati del ottogono inscritto tolti insieme minori della superficie.f. perche se egli non fussero minori non cessaressimo di dividere li archi (di quali li lati della figura della ultima descritione sono corde,) in due parti equali et inscriver una figura equilatera del doppio piu lati del la prima sempre da sottraere da esse portione del circolo maggiore della mità: per fina a tanto che (per la prima del decimo) le portioni che staranno sopra li lati de alcuna tal figura inscritta in el circolo tolte insieme seranno minore del la superficie.f. adonque per el presente siano quelle che sono dette, & (per la cõcettione) lo ottogono.c.d. serà maggiore dela superficie.e. adonque sia inscritto in lo circolo.a.b. per la medesima via un simile ottogono, elqual sia ditto.a.b. e cosi (per la precedente) la proportion del ottogono.a.b. al ottogono.c.d. e si come del quadrato d'ũ diametro.a.b. al quadrato del diametro.c.d. e pero, per la undecima del quĩto, si come la proportion del circolo.a.b. alla superficie.e. cosi permutatamente del poligonio.a.b. al circolo.a.b. serà si come del poligonio.c.d. alla superficie.e. & conciosia che'l poligonio.c.d. sia maggiore della superficie.e. serà el poligonio.a.b. maggiore del circolo.a.b. laqual cosa è impossibile, adonque la superficie.e. non è minor del circolo.c.d. ne etiã è maggior perche se questo potesse esser possibile, sia maggiore: adonque cõciosia, che la proportione del quadrato del diametro.a.b. al quadrato del diametro.c.d. sia si come del circolo.a.b. alla superficie.e. serà al cõtrario del quadrato del diametro.c.d. al quadrato del diametro.a.b. si come della superficie.e. al circolo.a.b. & è manifesto (per la cõmuna sciẽtia posta in el principio di questa demostratione) che la medesima è del circolo.c.d. ad alcuna superficie (laqual sia.f.) (& per la decimaquarta del quinto) la superficie.f. serà minore del circolo.a.b. adonque la proportione del quadrato del diametro.c.d. al quadrato del diametro.a.b. serà si come del circolo.c.d. alla superficie.f. minore del circolo.a.b. ma per quello che havemo demostrado poco auãti si trovarà seguitar lo impossibile: cioè lo poligonio inscritto in lo circolo, esser maggiore del circolo, adonque si come la superficie.e. non puol esser minore del circolo.c.d. ne etiam maggiore, necessariamente adonque serà equal. per laqual cosa, per la seconda parte della settima del quinto, è manifesto el proposito.

Theorema.3. Propositione.3.

3 Ogni piramide che habbia la basa triangolare, puol esser divisa in due pi
3 ramide simile fra loro, etiam a tutta la piramide, & in duoi seratili, equali liquali ambi duoi tolti insieme è necessario esser maggiori della mità di tutta la piramide.

Sia la piramide.a.b.c.d. sopra la basa triangolare.b.c.d. & lo angolo solido de la vertice di quella sia.a. dal quale siano dutte le tre ypothenuse.a.b.a.c.a.d. alli tre angoli della basa, & siano divisi tutti li lati della basa in due parti equa le in li tre ponti.e.f.g. & similmente anchora le tre ypothemisse sian diuise in due parti equali in li tre pōti.h. K.l.& siano protratte (in la basa) le due linee. e.f,& .e.g.& la basa di detta piramide serà diuisa in tre superficie delle quale

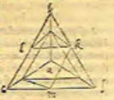
due sono li duoi triāgoli.b.e.f.e.g.d. liquali, per la secunda parte della seconda del sesto & per la diffinitione delle superficie simile, e manifesto esser equali etiam simili fra loro & a tutta la basa, per la otta ua del primo, la terza e quadrangola & paralellogrammo & quella e.e.f.g.e.laquale è manifesta esser doppia al triāgolo. e.g.d. per la quadrasima & quadragesima prima del primo, siano adonque un' altra uolta dal ponto.h. protratte le due ypothemisse.h.e.f.h.& dal ponto.k. le ypotemissa.K.g.& sieno protratte le linee.h.k. k.l.& .l.h. adonque tutta la piramide.a.b.c.d.e diuisa in due piramide che sono.h.b.e.f.& .h.k.l. & in dui seratilidi equali l'uno è.e.h.f.g.k.e.& è sopra la basa quadrangola.e.f.g.e.& l'altro è.e.g.d.h.k.l. & è sopra la basa triangola.e.g.d.ma delle due piramide.h.b.e.f.a.h.k.l.che quelle siano equale & simile fra loro & a tutta la piramide.a.b.c.d.è manifesto, per la diffinitione di corpi equali & simili, & per la decima del undecimo libro, & per la seconda parte della secōda del sesto, ma per li duoi seratili che quelli siano equali è manifesto, per la ultima dello undecimo ma che ambiduoi li seratili tolti insieme siano maggiori della mità di tutta la piramide da questo è manifesto, che l'uno e l'altro di quelli è diuisibile in dui piramide delle quale l'una è triāgola equale a una delle due in le quale fu diuisa la total piramide cō li detti duoi seratili, etiā l'altra quadrāgola laquale e doppia alla restāte, per laqual cosa è manifesto che ambiduoi li seratili tolti insieme esser, li tre quarti di tutta la total piramide diuisa, se tu desideri saper questa propositione recorri alla sesta di q̄sto duodecimo libro, ma inquāto al proposito el ti satisfa a saper quelli duoi seratili tolti insieme, eccedere le due partiale piramide, in lequale se diuide la total piramide, con li detti dui seratili, tolte insieme in che quantità si voglia.

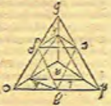
Theorema.4. Propositione.4.

4/4 Se due piramide equalmente alte, le base delle quale siano triangulare, siano diuise ciascaduna in due piramide equale, & simile fra loro etiam alla totale, e in duoi seratili, equali, la proportione della basa dell'una alla basa dell'altra serà si come la proportione delli suoi duoi seratili, alli duoi seratili dell'altra, & serà manifesto che tutti li seratili che serāno in quala si voglia di quelle piramide tolti insieme a tutti li seratili che seranno in l'altra piramide, hauere la medesima proportione, che ha la basa di quella piramide alla basa dell'altra piramide.

Siano due le piramide, le base delle quale siē triāgolare equalmēte alte, cioe l'una la.a.b.c.d.el cono dellaquale sia el pōto.a.& la basa el triāgolo.b.c.d.et

le ypole ypothemisse.a.b.c.e.a.d.& l'altra le.e.f.g.h.el cono della quale è el ponto.e la base il triãgolo.f.g.h.le ypothemisse.e.f.e.g.e.h.& queste due piramide sieno diuise si come in la precedẽte cioe protratte nella prima le linee diuidẽte li lati di essa basa in due parti equali, lequale siano,K,l,& K,m,et nell'altra protratte simil mente le linee,n,p,n,q.Dico adũque che la proportione della basa.b.c.d. alla basa. f.g.h. e si come di duoi seratili della piramide.a.tolti insieme alli duoi serati li della piramide.e tolti insieme,& è manifesto(per la secõda parte della decimaottaua del sesto, che la proportione del triãgolo.b.c.d. al triãgolo.K.m.d. è si come della linea.b.d.alla linea.K.d.duplicada & per la medesima anchora,la proportione del triãgolo. f.g.h.al triãgolo.n.q.h.e si come della linea.f.h.alla linea n.h.dupplicada,& concinsia che la linea.b.d.alla linea.K.d.sia si come la linea.f.h.alla linea.n.h.(perche di l'una & di l'altra la proportione è doppia) lo triãgolo.b.c.d.al triangolo.K.m.d.serà si come lo triãgolo,f.g.h,al triãgolo.n.q.h.& permutatamente lo triãgolo.a.c.d.al triangolo.f.g.h.si come el triãgolo.





K.m.d.al triangolo.n.q.h.& lo triãgolo.K.m.d.al triangolo.n.q.h.e si come lo seratile che si riposa sopra esso medemo, al seratile che si riposa sopra a quello, per la 33.del undecimo, anchora di q̃sto seratile a quello e si come di ambiduoi li seratili della piramide.a.tolti insieme ad ambiduoi li seratili della piramide. e.tolti insieme (per la quintadecima del quinto) perche e necessario che el doppio al doppio sia si come el sempio al sempio,adonque,per la undecima del quinto,cõclude quello che e sta proposto,ma se tu dubiti li seratili di vna di q̃ste piramide esser equalmente alti alli seratili dell'altra piramide tu non stai in ceruello:perche concinsia che le piramide siano equalmẽte alte,& sia ancho all'una e l'altra de q̃ste diuisa in due piramide equale fra loro & a tutta la piramide simile & in duoi seratili equali & siano le due partiale piramide equalmẽte alte,imperoche sono simile & equale laqual cosa facilmẽte serà manifesta, protratte le perpendicolare da lle cime delle partiale piramide alle base de quelle delle quale perpẽdicolari,per la trigesima settima del undecimo,e manifesto esser equale.& cõcio sia che le altezze di q̃ste partiale piramide tolte insieme componeno la altezza della total piramide diuisa,et ambiduoi li seratili siano equalmẽte alte a vna delle partiale piramide cioe a q̃lla laqual e cõposta sopra lo partiale triãgolo della basa della total piramide nõ e licito dubitar li seratili di vna di q̃lle piramide esser equalmẽte alti alle seratili dell'altra.e per q̃sto e manifesto lo correlario che si milmẽte le base delle partial piramide,cosi sono fra loro insieme si come li duoi seratili dell'una alli duoi seratile dell'altra,et perche le base partiale cosi sono fra lor si come le base delle totale per la secõda parte della decimaottaua, del 6.& per la q

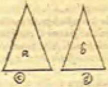
 matemutata proportione & per la decima terza del quinto, manifesto esser el vero quello che propone il correlario.

Il Tradottore.

Lo soprascritto correlario vuol inferire questo, che per le ragione addute egli è manifesto che diuidendo anchora cadauna di quelle due piramide partiale secondo il medesimo modo, cioè pur in due piramidette, & duoi seratili eletti, & dapoi cadauna di queste quattro, & quattro piramidette diuidere anchora in el predetto modo, & cosi andar procedendo in queste altre otto & otto pirami dette, sempre tutti li seratili di qual si voglia di queste due piramide totale (fra grandi e piccoli) tolti insieme, e tutti li seratili dell'altra) pur fra grandi e piccoli) tolti insieme hauere la medesima proportione che ha la basa di quella total piramide alla basa dell'altra total (il che per la decima ottaua del sesto) & & per la decimaterza del quinto verifica.

Theorema. 5. Propositione. 5.

5/5 Ogni due piramide equalmente alte che habbiano le base triangulare, sono proportionale alle sue base.



Quello che propose la trigesima terza del vndecimo, di solidi parallelogrammi & in fine della trigesima sesta del undecimo hauemo dimostrato il medesimo esser di seratili: questa quinta del duodecimo propone delle piramide che hanno le base triangolare: perilche siano intese le due piramide equalmente alte le base delle quale sono li dui trianguli. a. & .b. Dico che la proportione della piramide, a, alla piramide. b e si come della basa, a, alla basa, b, laqualcosa se dimostra per lo medemo genere de demostratione, ouer argumentatione, con elquale demostrassemo la seconda de questo, perilche sia che della basa, a, alla basa. b. sia come della piramide. a. al corpo. c. del quale dico che quello non serà ne meno ne piu della piramide. b. perche se egliè possibile che sia meno, sia minore in lo solido. d. accioche la piramide. b. sia equale alli duoi corpi. c. & . d. tolti insieme adonque diuise la piramide. b. come propone la terza di questo, siano detratti da quella li duoi seratili, liquali (per la medesima terza) sono maggiori della mità di essa piramide, similmente dall'una & dall'altra delle due partial & residual piramide: siano detratti (al predetto modo di quelle diuise) li duoi seratili & questo sia fatto tante volte per fina a tanto che l'aduersario sia constretto (per la prima del decimo) confessare rimanere (dalla piramide. b.) manco del solido. d. & per commune scientia) li seratili detratti seranno maggiori del corpo c adonque dalla piramide, a, sia fatta la medesima detrattione de seratili & intendamo esser tanti li seratili detratti dalla piramide, a, quanto quelli che detrahessimo bessato della pyramide b. & (per la correlario della precedente) si come della basa a. alla basa b. così serà li seratili detratti dalla pyramide a. alli seratili detratti dalla pyramide b. ma così era similmente della pyramide a. al corpo c. e per tanto li seratili della pyramide a. alli seratili della pyramide b. e si come della pyramide a. al corpo c. & permutatamente li seratili della pyramide a. alla pyramide a. serà si come li seratili della pyramide b. al corpo c. & conciosia che li seratili della pyramide b. siano maggiori del corpo c. li seratili della pyramide a. seranno maggiori della pyramide a. & perche questo è impossibile, lo corpo c. non serà minore della pyramide b. & similmente non serà maggiore, perche posto che sia maggiore, conciosia che la proportione della basa a. alla basa b. sia si come della pyramide a. al corpo c. al contrario serà della basa b. alla basa a. si come del corpo c. alla pyramide a. & (per commune scientia) la medesima serà della pyramide b. ad alcun corpo, e qual sia d. & seguitarà (per la decimaquarta del quinto) che'l corpo d. sia minore della pyramide a. imperoche la pyramide b. e posta menore del corpo c. adonque della basa b. alla basa a. serà si come della pyramide b. al corpo minor della pyramide a. ma da questo è stato demostrato seguir lo impossibile, cioe li seratili detratti da alcuna pyramide esser maggiori de quella pyramide dalla quale sono detratti e. però rimane il corpo c. esser equale alla pyramide b. conciosia che'l non puol esser ne minore ne maggiore & la proportione della pyramide a. alla pyramide b. esser si come della basa a. alla basa b. & questo era da demostrare.

Il Tradottore.

Consequentemente è questa soprascritta propositione nella seconda tradottione se propone equalmente le pyramide che hanno le base moltiangole & che siano sotto a una medema altezza sono medemamente proportionale alle sue base ma perche tal propositione, se propone & dimostra medesimamente sopra alla sequente con altre particolarità hauemo posposta quella.

Theorema. 6. Propositione. 6.

6 / 7 Ogni corpo seratile, è diuisibile in tre pyramide equale, & che hanno le base triangolare.

Sia lo seratile a.b.c.d.e.f. dico quello esser diuisibile in tre pyramide equale che hauerano le base triangolare, & per dimostrar questo siano protratte in cadauna delle sue tre superficie paralellogramme le diagonale talmente che una de quelle diagonale sia conterminale con le altre due, come seria protrarli le linee b.d. b.f. & f.a. (lequale non ho uole sto protraere perche generariano confusione) et tutto lo seratile serà diuiso in pyramide triangolare lequale facilmente (per la precedente tolta due volte serà manifesto esser equale.

Il Tradottore.

Chi non fusse ben chiaro di quella propositione, formi uno prisma, ouer seratile, materialmente, & tiri in quello le diagonale, come di sopra se propone, ne, e considerare poni bene con la mente lo andar de quelle se trouara (come di sopra è detto) el detto seratile esser diviso in tre pyramide delle quale, due di quelle tolte per un verso se cognoscera esser fra loro equale perche se vedera che quelle seranno sopra le due base triangolare equale (cioe sopra le due mità di una di quelle superficie paralellogramme giacente in piano) & haueranno una medesima altezza perche ambedue terminaranno nel angolo b, del seratile la altra poni considerandola per uno altro verso (cioe che la sua basa sia l'uno di duoi triangoli del seratile, & la sua altezza la longhezza del seratile, & perche l'una delle altre due prime pyramide possede l'altro capo triangolar del seratile, & dandoli quel per basa hauerà per sua altezza pur la medesima longhezza del seratile, e pero serà equale a quella (per la precedente) onde (per commune scientia) serà tutte tre equale che è el proposito.

Correlario.

Etiam da questo è manifesto: che ogni pyramide è la terza parte d'una prisma, che habbia la basa, & la altezza equale a quella medema per che se la basa della prisma hauera altra figura rettilinea che triangolare, sia divisa la medesima dalle due superficie opposite, in prisme che habbiano le base triangolare.

Il Tradottore.

Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione, uero è che questo comentatore interpone piu propositioni, lequale pare che siano da lui aggionte, la prima delle quale propone in parte quello che conclude il soprascritto correlario laquale dice in questa forma videlicet.

Theorema .12. Propositione .12.

Se duoi solidi (di quali l'uno sia seratile, & l'altro pyramide la basa de laquale sia triangola) seranno constituidi equalmente alti: sopra una medesima basa, ouer sopra base equal triangolare ouer il seratile sopra una quadrangola, & la pyramide sopra una triangola laquale sia la mità della basa quadrangola del seratile, lo seratile conuien esser triplo alla pyramide.

Siano il proposto seratile serà sopra una basa triãgolare, all'hora dalla pyramide proposta sopra la propria basa, sia compido uno seratile equalmente alto alla proposta pyramide, ma sel seratile serà sopra una basa quadrãgola all'hora alla basa della pyramide sia gionto un triangolo delquale etiam sia compido alla basa della pyramide una superficie de lati equidistanti sopra alla qual da essa pyramide sia compido uno seratile equalmente alto alla piramide, adonque perche questo seratile è equalmente alto al primo seratile & le base dell'uno e di l'altro sono equale dal presupposito, seguita quelli esser fra lor equali & questo fu dimostrato in la quadragesima

drageſima ſeconda del undecimo,& perche(per la ſeſta de queſto duodecimo)lo ſe ▢do ſeratile è triplo alla propoſta piramide perche quella è una delle tre piramide in lequale ſe diuide quel ſeratile anchora(per commune ſcientia)lo propoſto ſeratile ſerà treppio alla propoſta pyramide.

6 De ſopra una medeſima baſe,ouer ſopra baſe equale ſeranno conſtituide quente pyramide ſi voglia equalmente alte, delle quale le baſe ſiano triangole, quelle è neceſſario eſſer fra lor equale.

Perche fabricando uno ſeratile equalmente alto: alle pyramide propoſte, ſopra una baſe triangola equale a una delle baſe delle propoſte pyramide ouer ſopra una baſe quadrãgola doppia a una delle baſe delle medeſime, eſſo ſeratile ſera treppio a ciaſcaduna di quelle pyramide & queſto è manifeſto(per la precedente aggiõta ouer interpoſta)adonque(per commune ſcientia) tutte le propoſte pyramide ſono(come hauemo detto)fra loro equale.

$\frac{6}{0}$ Tutte le pyramide equalmente alte dellequale le baſe ſono triangole ſono proportionale alle ſue baſe.

Sian fatti ſopra le baſe delle propoſte piramide,ouer ſopra altre triãgular equale ouer ſopra par alellogramme doppie li ſeratili equalmẽte alti,a quelle piramide et per queſto li ſeratili ſeranno fra lor equalmente alti,et perche li ſeratili ſono proportionali alle ſue baſe come è prouado in la trigeſima ſeſta del undecimo mediante la trigeſima terza del medeſimo,& concioſia che(per la prima di queſte aggiõte) ſia manifeſto queſti ſeratili eſſer trepij alle ꝓpoſte piramide,cioe cadauno alla ſua relatiua,& le baſe de quelli eſſer equale ouer doppie alle baſe di quelle,& (per la decima quinta del quinto)ſia ſi come il treppio al treppio coſi è il ſempio al ſempio ſerano anchora le propoſte pyramide proportionale alle ſue baſe.

Il Tradottore.

Queſta ſopraſcritta propoſitione è ſimile alla quinta ma la demoſtratione è diverſa da quella è queſto è perche in quella non era anchor noto che un ſeratile fuſſe trepio a una pyramide de equal baſa & di equal altezze con lui.

6 Se qualunque due pyramide ſeranno equalmente alte,& la baſa de l'una ſia triangola, & dell'altra quadrangola,ouer de piu lati, quelle pyramide conuien eſſer proportionale alle ſue baſe.

Eſſempli gratia ſiano inteſe due pyramide equalmente alte,ſopra le due baſe,a,& ,b,et ſia la baſa,a,triangola & la,b,penthagona.Et ſiano queſte pyramide dette,a,et,b. Adonque dico la proportione delle due pyramide,a,& ,b,eſſer ſi come delle baſe,a, & ,b, & per demoſtrar queſto, ſia diuiſo il penthagono,b,in li tre triangoli,c,d,e, & tutta la pyramide,b,ſerà diuiſa in tre pyramide equalmente alte delle quale le baſe ſono li triangoli,c,d,e,le quale ſiano etiam chiamade dalli nomi

a

delle sue base. Adonque perche (per la precedente interposta) la proportione della pyramide c, alla pyramide a, e si come del triangolo c, al triangolo a, & della pyramide d, alla pyramide a, si come del triangolo d, al triangolo a, & similmente della pyramide e, alla pyramide a, si come del triangolo e. al triangolo a. seguita adonque (per la vigesimaquarta del quinto tolta due volte) che la proportione del aggregato de tutte le pyramide c.d.e. (& quello è la total pyramide b, alla pyramide a.) si come del aggregato de tutti li triangoli c,d,e, (& quello è il penthagono. b. al triangolo. a. adonque è manifesto el nostro intento.

6/6 Tutte le pyramide laterate equalmente alte se approvano esser proportionale alle sue base.

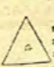
Se una di quelle sarà sopra una basa triangola, per la precedente interposta è manifesto quello che è detto: ma se le base de l'una & di l'altra sarà di molti angoli resolvata quale si voglia delle sue base in trāgoli, et quelle pyramide in pyramidette triangolare. Et (per la precedente interposta) la proportione di cadauna di quelle pyramidette triangolare) in tra le quale è divisa l'una delle proposte) a l'altra è si come della basa alla basa di l'altra, e per tanto (per la vigesima quarta del quinto tolta quante volte bisogna) è manifesto esser il vero quello che havemo detto.

Il Tradottore.

La soprascritta interposcione over ǫgionta in la seconda tradottione. L'auttore ne fa una proposizione laqual è la sesta come di sopra vedi notado.

Theorema. 7. Proposetione. 7.

7/9 Se due pyramide de base triangolare saranno equale, le base de quelle saranno mutue alle altezze delle medeme. Et se le base, & le altezze saranno mutue, le medeme pyramide è necessario esser fra loro equale.



Quello (che la trigesimaquarta & trigesimaquinta del undecimo) propose di solidi paralellogrāmi, & noi demostrassimo le trigesimasesta del medemo di seratili, questa settima del duodecimo propone delle pyramide che hanno le base triangolare. Hor siano intese due pyramide equale sopra li duoi triangoli a, & . b. le quale siano pur dette. a. & b. e per tanto dico che la proportione della basa. a. al la basa. b. e si come la proportione della altezza della piramide b. al la altezza della pyramide a, & se quello sarà dico che la pyramide a, & . b. esser fra loro equale. Et per dimostrar questo siano agionti al li duoi triangoli a, & . b. duoi altri triangoli liquali siano c, & d, acio che cio che faciamo ambidue le superficie a,c, & b,d. de equidistanti lati, & da quelle pyramide, sopra le base a,c, & b,d, siano compidi solidi paralellogrammi equalmente alti alle proposte pyramide liquali similmente siano detti a,c, & b,d. Adonque (per la sesta de questo duodecimo) è manifesto che la pyramide a, è la sesta parte del solido a,c, & la pyramide b. la sesta del solido b.d. Adonque (per la trigesima quinta del undecimo) erguisse il proposito, cioe la prima parte, per la prima. & la seconda per la seconda.

Ma se qualunque due pyramide laterate saranno equale: le base de quelle alle altezze delle medesime saranno mutue. & se le base de quelle alle altezze delle medesime saranno mutue. le medesime pyramide bisogna esser equale.

Se le base de l'una & de l'altra saranno triangole eglie stato dimostrato esser il vero quello che hauemo detto ma se solamente una sia triangolare hor sia a. & la basa de l'altra pyramide sia b, & sia fatto lo triangolo, c, equale al poligonio b, & sopra c, sia fatta una pyramide equalmente alta alla pyramide che è sopra, b, & siano, a, b, c, nomi equiuoci delle pyramide et delle base. Adonque perche le due pyramide. a & b. (dal presupposito) sono equale: & (per la ultima delle interposite alla sesta di questo) le due pyramide b. et c, sono equale: & (per communa scientia) le due pyramide a, & c, saranno equale. Adonque le base de quelle sono mutue alle altezze di quelle (per la prima parte della settima de questo) & conciosia che le base b, & c, siano equale, & anchora le altezze de le pyramide b, & c. equale (per la prima parte & seconda della settima del quinto) le base a, & b, saranno mutue alle altezze delle pyramide, a, & b, La seconda parte se approua per el contrario modo. Perche se della basa a, alla basa. b. sarà come la altezza della pyramide b. alla altezza della pyramide a, (per la seconda parte, & prima della settima del quinto) della basa, a, alla basa. c, serà si come la altezza della pyramide c, alla altezza della pyramide. a. Adonque (per la seconda parte de questa settima) le due pyramide, a, & c, sono equale per laqual cosa (per communa scientia) anchora le due pyramide, a, & b. sono equale. Ma se ne l'una ne l'altra delle proposte pyramide serà triangolar ma che l'una & l'altra sia poligonia verbi gratia: l'una sia pentagona & l'altra essagona lequale al presente siano dette a, & b, sia similmente tolto lo triangolo, c, equale, allo essagono, b, sopra el quale sia fatta una pyramide equalmente alta alla pyramide b, & le due pyramide, b, & c, saranno equale, & però etiam le due che sono a, & c. (per la conettione) saranno equale: per laqual cosa si come della basa, a, alla basa. c.

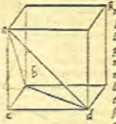
cosi

così sarà l'altezza della pyramide. c. alla altezza della pyramide. a. et questo per avanti è stato dimostrato. Adonque (per la settima del quinto) della basa. a. alla basa. b. e si come l'altezza della pyramide. b. alla altezza della pyramide. a. lo converso è manifesto per lo modo contrario, perche se della basa. a. alla basa. b. sarà si come l'altezza della pyramide. b. alla altezza della pyramide. a. sarà ancora (per la settima del quinto) della basa. a. alla basa. c. come l'altezza della pyramide. c. alla altezza della pyramide. a. E pero (come è manifesto dalle prime) due pyramide. c. & a. saranno equale: per laqualcosa, etiam (per commune scientia) & le due che sono. a. & b. saranno etiam equale & questo è il proposito.

Theorema. 8. Propositione. 8.

8
8 *De ogni due pyramide simile, che habbiano le base triangolare, la proportione di l'una a l'altra, e si come la proportione triplicata d'uno lato di l'una al lato relativo di l'altra.*

Proposte due pyramide che habbiano le base triãgolare simile, da quelle cõpisse duoi solidi parallelogrammi si come è detto in la demõstratione della precedente, & questi duoi solidi saranno simili imperoche le piramide sono sta poste simile fra loro, Perche li duoi angoli solidi che sono communi alle pyramide & alli solidi parallelogrãmi, sono contenuti da ãgoli superficiali equali di numero e quantità: Et anchora li lati che cõtieneno ãlli angoli superficiali sono proportionali. Per laqual cosa (per la trigesimaquarta del primo) le tre superficie di solidi parallelogrammi: che constituiscono li angoli solidi cõmuni sono equiãgole, & de lati proportionali, e però sono simile (per la diffinitione delle superficie simile) per laqualcosa (per la vigesimaquarta del undecimo tutte le sei superficie di questi duoi solidi parallelogrammi sono simili fra loro adonque (per la diffinitione di corpi simili) quelli solidi seranno simili, per laqual cosa cõciosia che la proportione di solidi, et delle piramide sia una medesima (per la decimaquinta del quinto) perche li solidi sono sesupli alle piramide (per la sesta di q̃sto.) Et cõciosia che la proportione di solidi sia una medesima, si come q̃lla di suoi lati relatiui triplicata (per la trigesimasesta del undecimo) & li lati di solidi siano anchora li medesimi delle pyramide. Anchora (per la undecima del quinto) la proportione delle proposte pyramide sarà si come la proportione triplicata di suoi relatiui lati che è il proposito.



Il Tra-

Il Tradottore.

Per essempio figurale della soprascritta propositione siano le dette due pyramide triangolare simile .a.b.c.d. & .e.f.g.h. le base dellequale sono li triangoli .b.c.d. & .f.g.h. & la loro cima over angolo supremo .a. & .e. & li loro solidi, siano .c.k. & .g.l. sopra lequal figure arguendo come di sopra facilmente vien concluso il proposito.

Ma se qualunque due pyramide laterate seranno simile, la proportione di l'una all'altra, sara si come la proportione triplicata del suo lato al lato a se relatiuo di l'altra.

Siano due piramide laterate simili li coni delle quale siano .a. & .b. et siano sopra base penthagonale, lequale sono c.d.e.f.g.h.k.l.m.n. Dico che la proportione di quelle è si come la proportione triplicata di suoi lati relatiui: perche eglie manifesto (per la diffinitione delle superficie simile e di corpi) che li penthagoni che sono base delle proposte piramide, e tutti li altri triangoli circondanti esse pyramide sono fra loro simili, siano adonque diuise ambedue le base in triangoli simili & di numero equali, si come propone (la decimaottaua del sesto) essere possibile protratte in quella le linee .c.e. & c.f. & in quella .h.l. & .h m. Dico adonque queste pyramide esser diuise in piramide triangole simile e di numero equale, perche paragonate fra loro le due pyramide .a.c.d.e. b.h.K.l. delle quale li coni sono .a. & .b. & è manifesto dal presupposito lo triangolo .c.d.e. esser simile al triangolo .b.h.K. & lo triangolo .d.a.e. al triangolo .b.k.l. Et perche anchora (dal presupposito)

lo angolo, d, è equale al angolo K. & li lati .c.d. & .d.e. (contineti l'angolo .d.) sono proportionali alli lati .h.K. & .k.l. (contineti l'angolo .k. li duoi triangoli .c.d.e. & h.k.l. (per la sesta del sesto) seranno equiangoli, et pero per la quarta del sesto) la proportione del .c.d. al .h.K. sara si come del .c.e. al .h.l. & conciosia che (dal presupposito) la proportione del .c.a. al .h. b. & anchora del .a.e. al .b.l. sia si come del .c.d. al .h.k. (per la undecima del quinto) del .c.a. al. h. b. & del a. e. al. b. l. sarà si come del .c.e. al .h.l. adonque (per la quinta del sesto. & per la diffinitione delle superficie simile) lo triangolo .c.a.e. sarà simile al triangolo. h.b.l. adonque (per la diffinitione di corpi simili) è manifesto che la pyramide .a.c.d.e. è simile alla pyramide .b.h.k.l. Similmente ancor è manifesto la pyramide .a.c.e.f. esser simile alla pyramide .b.h.l.m. & la pyramide a.c.f.g. alla pyramide .b.h.m.n. adonque perche (per la ottaua) la proportione della pyramide .a.c.d.e. alla pyramide .b.h.K.l.e. si come quella del lato .c.d. al lato .h.K. triplicata, & anchora della pyramide .a.c.e.f. alla

pyra-

pyramide b.h.l.m. si come del e.f.al l.m triplicata, & ancora della pyramide a.e.f.g.alla pyramide b.h.m.n. si come del e.g.al h.n triplicata: conciosia che (dal presupposito) la proportione del e.f.al l.m. & del e.g.al h.n. sia si come del c.d, al h,k seguita (per la decimatertia del quinto) che la proportione delle totale pyramide a. & .b. sia si come una di quelle partiale ad una altra: adonque (per questa ottaua & per la undecima del quinto) è manifesto esser il uero quello che haue mo detto.

Il Tradottore.

Di questa soprascritta propositione interposta nella seconda traduttione se ne un correlario.

Tutte le colonne laterate equalmente alte, sono proportionale, alle sue base.

Sopra qualunque specie di base de molti angoli sian le colonne se uerifica quello che è detto et chiamamo colonne laterate, li corpi solidi laterati di quali le base & le superficie supreme sono simili & equale, & tutte le altre superficie circonstante, sono de lati equidistanti, et la prima specie di tali corpi è il serratile, conciosia che il se intende esser statuido sopra una delle sue superficie trilatere & la seconda specie è la colona dellaquale la basa è quadrilatera: laquale è necessario esser cõposta da duoi seratili, & la terza è quella dellaquale la basa è penthagono, et questa se compisse da tre serratili, & semplicemente. Dico che ogni colonna laterata puol esser diuise in tãti serratili. in quanti triangoli puol esser diuisa la sua basa, et per tanto siano intese le due colonne laterate a. & .b. constituide sopra le due base a. & .b. equalmẽte alte. Dico che la proportione delle colonne a. & .b. e si come quella delle sue base a, & b. perche essendo diuise queste base in triangoli, et queste colonne in seratili la basa a. (laquale sia posta esser quadrãgola) in li duoi triangoli cioe, c, & d, & la colonna a. in duoi seratili c, & d, et la basa b. (laqual sia penthagona) sia diuisa in li tre triangoli e, f, g, & la colonna b. in tre serratili liquali similmente siano chiamati e f.g. Adonque (per quelle cose che sono state dette in la trigesima sesta del undecimo) è manifesto che la proportione del seratile c, al seratile e, è si come della basa c, alla basa e, Et similmente del seratile d, al serratile e, si come della basa. d, alla basa e, per laqual cosa (per la uigesima quarta del quinto) della colonna a. al serratile e. serà si come della basa a, alla basa e, per la medesima ragione della colonna a. al serratile f. serà si come della basa a. alla basa f. Et similmente della colonne a. al serratile g. si come della basa a. alla basa g. Adonque per la uigesima

quarta

quarta del quinto l'altra quante volte sarà necessario)tu concluderai facilmente il proposito.

Adonque da questo e manifesto, che tutte le colonne laterate constituide sopra una medesima base, ouer sopra base equale, se saranno equalmente alte saranno equale.

Perche conciosia che di sopra è stato prouato, qualmente le colonne laterate siano proportionale alle sue base, & essendo posto esser le medesime base ouer equale e necessario, per la vigesimaquarta del quinto, che etiam le colonne siano equale.

Anchora è manifesto tutti li solidi parallelogrammi, seratili, & colonne laterate, se seranno equalmente alte e quelle anchora, se approuano esser necessariamente proportionale alle sue base.

Perche tutte queste son specie di colonne laterate, delle quale di sopra e stato uniuersalmente prouato esser il vero quello che è detto.

Ogni colonna laterata, e treppia alla sua piramide.

Sia diuisa la base della colonna in triangoli, & secondo el numero di quelli triangoli sia diuisa la colõna in seratili, & la piramide della colona, in piramide che habbiano le base triangole, cioe quelle che sono base di seratili, e per tãto è manifesto cadauno seratile esser treppio a quella piramide laquale sta sopra la medesima base con esso seratile, & questo e stato dimostrato in la sesta di questo duodecimo libro. Adonque (per la decimatertia del quinto) tutti li seratili tolti insieme, a tutte le piramide tolte insieme, e necessario esser treppi & conciosia che da tutti li seratili tolti insieme se compisse la colonna, & da tutte le piramide tolte insieme uien compita la piramide della colonna, e manifesto esser il uero questa nostra propositione.

Se qualunque due colonne laterate saranno equale le base di quelle seranno mutue alle altezze di quelle medesime. Et se le base di quelle & le altezze saranno mutue le medesime colonne e necessario esser equale.

Perche se le colonne siano equale, le piramide di quelle seranno equale, per che ogni laterata colonna e treppia alla sua piramide. & se le piramide sarãno equale le base saranno mutue alle sue altezze, si come è stato dimostrato in la settima di questo, adonque perche le base delle colonne: & delle sue piramide sono quelle medesime, & le altezze sono le medesime è manifesto la prima parte del proposito. Hor siano adonque le base & le altezze delle proposte colonne laterate mutue. Dico che le colonne sarãno equale, perche cõciosia che siano le medesime base & le medesime altezze delle colonne, & delle sue piramide le base & le altezze delle piramide delle proposte colonne saranno mutue. Se questo che stato posto delle colõne, sara il uero adonque le piramide saranno equale

come

come in la settima di questo è stato dimostrato, adonque etiam le colonne serãno equale, cõciosia che quelle siano el treppio alle sue piramide, per laqual cosa è manifesto la seconda parte di quello che stato proposto.

Di ogni due colonne laterate simile, la proportione di l'una al l'altra e si come del lato al suo relatiuo lato la proportione triplicata.

Se le colõne sarãno simile (per la diffinitione di corpi simili,) le base di quelle & le altre superficie circondante quelle saranno simile: E per tanto siano diuise le base di quelle in triangoli simili & di numero equali, si come la decima ottaua del sesto propone esser possibile, & quelle colonne siano diuise in seratili stanti sopra quelli triangoli, adonque studia di prouare li seratili, di l'una esser simili alli seratili di l'altra: cadauno al suo relatiuo, laqual cosa facilmente ap prouerai, per el presupposito: & per la sesta, & quarta, & quinta del sesto, & per la diffinitione delle superficie simile: & per la diffinitione di corpi simili, & prouato questo, per la trigesimasesta del undecimo, la proportione di cadauno di seratili di vna, al suo relatiuo seratile di l'altra, sarà si come la proportione del suo lato: al lato di quello, triplicata. Et perche la proportione de tutti li lati è una medesima: conciosia che tutti li seratili di vna siano simili alli suoi seratili relatiui di l'altra, Seguita, per la undecima del quinto, che sia una medesima proportione di tutti li seratili di una alli suoi seratili relatiui di l'altra: per laqual cosa, per la decima terza del quinto la proportione che è del seratile di una al suo seratile relatiuo di l'altra, quella medesima & de tutti tolti insieme alli tutti tolti insieme: & perche tutti li seratili di l'una, & di l'altra tolti insieme componeno le colonne, & li lati relatiui di seratili, sono li lati relatiui delle colonne (per la. 11. del quinto) è necessario che la proportione delle colonne sia come la proportione triplicata di suoi lati relatiui che è il proposito.

Correlario.

Da queste cose certamente è manifesto anchora che le piramide simili che hanno le base de molti angoli fra loro sono in treppia proportion della proportione di lati delle medeme perche diuise quelle in piramide che habbiano le base triangolare perche le base poligonie simile, per la decimanona del sesto, se diuideno in triangoli simili, & inequal multiplicità, & della medema proportione di tutti, sarà si come una delle piramide che ha la basa triangolare in l'una a quella una a se relatiua che ha la basa triangolare in l'altra piramide, & cosi e tutte le piramide che hãno le base triãgolare che stãno in l'una a tutte le piramide che hãno la basa triangolare che stanno in l'altra per la duodecima del quinto, & questo è quella medesima piramide che ha la basa poligonia, alla piramide che ha la basa poligonia, & la piramide che ha la sua basa triangolare alla piramide che ha la basa triãgolare è in treppia proportione de la proportione di lati delle

medesime

medesime per la precedente, adunque & quella che ha la basa poligonia a quella che la basa similmẽte poligona ha treppia ꝓportione, che e il lato al lato

il Tradottore.

Lo soprascritto corrolario se ritrova solamente in la seconda tradottione el qual conclude quello che fu interposto in principio, ideo &c.

Theorema.9. Propositione.9.

Ogni colonna rotonda s'approua esser treppiata alla sua piramide.

Sopra il cerchio, a, sia inteso una colonna et una pyramide erette, secõdo una medesima sua altezza, Et siano dette, equiuoce, quella pyramide et la colonna, & il cerchio di uno medesimo nome cioe, a, Dico adõque che la colonna, a, e trep pia alla piramide, a, la prouatione della qualle e perche la nõ puol esser ne mag giore ne minore che treppia. Perche primamẽte, si possibile e, sia maggiore che treppia in la quantità del corpo, b, talmẽte che se'l corpo, b, sia cauato fuora del la colonna, a, el residuo di quella sarà treppio alla piramide. a. Sia adonque in scritto un quadrato in lo cerchio, a, sopra il quale siano descritti duoi seratili equalmente alti alla colonna, a, di quali duoi seratili tolti insieme e manifesto che sono piu della mità di la colonna, a, si come e manifesto esso quadrato essere piu della mità del cerchio. a. Perche se da questi seratili saranno compidi li solidi parallelogrammi di quali essi sono la mità de essa colonna sarà parte di essi solidi tutti insieme, & da poi sopra li lati del quadrato inscritto descriuerò quattro triãgoli de duoi lati equali, in le portione del cerchio delle quale portioni, li lati dello quadrato sono corde, diuisi li arche di quelle portioni in due parti equali, & siano quelli triãgoli, c, d, e, f, sopra li quali etiam erigerai li seratili alla altezza della colonna, a, & e manifesto che questi seratili sono maggiore della mitade delle portioni delle colonne stanti sopra le portioni del cerchio si come etiam

li triangoli sono maggiori della mità delle portioni del cerchio. Et questo sia fat to tante volte per fina a tanto, che per la prima del decimo, l'aduersario sia co stretto a confessare le portioni delle colonne tolte insieme essere meno del corpo. Hor poniamo adonque che sia la colonna laterata ortogona laqual compone tutti li seratili tolti insieme di quali le base sono li triangoli diuidenti lo poligonio inscritto in lo cerchio. a. maggior del trepio della piramide rotonda. a. & perche essa colonna laterata e treppia alla sua piramide: si come è stato dimostra to in quelle propositioni che sono state aggionte in la precedẽte, seguita, per la se conda parte della decima del quinto, che la piramide rotonda, a, sia minor della la piramide laterata della colõna laterata della qual la basa e lo poligonio in scritto in la basa della piramide rotõda, a, laqual cosa e impossibile, ꝑche la pi

ramide

ramide laterata e parte di essa pyramide rotonda. Adonque la pyramide .a. non
è meno della terza parte della sua colonna, ne etiã è piu della terza parte. Per
che (se egli è possibile) sia la pyramide, a, piu della terza parte della colonna,
a, in la quãtitè del corpo, b, talmẽte che detratto il corpo, b, della pyramide, a,
lo residuo di essa pyramide sia la terza parte della colonna, a, (Dico adonque si
come prima) dalla pyramide, a, sia inteso esser detratta la piramide laterata a
se equalmente, alta, la basa della quale sia il quadrato inscritto in lo cerchio .a.
la qual piramide laterata è manifesto esser piu della mitade della piramide ro
tonda. Similmẽte del residuo della piramide, a, un'altra uolta siã intese esser de
tratte le piramide equalmẽte alte constituide sopra li triangoli .c. d. f. liquali so
no in le portione della basa, & questo sia fatto tante uolte (per la prima del de
cimo.) che dalla piramide, a, rimanga meno del corpo. b. Adonque la pirami
de laterata (soprastante allo inscritto poligonio) laquale componeno le pyra
mide laterate detratte dalla rotonda piramide sarà maggiore della terza parte
della colonna .a. Et perche questa piramide laterata (come e prouado in le pre
cedẽte) et la terza parte della sua colonna laterata, a, finalmẽte seguita (per la
seconda parte della decima del quinto) la colonna rotonda, a, esser minore del-
la colonna laterata della medesima altezza: la basa della quale e il poligonio
inscritto in la basa della rotõda piramide. Et questo è impossibile: pche questa
colonna laterata è parte della colonna rotõda: Cõciosia adõque che la colon-
na rotonda non possi esser meno del treppio della sua piramide ne etiam piu.
sarà necessariamente treppia à quella che è quello che uolemo demostrare.

Theorema. 10. Propositione. 10.

10 12 La proportione di l'una a l'altra di ogni due piramide rotonde simili, & colonne rotonde simili è si come la proportione triplicata del diametro del la sua basa al diametro della basa de l'altra.

Sieno li duoi cerchij, a, & , b, sopra li quali siano constituide due piramide ro
tonde simile: & due colonne rotõde simile & siano detti li cerchij, & le pirami
de, & le colonne, & li diametri da cerchij, da questi nomi, a, & .b, equiuoce. Di
co adõque che la proportione delle due piramide, a, & , b, & delle due colon-
ne, a, b e si come la proportione triplicata di duoi diametri, a, et b, & se questo de
le piramide sarà conceduto, etiã quello delle colonne sarà manifesto (per la deci-
maquinta del quinto) cõciosia che ogni colõna rotõda (per la precedẽte) sia trep
pia alla sua piramide. Et questo delle pyramide, sarà manifesto per la demostra
tione che induce a l'impossibile. perche (per quella communa scientia posta in el
principio della demostratione della secõda di questo 12. lib.) la proportiõ ch'è
del diametro, a, al diametro, b, triplicata, la medesima è delle piramide, a, ad al
cũ corpo. Adonque sia quel tal corpo, c. del qual dico che quello nõ puol esser mi
nor ne maggior della piramide, b, sia primamẽte minor (se sarà possibile) ĩ la quã
titè del corpo, d, talmẽte che i due corpi, c, et, d, tolti insieme siano quãto la pira

mide

mide.b. Adonque (si come in la seconda parte della inuersa) dalla pyramide.b. sia detratta la pyramide laterata e sequalmēte alta la basa della quale sia il quadrato inscritto in el cerchio.b. & dal residuo di quella, sian detratte le piramide della medesima altezza situate sopra li triangoli delle portione del cerchio.b. & cosi adonque sia fatto questo tante volte p fine a tanto che se constringa l'auersario a confessare (p la prima del 10.) che lo residuo della piramide.b. sia minore del corpo.d. (p el mio a sciētia) la laterata piramide, che compone le partiale piramide detratte sarà maggiore del corpo.c. adonque sia inscritto in lo cerchio.a. uno poligonio simile a quello che è basa della piramide laterata detrata dela piramide.b. & alli angoli di quello poligonio inscritto in lo cerchio.a. tira le linee dal cono della piramide.a. compiēdo sopra a quello poligonio, la piramide laterata equalmēte alta alla piramide rotonda.a. Adonque similia di demonstrare questa esser simile alla piramide laterata detratta dalla piramide rotonda.b. laqual cosa farai per questo modo. in l'una et l'altra piramide tu erigerai le assi di quella laquale (p la diffinitione) sarà la linea continuāte le vertice over cima della piramide con il cētro di la basa. & sarà perpendicolare alla basa. & dapoi delli cētri delle base in l'uno & l'altro cerchio protrarai semidiametri a tutti li angoli li duoi poligoni inscritti, e conciosia che (per la diffinitione delle piramide rotonde simile) la pportione del assi di l'una a lassi di l'altra, sia si come del diametro della basa di l'una al diametro della basa di l'altra. E però etiam (per la decimaquinta del quinto: & per la cōmutata pportionalità) si come della mità del diametro alla mità del diametro & sianno tutti li angoli (che contien le assi) in l'una & l'altra (con li semidiametri) retti (per la sesta proportione del sesto libro, et per la quarta del medesimo, per la diffinitione delle superficie simile, et per la diffinitione di corpi simili) è necessario che la piramide laterata.a. sia simile alla piramide laterata.b. p laqual cosa, per la propositione aggionta alla ottava di questo, la proportione della piramide laterata.a. alla laterata.b. è si come la pportione triplicata del lato di l'una al suo relativo lato di l'altra et però etiam si come del diametro.a. al diametro.b. triplicata. Et per tanto anchora si come della piramide rotonda.a. al corpo.c. (per la undecima del quinto) per laqual cosa permutatamente, la proportione della piramide laterata.a. alla piramide rotonda.a. sarà si come della piramide laterata.b. al corpo.c. & perche la piramide laterata.b. è maggiore del corpo.c. la piramide laterata.a. sarà maggiore della piramide rotonda.a. laqual cosa e impossibile essendo parte di quella. Adonque il corpo.c. non è minore della piramide rotonda.b. Resta adonque di prouare che'l non puo esser maggiore. Per se lo aversario dicesse quel esser maggiore all'hora sia arguido (per la conuersa proportionalità) la pportione del diametro.b. al diametro.a. triplicata esser si come della piramide rotonda.b. ad a cun'altro corpo il quale sia.d. Et perche (dal presupposito) el corpo.c. è maggiore della piramide rotonda.b. seguita, per la decimaquarta del quinto, che la piramide rotonda.a. sia maggiore del corpo.d. Adonque argumentando come prima sottrahendo el corpo.d. alla piramide rotonda.a. et rimanga il corpo.c. & seguitar come prima. Adonque la proportione della piramide.

mide, b, al corpo che è minore della pyramide rotonda, a, (cioè el, d,) è si come la pportione triplicata del suo diametro. b, al diametro dell'altro, & questo è impossibile. Perche hauemo dimostrato seguir che la parte sia maggiore del suo tutto. Adonque concio sia che il corpo. c. nõ possi essere minore ne maggiore della pyramide rotõda, b, necessariamẽte sarà a lei equale. E per tanto per la seconda parte della settima del quinto è manifesto il proposito. Ma il processo di questa demonstratione a noi manifesta solamente esser necessario a quelle colonne, etiã pyramide rotõde delle quale le assis stanno perpẽdiculare alle sue base. Perche tale furono diffinite in el principio del undecimo, niente dimeno concio sia che la passione dimostrata in questo loco conuenga cõmunamente a tutte le colonne rotõde simile, & alle piramide rotõde simile ouer quando le assis sarãno erette orthogonalmente sopra le sue base, ouero quando sopra quelle sarãno inclinate, & per causa di differentia siano chiamate queste colonne, & pyramide rotõde delle quale le assis stanno orthogonalmente sopra a le base erette. Et le altre siano dette inclinate. Et perche in el principio del undecimo nõ sono state diffinite le colonne, ouer pyramide rotõde saluo solamẽte quelle che chiamamo erette, & queste per il mouimẽto d'un parallelogrãmo rettangolo: & quelle per il mouimento d'un trigõlo rettangolo. Et pero hauemo pensado esser conueniẽte diffinire le colonne rotonde & le pyramide cõ diffinitioni (communamente uniuoce) conuenienti alle colonne rotõde, & pyramide erette & inclinate. Adõque quando fora della superficie di alcũ cerchio. S'e signato un ponto el quale sia continuado per linea retta con la circõferentia di esso cerchio se quella tal linea dal ponto signato stante fermo e fissa sia circondutta per la sua conferentia del detto cerchio per fin a tanto che ritorni al loco doue incominciarà a mouersi el corpo che sarà contenuto dalla curua superficie che descriuerà questa tal linea con el suo mouimento, & dal cerchio al qual è circõdutta lo chiamo pyramide rotonda, & lo cerchio al quale è circõdutta questa linea lo chiamo basa di quella pyramide, & lo ponto si signato fora della superficie del cerchio lo chiamo cono della pyramide & la linea retta continuãte il cẽtro della basa cõl cono della pyramide la chiamo assis ouer sagita della pyramide. Et quãdo che questa sagita sarà perpendiculare alla basa. Dico la pyramide esser erretta et quãdo sarà inclinato dico etiã la pyramide inclinata. Ma quãdo sarãno duoi cerchij equali descritti in due superficie equidistãte, li quali una piana superficie transsecante per li centri di quelli li segarà & le due relatiue settione delle due circõferente di essi cerchij serã continuate per linea retta. Se questa linea sia circondutta ac le circonferentie di essi cerchij equidistantemẽte al loco del quale incominciarà a mouersi ꝗ fina a tanto che la ritornerà al loco suo, El corpo che è contenuto dalla superficie curua (che descriue questa linea nel moto suo) & dalli duoi proposti cerchij, lo chiamo colonna retõda, lo assis, ouer sagitta della quale è la linea retta cõtinuãte li cẽtri delli duoi cerchij. Et quando questa sagitta sarà perpendicolare alla superficie di l'uno e l'altro di duoi cerchij, Dico la colonna esser retta, & quando sarà inclinata sopra la basa, dico tal colonna esser inclinata: & quando saranno due pyramide rotonde ouer colonne delle base delle quale per l'assis uscissano due superficie ortogonalmente erette sopra le base di quelle, & li angoli che cõtiene le commune settioni di quelle superficie, & delle base, con lo assis saranno fra loro equali, & la proportione dello assis di l'una al assis di l'altra, sarà si come della mità del diametro di la basa di l'una alla mità del diametro della basa di l'altra. All'hora quelle due pyramide fra loro, ouer quelle due colonne fra loro dico esser simile. Poste queste diffinitioni eglie da dimostrare che de ogni due pyramide rotonde simile, ouer colonne rotonde simile, ouer se saranno rette ouer inclinate la proportione di l'una a l'altra e si come la proportiõ triplicata del diametro della basa di l'una al diametro della basa di l'altra laqual cosa delle erette sole è stato dimostrato, & questo mandamo auanti uno antecedẽte necessario.

10 Se seranno due piramide rotonde fra lor simile, delle quale due & due superficie piane segano l'una e l'altra di quelle sopra lo assis, e che l'una de quelle due superficie in l'una e l'altra piramide sia orthogonalmente eretta sopra la basa di quella, & li archi delle base contenuti fra quelle due superficie simili, li angoli che contiene le assis & le due commune settioni delle base e di quelle superficie che sono state poste non orthogonalmente erette sopra le base saranno fra loro equali.

Sia le due pyramide rotonde, a, b, & c, d, delle quale le base sono li cerchij, e, f, g, et h, K, l, et le assis le due linee, a, b, & c, d, & li diametri delle base, e, g, & h, l, li cẽtri delle base sono li duoi ponti, b, & d, li coni delle pyramide, a, & c, simile fra loro, & dalli coni di quelle, siano protratte due perpẽdicolare, come insegna la undecima del undecimo, alla superficie delle base lequale sono, a, m, & c, n, & siano continuate li ponti, m, & n, con li cẽtri delle base protratte le linee b, m, & d, n, & la superficie, a, b, m, laqual uien fora dell'assis, a, b, per la. 18. del. 11. sarà eretta sopra la basa della pyramide ortogonalmẽte, per lo medesimo modo la superficie, c, d, n, laqual uiẽ fuora dell'assis, c, d, sarà eretta orthogonalmente sopra la basa della pyramide,

ramide, c, d, e per tãto li due archi, f, g, et, K, l, siano simili: & sian intese le due superficie, a, b, f, c, d, k, uegnir fuora da li assis, & segar le pyramide, a, b, & c, d, simile. Dico adonque li duoi angoli, a, b, f, c, d, K, esser fra loro equali, & per dimostrar questo siano protratte le due linee, f, m, & K, n, adonque perche le due pyramide, a, b, & c, d, sono simile, & le due superficie, a, b, m, c, d, n, che stanno orthogonalmẽte sopra le base uegono fuora dalle assis di quelle, & (p la diffinitione delle pyramide simili l'angolo, a, b, m, sarà equale al angolo, c, d, n, & pche (dalla diffinitione delle linee perpẽdicolarmẽte erette sopra una superficie) l'uno & l'altro di due angoli, a, m, b, c, n, d, e retto, (per la. 32. del primo & p la. 4. del 6. li duoi primi triãgoli, a, b, m, & c, d, n, sarãno de lati proportionali cioe che la proportione della linea, a, b, alla linea, c, d, sarà si come della, b, m, alla, d, n, et si come dalle, a, m, alla, c, n, & perche (dalla diffinitione delle pyramide simile) la proportiõ del assis. a. b. al assis. c. d. e si come del mezzo diametro. b. f. al mezzo diametro. c. K. per la. 11. del quinto la proportione del, b, f. al, d, K. sarà si come della, b, m, alla, d, n, & cõciosia che li duoi angoli, f, b, m, & K, d, n, siano equali imperoche li duoi archi, f, g, et. K. l. sono simili, dal presupposito, la proportione della, f, m, alla, K, n, p la sesta & quarta del sesto, sarà si come della, b, m, alla, d, n, E pero et si come della, a, m, alla, c, n, et pche un'altra uolta, dal la diffinitione delle linee ppẽdicolarmẽte erette sopra una superficie, l'uno e l'altro di duoi angoli. a. m. f. c. n. K. e retto, p la 6. e. 4. del 6. la pportione della. a. f. alla. c. k. sarà si come della. a. m. alla. c. n. e pero, p la undecima del quinto, si come dalla. a. b. alla. c. d. et si come della. b. f, alla. d. K. Adõque, p la quinta del sesto, li duoi, angoli. a. b. f. et c. d. K. sono frà loro equali ch'è il ppositto. Il medesimo facilmẽte pietrai delle colõne rotõde simile. adõque p q̃sto che stato dimostrato dico che ogni due pyramide rotõde simil e siano come si uoglia, ouer erette ouer iclinate. la pportione di l'una a l'altra. e si come la pportiõ triplicata del diametro della sua basa al diametro della basa di l'altra. Perche essẽdo come prima le due pyramide rotõde, a, et, b, delle quale le base sono li cerchij. a, et, b, et li diametri di q̃sti siano anchora, a, et, b, et sia la pportione della pyramide, a, al corpo, c, si come la pportione triplicata del diametro, a, al diametro, b, adõque il corpo, c, no sarà minore ne maggior della pyramide rotõda. b. Et p dimostrar q̃sto sia, se possibile e minor che la quãtità del corpo, d, talmẽte che li duoi corpi, c, & d, tolti insieme siano quãto la pyramide rotõda, b, Adõque dalla assis della pyramide, b, sia pducta una supficie che sia eretta orthogonalmẽte sopra il cerchio, b, Et, sia la cõmune settione di q̃sta supficie & del cerchio, b, la li

nea,e,f, trãsiẽte per il cerchio,b, laquale sarà diametro del cerchio,b,& detro del cerchio,b,sia protratto un'altro diametro,segãte questo primo orthogonalmẽte elquale sia,g,h, E cosi in lo cerchio,b,sia inscritto lo quadrato,e,g,f,h,Et dalla piramide rotonda,b,sia inteso esser detratta la piramide laterata la base della quale e il quadrato inscritto in lo cerchio,b, laquale come di sopra e stato prouato sarà maggiore della mità delle piramide rotonda.& dal residuo di quella siano detratte le piramidette di quella medesima altezza stãte sopra li triãgoli delle portioni del cerchio,b,& sia fatto questo tãte uolte per fina a tanto che'l residuo della piramide rotonda,b,sia minore del corpo,d, per la prima del decimo, & ,per la concettione, la piramide laterata detratta laquale componeno le piramide laterate partiale detratte sarà maggiore del corpo.c.Adonque al presente sia produtta dal assis della piramide.a,un'altra superficie che sia orthogonalmẽte eretta sopra il cerchio,a,Et la linea,K,l, sia la commune settione di quella superficie,& del cerchio,a,laquale per questo sarà diametro del cerchio, a, Et sia protratto in el cerchio,a,un'altro diametro segante questo primo orthogonalmẽte:elqual sia,m,n,et cosi sia inscritto in lo cerchio,a,lo quadrato,k,m,l,n, Et diuidendo li archi delle portioni del cerchio,a,in due parti equali componendo in lo cerchio.a.un poligonio simile a quello che e inscritto in lo cerchio,b,& a cadauno angolo di questo poligonio protrahe le linee rette dal cono della piramide,a, cumpiendo sopra quel poligonio la piramide laterata equalmente alta alla piramide,a,e tu prouerai.questa piramide laterata esser simile alla piramide detratta della piramide rotonda,b,laqual cosa farai in questo modo produrai cõ la cogitatione ouer in atto li axis di l'una e l'altra in l'una e l'altra piramide,a,& b, & dalli centri delle base protrarai le linee rette a tutti li angoli di poligoni inscritti,& , per lo premesso antedecente,tutti li angoli che contiene lassis della piramide,a,con cadauna di quelle linee dutte dal centro del cerchio, a, alli angoli del poligonio inscritto in quello saranno equali alli suoi angoli relatiui.che contiene lassis della piramide,b,cõ cadauna delle linee dutte dal centro del cerchio, b,alli angoli del poligonio a se inscritto e perche,per la diffinitione delle piramide rotonde simile,la proportione del assis della piramide, a,al assis della piramide,b,e si come del semidiametro del cerchio.a.al semidiametro del cerchio,b, seguita,per la.6.et 4.del sesto & per le diffinitioni delle superficie & di simili corpi,che le due piramide laterate,a,& ,b,siano simile tutte le altre cose arguisse si come per auanti in la decima:adonque e manifesto de tutte le piramide rotonde simile che la proportione di quelle,sia si come di diametro delle sue base triplicate,e perche ogni colonna rotonda e treppia alla sua piramide:perche questo è stato dimostrato sufficientemente o siano le colonne & sue piramide erette ouer inclinate seguita,per la.15.del.5.che etiam la proportione di qual si uoglia colonne rotonde simile sia si come quella di suoi diametri triplicata.

Theorema.11. Propositione.11.

11 Ogni due piramide rotonde ouer colonne equalmente alte e necessario esser
11 proportionale alle sue base.

Sopra li duoi cerchi,a,& b, si suo statuide ditte per auanti, due piramide rotonde equalmente alte le quale siano dette similmente,a,& b, etiam due colonne rotonde equalmente alte assignate dalle medesime lettere,a,& b,dico adonque che la proportione delle due piramide,a,& b, delle due colonne,a,& b, è si come di dui circoli.a.& b se primamente, questo delle pyramide sara demostrato etiam quello delle colõne sarà manifesto,perche ogni colõna rotõda è tripla alla sua pyramide, ma questo delle pyramide sarà manifesto per dimostratione indiretta in questo modo.perche,per commune sciẽtia,la proportione della pyramide rotonda.a.ad alcun corpo e si come del cerchio.a.al cerchio.b. sia quel corpo.c. Dico adonque che'l corpo.c.non puol esser maggiore ne minore della pyramide rotonda.b. perche se possibile è sia primamente minore in la quãtità del corpo.d.adunque sia inscritto uno quadrato in lo cerchio.b. & sia detratto dalla pyramide rotonda.b. la pyramide laterata, della quale la basa sia el quadrato inscritto lo cerchio,b,e dalle portione della pyramide siano detratte le pyramide che stanno sopra li triangoli delle portioni del cerchio,e questo sia fatto tãte uolte per fina a tãto che il residuo della pyramide,b, sia minor del corpo,d,& la pyramide laterata detratta che compone le pyramide partiale detratte, sarà maggiore del corpo.c.adonque in lo cerchio a.sia descritto un poligonio simile a q̃l poligonio che è basa della pyramide laterata,b, & sopra quello sia compido una pyramide laterata,ducte le linee dalla uertice della pyramide laterata. a.alli angoli del poligonio inscritto, & le due pyramide laterate.a.& b.seranno equalmente alte: per che questo è il proposito delle rotũde,per laqual cosa la proportione della pyramide laterata.a.alla pyramide laterata.b.e si come di la sua base alla basa di quella cioe si come del poligonio.a.al poligonio.b. & questo è stato dimostrato in la sesta di questo,& del poligonio.a.al poligonio.b.e si come del cerchio.a.al cerchio.b.laqual cosa è manifesta,per la prima & seconda di questo. Adonque della pyramide laterata.a.alla pyramide laterata.b.e si come della piramide rotonda,a, al corpo.c.per laqual cosa premutatamente della piramide laterata,a, alla pyramide rotonda,a,e si come della pyramide laterata.b al corpo.c.& conciosia che la pyramide laterata.b.sia maggiore dil corpo.c.seguita la piramide laterata.a.esser maggiore della piramide rotõda.a.& q̃sto è impossibile p che lei è parte di q̃lla,adõque el corpo c.non sarà menore della piramide rotonda.b.Ma se l'aduersario ponerà che sia maggior demostreremo un'altra uolta cõseguir il medesimo impossibile,perche,p la cõuersa proportionalità,la proportione del corpo,c,alla piramide rotõda,a,sarà si come del cerchio,b,al cerchio,a sia anchora la medesima della pyramide rotonda,b, ad alcun corpo elqual sia,d, Conciosia adonque chel corpo,c, sia maggiore della pyramide rotõda,b,(per el presupposito la pyramide rotonda,a,per la decimaquarta del quinto) sarà maggiore del corpo,d, Adonque la proportione del cerchio,b,al cerchio,a,sarà si come della pyramide rotonda,b,ad alcun corpo menor della pyramide rotonda,a, Ma questo è stato dimostrato per auanti esser impossibile,perche cosi seguita che la parte sia maggiore del suo tutto. Adonque il corpo,c,non è ne minore ne maggiore della pyramide rotonda,b,ma solamente equale: E per tanto (della seconda parte della sittima del quinto)conclude il proposito. Ma acciò che piu facilmente et fermamente sia demonstrata la proposition che seguita,eglie necessario di mandare auanti vno antecedente a quella vtile: elquale è questo.

11 Se vna superficie segarà alcuna colonna rotonda equidistantemente alla
13 basa di quella,li duoi corpi partiali liquali terminano a quella superficie sa
14 ranno proportionali alle parti de lassis della colonna.

Questa è simile a quella che se propose in la vigesimaquarta del vndecimo libro di solidi paralellogrã-mi nel solamente questo delle colonne rotonde ch'il vetranci piu presto simplicemente de tutte le sorte colonne o siano laterati ouer rotonde, laqual cosa (chi tenerà firmamente la argumentatione di la prima del sesto) ouer della vigesimaquinta del vndecimo) facilmente potrà dimostrare,perche in questo loco non altramente che in quello eglie di argumentare il proposito(per la diffinitione della medesima proportionalità laquale è posta in el principio del quinto libro.) Ma bisogna aduertire che qualunque superficie seghi vna colõna equidistante alla basa di quella,sega etiã quella equidistantemente alla superficie opposita alle basa di quella,perche ciascune superficie lequale siano equidistante a vna medesima superficie, quelle anchora sono fra loro equidistante come intendesti da quelle cose che sono state dette sopra la decimasesta del vndecimo libro. Per laqual cosa è manifesto che tutte le colonne rotonde delle quale le base sono equale sono proportionale alle sue altezze. Il medesimo anchora delle laterate & similmente anchora delle piramide rotõde etiam delle laterate, laqual cosa essendo prouato prima delle colonne delle piramide sarà manifesto; perche ogni colonna è treppia alla sua piramide la rotonda(per la nona di questo) & la laterata per quelle cose che sono state dimostrate di sopra in la ottaua.

Il Tradottore.

Di questa soprascritta parte, laquale pare che sia una aggionta del comentatore, nella seconda traduttione. L'Auttore ne fa due propositione lequale l'una è la decimatertia & l'altra e la decimaquarta. Et per la detta decimatertia figuralmẽte adusse la colonna, a, d, segata dalla superficie, g, h, equidistantemẽte alle

due base cioe alle due base, a, b, & , c, d, & cõclude il medesimo che se fa nella soprascritta agionta cioe che si come che e la colõna partiale, b, g, all'altra colõna partiale, g, d, cosi serà laxis. e, K, al axis, K, f, & per dimostrar tal cosa el vole che sia alõgato da l'una & l'altra parte laxis, e, f, ꝑ fina in li ponti, l, m, & di q̃lle vol che ne sia tolte quãte parte ne pare equale alla sua conterminale poniamole due, e, n, & , n, l, equale alla parte, e, k, & cosi le due, f, x, & , x, m, ouer piu, equale alla, f, K, & similmente el vole che per li ponti, l, n, & , x, m, sia estese le superficie, p, o, s, r, t, y, q, u, equale & equidistante alle, a, b, & , c, d, & vole che siano intesi le colonnette partiale, p, r, r, b, d, t, t, u, Et ꝑ che le axie, l, n, n, e, e, k, sono fra loro equal adonque le partiale colõne, p, r, r, b, b, g, per la undecima, sono equale fra loro & similmente sono di equal multiplicita alla colõna, b, g, si come la xis, K, l, al laxes, e, K, Et per le medesime ragioni se die intendere della colonna, u, g, alla colonna, g, d, esser cosi multiplice como che e laxis, m, K, al axis, K, f, et pche se laxis, k, l, serà equale al axis, K, m, etiam la colonna, p, g, serà equale alla colonna, g, u, & se serà maggiore serà maggiore & se serà menore serà menore, per ilche, per la diffinitione delle quantita proportionale cioe per la sesta diffinitione del quinto, se conclude che le quatro quãtità sono proportionale cioe le due axis, e, K, & , K, f, e le

due colonne partiale, b, g, & , g, d, che è il proposito. Et bisogna notar che questa figura che di sopra chiamamo colonna nella predetta seconda traduttione e detta cylindro.

La decima quarta propositione propone che li coni etiam li Clyndri che siano sopra base equale che la proportione di l'uno a l'altro & si come la altezza di l'uno alla altezza di l'altro.

Et per essempio figurale sia sopra le due base, a, b, & , c, d, equale. Li duoi cylindri, f, d, e, b, Dice che il cylindro, e, b, al cylindro, f, d, e si come la axis, g, h, al axis, k, l, & ꝑ dimostrar tal cosa uol che sia estesa ouer alongata la axis, K, l, ꝑ fina in põto, n, talmẽte che la, l, n, sia equale alla axis, g, h, & a torno al axis, l, n, uol che se gli intẽda il cylindro, c, m, poi arguisse in q̃sto modo. Adõq; pche li doi cylindri, e, b, & c, m, sono di equal altezza e sopra base equale, ꝑ la . 1 1. di q̃sto, sono fra loro equali, & perche il cylindro, f, m, e segato dal piano, c, d, equidista

temente

temente alle due base opposite adonque, per la precedente, si come è il cilindro, c.m. al cilindro. f.d. cosi e la axis. l.n. alla axis. K.l. Et perche el cilindro. c.m. e equale al cilindro. e.b. & la axis. l.n. alla axis. g.b. Adonque si come e il cilindro. e.b. al cilindro. f.d. cosi e la axis. g.b. alla axis. K.l. & si come il cilindro e.b. al cilindro, f, d, cosi e il cono. a.g.b. al cono c.K.d. perche li cilindri de quelli sono tripli di ditti coni, per la nona di questo, adonque, per la undecima del quinto, si come la axis, g, b, al axis, K, l, cosi e il cono, a, b, g, al cono, c.d, K, & lo cilindro, e, b, al cilindro, f, d, che e il proposito.

Theorema. 12. Propositione. 12.

12 Se due piramide rotonde ouer colonne seranno equale le sue base seranno
15 mutue alle sue altezze, & se le sue base, & altezze seranno mutue quelle piramide, ouer colonne e necessario esser equale.

Le linee che discendeno dalla ponta alle base perpendicolarmente determinano la altezza della piramide: & delle colonne dalle superficie supreme di quelle alle base, siano adonque le due piramide rotonde, a, b, & , c, d, equale, & le due colonne rotonde, a, b, & , c, d, equale: & siano le commune base si delle piramide come delle colonne li duoi cerchij, a. & , c, anchora le commune altezze si delle piramide come delle colõne, siano determinate per le due linee, a, b, et, c, d, Dico che la propertione del cerchio, c, al cerchio, a, è si come della altezza, a, b, alla altezza, c, d, & al cõtrario, & si serà prouato questo delle colõne, delle piramide sarà certo. Perche ogni colõna rotonda e treppie alla sua piramide adonque se le due altezze, a, b, & , c, d, saranno equale, per la precedente, e manifesto il proposito, ma se saranno inequale sia, a, b, maggiore & sia tolto, a, e, equale alla, c, d, & sia segata la colõna, a, b, dalla superficie, e, equidistantemẽte alla base, a, di quella: & , per lo premesso antecedente, la colonna, a, b, alla colonna, a, e, sara si come la altezza, a, b, alla altezza, a, e, e per, per la prima parte della settima del quinto, la colonna c, d, alla colonna, a, e, sara si come la altezza, a, b, alla altezza, a, e, per laqual cosa, per la seconda parte della settima del quinto, si come la altezza, a, b, alla altezza, c, d, per la precedẽte, & la colonna, c, d, alla colonna, a, e, e si come il cerchio, c, al cerchio, a, Adõque, p la undecima del quinto, la altezza, a, b, alla altezza, c, d, e si come della base, c, alla base, a, adon-

que

che è manifesto la prima parte, la secõda se manifestarà (per il modo contrario, seguente la medesima dispositione. Hor sia si come della basa.e.alla basa.a.cosi l'al tezza.a.b.alla altezza.c.d. Dico che le due colonne,a,b,&,c,d, sono equale, percioe, per la seconda parte della settima del quinto, le altezza,a,b,alla altez za,a,e, sarà si come della basa.e.alla basa.a. Et perche per la precedente, la co lonna,c,d,alla colonna,a,e,e si come della basa.e.alla basa.a. & per lo premes so antecedente, la colonna,a,b,alla colonna,a,e,e si come la altezza,a,b,alla al tezza,a,e,seguita, per la undecima del quinto, che la colonna,c,d,alla colon na,a,e,sia si come la colonna,a,b,alla medesima,a,e,adonque (per la prima par te della nona del quinto, le due colonne,a,b,&,c,d,sono equale per laqual cosa è manifesto etiam la seconda par.

Problema. 1 Propositione. 13.

13 *Quando seranno proposti duoi cerchij circondutti sopra uno medesimo cen*
16 *tro, eglie possibile dentro il maggiore descrivere una superficie de molti an goli ce lati pari & equali laquale non tocchi il cerchio minore.*

Siano li duoi cerchij,a,b,c,d,&,e,f,circondutti so pra uno comun centro elqual sia,g. Dico che dentro el maggier cerchio, qual sia,a,b,c,d, eglie possibile es ser descritto un poligonio che sia equilatero, che niu no de suoi lati tocchi il cerchio minore elquale è,e,f. & per far questo siano divisi questi duoi cerchij in quatro parti equali da duoi diametri fra loro segando si orthogonalmente sopra il centro di quegli liquali siano.a,c,&,b,d,& sia,e,f, diametro del minore, par te del diametro,a,c,che è diametro del maggiore, & cosi adonque dal ponto,e, sia dutto, da l'una e l'altra banda per fina alla circonferentia del maggiore, una linea orthogonalmente so pra del diametro, e, f, laqual se incontri con la circonferentia del maggiore di qua in ponto,h,e,di la in ponto,K. & per lo correlario della decimasesta del ter tio, la linea,h,e,k,e contingente il cerchio minore, & dapoi divide il quadran te.a, b, del cerchio maggiore in due parti equali in ponto, l, secondo la dottrina della vigesimanona del tertio, dapoi un'altra volta divide lo arco,a,l,in due par ti equali in põto.m. & concio sia che facendo questo piu volte, di necessità tu per venirai finalmente a uno arco ilquale sarà minore dil'arco,a,h,& sia in questo loco,a,m, percioche questo è necessario, perche essendo due quantità inequale, se della maggiore di quelli sia cavado la mità di quella, & similmente dal resi duo la mità eglie possibile far questo tante volte per fina a tanto che finalmente rimanga una quantità minore della minore di quelle, si come in la prima del decimo e stato dimostrato. Quando adonque, dividendo cosi, se sarà pervenuto a vno arco (quanto si voglia) minore di, a, b, del qual modo (in questo loco) el arco, a, m, sia tolto lo arco. n. equale al arco, a, m, & sian dutte le due linee. a. m, & , n, m, Adonque perche l'arco, a, k. è equale al arco, a, b, el quale (per la. 2. parte della. 3. del. 3. & per la. 4. del primo, & per la. 28. del. 3.) è manifesto. Et perche l'arco, a, n, è equale al arco, a, m, (per commune scientia) l'arco, n. K. serà equale al arco, m, b, adonque le due linee, m, n, & , K, b, sono equidistante. adonque la linea, m, n, non puol toccare il cerchio, e, f, per laqual cosa molto piu forte ne la linea, a, m, puol toccar quello. Per che adonque è manifesto il cerchio, a, b, c, d, esser diuisibile per archi equali al arco, a, m, e però (per la vigesimaottaua del terzo insieme) è manifesto dentro di esso cerchio posser esser coaptado continuamente cordette equale alla cordetta, a, m, cordante esso cerchio di molti angoli per il che anchora è manifesto dentro il cerchio maggiore posser esser inscritto vn poligonio equilatero del quale vno lato e la linea, a, m, & perche la linea, a, m, non tocca il cerchio minore, è manifesto (per la prima parte della decimaquarta del tertio & per la diffinitione delle linee equalmente distante dal centro del cerchio, che lo inscritto poligonio con niuno di suoi lati tocca il cerchio minore che è il proposito. Ma tu dubitaui in questo, le due linee, m, b, & , K, b, esser equidistante essendo li duoi archi, n, k, & m, b, equali, ma questo per ferma verità e proseguido per sor. e perche due linee in vno cerchio lequale non si segahino fra loro e se della circonferentia equali archi da l'vna e l'altra banda sieno fra esse linee saranno equidistante & per dimostrar questo dal centro, g, conduce la linea, g, p, perpendicolare alla linea, m, n, laqual segli la linea, b, k, in ponto, q, & tira le linee, g, m, g, n, g, K, g, b, & alli duoi archi, n, K, & m, b, tiraraì sotto le due corde, lequale etiam siano dette, n, K, m, b, & (per la vigesimanona del terzo) queste corde, n, K, & , m, b, saranno equale, imperoche li archi saranno equali & (per la seconda parte della terza del medesimo terzo.) la linea, n, p, serà equale alla linea, m, p, Conciosia adonque che l'vno e l'altro di duoi angoli, che sono al, p, sia retto (per la diffinitione della perpendiculare) l'angolo, n, g, p, (per la quarta del primo) serà equale al angolo, p, g, m, & (per la ottaua del primo) l'angolo, k, g, n, e equale all'angolo, b, g, m, Adonque (per commune scientia, laquale è se a cose equale tu agiongi cose equale le summe serano equale) l'angolo, k, g, q, serà equale al angolo, q, g, b, & però (per la quarta del primo) la linea, K, q, serà equale alla linea, q, b, per laqual cosa (per la prima parte della terza del terzo) la linea, g, q, serà perpendicolare alla linea, K, b, Adonque (per la prima parte della vigesimanona del primo) le due linee, n, m, & , K, b, sono equidistante: & questo è quello di che tu dubitaui. Questo medesimo anchora se puol dimostrare per quest'altro modo. Sia dutta la linea, n, b, & (per la vltima del sesto) l'angolo, b, n, m, serà equale al angolo, n, b, k, imperoche l'arco, b, m. è equale al arco, n, k, e però (per la vigesimasettima del primo) la linea, m, n. serà equidistante alla linea, b, K, el conuerso anchora se vorrai tu lo approuerrai per lo conuerso modo, perche se la linea, m, n, è equidistante alla linea, b, K, l'arco, n, k, serà equale al l'arco, m, b, perche (per la prima parte della

della vigesima nona del primo, li duoi anguli, h, n, m, & , n, h, K, saranno equali e però, per la ultima del sesto, li duoi archi, n, k, & , m, h, saranno etiam equali.

Correlario.

o Et da qui è manifesto che la perpendicolare dutta dal ponto, m, alla, a, c,
16 non tocca il cerchio.

Problema. 2. Propositione. 14.

14 Proposte due sphere che habbiano uno medesimo centro, eglie possibile
17 dentro della maggiore di quelle constituire figuralmente un solido di molte base, ilquale, non tocchi la superficie della minor sphera. Et fatto questo, se in la minor sphera, over in qualunque altra sphera sie constituido intelligibilmente un corpo simile, la proportione del corpo de molte base constituto dentro della maggior sphera, al corpo di molte base constituto dentro della minor sphera, over altra, sarà si come la proportione treppiata del diametro della maggior sphera al diametro della minore over d'altra sphera.

Sieno le due sphere, a, b, c, d, & , e, f, che habbia uno istesso cētro il quale sia, g, & sie la maggiore de quelle la sphere, a, b, c, d, & la minore la sphera, e, f, volemo dētro della maggiore di quelle cōstituire un corpo di molte base, dellequale non intendemo che quelle base sieno equale over simile, ma che niuna di quelle tocchi la superficie della minor sphera. Adonque quādo volemo far questo segaremo l'una & l'altra delle due proposte sphere insieme, con una superficie piana che transista per il commun cētro di quelle & per la diffinitione della sphera et ꝑ la diffinitione del cerchio, le cōmune settioni di q̄lla superficie segante, & delle superficie delle sphere, saranno linee continente circoli. Adūque siano le duoi circoli, a, b, c, d, & , e, f, el cētro di quali, e il centro del la sphera delquale è sta proposto che quello sia el ponto. g, Quadraremo adonque questi duoi cerchij con duoi diametri fra lor seganti orthogonalmēte sopra il comū cētro di quelli, liquali siano, a, c, & , d, b, Da poi dentro del maggior cerchio, secondo li precetti della

precedente inscriuemo un poligonio equilatero, ilquale non tocchi con alcun di suoi lati il minor cerchio, & per causa di essempio, sia sufficiente hauer iscritto una figura di dodici angoli equilatera, talmēte che inel quadrante di quel maggior cerchio, elquale e, c, d, sieno tre lati di q̄sta figura duodecagona, liquali sarano le corde, d, h, K, h, & k c, le quale conciosia che le sian equale. Anchora, ꝑ la prima parte della uigesimaottaua del terzo, li archi di q̄lli sarāno equali. Et da

poi

poi dalli duoi ponti .h. & .K. liquali sono le estremità delle corde di mezzo, produremo dati diametri liquali sono .h.m. & .K.l. & sopra il cētro .g. tiramo la linea .g.n. perpendicolare alla superficie del cerchio .a.b.c.d. laqual produceremo per fina a tāto che la peruenga alla superficie della maggior sphera sopra il ponto .n. & da poi intendaro quattro superficie seganti le sphere proposte, delle quale cadauna seghi quelli sopra la linea .g.n. Et la prima di quelle sopra la linea .g.n. & lo diametro .d.b. La secōda sopra la linea .g.n. & lo diametro .h.m. & la terza sopra la linea .g.n. & lo diametro .k.l. & la quarta la linea .g.n. & lo diametro .c.a. &, per le diffinitioni della sphera, & del cerchio le settioni di queste superficie & della superficie della sphera maggiore, saranno linee continēti circoli, Et le parte inserate, come fra el ponto .n. & li quattro ponti, che sono .d.h.K.c. saranno quadranti di questi cerchij liquali quadranti sono .d.n.h.n. & .K.n. & .c.n. e pero questo adviene imperò che tutti li angoli che contiene la linea .g.n. con cadauna linea di diametri protratti in la superficie del cerchio .a,b,c,d, sono retti (per le diffinitione) della linea perpēdicolare a una superficie, & li angoli retti in el centro se ītendono sotto alla quarta parte della circonferentia laqual cosa, per la ultima del sesto, euidentemente appare, & per la diffinitione di cerchij equali, è manifesto che cadauno di questi quattro cerchij è equale al cerchio .a,b,c,d, Perche il diametro di cadauno di quelli è il diametro della maggior sphera. Adōque per la decimaquinta del quinto, li quadrāti di quelli sono equali, p laqual cosa li cinque archi, liquali sono, d,n, h,n, K,n, c,n, & ,d, c, sono equali. Adōque in cadauno di quattro quadranti di circoli eretti siano assettade le corde ypotumissale, delle quale cadauna sia equale alla corda dil cerchio prostrato, lequale sono li lati del poligonio a quel inscritto & una di quelle corde .e.d .h, & siano in el primo, d,q, q,r, & ,r,n, & in lo secondo, h,s, s,t, et, t,n, & in lo terzo, K, u,u,x, & ,x,n, & in el quattro siano, c,o,o,p, & ,p,n, & siano protratti li coraustj contingenti li capi delle corde ypotumissale, lequale sono, q,s, s,u, u,o, & ,r,t, t,x, x,p, tu vedi adonque, alla quarta parte della mezza maggior sphera superiore, la qual quarta parte e, d,n, c, esser inscritto un corpo di .9. base delle quale, le tre che se cōgiōgeno al pōto, n, sono triāgole & tutte le altre sono quadrāgole & li lati ypothumissali di qlle quadrāgole superficie sono equali ma nō equidistāti, Et li coraustj, tolti fra qualūque dui cerchij, & le corde del cerchio pstrato sono fra loro, equidistāti: ma nō sono fra loro equale, e qsto saperai se porrai ppēdicolare dalle estremità di coraustj alla supficie del cerchio giacēte delle quale è manifesto chi esse cadeno sopra, li diametri di circoli, liquali coraustj cōtinuamo, laqual cosa facilmēte apprēderai dalle cose dimostrate ī la decimaterza del undecimo, verbi gratia, siano lassade le due ppēdicolare, q,y, et, s,z, cadēte ī li diametri, d,b, et, h,m, dalli duoi termini del corausto, q,s, et siano tirate le linee, q,d, s,h, et, y,z, Et li duoi triāgoli, q,y,d, et s,z,h, p la quarta del sesto sarāno simili, p laqual cosa la pportion delle due ppēdicolare, q,y, & ,s,z, sarà si come delle due corde, q,d, & ,s,h, & cōciosia che le corde siano equale, etiā le ppēdicolare sarāno equale et qlle sono equidistāti p la .6. del, 11.

Adon-

Adonque (per la.33. del primo) il corausto.q.s. e equale & equidistante alla linea.
.y.z. & perche (per la seconda parte della seconda del sesto) la linea.y.z. è equidistante alla corda.d.b. e però è minore di quella, seguita, per la nona del undecimo che lo corausto.q.s. sia etiã equidistante alla corda.d.b. & minor di quella (per la concettione) adonque conciosia che le corde che sono lati del poligonio iscritto in lo cerchio giacente (& tutte quelle sono equale alla corda.d.b.) non toccano la sphera minore e necessario che niuno lato di queste base del corpo inscritto (o sieno le quadrãgole over triangole) non tocchi la medesima minor sphera conciosia che tutti questi lati sieno equali over minori di esse corde, & simplicemente, dico che etiam niuna di queste base de tutte le quale è manifesto, per la seconda parte della seconda del undecimo, che quelle sono tutte in una superficie, puo non alcun suo ponto toccare la minor sphera: impero che ogni linea retta dutta sopra a quai si voglia ponto di cadauna di quelle equidistantemente al corausto necessariamente è minore della corda del cerchio prefirato. Se adonque la somma delle altre quarte della maggior sphera si della mezza sphera superiore come della inferiore siano sotto tessute, alla similitudine di quelle, de superficie quadrilatere & trilatere, & alla maggior sphera sarà iscritto un corpo di settantadoi base le quale non toccano la superficie della minor sphera si come era stato proposto. Oltra di questo dico se in qualunque altra sphera sia statuito un'altro simil corpo, la proportione di l'uno a l'altro, sarà si come la proportione treppiata dal diametro di l'una sphera al diametro di l'altra. Perche le settantadue base di cadauno corpo seranno base di tante pyramide laterate le vertice over ponte delle quale saranno nelli centri di esse sphere, & queste pyramide compirai, si da ciascuno di angoli delli iscritti corpi liquali sono le estremità delle corde & di corausti, produrai le linee alli centri delle sphere. E per tanto studia di provare, per la diffinitione di corpi simili, tutte le pyramide di uno esser simile alle sue relative pyramide di l'altro: il che provato, per la.8. di esso, la proportione di cadauna di quelle alla sua relativa di l'altro sarà si come la proportione treppiata delli semidiametri di esse sphere, perche li semidiametri delle sphere sono li lati di tutte le pyramide, & perche la proportione di semidiametri & di diametri è una medesima, per la decimaquinta del quinto, facilmente concluderai el proposito, per la.13. del medesimo.

Il Tradottore.

La demostratione del soprascritto primo proposito patisse oppositione, perche la non dilucida a sufficientia il detto proposito, eglie ben vero che li lati del poligonio iscritto nel cerchio che giace in piano, li quali sono tutti equali alla linea.d.b. non toccano la minor sphera per il che è necessario anchora che niuno lato di quelle.72. base del detto corpo iscritto, o sieno quadrãgole over triãgole, tocchi la medesima minor sphera, conciosia che tutti questi lati siano equali over minori a quelle corde, tamen se ben la minor sphera nõ pol toccar alcuno di detti lati, per le cose dimostrate, non siamo pero certi che quella non possa toccar le base quadrãgole nelli lor cẽtri, massime le maggiore, per bõ gratia pigliamo q el cẽtro della

q.d.s.h. laqual è una delle quadrangole maggiori. Hora che se nō niuno di soui quattro lati) cioe,d.h,d.q, h.s.s.q.)nō puo toccar la minor sphera (per esser.d.q. & .h.s,equali al.d.h,et q.s,minore) pche le linee equale sono equalmente distante dal cētro della sphera,et le minore sono molto piu lontane dal detto centro (tamen nō siamo per cio certi che la detta sphera minore nō possa toccare la detta basa.q.d.s.h. & le altre simile, nel cētro R.pche il detto centro R è molto piu propinquo al detto cētro della minor sphera che nō sono alcū di detti quattro lati,il che si manifesta tirādo li duoi diametri.q.h.& .d.s.li quali cadauno di quelli è maggior di qual si voglia di detti quattro lati,il che cadauno di loro e piu propinquo al cētro della sphera di alcuno di detti quattro lati,per la.14.del.3.seguita adōque che li detti diametri potriano forsi toccar la detta minor sphera e cōsequentemente la basa.q.d.s.h.nel suo cētro R.adōque la demostratione dal commentator adduta patisse contraditione: ma a volere rettamente prouarlo,cioe demostrare a sufficiētia che la minor sphera nō puo toccar in cōto alcuno,alcuna di quelle 72.base.Sia tirato dal centro.g. una linea (per la.11.del.11.) perpendiculare alla basa.d.q.h.s del detto corpo (come che in quest'altra secōda figura appare) laquale sia.g.R.dapoi dal pōto.R.sia tirate quattro linee alli quattro angoli di detta basa lequal linee veranno a esser.R.q.R.d.R.h.R.s.lequale tutte cōteneranno angolo retto cō la perpēdiculare.g.R.(per la.2.diffinitione del 11.) il che le dette quattro linee.R.q.R.d.R.h.R.s.seranno equale(p la penultima del primo & p la cōmuna sētētia) pche le loro ypothomisse sono equale cioe le linee tirate mētalmēte dal cētro.g.a cadauno di quattro angoli.q.d.h.s.Adōque se sopra il pōto.R.sarà descritto mentalmēte un cerchio secōdo la quātità di.R.h.la circōferētia di quello transirà p li altri tre angoli.d.q.s.come in la terza figura appare,& perche li tre lati.d.h.d.q.h.s.sono equal,& lo q.s.e minore adonque l'arco.d.h.sara piu del quarto della circonferētia di tutto il detto cerchio,per il che l'angolo.d.R.h.sarà ottuso.e pero il quadrato dello lato.d.h.sarà piu che doppio al quadrato della.d.R.over della.h.R.& questo terrai in mēte da poi imaginaremo la detta basa secōdo il suo debito star nella

sphera maggiore della figura che gia fu in principio descritta:li circoli giacenti si della maggiore come della minore ponēmo sieno li inscritti con la detta basa quadrāgola q.d.s.h.stāte secōdo il suo conueniēte star con la sua protratta perpēdiculare dal ponto.g.cētro di ambeduo le sphere)al ponto.R.cētro della detta figura quadrilatera da poi dal ponto.d.al ponto.k tiraremo la linea,d,K,laquale segarà la linea.g.h,et equalmēte in ponto.q.et non toccarà il cerchio,f.e,della minor sphera (p lo corolario posto sopra la.13.di questo) pche questa li nea, d.k, e similmẽte posta come è la linea.m.m.in la figura della detta.13.di q̃sto. hor dico che il põto.R.e piu remoto ouer lõtano dal ponto.g. centro de ambedue le sphere proposte chè nõ è il põto.9.cioe che la linea.g.R. è piu lõga che la linea.g.9.& se la minor sphera non tocca la detta linea.d.k. in ponto.9.mã co toccarà la bassa.q.d.s.h.in ponto.R.laqual cosa se dimostrarà in questo modo. Egli se manifesto che la linea.m.9.e piu della mità di tutta la linea.m.b.per il che la linea.m.b.uiẽ a esser manco del doppio di la linea.m.9.& tal propor tione qual è della linea.m.b.alla linea.m.9.tale serà del rettangolo contenuto sotto della linea.m.b.& della 9.b.al rettãgolo conte nuto sotto delle due linee.m.9.&.9.b.(& questo fa cilmẽte prouarai per la prima del 6.)adonque il ret tãgolo di m.b.in 9.b.sarà men che'l doppio del rettã golo di.m.9.in 9.b.et perche il quadrato della linea, d,9,è equal al rettãgolo della,m,9,in,9,b, per la 35. del 3. seguita che'l rettangolo della, m,b,in,9,b,sia men del doppio del quadrato della,d,9,& se al qua drato della,d,9,(el quale e quanto il rettangolo della,m,9,in,9.b.) gli eggiongi il quadrato della,9,b, tal summa (per la penultima del primo) sarà equale al quadrato della,d,b, & perche il rettangolo della,m, 9,in,9.b,gionto con il quadrato della,9,b,tal summa (p la,3,del,2.) farà equale al rettãgolo di tutta la, m,b,in,9,b, seguita adonque che il quadrato,de,d,b, sia men del doppio del quadrato di d,9, & se bẽ ti recordi gia fu prouato che il quadrato della medema,d b,era piu che doppio al quadrato di,d,R, ouer di R, b,seguita adonque che il quadrato,d,R,sie minore del quadrato di,d,9,& perche cadauno delli dui angoli,d,9,g,& d,R,g,e retto & la linea,g,d,e ypothenussa communa a l'uno e l'altro se del quadrato di q̃lla ne cauamo il quadrato della linea, d,9, lo residuo,(p la penultima del primo) sarà equale al quadrato della linea,g,9,& similmẽte se del quadrato della medema linea,g,d,ne cauemo il quadrato della linea, d,R, questo secondo residuo sarà equale al quadrato della linea,g,R,& pche lo quadrato della,d,9,era maggiore del quadrato della,d, R,(p communa scientia lo quadrato della linea,g,R,serà maggiore del quadrato della linea,g.9,p il che la linea,g,R,e maggior della linea.g.9,seguita adonque che il ponto,R,sia piu lontano dal cẽtro,g,che non e il põto,9,et se la minor sphera non tocca il põto,9,mãco toccarà la bassa,q,d,s,h,in põto,R,nõ toccãdola in ponto,R,mãco la toccarà in altro põto perche q̃llo e il piu propinquo al cẽtro,g, di qualũque altro et se la detta minor sphera non puol toccare la detta bassa quadrãgola (laqual e una delle maggior del detto corpo) manco potrà toccare alcuna delle altre minore pche le minore sono piu remote, ouer lõtane dal cẽtro,g,delle maggior per le ragione addutte in la decimaquarta del terzo che e il p̃posito.

Theorema.13. Propositione.15.

35 Di ogni due sphere la proportione di l'una a l'altra, e si come la proportio
18 ne treppiata del suo diametro al diametro del'altra.

Sieno le due sphere a.b. & c.d. delle quale li diametri sieno, a.b, et c. d. Dico che la proportione di quelle è si come la proportione di suoi diametri treppiata la demostratione di laquale è perche ne a vna sphera che sia minore della sphera c.d, ne a vna maggiore la proportione della sphera a.b. è si come del diametro a.b, al diametro c. d, treppiata. Hor sia la proportione della sphera a.b. alla sphera, e, f. si come del diametro. a. b. (della sphera a.b. al diametro c. d. treppiata. Demostrerò adonque che la sphera e.f. non puol esser minore ne maggiore della sphera c. d. perche affirmando l'aduersario quella esser minore imaginarò quella esser inclusa nella sphera, c, d, & esser circondatta al medesimo cētro, & inscriuerò (con la imaginatione) in la sphera c.d. vno corpo di molte base il quale nō tocchi la sphera e, f, elquale sia etiam detto, c, d. & inscriuerò in la sphera. a. b. vn'altro corpo di molte base simile al corpo di molte base c, d, elquale sia etiam chiamado del nome della sua sphera, cioe a.b. adonque è manifesto (dalla seconda parte della precedente & dalla 11. del. 5.) che la proportione della sphera a.b. alla sphera, e, f, è si come quella del corpo di molte base a.b. al corpo di molte base c, d, perche l'vna e l'altra è si come quella del diametro a.b. al diametro c.d. treppiata (l'vna del presupposito e l'altra per la 2. parte della precedente) per laqual cosa premutatamente la proportione della sphera a, b. al corpo di molte base a, b, e si come della sphera, e, f, al corpo di molte base. c, d, conciosia adonque che la sphera a, b, sia maggiore del corpo di molte base, a, b, etiam la sphera, e, f, sarà maggiore del corpo di molte base c, d, & questo è impossibile, perche quella è parte di quello, adonq; la sphera, e, f, non è minore della sphera c.d. Ma se l'aduersario dicesse quella esser maggiore: lo cōfonderemo in questo altro modo: perche (per la cōuersa proportionalità) della sphera e, f, alla sphera a. b. sarà si come del diametro, c, d, al diametro a. b. treppiata. Et p tanto sia la medesima della sphera c, d, al a sphera g. h. Et (per la 14. del quinto) la sphera, g, h, serà minore della sphera a. b. imperoche la sphera c, d, sia posta minore della sphera, e, f, per laqual cosa la proportione della sphera c.d. ad alcuna sphera minore della sphera a, b, c, si come del diametro c, d, al diametro a. b. treppiata, & questo è impossibile, perche da questo seguita che la parte sia maggiore del suo tutto, come auanti fu dimostrato. adonque la sphera e, f, non è maggiore ne minore che la sphera a, c, d, adonque (per la 7. del quinto) concludo la proposta conclusione laquale mette fine al duodecimo libro.

IL FINE DEL DVODECIMO LIBRO.

LIBRO DECIMOTERZO DI EUCLIDE.

DELLA LINEA DIVISA SECONDO LA proportione havente il mezzo & duoi estremi & della formatione di cinque corpi regolari.

Theorema primo. Propositione prima.

Quando sarà divisa una linea secondo la proportione havente il mezzo & duoi estremi, & alla sua maggior parte si aggionga in longo la mità di essa linea co si proportionalmente divisa, seguita di necessità che'l quadrato de la linea cõposta da quelle due esser quincuplo del quadrato della mità della medesima linea divisa.

SIA la linea, a.b, divisa in põto c, come insegna la trigesima del sesto. & sia la sua maggior parte la linea, b, c, alla quale sia aggionto direttamente la linea, b, d, laqual sia equale alla mità di tutta la linea, a, b. Dico che'l quadrato della linea, c, d, sarà quincuplo al quadrato della linea, b, d, (cioe 5 volte tãto) & per demostrar questo quadrato la linea b, d, & sia il suo quadrato, d, e, & circompongasi a questo quadrato un gnomone secondo la quantità della linea, b, c protratto il diametro, f, b, g, et sia il circomposto gnomone, c, g, d, & per la 23. del sesto.) la superficie composta da questo laqual sia, h, k, sarà sicome il quadrato della linea, c, d, Dico adõque el quadrato, h, k, esser cinque volte tanto del quadrato, d, e, cioe quincuplo a quello. Adõque al quadrato, c, l, (del circomposto gnomone) sia circomposto un'altro gnomone alla quantità della linea a, c, protratto el diametro, f, b, per fina al, m, et sia questo gnomone, c, m, l, & siano protratte le linee, c, n, & p, l, equidistantemente alli lati opposti segãdosi sopra il diametro, f, m, in ponto, g. Et è manifesto (per la 23. del 6.) che il cõposto di questo secondo gnomone et del quadrato, c, l, elquale è il quadrato, m, q, & il quadrato della linea, a, b, elquale (p la quarta del 2. e necessario esser quadruplo al quadrato, d, e, in poche la linea b, d, e la mità della linea, a, b, & conciosia che la superficie, a, x, (p la 17. del 6.) sia equale al quadrato, c, l, & similmente la superficie. m, l (per la 43. del 1.) perche la superficie, a, n, & similmente la m, l, perviene dal a, b, in a, c, & lo quadrato, c, l, pervien dalla, c, b, in se medesima, & conciosia che (per la 1. del 6.) la, a, l, sia doppia alla, l, d, e pero sarà equale alla, l, d, & c e. tolte insieme, per la 43. del 1. Lo quadrato. a, q, per questa commune sententia se quantità

quantità equale sia aggionto quantità equale le somme saranno etiam equale) sarà equal al gnomone e.g.d. adonque quello gnomone è quadruplo al quadrato .d. e si come era il quadrato a.q. Adonque tutto il quadrato b.k. concio sia che quello sia composto dal sempio & del quadruplo (per commune scientia) sarà quincuplo al medesimo che è il proposito. A demostrare il medesimo altramente (per la quarta del 2.) è manifesto che il quadrato della linea a.b. è quadruplo al quadrato della linea b.d. Et per la 2. del medesimo) quello che vien fatto dalla a.b. in la b.c. & in la a.c. è equale al quadrato della a.b. & quello che vien fatto dalla a.b. in la b.c. è equale a quello che vien fatto dalla b.d. due volte in la b.c. laqual cosa (per la 3. del 2. è manifesto) concio sia che la a.b. sia doppia alla b.d. ma quello che vien fatto dalla a.b. in a.c. (per la prima parte della decimasettima del sesto) è equale al quadrato della b.c. adonque (per commune scientia) quello che vien fatto dalla b.d. due volte in la b.c. & quello che vien fatto dalla b.c. in se medesima è equale al quadrato della a.b. E però è quadruplo al quadrato della b.d. per laqual cosa gionto sopra lo quadrato della b.d. tutto lo aggregato sarà quincuplo al quadrato della b.d. cioe quello che vien fatto della b.d. due volte in la b.c. con el quadrato della b.c. con lo quadrato della b.d. Et perche (per la 4. del 2.) questo tutto e equale al quadrato della c.d. è manifesto esser il vero quello che havemo detto.

Theorema. 2. Propositione. 2.

2/2 Se a qualunque linea (divisa in due parti) dellaqual el quadrato sia quincuplo del quadrato de l'una delle sue parti, gli sia aggionto una linea in longo per fina a tanto che l'altra parte insieme con la linea aggionta, sia doppia alla medesima parte, la medesima linea doppia sarà divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, & la maggior parte di quella sarà la linea media.

Questa è il converso della precedente & stante in tutto la dispositione della medesima ritornando in drieto per la medesima via se dimostrarà anchora lei in duoi modi si come quella verbi gratia sia el quadrato b.k. quincuplo al quadrato d.e. et la linea c.b. doppia alla linea b.d. Dico che la linea a.b. è divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi in ponto c. & la maggior parte di quella è la linea media che è la c.b. perche egli è manifesto (per la 4. del 2.) che'l quadrato a.q. è quadruplo al quadrato d.e. Adonque el gnomone e.g.d. è equale al quadrato a.q. per laqual cosa li duoi supplimenti l.d. & c.e. tolti insieme son quanto il gnomone e.m.l. Anchor li medesimi supplimenti tolti insieme (per la 2. del 6.) sono quanto a.l. E però sono etiam quanto c.q. seguita che c.q. sia equale al gnomone e.m.l. adonque levato via da l'uno e da l'altro la superficie l.n. sarà el quadrato c.l. equale alla superficie a.n. e concio sia adonque che la superficie a.n. sia fatta della a.b. in la a.c. et lo quadrato c.l. sia lo quadrato della linea c.b. (per la 2. parte della 17 del 6.) la proportione della a.b. alla b.c. sarà si come della b.c. alla c.a. adonque per la diffinitione della linea divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi posta nel princi

del sesto libro conclude il proposito. anchora se puol dimostrare il medesimo per questa altra via, conciosia che il quadrato della c.d. sia quincuplo (dal presupposito) al quadrato della c,d, & lo quadrato della a,b, (per la quarta del secondo) sia quadruplo al medesimo, & lo quadrato della c,d, (per la medesima) si è equale al quadrato della c,b, & al quadrato della b,d, & a quel lo che vien fatto dalla b,d, due volte in la c,b, seguita che quello che vien fatto della b,d, due volte in la c.b. con el quadrato della a,b, sia equale al quadrato della a.b. ma quello che vien fatto solamente dalla b.d. due volte in la c,b, è quanto quello che vien fatto dalla a,b, in la,b,c, imperoche la,a,b è doppia alla b,d, adonque quello che vien fatto dalla a,b, in la b,c, con lo quadrato della a,c, è equale al quadrato della a,b, et perche (per la .2. del secondo) quello che vien fatto dalla a,b, in la b,c, et in la a,c, è equale al quadrato della a,b, seguita (per commune sententia) che il quadrato della linea b,c, sia equal al quello che vien fatto dalla a,b, in la,a,c, adonque per la seconda parte della decima settima del sesto et per la diffinitione è manifesto il proposito.

Theorema .3. Propositione .3.

3/3 Quando una linea sarà divisa secondo la proportione havente il mezzo & duoi estremi, se alla minor parte, sia aggionto direttamente la mità della maggiore sara che il quadrato della linea cosi composta sia quincuplo del quadrato che vien descritto dalla mità di essa maggior parte.

Sia la linea ,a,b, divisa secondo la proportione havente il mezzo è duoi estremi in ponto c, & sia la maggior parte di quella la linea,c, b, laquale sia divisa in due parti equali in ponto d. Dico che il quadrato della linea a,d, è quincuplo al quadrato della linea, c, d, perche essendo descritto el quadrato della,a,b, el qual le sia a,e, in elqual sia protratto lo diametro b.f. & le linee,g,c, & d,h, & similmente le k.l. & m.n equidistantemente alli lati oppositi segandole fra loro sopra lo diametro in li dui ponti p. & q. & fara del diametro in li dui altri lochi. r. & s. Adonque è manifesto (per la 23. del sesto, over per el correlario della quarta del secondo) che tutte le superficie che sono in el quadrato a,e, che il diametro divide per mezzo (sono quadrate, & le quattro superficie) che sono a r. m p. n o & s. e (per la quadragesima terza del primo, & per la prima del sesto) è manifesto esser fra loro equale, perche le due ultime p h. & s.e. sono fra loro equale per la prima del sesto. Adonque perche (dal presente presupposito & dalla diffinitione della linea divisa secondo la proportione havente il mezzo & duoi

duoi estremi: & per la prima parte della decimasettima del 6, lo quadrato, c, l, è equale alla superficie, a, g, e pero etiā al gnomone, r, f, s, per questa causa che la superficie, a, r, è equale alla superficie, p, h. Et perche, per la quarta propositione del secondo libro, lo quadrato, c, l, è quadruplo al quadrato, r, s, el quale è si come il quadrato della linea, c, d. Seguita adonque, per commune sententia, che il quadrato, m, h, sia quincuplo al quadrato, r, s, perche è composto dal gnomone quadruplo et del r, s, sempio, & questo è il proposito. A demostrare il medesimo altramente, conciosia che la linea, b, c, sia divisa in due parti equali in ponto, d, & a quella sia aggiunta la linea, a, c, per la sesta propositione del secondo libro, quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c, con il quadrato della intermedia, c, d, sarà equale al quadrato della, a, d. Ma perche quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c, è equale al quadrato della, c, b, per la decima settima propositione del sesto libro, & questo è quadruplo al quadrato dell'r, c, s. Evidentemente è manifesto la verità di quello che è detto. Parendoti anchora tu poi etiam in duoi modi, dal conseguente di questa, concludere il suo antecedente dal processo arguito, perche essendo la medesima dispositione, stante il quadrato, m, h, quincuplo al quadrato, r, s. Et lo gnomone, r, f, s, sarà equale al quadrato c, l, perche l'uno e l'altro è quadruplo al quadrato, r, s. ma perche la superficie, a, g, è equale al predetto gnomone è necessario, che la medesima superficie sia equale al predetto quadrato, per laqual cosa per la seconda parte della decima settima propositione del sesto libro, & per la diffinitione la linea, a, b, è divisa in ponto, c, secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, & la sua maggior parte è la linea, c, b, a demostrare il medesimo altramente essendo (per el presupposito) lo quadrato della linea, a, d, quincuplo al quadrato della linea, c, d. Et (per la sesta propositione del secondo libro, el medesimo quadrato si è equale a quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c, con el quadrato della, c, d. Seguita che quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c, con el quadrato della, c, d, sia quincuplo al medesimo quadrato della, c, d, e però levado via quello: el residuo cioè, quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c, sarà quadruplo a quello medesimo, & perche etiam, per la quarta del secondo, lo quadrato della linea, c, b, è quadruplo al medesimo, è necessario che quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c, sia equale al quadrato della, c, b, per laqual cosa un'altra volta, per la seconda parte della decima settima del sesto & per la diffinitione, la linea, a, b, è divisa secondo la proportione havente il mezzo & duoi estremi in ponto, c, & la maggior parte di quella è la linea, c, b.

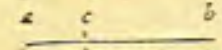
Theorema. 4. Propositione. 4.

4/5 Se sia divisa (qual si voglia) linea secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, & a quella sia aggionto direttamente in longo una linea equale alla sua maggior parte, tutta la linea così composta sarà divisa secondo la proportione havente il mezzo & duoi estremi; & la sua maggior parte sarà la prima linea.

Sia la linea .a.b. diuisa secondo la proportione che se suppone in ponto .c. & sia la maggior parte di quella la .c.b. & a tutta la .a.b. sia aggionta direttamente la linea .b.d. laquale sia equale alla .c.b. Dico che tutta la linea .a.d. è diuisa secōdo la medesima proportione in pōto .b. & la maggior parte di quella è la linea .a.b. (che è la prima linea) perche (per la diffinitione) della .a.b. alla .b.c. si è come della .b.c. alla .c.a. Ma perche (per la settima del quinto) della .a.b. alla .b.d. è sicome alla .b.c. Adonque (per la undecima del medesimo) della .a.b. alla .b.d. è sicome della .b.c. alla .c.a. per laqual cosa (per la conuersa proportionalità) della .b.d. alla .b.a. è si come della .a.c. alla .c.b. Et cōgiontamente della .d.a. alla .a.b. è sicome della .a.b. alla .b.c. Et conciosia che (per la settima del quinto) della .a.b. alla .b.c. sia sicome alla .b.d. per la undecima del medesimo, della .d.a. alla .a.b. serà si come della .a.b. alla .b.d. Adonque, per la diffinitione, la linea .a.d. è diuisa in ponto .b. secondo la proportione hauente il mezzo è dui estremi, & la maggior parte di quella è la linea .a.b. che è il proposito. Ancora per lo medesimo modo se dalla maggior di qualunque linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi sia detratta una parte equale alla minore esser maggiore parte serà diuisa secondo la medesima proportione & la maggior parte di quella serà la linea detratta verbi gratia sia la linea .a.b. diuisa si come si propone in pōto .c. & la .a.c. sia la sua maggior parte della quale sia detratta la .c.d. equale alla .c. Dico che la .a.c. è diuisa secondo la medesima porportione in pōto .d. & che la maggior parte di quella è la linea .d.c. perche essendo, per la diffinitione, della .b.a. alla .a.c. si come della .a.c. alla .c.b. Et, per la settima propositione del quinto libro, della .a.c. alla .c.b. si come alla .c.d. per la undecima propositione del medesimo, della .a.b. alla .a.c. serà si come della .a.c. alla .c.d. & pero, per la 19. propositione del quinto libro. & sicome lo residuo .c.b. al residuo .d.a. ma, per la settima propositione del medesimo, della .c.b. alla .d.a. è sicome della .c.d. alla .d.a. Adonque della .a.c. alla .c.d. è si come della .c.d. alle .d.a. Adonque, per la diffinitione, è manifesto quello che hauemo detto, adonque ne quella agiontione che propone l'auttor, ne quella detrattione che hauemo proposta di contrario se discorda dal la proprietà della diuisione della primitiua linea distendasi in longo qual atto ne pare quanto si voglia.

Theorema. 5. Propositione. 5

Se qualunque linea sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi el congionto del quadrato di tutta la linea con le quadrato della sua minor parte serà treppio al quadrato della maggior parte.



Sia la linea .a.b. diuisa in ponto .c. secondo la proportione piu uolte detta, & sia la sua maggior parte la linea .c.b. Dico che li quadrati del

le

le due linee,a,b,& c,a, tolti insieme sono treppi al quadrato della linea,c,b. Perche quelli duoi quadrati tolti insieme(per la settima del secondo)sono equali al quadrato della,c,b,& il doppio di quello che vien fatto dalla,a,b,in la,a,c. Et perche similmente quello che vien fatto dalla,a,b,in la,a,c, è equale al quadrato della,c,b,(per la diffinitione & per la prima parte della decima settima del sesto) è manifesto il proposito.

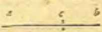
Theorema.6. Propositione.6

6/9 L'una & l'altra parte,di ogni linea rationale divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi è necessario esser residuo.

Siano la linea,a,b, rationale divisa secondo la nostra solita proportione in ponto,c. Dico che l'una & l'altra parte di quella è residuo, perche essendo la,a,c, la

maggior parte di quella alla quale sia aggionto la,a,d, equale alla mità di tutta la linea,a,b,etiam la,d,a,sarà rationale(per la sesta propositione del decimo libro,et per la diffinitione)& è manifesto(per la prima di questo) che il quadrato della,linea,d,c,è quincuplo al quadrato della linea,d,a. Adonque la linea,d,c, è communicante alla linea,d,a,in potentia(per la diffinitione)ma non in longhezza(per la ultima parte della nona propositione del decimo lib.)per laqual cosa(per la settantesima tertia propositione del decimo libro)la linea,a,c, è residuo. Conciosia che le due linee,c,d,& d,a,siano ambedue rationale communicante solamente potentialmente.Et perche anchora se alla linea,a,b,rationale,sia aggionto una superficie equale al quadrato della linea,a,c,(che è residuo)lo secondo lato di quella sarà la linea c,b,(per la prima parte della decima settima propositione del sesto libro)è necessario(per la nonagesima settima propositione del decimo libro) che la linea,c,b sia residuo primo, per laqual cosa è manifesto il proposito.

Ma piu se della linea cosi divisa come se propone la maggior parte sarà rationale, la minore sarà un residuo,verbi gratia sia la,a,b, come prima divisa in,c,secondo la detta proportione & la maggiore parte di quella(qual è la,a,c,)sia rationale laquale sia divisa in due parti equali in ponto,d,& (per la terza propositione di questo libro) lo quadrato della,d,b,sarà quincuplo al quadrato della,d,c. Et perche la,d,c, è rationale conciosia che essa sia la mita della,a,c, seguita che le due linee,d,b,& d,c, sieno rationale communicante solamente in potentia,per laqual cosa(come prima) la linea,c,b, è residuo. Ma se una linea rationale solamente in potentia, sia divisa secondo la proportione havente il mezzo & duoi estremi,anchora è necessario che l'una & l'altra parte di quella sia un residuo. Perche essendo la,a,b,rationale solamente in potentia, divisa secondo la proportione [illegible], & essa



& tolta alcuna linea rationale in longhezza laqual sia, d, e, laquale etiam sia diuisa in ponto, f, secondo la predetta proportione, laqual cosa senza lo aggionto di alcune di quelle propositione che seguita non vien stabilità con ferma demostratione. Adonque per la seconda del quartodecimo libro è manifesto che la proportione della, a, b, alla, d, e, è si come della, a, c, alla, d, f, & si come della, c, b, alla, f, e. Conciosia adonque che la, a, b, communichi in potētia con la, d, e, seguita, per la prima parte della decimaquarta del decimo, che la, a, c, communichi con la, d, f, & la, c, b, con la, f, e, in potentia. & perche l'una e l'altra parte della linea, d, è residuo come è manifesto dalle cose predette, seguita, per la. 103 del decimo, che l'una e l'altra parte della linea, a, b, sia etiā residuo ma non de quella medesima specie come in quello fu dimostrato. Per laqual cosa è manifesto che ogni linea rationale in lōghezza ouer solamente in potentia, diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e dui estremi, l'una & l'altra parte è residuo: Et nota che la prima parte della presente demostratione per laquale se dimostra che la maggior parte della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e dui estremi sia residuo (se tutta la linea sia rationale) quella medesima procede sufficientemēte, o sia posta tutta la linea rationale in lōghezza ouer solamente in pontētia. Ma la seconda parte con laquale se dimostra questo medesimo della minor parte: cioe che anchora quella sia residuo, se tutta la linea serà rationale, non se estende sufficientemente se nō quādo che tutta la linea sia rationale in longhezza. Ma la terza parte per laquale se approua che la minor portione è residuo. Seguita sufficiētemente, o sia la maggior portione rationale in longhezza ouer solamente in potentia. adonque a cōcludere della maggior parte della linea diuisa al predetto modo, che quella sia residuo: basta a ponere tutta la linea diuisa esser rationale solamente in potentia. Ma a cōcludere anchora questo della minor parte per mezzo della maggiore basta similmente a poner la parte maggiore solamente rationale in potentia. Ma a cōcludere questo della minor parte per mezzo de tutta, e necessario poner tutta la linea esser rationale in longhezza, ouer che egli è necessario arguire per la seconda del quartodecimo libro si come è stato dimostrato.

Theorema. 7. Propositione. 7.

$\frac{7}{7}$ Se alcuno penthagono, che habbia tre angoli equali, sia equilatero, anchora se approua el medesimo penthagono esser equiangolo.

Siano el penthagono, a, b, c, d, e, equilatero, & siano quali tre angoli si voglia di quello fra loro equali, cioe o siano tolti continuamente, ouer descontinuamente. Hor ponēmo che prima siano tolti descontinuamente: cioe poniamo che li tre āgoli, a, c, d, siano quelli tre che vengono supposti fra loro equali. Dico tutto il pēthagono esser equiangolo, & per dimostrar questo sian tirate le corde, b, e, b, d, et, e, c, sotto a questi angoli. & tutto el penthagono serà diuiso in uno triāgolo et in uno quadrilatero del qual e le due diagonale serāno le corde di doui prossimi angoli equali segādosi fra loro dentro di esso quadrilatero il ponto, f, & per la quarta del primo

la

la basa,b,e,serà equale alla basa,b,d,& l'angolo,a,e,b, equale a l'angolo,c,d,b,& conciosia che (per la quinta del primo) l'angolo,b,e,d,sia equale a l'ãgolo,b,d,e,(imperoche li duoi lati.b.e.& b.d.sono equali)(per communa scientia)lo t. tal angolo,e,serà equale al totale angolo.d. Similmente tu approvarai lo total angolo,b,e,esser equale allo total angolo,e,perche(per la quarta del primo)la basa,b,e,è equale alla basa,e,e, et l'angolo,e,b,e,è equale a l'angolo,d,e,c,et(per la quinta del medesimo cioe del primo)l'angolo,e,b,c,è equale al angolo. e. c. b. adonque(per la cõmuna scientia)lo total angolo,b,e,è equale al total angolo.c. Et cosi essendo li tre angoli.b.e.d.tolti continuamente equali & similmente anchora lo penthagono serà equiangolo,perche(per la quarta del primo) la basa.b. d. serà equale alla basa.c.e.& l'ãgolo.c.d.b.a l'angolo.d.e.c.adonque per communa scientia)l'angolo.c.d.b,serà equale a l'angolo.e.c.d.per laqual cosa.per la.6.del primo. le due linee.c.f.& f.d.seranno equale conciosia che li duoi angoli del triãgolo. f.c.d.che sono alla basa.c.d.siano equali. Adonque,per questa commune sentẽtia se da quantità equali sia tolto quantità equale &c.serà la linea,f,b, equale alla linea.f,e,perche tutta la,b,d,era equale a tutta la,c,e,e pero,per la quinta del primo,l'angolo,f.b.e,serà equale al angolo,f,e,b,(per la medesima) l'angolo. e.b.e. è equale al angolo.a.e.b.adonque,per commune scientia,l'angolo.b. totale è equale al total angolo,e,perche li tre angoli partiali componẽti l'uno sono equali alli tre angoli partiali componenti l'altro cadauno al suo relativo.adõque è manifesto che li tre angoli,e,b,c,tolti discontinuamente in el proposto penthagono sono equali & cõciosia che in tal modo egli è stato dimostrato tutto el penthagono esser equiãgolo,adonque per l'uno e l'altro modo è manifesto il proposito.

Theorema.8. Propositione.8.

Di ogni triangolo equilatero lo quadrato che vien descritto dal suo lato è treppio al quadrato della mità del diametro del cerchio dal quale esso triangolo serà circonscritto.

Sia il triangolo,a.b,c,equilatero alqual sia circonscritto lo cerchio,a,b,c.sopra el centro,d, si come insegna la quinta del quarto libro, & sia protratto in quello lo diametro.a.d.e. Dico adõque che il quadrato della linea,a,b,è treppio al quadrato del mezzo diametro.a.d.& per demostrar questo siano dutte le due linee.b.d.& d.c.& l'arco.b.e. sia protratto sotto la corda.b.e.& (per la ottava del primo libro,l'angolo. b.a.d.serà equale al'angolo.c.a.d.per laqual cosa.per la ultima del sesto,l'arco.b.e.equale al arco.e.c.& perche,per la sigesimaottava del terzo,li tre archi.a.b.b.c.& c.a.sono fra loro equali imperoche le corde di quegli

gli (in quale sono li lati del triangolo) sono equali (dal presupposito) l'arco b,e, sarà la sesta parte della circonferentia, et però la corda b.e. sarà il lato del exagono equelatero inscritto in quel cerchio: per laqual cosa (per el correlario della decimaquinta del quarto) la linea b.e. è equale al mezzo diametro a,d, Et è manifesto (per la prima parte della trigesimaprima del tertio) che l'angolo a, e, è retto & però el quadrato della linea a,e, è equale alli quadrati delle due linee a.b.& b.e, tolti insieme (per la penultima del primo) & lo quadrato della a,e, è quadruplo al quadrato della b,e, (per la quarta del secondo) conciosia che la linea, a, e. sia doppia alla, b,e, resta adonque lo quadrato della a.b. esser treppio al quadrato della, b,e, e però etiam al quadrato della a,d, che è il proposito, & acciochè a noi sia chiaro che la linea b,c, (che è il lato del triangolo) divide lo semidiametro d,e, in due parti equali, sia f, el ponto della divisione. Adonque è manifesto (per la quarta del primo) che la b,f,e, è equale alla f,c, e però (per la prima parte della tertia del tertio) tutti li angoli che sono al f, sono retti, per laqual cosa (per la penultima del primo) lo quadrato della b,d, è equal alli quadrati delle due linee d, f, & f, b, ma lo quadrato della b.e. è equale alli quadrati delle due linee che sono la b,f, & la f, e. E perche la b,d, e equale alla b.e. (per communa scientia) li duoi quadrati delle due linee b,f, & f,d, tolti insieme seranno equali alli duoi quadrati delle due linee b.f, & f,e, tolti insieme, levado adonque via da l'una e l'altra banda lo quadrato della b,f, (per commune scientia) lo quadrato della, f,d, (residuo) sarà equale al quadrato della, f,e, (residuo) per laqual cosa & la linea f,d, alla linea f, e, (per questa commune sententia) quelle linee sono equale delle quale li quadrati sono equali. Adonque per questo è manifesto che la perpendicolare dutta dal centro d'un cerchio al lato del triangolo equilatero a se inscritto è equale alla mità della linea dutta dal centro del medesimo cerchio alla circonferentia di quello.

· Theorema . 9. Propositione . 9 .

9/9 Se il lato dello exagono equilatero, & il lato del decagono equilatero (liquali da un medesimo cerchio ambiduoi sian circonscritti) saranno insieme congionti direttamente in longo, tutta la linea da questi composta, sarà divisa secondo la proportione havente il mezzo & duoi estremi, & la maggior parte di quella sarà el lato del exagono.

Sia el cerchio a.b.c. el centro di quale sia d. & lo diametro, d. c. & sia l'arco c b. la quinta parte del arco del mezzo cerchio a.b.c sotto alquale sia tirata la corda c.b. laquale è manifesto esser el lato del decagono equilatero inscritto in lo proposto cerchio & sia aggionto alla linea c.b, in continuo & diretto la linea, b.e. laqual sia posta equale al lato del exagono equilatero inscritto in lo predetto cerchio. Dico tutta la linea, c.e. esser divisa in ponto b secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi & la maggior parte di quella, cioè esser la linea b.e laquale è il lato del exagono. Et p dimostrar questo sian dutte dal centro le due linee e. d, & b.d. & l'angolo e. sarà equale al angolo b.d.e (per la quinta del primo) per questo che la linea e.b. è equale alla linea b. d. (per el correlario della decimaquinta del quarto.) Anchora l'angolo a.b.c. è equale al angolo c. (per la quinta del primo) mo) per laqual cosa l'angolo a.d.b. (per la trigesima seconda del primo) sarà doppio al angolo d.b.c. & perche (per la medesima) l'angolo d.b.c. è doppio al angolo c, seguita che l'angolo a.d.b. sia quadruplo al angolo c. perche (per commune scientia) ogni cosa che sia il doppio del doppio e quadruplo del scempio. essendo etiam il medesimo angolo a.d.b. quadruplo al angolo b.d.c. (per la ultima del 6.) imperoche l'arco a.b. è quadruplo al arco b.c. per commune scientia, è necessario che l'angolo c. sia equale al angolo b.d.c. Adonque siano intesi li duoi triangoli. d.e.c. totale & b.d.c. partiale & conciosia che l'angolo c. del totale sia equale al angolo b.d.c. del partiale: & l'angolo c. sia commune al uno & l'altro (per la 32. del primo) è necessario che lor siano equiangoli: per laqual cosa (per la quarta del sesto) la proportione di duoi lati e.c. & c.d. continenti l'angolo c. in el total triangolo è si come li duoi lati d.c. & c.b. continenti el medesimo angolo in el triangolo partiale, perche adonque la proportione della e.c. alla c.d. è si come alla c.b. (per la seconda parte della settima del quinto) & della d.c. alla c.b. è si come del a.e.b. alla medesima (per la prima parte della medesima. Seguita (per la undecima del quinto) che la proportione della c.e. alla e.b. sia si come della e.b. alla b.c. Adonque (per la diffinitione) conclude il proposito cioe la linea e.c. esser divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi & la maggior parte di quella esser il lato del exagono laqual cosa è sta necessario da dimostrare. Anchora conviem dimostrare la conversa, laqual cosa se fa facilmente per uia retrograda cioe tornandosi dietro per la medesima uia perche quella piglia Ptolomeo el nono capitolo della prima distintione del almagesto a demostrare la quantità delle corde delli archi d'un cerchio. Dico adonque che essendo divisa qual si voglia linea secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi di quel cerchio che la maggior parte sarà il lato del exagono, de quel medesimo la minore sarà el lato del decagono & di quello che la minore sarà el lato del decagono, di quel medesimo la maggiore sarà il lato del exagono & per dimostrar questo sia la prima dispositione cioe stante la linea e.c. divisa in ponto b. secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi & la maggior parte di quella sia la e.b. Dico che di quel cerchio il quale la linea e.b. e lato del exagono di quel medesimo la linea b.c. è il lato del decagono & di quel cerchio che la linea b.c. e lato del decagono di quel medesimo la linea, e, b e lato del exagono (& questo intendo di exagoni & decagoni equilateri) perche essendo la, e, b, el lato del exagono inscritto in lo cerchio, a, b, c, (per el correlario della decima quinta propositione del quarto) la, e, b, sara equale alla, d, c, & perche la proportione della

c,e, alla e,b,è si come della e,b, alla b,c,(dal presupposito) sarà (per la settima del quinto) della e, e, alla d, c, si come della d, c, alla c, a, adonque (per la sesta del sesto) li duoi triangoli e.d.c. & d.c.b sono equiangoli. adonque l'angolo e.è equale al angolo b, d, c, perche quelli risguardano li lati proportionali. & conciosia che l'angolo a, d, b, sia quadruplo al angolo e. (per la trigesimaseconda del primo tolta due volte & per la quinta di quel medesimo due volte.) seguita etiam che il medesimo angolo a, d, b, sia quadruplo al angolo b, d, c, E però (per la vltima del sesto) l'arco a.b è quadruplo al arco b,c, Adonque la linea b,c, è il lato del decagono inscritto in lo cerchio a. b. c. Ma se la linea b. c. sarà il lato decagono del cerchio a.b. c. la. e. b. sarà il lato del exagono de quel medesimo & essendo altramente (per l'auersario) sia adonque la medesima linea e b. lato del exagono del cerchio f. onde (per le cose per auanti dette) la b, c, sarà il lato del decagono di quel medesimo: Siano adonque intesi esser inscritti in li duoi cerchij a b.c. & f. li decagoni equilateri di qual i tutti li lati saranno equali alla linea b, c, & perche ogni figura equilatera inscritta in un cerchio è equiangola (come fu prouato in la decimaquinta del quarto libro) seguita l'vno e l'altro di duoi decagoni esser equiangoli. Et conciosia che tutti li angoli di l'vno tolti insieme siano equali a tutti li angoli di l'altro tolti insieme si come euidentemente appare (dalle cose demostrate in la trigesimaseconda del primo) e però è necessario (per questa commune sententia le parti decime di qualunche due quantità equale ouer qualunche altre parti di medesime denominationi esser equale) che l'uno di questi decagoni sia equiangolo a l'altro è però sono simili (per la diffinitione delle superficie simile.) Et perche se saranno iscritte due figure simile in duoi cerchij: la proportione di duoi relatiui lati di quelle figure sarà si come delli duoi diametri di quel li cerchij (come appare per il correlario della decimanona del sesto libro & per la prima del duodecimo) & conciosia che li lati di decagoni simili inscritti in li duoi cerchij a.b.c. & f. siano equali, seguita che li diametri di quelli siano equali e però anchora li semidiametri di quegli saranno equali: & li semidiametri sono equali al lato del exagono (per lo correlario della decimaquinta del quarto) adonque la linea e,b, sarà el lato del exagono iscritto in lo cerchio a.b, c, si come che è lato del exagono del cerchio fra quelli equale & questo è quello che voleuamo dimostrare, & saperai che per questa nona di questo decimoterzo libro esser di nouo venuto fuora la decima del quarto libro laquale propone de descriuere vno triangolo di duoi lati equali del quale l'vno e l'altro di duoi angoli che sianno sopra alla basa sia doppio al terzo. Perche tal e l'vno e l'altro di duoi triangoli e,d,c, & d.c.b simplicemente ogni triangolo del quale li duoi lati sono equali alla maggior parte di alcuna linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi, & il terzo (che è la basa) sia equale alla minor parte della medesima linea, ouer anchora quello del quale li duoi lati siano equali al lato del exagono equilatero iscritto in alcuno cerchio & la basa sia equale al lato del decagono equilatero iscritto in el medesimo cerchio che è il proposito.

Theo-

Theorema. 10. Propositione. 10.

Ogni lato d'un penthagono equilatero è tanto piu potente del lato del exagono equilatero, quanto puo il lato del decagono equilatero essendo ambidui descritti in vn medesimo cerchio

Sia il cerchio a,b,e el centro del quale sia el ponto d.& lo diametro la linea a, d,c. Hor sia iscritto aquello vno penthagono equilatero qual sia a,b,e,f,g,& del, cētro,d,sia protratta vna perpendicolare al lato a,b laquale sia produtta per fina alla circonferentia in ponto,h,& sia la,d,h,& siano protratte le due corde,a,h,et h,b,lequale saranno equale fra loro(per la seconda parte della tertia del terzo,& della quarta del primo. E pero etiam li doi archi a,h & h,b,saranno equali fra loro(per la vigesimaottaua del terzo.) Adonque l'vna & l'altra delle due corde. a,h, & h,b, è lato del decagono equilatero iscritto in lo proposto cerchio. Dico adonque che il quadrato della linea,a,b,(che è il lato del penthagono) è equale alli duoi quadrati delle due linee,b,d,& a,h,tolti insieme delle quale la prima è equale al lato del exagono(per el corrolario della decimaquinta del quarto) & la seconda è lato del decagono et per dimostrar questo sia protratto dal centro,d,vna perpendicolare alla linea,a,h,(la

quale è lato del decagono)laquale sia produtta per fina alla circonferentia, & sia la d,k,laqual seghi la linea a,b.(che è lato del penthagono) in ponto l.& sia protratta la linea h,l,Et è manifesto(per la seconda parte della terza del terzo,et per la quarta del primo,& vigesima nona del terzo che la linea d,k,(che è perpendicolare alla corda,a,h,)diuide in duoi parti equali la corda insieme con l'arco,& pero l'arco a,k,è equale al arco k,h,Per laqual cosa(per la vltima del sesto)l'angolo a,d,k,è equale a l'angolo k,d,h. E pero(per la quarta del primo) la base a.l, è equale alla base,l,h,adonque (per la quinta del primo) l'angolo l,a,h,è equale a l'angolo l.h.a & conciosia che (per la medesima) l'angolo,h,a,b,sia equale a lo angolo,a,b,h,e seguita che l'angolo l,h,a,sia equale al angolo,h,b,a. Adonque(per la vigesimasecunda del primo)li duoi triangoli,h.a.b. & a.h.l.sono equiangoli, perche l'angolo.b.del maggiore è equale al angolo h,del minore, & l'angolo.a.è commune a l'vno & l'altro adonque(per la quarta del sesto)la proportione della b.a.alla.h.a.e si come della,a,h,alla l.a. Per laqual cosa(per la prima parte della decima settima del sesto)quello, che puo della,b,a,in la,a,l,è equale al quadrato della linea, a,h, laquale è il lato del decagono, & conciosia che'l mezzo cerchio a, c,e, sia equale al mezzo cerchio,a,f,c,& l'archo a,e,al arco,f,l'arco e,c,(residuo)sarà equale al arco,f,c,(residuo per laqual cosa l'arco,e,c,è la mità del arco,e,f,E pero è equale al arco,a,h,& doppio al arco h.k. Et perche l'arco e,b,è doppio al arco,b,h,(per la decimatertia del quinto)tutto l'arco,c,e,b,sarà dop-

rà doppio tutto l'arco b.h.K. E però (per la vltima del sesto) l'angolo c.d.b. è doppio al angolo b.d.l. & conciosia che il detto angolo c.d.b. (sopra il centro) sia similmente (per la vigesima del terzo) doppio al angolo b.a.c. (sopra la circonferentia) adonque (per la commune scientia) l'angolo b.d.l. sarà equale al angolo b.a.d. onde (per la trigesimaseconda propositione del primo) lo triangolo b.d.l. sarà equiangolo al triangolo b.a.d. Perche l'angolo d. del minore è equale al angolo a. del maggiore & l'angolo b. e commune a l'uno & l'altro. Adonque (per la quarta del sesto) la proportione della a.b. alla b.d. è si come della b.d. alla l.b. per la qual cosa (per la prima parte della decimasettima del sesto) quello che preuiene dell a.b. in la b.l. equale al quadrato della d.b. Et prima fu prouato che quello che preuiene dalla a.b. in la l.a. è equale al quadrato della a.b. Adonque quello che preuiene dalla a.b. in la a.l. & in la l.b. è equale alli dui quadrati delle due linee a.b. & b.d. Et (perche per la seconda del secondo) quello che preuiene dalla a.b. in la l.a. & in la l.b. è equale al quadrato della linea a.b. Et la linea a.b. è il lato del penthagono equilatero iscritto in lo proposto cerchio, & la linea a.b. è il lato del decagono equilatero & la linea b.d. (per el correlario della decimaquinta del quarto) è equale al lato del exagono equilatero iscritto in lo proposto cerchio per laqual demostratione vien a esser verificado quello che fu detto.

Theorema. 11. Propositione. 11.

Se a dui propinqui angoli di vn penthagono equilatero descritto dentro di vn cerchio, dalli termini di suoi lati sian sotto tese ouer tirate due linee rette. l'vna, e l'altra di quelle segharà l'altra secondo la proportione hauente il mezzo e dui istremi & la maggior parte di cadauna di quelle sarà equale al lato di quel penthagono.

Sia lo penthagono equilatero a.b.c.d.e. inscritto in el cerchio assignado dalle medesime lettere a dui propinqui angoli di quello (quai sono, a, & , b,) siano sotto tese ouer tirate le due linee rette a, c, & , b, e, segandose fra loro in ponto f. Dico adonque l'vna & l'altra di quele esser diuisa in ponto f. secondo la proportione hauente il mezzo e di dui istremi: & che la maggior parte di cadauna di quelle è equale al lato del penthagono: perche (per la vigesimaottaua del terzo) è manifesto che li cinque archi del cerchio che circonscriue il proposto penthagono (di quali le corde sono li lati di quel penthagono) sono fra loro equali. E però (per la vltima del sesto) li quattro angoli a.e.b. a.b.e. b.a.c. & b.c.a. sono fra loro equali. Perche li archi a.b. a.e. & b.c. sono fra loro equali. Et conciosia che l'arco, c.d.e. sia doppio al arco b.c. Anchora (per la vltima del sesto) lo angolo, c.a.e, sarà doppio a lo angolo c.a.b. & (per la prima parte della trigesima seconda del primo)

primo) l'angolo.a.f.e.è doppio al angolo.f.a.b. adonque l'angolo,a.f.e, è equale a l'angolo f,a,e,per laqual cosa,per la sesta del primo,la linea,a,e, e equale alla linea.f.e.& li duoi triangoli, a,b,e & a.f.b.sono equiangoli,per quelle cose che sono state dette & per la trigesima seconda del 1.perche lo angolo, e del maggiore è equale al angolo.e.del minore & lo angolo,b,e, commune a l'uno & l'altro,adonque,per la quarta del sesto, la proportione della,e, b,alla, b, a serà sicome della, b,a,alla,f, Et conciosia che la,e,f sia equale alla,a,b,imperoche quella,come sta prouato, è equale alla a,e. Seguita, per la settima del quinto,che la proportione della,b,e,alla,e,f.sia sicome della,e,f,alla f,b. Per laqual cosa, per la diffinitione la linea.e,b,è diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi & la maggior parte di quella è equale al lato del penthagono, & se questo e il uero de la linea. e. b. Anchora, per la settima del quinto, & quinta del medesmo & per la diffinitione,il medesmo serà uero della linea,a, c,perche tutta la,b,e,e equale a tutta la,a,c,per la quarta del primo, etiã le parti alle parti (per la sesta del primo & per la commune scientia) perche le parti a,f, & b,f, sono equali (per la sesta del primo) & pero li residui f,e,& f,c, seranno fra loro equali per la concettione,o ueramente se te pare tu poi, & piu facilmente,dimostrare il proposito della linea,a,c,argumentando circa a quello come è stato fatto circa alla linea.e. b.

Theorema.12. Propositione.12.

12/11 Sel diametro d'un cerchio che circonscriua uno penthagono equilatero serà rationale lo lato di quel penthagono serà una linea irrationale, cioe quella che è deta linea minore.

Sia il penthagono equilatero a, b, c, d, e iscritto in lo cerchio delle medesime lettere notato el centro del quale sia el ponto f, & li duoi diametri b, g, & , a, h, & sia l'uno & l'altro di questi diametri una linea rationale in longhezza.Hor dico che il lato del detto penthagono iscritto serà una linea irrationale,cioe quella che se dice linea minore. Perche essendo protratta ouer tirata la linea.a.c.laqual seghi il diametro b,g, in ponto K. Et (per la ultima del sesto & quarta del primo) la linea a.c.serà diuisa dal diametro b, g,orthogonalmente & in due parti equali in ponto.K. perche conciosia che il semicerchio b, a, g, sia equale al semicerchio b,c,g,& l'arco b,c,al arco b, a, si come è manifesto (per la uigesima ottaua del terzo serà l'arco a. g, (residuo) equale al arco c,g,(residuo) & pero (per la ultima del sesto) lo angolo a.b.g serà etiam equale a lo angolo c,b,g,adonque conciosia che li duoi lati a,b,& b.K.del triangolo a. b. K. siano equali alli duoi lati, c.b.& b.K.del triangolo c,b,K,& l'angolo b,de l'uno a l'angolo,b,de l'altro,(per la quarta del primo) la basa a,K,serà equal alla basa,K,c,& tutti li angoli che sono al K. sono retti(per la prima parte della terza del terzo) & lo diametro a.h. seghi lo lato del penthagono,c,d,in ponto, l. Et similmente la linea,c,d,serà diuisa dal diametro a,h,orthogonalmente & in due parti equali in ponto.l. & conciosia gioche che li duoi archi a.d.h. & a.c.h. siano equali & l'arco a.c. sia equale al arco a.d. li duoi residui di semicerchij (che sono c.h. & d.h.) saranno equali alli, quali essendo sotto tese, over tirate le due corde, che sono c.h. & d.h. quelle anchor al (per la vigesima nona del terzo) saranno equale. & perche l'arco a.c. è equale al arco. a.d. (per la vltima del sesto) l'angolo c.h.l. sarà equale al angolo d.h.l. E però (per la quarta del primo la basa c.l. è equale alla basa d.l. & tutti li angoli che sono al l. sono retti (per la prima parte della tertia del tertio.) Adonque li duoi triangoli a.c.l. & a.f.k. sono equiangoli (per la 33. del primo) perche l'angolo l. del maggiore è equale al l'angolo. k. del minore (imperò che l'uno e l'altro è retto.) Et l'angolo a.c.k. è commune al l'uno e l'altro per laqual cosa (per la quarta del sesto) la proportione della l.c.a. è si come de la k.f. alla f.a. Sia tolto adonque del diametro b.g. la linea f.m. equale alla quarta parte del semidiametro: & (per la equa proportionalità) la proportione de la c.l. alla quarta parte della linea a.c. (laquale sia c.q.) sarà si come della k.f. alla quarta parte della linea f.a. laquale è f.m. & perche (per la decima quinta del quinto) la proportione della c.d. alla c.k. è si come della c.l. alla c.q. perche così è il doppio al doppio: si come il sempio al sempio (per la 11. del quinto) della c.d. alla c.k. sarà si come della k.f. alla f.m. Et congiontamente della linea composta dalla d.c. & dalla c.k. alla c.k. si come della k.m. alla m.f. E però (per la prima parte della vigesima seconda del sesto) la proportione del quadrato della linea composta dalla d.c. & c.k. al quadrato della linea c.k. è si come del quadrato della linea k.m. al quadrato della linea m.f. Et (per la precedente) è manifesto che se la linea a.c. sia divisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi la maggior parte di quella, sarà equale alla linea d.c. adonque la linea che è composta dalla linea d.c. & c.k. è composta dalla maggior parte della linea divisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi & dalla mità di tutta la linea così divisa, per che la c.k. è la mità della a.c. adonque per la prima di questo decimo tertio libro) lo quadrato della linea composta dalla d.c. et c.k. è anchor quincuplo al quadrato della linea c.k. e però lo quadrato della linea k.m. è anchora quincuplo al quadrato della linea m.f. conciosia che la proportione di questi quadrati et de quelli sia vna medesima. & la linea b.m. è quincupla alla linea m.f. Perche la m.f. era la quarta parte del semidiametro del proposito cerchio. Adonque el quadrato della linea k.m. al quadrato della linea m.f. è si come della linea b.m. alla linea m.f. & perche (per la seconda parte della decima nona del sesto) lo quadrato della li-

m.a.K.

nea K.m.al quadrato della linea m.f. & si come della linea k.m.alla linea.m.f. duplicada:& (per la undecima del quinto) la linea b.m.alla linea m.f sarà si come la linea k.m.alla linea m.f.duplicata. Adonque la linea k.m.è media proportionale fra le due linee b,m.& m,f.Laqual cosa cosi è manifesta perche essendo la linea.n.p.media pportionale fra quelle.tolta secondo la doctrina della nona del sesto,& (per la diffinitione della pportione duplicada che è posta in el principio del quinto) la proportione della b,m.a la m f.sarà si come della b,m.a'la n,p.duplicada: & perche la b,m alla n,p,è si come la n.p,alla m.f, Etiam (per la undecima del quinto la proportione della b,m,alla m,f sarà si come della,n,p,alla m,f, dupplicada:adonque (per la prima parte della nona del quinto) le due linee k.m.& n, p.sono equale, & però (per la prima parte della settima del quinto & per la secõda parte della medesima) la linea.k.m.è media proportionale fra la b.m.& m. f.per laqual cosa (per el correlario della decimaottava del sesto) (la proportione del quadrato) della linea.b.m.al quadrato della linea.m. k. è si come è della linea.b.m. alla linea.m.f.& perche la linea.b.m.è quincuplo alla linea.m.f.el quadrato del la linea.b.m.sarà quincuplo al quadrato della linea,m,k, & la linea, b, m, è rationale in longhezza. Adonque (per la ultima parte della nona del decimo) la linea. m. k. è rationale solamente in potentia,& perche la linea.b.m.è piu potente della linea.m.k.in el quadrato di una linea a se commensurabile in longhezza (come di sotto se approverà) la linea.b. k. sarà residuo quarto (per la diffinitione del quarto residuo. Hor quello che di sopra promettessimo di provare in questo modo se manifesta sia el numero.r.quincuplo al numero.s.& t. & .s. siano quanto.r.& se.r.fusse cinque.s.saria uno & t.quattro.E sia la linea.b.m.piu potente della linea.m.k.in el quadrato della linea.x.Conciosia adonque che il quadrato della linea.b.m.al quadrato della linea.m.k.sia si come el numero.r.al numero.s. per la disgionta proportionalità lo quadrato de la linea.b.m.al quadrato della linea x.sarà si come el numero.r.al numero.t. per laqual cosa (per la ultima parte della nona del decimo) la linea x.è incommensurabile a la linea.b.m. in longhezza. adonque non è dubbio che la linea.b.k.sia residuo quarto:& è manifesto (per la trigesimaquinta del terzo) che quello che vien fatto dalla.b.k.in la.k.g.e equale a quello che vien fatto dalla.a.k.in la.k.c. E pero etiam quel medesimo è equale al quadrato della.k. c. impero che la.a.k.è equale alla. k.c. adonque agionto a l'uno & l'altro lo quadrato della. b.k. (per la penultima del primo) quello che vien fatto dalla.b.k.in se medesima & in la.k.g. sarà equa-

le al quadrato della, b, c. Et perche (per la prima del secondo) quello che vien fatto della, b, K, in se & in la, K, g, è equal a quello che vien fatto della, b, k, in la, g, b, la linea, b, c, sara il lato tetragonico della superficie contenuta dalle due linee, g, b, & k, b, & perche la linea, g, b, è rationale: & la linea, b, K, e residuo quarto, è per che la linea potente in una superficie contenuta da una linea rationale e da un residuo quarto, e linea minore: (come è manifesto) per la nonagesimaquarta del decimo libro) è necessario la linea, b, c. (che il lato del penthagono equilatero inscritto in el proposito cerchio) esser la linea minore, che in principio fu proposto da demostrare. Adonque per questo modo seguita che il lato del penthagono equilatero inscritto in uno cerchio sia una linea minore, sel diametro del cerchio (alqual era inscritto) sarà rationale in longhezza. Et se il diametro del cerchio serà rationale solamente in potentia anchora è necessario che il lato del penthagono equilatero inscritto in quello sia la linea minore: Perche poni che la linea, a, b, sia rationale solamente in potentia, sopra laquale sia descritto un cerchio, & e quello che sia inscritto uno penthagono equilatero del quale uno lato sia la, b. c. & lo cerchio et lo penthagono sian detti. a. b. Dico che la linea b. c, è linea minore, perche essendo tolte alcuna linea rationale in longhezza (laqual sia. d. e. & sopra a quella sia lineado un cerchio, alquale sia inscritto uno penthagono equilatero, & sia uno lato di quello la linea. e. f. & el cerchio & lo penthagono sian detti. d. e. Adonq; e manifesto (per questa duodecima) che la e. f. è linea minore: conciosia che lo diametro d, e. sia rationale in longhezza, & perche la proportione del penthagono a, b. al penthagono d, e, è si come el quadrato della linea b, c, al quadrato della linea e, f, Perche l una & l altra (per la seconda parte della decimanona del sesto) è si come quella della linea b, c, alla linea e, f, duplicada. Et del penthagono a. b. al penthagono, d, e, è si come del quadrato del diametro a, b. al quadrato del diametro d, e, (per la prima del duodecimo) serà (per la undecima del quinto) lo quadrato della linea c, b, al quadrato della linea e. f, si come lo quadrato del diametro, a, b, al quadrato del diametro d, e. Et conciosia che li quadrati di doui diametri. a, b, & d, e. siano communicanti. perche ambidui sono rationali (dal presupposito.) Anchora (per la prima parte della decimaquarta del decimo) li quadrati delle due linee b, c. & , e, f. seranno communicanti, adonque la linea b, c, communica in potentia con la linea, e. f, & perche la linea e, f, è linea minore, seguita per la centesimaquinta del decimo, che etiam la, b. c, sia linea minore, che è il proposito, adonque o sia el diametro di alcun cerchio rationale in longhezza over solamente in potentia è necessario che il lato del penthagono (inscritto in quello) sia la linea minore.

Il Traduttore.

Bisogna notare che quella parte adutta et approbata in fine del commentatore se verifica medesimamente nella prima argumentatione, cioe supponẽdo il diametro, largo modo. rationale, o sia in longhezza, o solamente in potentia, che cosi si debbe intendere la proposition. se concluderà il proposito.

Pro

Problema. I. Propositione. 13.

13/13 *Problema fabricare una pyramide di quattro base triangolare equilatere circonscrittibile da una assignata sphera. Et dimostrare che il diametro di quella sphera havere proportione sesquialtera potentialmente al lato di essa pyramide.*

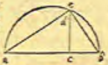
Sia la linea.a.b.el diametro della assignata sphera laquale sia divisa in ponto.c.talmente che la.a.c.sia doppia alla.b.c.& sopra quella sia lineado lo semicerchio a.d.b.& sia produtta la linea.c.d.orthogonalmente sopra la linea.a.b.& siano produtte le linee.b.d.&.d.a.e.depoi sia fatto el cerchio.f.g.h.sopra il centro.e.el semidiametro delquale sia equale alla linea.c.d.in el quale (per la seconda del quarto) sia inscritto un triangolo equilatero elquale sia.f.g.h.alli angoli delquale (dal centro) siano protratte le linee.e.f.e.g.e.h.e da poi sopra il centro.e.secondo che insegna la duodecima del undecimo) sia erigata la linea.e.k.perpendicolarmente a la superficie del cerchio.f.g.h.laquale sia posta equale alla.a.c.Et dal ponto.k.siano tirate le ypothenusse.k.f.k.g.k.h.& sarà compita la pyramide di quattro base triangolare equilatere, laqual dico esser circonscrittibile dalla assignata sphera, etiam dico el quadrato del diametro della proposta sphera esser sesquialtero al quadrato lato della detta fabricata pyramide, perche egliè manifesto (per la prima parte del correlario della ottava del sesto) che la linea.c.d.è media proportionale fra la.a.c.& la.c.b.per laqual cosa (per el correlario della.18.del medesimo) el quadrato della linea.a.c.al quadrato della linea.c.d.e si come la linea.a.c.alla.c.b.adonque congiontamente lo quadrato della.a.c.& lo quadrato della.c.d.al quadrato della.c.d.e si come la.a.b.alla.c.b.E però (per la penultima del primo) el quadrato della.a.d.al quadrato della.d.c.sarà si come la.a.b.alla.b.c.Conciosia adonque che la linea.a.b.sia treppia alla.b.c.(perche la.a.c.era doppia a quella) anchora lo quadrato della.a.d.sarà treppio al quadrato della.d.c.& per la ottava di quello) lo quadrato della.f.g.e treppio al quadrato della.e.f.Per la qual cosa conciosia che (dal presupposito) la linea.d.c.sia equale alla.e.f.(per commune scientia) la.a.d.serà equale alla.f.g.Et perche (per la diffinitione della linea perpendiculare a una superficie) la linea.e.k.contiene angoli retti con cadauna delle linee.e.f.e.g.e.h.delle quale cadauna è equale alla linea.c.d.& perche quella medesima è equale alla linea.a.c.& l'angolo.c.è retto (per la quarta del primo) cadauna delle tre linee.k.f.k.g.k.h.sarà equale alla linea

Ciascuna delle 3 linee e.f. e.g.& e.h.è equale alla c.d.

e.d. Adonque è manifesto la fabricata pyramide esser di quattro base triangolare equilatera. Ma che quella sia circonscrittibile dalla assignata sphera tu l'hauerai in questo modo. Sia inteso alla linea.e.K. esserui aggionto secondo la rettitudine la linea.e.l. equale alla linea.e.h. accio che tutta la.K.l. sia equal alla.a.b. (che è il diametro della assignata sphera.) Dico che questa linea.e.l. tu la imaginarai esser sotto al cerchio.f.g.h. etiam perpendicolare alla superficie di quello dalla parte di sotto: si come è la.e.K. dalla parte di sopra. Et cadauna delle tre linee.e.f.e.g.e.h.(Et simplicemente qualunque semidiametro del cerchio.f.g.h.) sarà media proportionale fra la.e.K. & la.e.l. si come è la.d.c. fra la.a.c. & la.c.b. Perche queste sono equale a quelle (cadauna alla sua relatiua.) Adonque se sopra la linea.l.K. sia descritto un mezzo cerchio & quello sia circondutto per fin a tanto che'l ritorni al luoco donde incomincio a mouersi la sphera descritta da questo mezzo cerchio nel moto suo (per la diffinitione delle sphere equali) sarà equale alla sphera assignata, perche le sphere sono equale, quando il diametro di quelle sono equali, si come fu detto di cerchio in el principio del terzo. Et questo semicerchio è necessario transire per li tre ponti.f.g.h. liquali sono li angoli della solida pyramide fabricata & similmente dico che questo semicerchio che sarà descritto sopra la linea.K.l. se sarà circondutto per fina chel ritorni al loco doue quello hauerà comminciato a mouersi toccarà el cerchio.f.g.h. sopra tutti li ponti della circonferentia di quello. Laqual cosa se approua da quella antiqua verità. Se vna linea retta starà perpendicolarmente sopra vna linea retta laqual sia posta media proportionale fra le parti di quella alla quale soprasta, ouer alle due parti che li sta atorno, & sia descritto un mezzo cerchio sopra a quella linea (sopra laquale sta la perpendicolare) la circonferentia di quello necessariamente transirà per la estremità della linea media proportionale posta perpendicolarmente. Conciosia adonque che tutti li semidiametri del cerchio.f.g.h. siano perpendicolari alla linea.k.l. & medij proportionali fra le parti di quella lequal sono.k.e.&.e.l. Seguita che il semicerchio descritto sopra la.k.l. essendo circondutto transisse per tutti li ponti della circonferentia.f.g.h. & per tutti li angoli solidi della fabricata pyramide. Adonque (per la diffinitione di quella che è d'una figura inscritta in una figura) la fabricata pyramide è inscrittibile a quella sphera che descriue el semicircolo (lineato sopra la linea.k.l. nel moto suo. Et perche questa sphera descritta è equale alla sphera assignata (per la diffinitione delle sphere equale) seguita (per commună scientia) che questa pyramide fabricata sia circonscrittibile dalla assignata sphera: che è il proposito. Lo correlario anchora in questo modo se manifesta. Hor conciosia che la linea.a.b. sia treppia alla.b.c. (per la euersa proportionalità) la.a.b. sarà sesquialtera alla.a.c. E però (per la seconda parte del correlario della ottaua del sesto, & correlario della decima ottaua del medesimo) el quadrato della linea.a.b. sarà etiam sesquialtero al quadrato della linea.a.d. Et perche la linea.a.d. è equale al lato della fabricata pyramide: & la.a.b. è il diametro della sphera è manifesto esser il vero quello che per el correlario è detto.

Et acciò che non accadi in alcuno a dubitare della proposta antiqua verità, volemo quella con demostratione affermare in questo modo. Sia adonque sopra

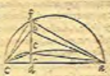
pra alla linea,a.b.la linea,c.d.perpẽdicolare,laquale sia posto med ia proportiona le fra le parti della linea,a,b,lequale siano,a,c, & ,c. b,talmente che la proportione della,a,c.alla,c,d.sia si come della,c,d,alla,c,b.Et sopra la linea a, b.sia descritto lo mezzo cerchio,a.e.b.Dico che la circonferentia di questo mezzo cerc o transirà per el ponto,d,che è la illtremità della perpendicolare : & essendo altramente(per lo adversario) ouer segerà la linea,c,d,ouer transirà di sopra di quella cioe transendo & inchiudendo & non toccando tutta quella,segli adonque primamente quella in ponto,e,& siano dutte le linee,e,b.& ,e,a.Et(per la prima parte della trigesima prima del terzo)lo total angolo,a,e,b,sarà retto.Adonque (per la prima parte del correlario della.8.del sesto)la proportione della,a,c, alla, c,e,è si come della,c,e,alla,c,b,& (per la seconda parte della ottaua del quinto)la proportione della,a,c,alla,c,e,è maggiore che della,a,c,alla,c,d,imperoche la,c,e, è minore che la,c,d,Essendo adonque della,c,e,alla, c,b,si come della,a,c, alla,c,e, & della,c,d,alla,c,b,si come della, a,c,alla,c, d, (per la duodecima del quinto) della,c,e,alla,c,b,sarà maggiore che della,c,d,alla,c,b. Eperoc(per la prima parte della decima del quinto,)la,c,e,saria maggiore che la,d,c,cioe la parte saria maggiore del suo tutto.laqual cosa è impossibile,adonque la circonferentia del semicerchio non segerà la linea.c,d,trãsisca adonque di sopra:& sia prodotto la , d,c,per sin alla circonferentia,& sia tutta la,c,e,& sian protratte le linee,e,b,& e,a, & seguitarà come prima la linea,c,d,esser maggiore che la linea,c,e,che è impossibile adonque è manifesto il proposito:& similmente diremo che se'l sarà alcun angolo retto alquale sia sottotesa(ouer tirata)una basa sopra laquale sia lineado un mezzo cerchio,la circonferentia di quello è necessario trãsire per l'angolo retto, & la conuersa di questa.proposi la trigesima prima del 3: & quello che hauemo detto se manifesta in questo modo.Sia l'angolo,a,b,c,retto alquale sia tirata sotto la basa,a c,et sopra quella sia lineado un mezzo cerchio Dico che la circonferentia di quello transirà per il põto,b,in el qual uenno di compagnia le linee che cõtenno l'angolo retto,la demostratione dellaquale è che nõ transirà di sopra ne di sotto & essendo possibile, per lo aduersario.quella transisca primamente di sotto et sia la,a,e,c,& dal angolo,b,sia produtta la linea,b,d,per pendicolare alla basa,a,c.laquale segbi la circonferentia del semicerchio in ponto,e,& siano protratte le linee,e,a,& e,c,Et l'angolo,a e,c,sarà retto,per la prima parte della 31. del 3. & quello è maggiore del angolo,a,b,c,per la,21.del 1. Et questo se impossibile,per la 3.petitione, conciosia che l'uno e l'altro sia retto,l'uno dal presupposito e l'altro p la prima parte della 31 del terzo.Adonque la circonferentia del mezzo cerchio non transirà di sotto l'angolo,b,transisca adonque di sopra,se è possibile,& sia la a.f.c , & sia produtte la perpendicolare,d,b,per fina che la se incôtri con la circonferentia del semicerchio



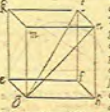
e.f.c.in pũto.f. & siano produtte le linee.f.a.f.e.(Et per la prima parte della trigesima prima del terzo)l'angolo, a, f, c, sarà retta, & conciosia che etiam l'angolo a.b.c (del presupposito) sia retto, seguita lo impossibile (per la vigesima prima del primo) si come in el principio. Rimane adonque il proposito, & questo è necessario alla cognitione delle cose che seguitano.

Problema. 2. Propositione. 14.

44 *Egli è possibile a constituire un cubo circonscrittibile da una assignata sphera, & dimostrare il diametro della medesima sphera esser potentialmente treppio al lato di quello cubo.*



Sia la.a.b.el diametro della assignata sphera sopra laquale sia lineado lo semicerchio.a.d.b, & sia diviso il diametro in ponto.c.secondo la conditione della precedente, cioe che la linea,a,c,sia doppia alla linea,c,b,et sia produtta la,c,d,perpendicolarmente alla, a, b, & siano protratte la,d,b,&, d, a, è da puoi sia fatto uno quadrato dil quale tutti li lati siano equali alla linea. b.d, & sia.e.f.g.h.sopra li 4 angoli del quale siano erigate (come insegna la duodecima del undecimo) quatro linee perpendicolare alla superficie di esso quadrato, delle quale cadauna sia etiam posta equale alla linea,b.d,& siano,e,K,f,l,g,m,h, n, & queste quatro perpendicolare (cadauna a cadauna saranno equidistante (per la sesta del undecimo) li angoli che contengono con le lati del quadrato: saranno retti (per la diffinitione delle linee perpendicolare a una superficie) & dapoi siano congiunte le istremità de queste perpendicolare dalle protratte linee.K.l.l.n.m.n.m.k. & sarà compito il cubo contenuto da sei superficie quadrate.



Perche egli è manifesto (per la trigesimatertia & trigesimaquarta del primo) che le quattro superficie che circondano quello (& quelle sono delle quali li lati oppositi sono le quattro perpendicolare) siano tutte quadrate. questo medesimo sia posto della base. Ma della superficie di sopra (che è la.k.l.m.n.) che quella sia quadrata è manifesto (per la trigesima tertia del primo et decima del undecimo) & pero (per la quarta del undecimo) egli è manifesto tutti li lati del medesimo cubo stare orthogonalmente in le due superficie opposite di quello. Ma accio che demostremo questo cubo esser circonscrittibile dalla assignata sphera, sia protratto la diagonale in una delle sue superficie, verbi gratia in la superficie.g.h.m.n. & sia la.g.n. & da una delle istremità di questa diagonale sia protratto il diametro del cubo.l.g. & (per la penultima del primo)

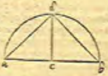
primo) lo quadrato della n,g, sarà doppio al quadrato della n,h. E pero etiam al quadrato della l,n imperoche la n,h è equale alla n,l (perche tutti li lati del cubo sono fra loro equali) et perche (un'altra volta per la penultima del primo) lo quadrato della l,g, è equale alli quadrati delle due linee l,n, & n,g, per essere la ragione che l'angolo g,n,l, è retto (per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie) lo quadrato della l,g, sarà treppio al quadrato della l,n, perche è composto del doppio & del sempio. Et conciosia che (per la seconda parte del correlario della ottaua del sesto libro, et per el correlario della decima ottaua del medesimo.) Anchora lo quadrato della a,b, sia treppio al quadrato della b,d imperoche la linea a,b, è treppia alla linea b,e, & la linea b,d, sia equale alla linea l,n, (dal presupposito) seguita (per commune scientia) che la l,g, (che è el diametro del cubo) sia equale alla a,b, (che è il diametro della sphera.) Adunque se sopra la l,g, sia sitado un mezzo cerchio, et sia circondutto fina che ritorni al loco doue fu il principio del moto la sphera descritta (per la diffinitione delle sphere equali) sarà equale alla sphera assignata, et perche questo mezzo cerchio sa el transito per el ponto, n, (imperoche l'angolo g,n,l, è retto) & per la medesima ragione lo farà etiam per tutti li altri angoli retti del cubo laqual cosa (per le antecedente posto immediate auanti questa decimaquarta) è manifesta. Adonque eglie manifesto esser constituido el cubo circonscrittibile dalla assignata sphera; imperoche eglie circonscrittibile dalla sua equale) laqual cosa bisognaua dimostrare, & la demonstratione del correlario è manifesto (per il processo di queste demonstrationi.

Problema 3. Propositione 15.

25

14 Possemo componere un corpo di otto base triangolare equilatere circonscrittibile da una proposta sphera. Et sarà manifesto el diametro della detta sphera esser potentialmente doppio al lato di quel corpo.

Sia el diametro della sphera proposta la linea, a,b, laqual sia diuisa in due parti equali in ponto. c, & sopra a quella sia sitado lo mezzo cerchio, a,d,b, et sia produtta la, c,d, perpendicolare alla, a,b, & sia congionto el ponto, d, con, a, & con, b, & sia descritto un quadrato delquale cadauno suo lato sia equale alla linea, b,d, & questo sia lo quadrato, e,f,g,h, in el quale



siano protratti li dui diametri, g, & f,h, liquali si segano insieme in ponto k, adonque è manifesto (per la quarta del primo) che l'uno e l'altro di questi dui diametri sia equale alla linea a,b, che e el diametro della sphera, conciosia che l'angolo d, sia retto (per la prima della trigesima prima del terzo) & anchora tutti li suoi angoli e,f,g,h, sono retti (per la diffinitione del quadrato.) Anchora è manifesto che li medesimi dui diametri e,g, & f,h, se diuidono fra loro in due parti equali in ponto k, Et questo facilmente se manifesta (dalla quinta del primo & dalla trigesima seconda & sesta del medesimo.) Adonque sopra el ponto k, sia erigata la

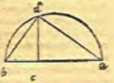
 linea.

linea k.l. perpendicolare alla superficie del quadrato laquale sia posta equale alla mità del diametro e, g, over f,h, & siano leuade over tirate le ypothumisse l,e l,f. l,g, & l,h. & (per le cose che sono sta poste, & per la penultima del primo repetita quante volte bisognarà) ciascuna di queste ypothumisse saranno equale fra loro, etiam equale alli lati del quadrato, tu hai adonque vna pyramide di quattro base triangolare equilatere constituida sopra un quadrato. Et per tanto sotto a quel quadrato metterai vna simile pyramide in questo modo produrai la linea l, k, (preforando el quadrato) per fina al m, talmente che la k. m. che sta sotto al quadrato: sia equale al l. k. che sta disopra, & congiongi il ponto, m, con cadauno di quattro angoli del quadrato, producendo quattro altre ypothemisse lequale siano m,e, m,f, m,g, m,h, delle quale anchora è manifesto (per la penultima del primo si come delle altre che sono in la parte di sopra) che quelle siano equale fra loro & alli lati del quadrato. adonque havemo compido el corpo di otto base triangolare & equilatere che questo sia circonscrittibile della assignata sphera tu l'haverai in questo modo, perche eglie manifesto che la linea l, m, è equale al diametro della assignata sphera: perche l'vna & l'altra di quelle è equale al diametro del quadrato. Adonque se sopra alla linea l, m, sarà leuado vn mezzo cerchio, el quale sia circonuolutto per fina a tanto che ritorni al loco suo la sphera che quel descriuere con el suo moto sarà equale alla sphera assignata (come se manifesta per la diffinitione delle sphere equale) & questo mezzo cerchio transirà per li quattro angoli del quadrato, & simplicemente per tutti li ponti della circonferentia del cerchio che circonscriue il quadrato: impero che, el mezzo diametro del quadrato, che è la linea f, k, & le parti della linea l. m. lequale sono l.k. & k.m. sono fra loro equale: per laqual cosa (per la diffinitione di quello che è una figura esser iscritta in una figura) lo fabricato corpo è inscrittibile in la sphera descritta dal moto di questo mezzo cerchio, adonque (per la conuertione) è inscrittibile in la assignata sphera, conciosia che quelle siano fra loro equale (per la diffinitione) etiam lo correlario è manifesto, perche le due linee d, b, & d, a, sono equale (per la quarta del primo) e pero lo quadrato della a, b, è doppio al quadrato della b, d, (per la penultima del primo) & lo lato del fabricato corpo è equale alla linea b, d, adonque el correlario è vero.

Probelma. 4. Propositione. 16.

36/36 Puotemo fabricare el corpo de vinti base triangolare, equilatere, circonscrittibile da vna data sphera, che habbia el diametro rationale, & sarà manifesto el lato del medesimo corpo essere una linea irrationale cioe quella che se dice linea minore,

Sia



Sia anchora in questo loco el diametro della assignata sphera la linea a,b, laquale sia posta esser rationale, ouer in longhezza o uer solamente in potentia, & sia diuisa in ponto c, talmente che la a,c, sia quadrupla alla c. b, & sopra di quella sia lineado lo mezzo cerchio a,d, b, & sia produtta la c, d, perpendicolare alla a,b, & sia protratta la linea d. b, dapoi secondo la quantità della linea d,b sia lineado lo cerichio e, f, g, h, k, sopra il centro l, alquale sia inscrito uno penthagono equilatero annotado dalle medesime lettere, alli angoli del quale dal centro l, siano dutte le linee l, e, l, f, l, g, l, h, l, k. Sia anchora inscritto in el medesimo cerchio uno decagono equilatero, & questo se farà in questo modo, siano diuisi tutti li archi (di quali li lati del penthagono sono corde) in due parti equali, & dalli ponti di mezzo & siano tirate linee rette alle estremità di tutti li lati del penthagono inscritto. Anchora sopra a cadauno delli cinque angoli del penthagono sia erigato un catheto secondo che insegna la. 12. del 11 liquali cadauno sia etiam equale alla linea b,d, Et siano continuade le estremità di questi 5 catheti con cinque coraustî et li 5. catethi eretti (per la 6. del 11. sarano fra loro equidistanti et cócciosia che quelli siano equali. Anchora li coraustî per la 33. del 1, (che congiono le estremità di quelli sarano equali alli lati del penthagono. adonque dalla sommità di cadauno di detti catheti tirerai due, e due ypothenusse alli doi circonstanti angoli del inscritto decagono, et le estremità di queste diece ypotenusse che terminano alli cinque ponti che sono a cadauno delli angoli di mezzo dello inscritto decagono, siano continuade con linee rette inscriuendo un'altra uolta un'altro penthagono in esso cerchio. Elquale sarà anchora equilatero, per la 34. del 3. adonque quando che tu hauerai fatto questo tu uederai hauer cōpido diece triangoli di quali li lati sono 10. ypothenusse, & li cinque coraustî, & li cinq; lati di questo secondo penthagono inscritto. Adonq. questi diece triangoli in questo modo se apprende esser equilateri, perche conciosia cosa che si el mezzo diametro descritto cerchio con cadauno di catheti eretti sia equale alla linea b,d, dal presupposito, per el correlario della. 15. del quarto, cadauno di detti catheti sarà equale al lato del exagono equilatero inscritto in lo cerchio del quale il mezzo diametro e equale alla linea b,d, E pche (per la penultima del primo) cadauna delle diece ypothenusse è tanto piu potente del catheto quanto puol el lato del decagono, & per la. 10. di questo, ancora lo lato del penthagono e tanto piu potente del medesimo quanto puol il medesimo lato del decagono, per commune scientia, cadauna di queste ypothenusse sarà equale al lato del penthagono. Di coraustî anchora è manifesto che quelli sono equali alli lati del penthagono. Adonque tutti li lati di questi diece triangoli ouer che

sono

sono li lati del penthagono equilatero (descritto la seconda volta nel cerchio) ouero che sono a quelli equali, adonque li triangoli sono equilateri, ma piu sopra il centro del cerchio (che è il ponto l. tira un'altro catheto equale alli primi el quale sia l, m. & la superiore istremità di quello (che è il ponto m.) giongi con cadauna istremità di primi con cinque coraussi (& per la sesta del vndecimo) questo central catheto sarà equidistante a ciascuno di catheti angolari. E però (per la trigesimatertia del primo) questi cinque coraussi saranno equali al mezzo diametro del cerchio, et (per el correlario della 15. del quarto) ciascun de quelli è si come el lato del exagono, adonque sia aggionto al catheto centrale da l'una & l'atra parte, una linea equale al lato del decagono de sopra a quello sia aggionto m.n. & di sotto cioe sotto el cerchio sia aggionto a quello la l,p, dal centro del cerchio, e dapoi dal ponto n siano tirate cinque ypotemisse alli cinque superiori angoli di diece triangoli che sono in el circuito & dal ponto p, ne siano tirate altre cinque alli altri cinque angoli di sotto, & queste diece ypothemisse saranno equale fra loro, & alli lati dello inscritto penthagono (per la penultima del primo, & decima di questo, si come delle altre diece prime fu dimostrato. Tu hai adonque un corpo di uenti base triangolare equilatere: del quale tutti li lati sono equali alli lati del penthagono, & lo diametro di quello è la linea n, p, Et di questi uinti triangoli deci ne stanno circuito sopra il cerchio & cinque el elleuano di sopra li quali concorrano al ponto n, & li altri cinque restanti si sommersono de sotto & uano insieme a terminare al ponto p. Ma che questo corpo de uenti base sia circonscrittibile della data sphera in questo modo sarà manifesto. Conciosia cioe la linea l. m. sia equale al lato del exagono & la. m. n, lato del decagono equilateri che circonscriue il cerchio e, f, tutta la linea, l, n. (per la nona del presente libro) sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi in ponto m. & la maggior parte di quella sarà la linea l. m. Adonque sia diuisa la l. m. in due parti equali in ponto q. & la, p, q, (per commune scientia) sarà equale alla q, n, Perche la p, l, fu posta equale al lato del decagono, si come la, m, n, per laqual cosa la q, n, e la mità della n, p, si come la q. m. e la mità della, m. l. Conciosia adonque che il quadrato della n, q, sia quincuplo (per la terza di questo) al quadrato della q, m, Anchora lo quadrato della p, m, (per la decimaquinta del quinto) sarà quincuplo al quadrato della l. m. perche (per la quarta del secondo) lo quadrato della p, n, è quadruplo al quadrato della q, n, Anchora lo quadrato della l. m. è quadruplo al quadrato della q. m. (per la medesima) & lo quadruplo al quadruplo è come el sempio al sempio (come testifica la detta decimaquinta del quinto.) Ma lo quadrato della a. b. è quincuplo al quadrato della b, d, (per la seconda parte del correlario della ottaua del sesto: & per lo correlario della decima ottaua del medesimo,) perche etiam la a, b, è quincupla alla b, e, impero che la a, e, esta posta quadrupla a quella medesima. Adonque perche la l. m. (dal presuposito) è equale alla b, d, (per commune scientia) la, a, b, sarà equale alla, n, p, Adonque se sopra la linea, n, p, sia descritto uno mezzo cerchio el quale sia circonuoluto per fina a tanto che quel ritorni al suo primo luoco la sphera dal suo moto descritta, (per la diffinitione delle sphere) equale sarà equale alla sphera proposta, & perche la linea.l.m. è medio proportionale fra la.l.n.& n.m. e pero etiam fra la.l.n.et p.l. Anchora qual si voglia altro mezzo diametro del cerchio sarà medio proportionale fra la.l.p.& l.p. Et conciosia che la.l.m. sia equale al mezzo diametro del cerchio.e.f.g. adonque el mezzo cerchio descritto sopra la.p.n. transirà per tutti li ponti della circonferentia del cerchio,e.f.g. E pero transirà etiam per tutti li angoli del solido fabricato che stanno in quella circonferentia, Et perche (per la medesima ragione) tutti li cathethi, che continuano, over colligano le estremita di cathetti angolari con la estremità del catheto centrale sono medij proportionali fra le.p.m.& m.n. imperò che ciascun di quelli è equale alla.m.l. Seguita che il medesimo cerchio transisca etiam per li altri angoli della sta[?] figura de vinti base. Adonque questo corpo è inscrittibile alla sphera della quale la.p.n.è diametro. E pero è etiam inscrittibile alla sphera de laquale la.a.b.è diametro. Et lo lato di questa solida figura dico esser la linea minore. Perche egliè manifesto che la linea,b,d,è rationale in potentia conciosia che il quadrato di quella sia subquincuplo al quadrato della linea.a.b.laqual fu posta rationale over in longhezza,over solamente in potentia. Adonque lo semidiametro del cerchio,e.f.g.e etiam rationale in potentia Perche lo semidiametro di quello è equale alla linea.b.d. Adonque (per la duodecima di questo) lo lato del penthagono equilatero inscritto a questo cerchio è la linea minore,& lo lato di questa figura (come è sta manifestado in el processo di questa demostratione) è quanto el lato del penthagono. Adonque lo lato di questa figura de vinti base è la linea minore si come se propone.

Correlario.

D/16 Da questo è manifesto che il diametro della sphera è quincuplo in potentia al mezzo diametro del cerchio che circonscrive il corpo di vinti base, et che il diametro della sphera è composto del lato del exagono & de duoi lati del decagono descritti nel medesimo cerchio.

Il Tradottore.

Per il cerchio che circonscrive il detto corpo de vinti base se piglia per il cerchio,e.g.h,k.della figura antiposta el mezzo diametro del quale vien a esser equale alla linea,a,b,della prima figura & alla,l,m, della seconda figura.

Problema.5. Propositione.17.

17/17 Potemo constituire el corpo di dodeci base penthagonale equilatere & equiangole, circonscrittibile da una assignata sphera che habbia el diametro rationale. Et sarà palese el lato del medesimo corpo essere quella linea irrationale, che è detta residuo.

Sia fatto el cubo (secondo che insegna la 14.di questo) circonscrittibile dalla assignata sphera: & siano due superficie di questo cubo le,a,b,& a,c. Et immaginemo al presente che la.a,c,sia la superficie di sopra del cubo & la.a, b, sia una di quelle

quelle di lati, sia la linea.a.d, commune a queste due superficie. Adonque siano diuisi li duoi lati oppositi (in la superficie.a.b.) in due parti equali cioe el lato.d.b in ponto.f. & lo lato a quello opposito in ponto.e. & li ponti delle diuisione sia continuadi con la linea.e.f. Anchora sia diuiso lo lato.a.d. & quello che glie a l'incontro in la superficie.a.c.in due parti equali, & li ponti delle diuisione siano continuadi con una linea retta la mità della quale sia.g.h. & sia el ponto,h.el ponto medio della linea.a.d. Similmente sia diuisa la linea.e.f.in due parti equali in ponto.k. & sia protratta la.h.k, adonque diuide cadauna delle tre linee.e.k.k.f.& g.h.secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi in li tre ponti.l.m.q. & siano le maggiore parti di quelle.l.k.k.m.& g.q. lequale è manifesto esser equale fra loro conciosia che tutte le linee diuise sono equale cioe cadauna di quelle e la mità del lato del cubo. Dapoi dalli duoi ponti.l.& m.elleuarai le perpendicolare (come insegna la duodecima del undecimo) alla superficie.a.b. delle quale l'una e l'altra ponerai equale alla linea.k.l, & siano.l.n.& m.p. & similmente dal ponto.q.tira la.q.r.perpendicolarmente alla superficie.a.c.laquale pone equale alla.g.q. Tira adonque le linee.a.l.a.n.a.m.a.o.d.m.d.p.d.l.d.n.a.r.a.q.d.r.d.q.

Adonque (per la quinta di questo) è manifesto che le due linee,k,e,& e,l.sono potentialmente triple alla linea,k,l,E però etiam alla linea,l,n, conciosia che la.k,l,& l,n.sono equale. Et la,k,e.è equal alla,e,a, Adonque le due linee.a.e.& e.l.sono in potentia treppie alla linea l,n.per laqual cosa (per la penultima del primo) la,a,l,e in potentia treppia alla.l,n. E però (per la medesima) la,a,n.e in potentia quadrupla alla,l.n. Et conciosia che ogni linea sia in potentia quadrupla alla sua mità, seguita (per commune scientia) che la,a,n.sia doppia in longhezza alla.l.n. & perche la,l.m,è doppia alla,l,k.& la,k,l,& ,l,n,sono equale,la,a,n,sarà equale alla,l.m. perche le mità di quelle sono equale.& perche (per la trigesimatertia del primo) la.l.m.è equale alla.n.p,la,a,n.sarà equale alla,n,p, & per lo medesimo modo tu approuerai le tre linee.p.d.d.r.& r.a.esser fra loro equale: etiam alle due predette, adonque hauemo da queste cinque linee uno penthagono equilatero elquale è.a.n.p.d.r. Ma per auentura tu dirai quello non esser penthagono: perche forsi quello non è tutto in una superficie: laqual cosa è necessario in questo acciochè sia penthagono. Adonque che quello sia tutto in una superficie, tu l'hauerai in questo modo. Dal ponto,k.sia producta la linea.k.s,perpendicolare alla superficie,a,b,che sia equale alla l.k,& per questo la sarà equale a l'una e l'altra delle due linee,l.n. & ,m,p, & conciosia che quella sia equale, & equidistante a l'una e l'altra di quelle (per la sesta del undecimo.) E però conciosia che quella sia in la medesima superficie cō ambedue quelle) per la diffinitione delle linee equidistante) è necessario che'l ponto.s.

sia

sia in linea n.p.& che diuide quella in due parti equale. Siano adonque protratte le due linee r.h.& h.s. adonque li dui triangoli K.s.h. & q.r.h. sono consistui soi so pra uno angolo, cioe sopra l'angolo K.h.q. Et la proportione della K.h. alla q.r. e si come la K.s. alla q.h. perche come la z.h. alla q.r. cosi è la K.h. alla q.r. (per la setti ma del quinto) & come la r.q. alla q.h. cosi è la h.s. alla q.h. (per la medesima.) ma la z.h. alla q.r. e come la q.r. alla q.h. imperoche la q.r. è equale alla z.q. adō que (per la 32. del sesto) la linea r.h.s. e una sol linea, per laqual cosa, (per la secon da del 11.) tutto lo penthagono del qual disputamo è in una superficie. Anchora dico quel esser equiangolo, perche conciosia che la e.k. sia diuisa secondo la propor tione hauente il mezzo e dui estremi, & che la K.m. sia equale alla maggior par te di quella, anchora, per la quarta del presente, tutta la e.m. e diuisa secondo la proportione hauēte il mezzo e dui estremi, & anchora la maggior parte di quel la è la linea e.k. e pero, per la 5. le due linee e.m. & m.k. è anchora le due, e. m. & m.p. perche la m.p. è equale alla m.K. sono in potentia treppie alla linea, e. K. e pero etiam alla linea a.e. (perche la a.e. è equale alla e.k. Adonque le tre linee. a.e. e.m. & m.p. sono in potentia quadruple alla linea, a.e. & , per la penultima del primo tolta due uolte, è manifesto che la linea a.p. e in potentia equale alle tre linee a.e. & e.m. & m.p. adonque la, a.p. è in potentia quadrupla alla lina, a.e. & conciosia che'l lato del cubo sia doppio alla linea a.e. in potētia anchor quadru plo a quella, per la quarta del secondo. Adonque, per commune scientia, la a.p. è equale al lato del cubo, & conciosia che la a.d. sia uno di lati del cubo, la a.p. sa rà equale alla a.d. e pero, per la 8. del primo, l'angolo, a. r.d. è equale al angolo a.n.p. per lo medesimo modo tu approuerai l'angolo d.p.n. esser equale a l'angolo. d.r.a. perche tu approuerai la linea d.n. esser potentialmente quadrupla alla mità del lato del cubo. Conciosia adonque che per queste cose lo pēthagono sia equilate ro & habbia tre angoli equali, per la. 7. del presente, quel sarà equiangolo, adōque se per questa uia è consimile ragione fabricaremo sopra a ciascuno delli altri lati del cubo, uno penthagono equilatero & equiangolo, sarà compido un solido cōcen to da dodeci superficie penthagone equilatere, & equiangole, perche el cubo ha do deci lati, hor ci resta a dimostrare questo solido esser circonscrittibile dalla data sphe ra, adonque dalla linea s.K. siano protratte due superficie segante el cubo delle qua le una lo seghi sopra la linea h.K. & l'altra sopra la linea e.f. Et (per la quadrage simaprima del 11.) sarà che la commune settione di queste due superficie seghi lo diametro del cubo, & quella similmente sarà segata dal detto diametro in due par ti equali: sia adonque la commune settione di quelle per fina al diametro del cubo la linea k.o. totalmente che o sia il centro del cubo, et sia dutte le linee o.a. o.r. o.p. o.d. o.r. Et è manifesto che l'una e l'altra delle due linee o.a. et o.d. e mezzo diame tro del cubo e pero sono equale, & della linea o.k. è manifesto (per la quadragesi ma prima del undecimo) che quella è equale alla e, k, cioe alla mità del lato del cubo, & perche la K.s. è equale alla k.m. la o.s. sarà diuisa in ponto. k. secondo la proportione hauente il mezzo e dui estremi, & la maggior parte di quella sa rà la linea o.K. che è equale alla e. K. Adonque, per la quinta di questo li qua

drati

drati delle due linee o,s,& s.k,tolti insieme sono treppij al quadrato della linea, o.K. et similmente li quadrati delle due o,r,& r,p,tolti insieme sono treppij al quadrato della medesima o,K.(imperoche la s,p,è equale alla K r.) et pero sono etiam treppij al quadrato della mità del lato del cubo. Per laqual cosa (per la penultima del primo) la linea o,p, è treppia in potentia alla mità del lato del cubo. Et, per el correlario della decimaquarta di questo, è manifesto che el mezzo diametro della sphera è treppio in potentia alla mità del lato del cubo che circonscriue la medesima sphera adonque la o,p,è quanto lo mezzo diametro della sphera che circonscriue el proposito cubo. Per la medesima ragione tutte le linee ducte dal ponto. o,a,tutti li angoli di tutti li penthagoni descritti sopra li lati del cubo. Dico a tutti li angoli che sono proprij ai penthagoni & non communi a quelli & alle superficie del cubo cioe li proprij, liquali in el penthagono stendido sono li tre angoli n.p.r Ma di quelle linee che veneno dal ponto o,a tutti li angoli di penthagoni che sono communi alli penthagoni & alle superficie del cubo, liquali in el presente penthagono sono li duoi angoli a, &, d, è manifesto che esse sono equale al mezzo diametro della sphera, che circonscriue il cubo. perche quelli sono mezzi diametri del cubo (per la quadragesima prima del vndecimo.) Ma el mezzo diametro del cubo è si come il mezzo diametro della sphera che il circonscriue si come apparé (per la ratiocinatione della decima quarta.) Adonque tutte le linee ducte dal ponto o,a,tutti li angoli del dodeci base sono equale fra loro & al mezzo diametro della sphera. Adonque el mezzo cerchio lineato sopra tutto el diametro della sphera ouer del cubo, essendo circondutto transirà per tutti li angoli di quello, ꝑ laqual cosa (per la diffinitione) quello è circonscrittibile dalla assignata sphera, anchora dico che il lato di questa figura è una linea irrationale, cioe quella che è detta residuo se il diametro della sphera chel circonscriue serà rationale in lõghezza ouer in potentia perche essendo cosa che il diametro della sphera sia (per la decimaquarta di questo) treppio in potentia al lato del cubo, onde sel diametro dellla sphera serà rationale in longhezza ouer in potentia, el lato del cubo serà etiam rationale in potentia. Et è manifesto (per la vndecima che la linea r.p. diuide la linea a,d,che è il lato del cubo secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi, & che la maggior parte di quella è equale al lato del penthagono, & perche la detta maggior parte di quella è un residuo (ꝑ la sesta di questo) è manifesto el lato di questa figura di dodeci base esser residuo: come volemo dimostrare. Adonque (per la decima terza e per le quatro che seguitano quella) sono fabricadi cinque corpi equilateri & equiangoli di quali cadauno è circonscrittibile da vna assignata sphera. Et questi solidi sono questi, cioe el primo è di quatro base triãgolare, equilateri (e chiamasi Tetracedon) el secondo è di sei base quadrate (& è detto cubo ouer exacedrõ) il terzo e di otto base triangolare (& è ottocedron) & lo quadrato solido è detto ycocedron (& è de uenti base triangolare,) Et lo quinto è di dodeci base penthagone (& è detto duodecedron) & questi cinque solidi sono detti regolari, perche quegli sono equiangoli: & equilateri, & circonscrittibili dalla sphera etiam fra loro, Et è impossibile esserne piu di questi cinque, che siano equilateri & equiangoli, per

che

che alla constitutione di qual si voglia angolo solido, e necessario concorrere al manco tre angoli superficiali, perche di duoi solidi angoli superficiali, non puol esser cõpido vn angolo solido, Adonque pche li tre angoli di qualunque exagono equilatero, & equiangolo sono equali a quattro angoli retti, ma li tre angoli del pẽtagono, & di qualunque figura equilatera & equiangola de piu lati, sono maggiori di quatro angoli retti, si come euidentemente si puol cauar fuora della trigesima seconda del primo. Et ogni angolo solido è minore di quattro angoli retti, come testifica la vigesima prima del vndecimo, è impossibile con li tre angoli del exagono, & del pẽtagono, & semplicemente dogni figura equilatera & equiangola de piu lati, constituire un angolo solido, & pero niuna figura solida equilatera & equiangola puol esser constituida da superficie exagonale, ouer de piu lati, perche se li tre ãgoli d'un exagono equilatero, & equiãgolo, eccedeno cadauno angolo solido, molto piu for temente li quattro & li piu di quattro, eccederanno il medesimo, ma li tre angoli di un penthagono equilatero & equiãgolo è manifesto esser minori di quatro ãgoli retti, & li quatro esser maggiori. Per laqual cosa, eglie possibile esser cõstituito uno angolo solido da li tre angoli d'vn penthagono equilatero & equiãgolo, ma de quatro ouer de piu eglie impossibile, E pero solamente uno solido da penthagoni equilateri & equiangoli è stato constituido, cioe quello che è detto duodecedron in el qual li angoli di penthagoni a tre a tre constituiscono li angoli solidi, anchora la medesima ragione è in le figure quadrilatere equilatere & equiangole, che in le penthagone, perche ogni figura quadrilatera, se la sarà equilatera & equiangola, & (per la diffinitione) quella sarà quadrata, perche tutti li suoi angoli saranno retti, per la trigesima seconda del primo, Adonque da tre angoli di tal superficial figura, eglie possibile esser constituido un angolo solido, ma da quatro ouer da piu eglie impossibile, per la qual cosa da tal figure superficiali, lequal sono quadrilatere: equilatere & equiangole, e sta fabricado uno unico solido, elqual noi chiamassimo cubo. Ma di triangoli equilateri li sei angoli sono equali a quatro angoli retti (per la trigesima seconda del primo). Adonque li manco de sei sono minori di quatro ãgoli retti & li piu di sei sono maggiori. Adonque dalli sei angoli de tal triangoli ouer de piu eglie impossibile esser fatto un angolo solido. ma da cinque, da quatro, & da tre: eglie possibile a constituire vn angolo solido. Adonque quando li tre angoli d'vn triangolo equilatero, fanno un angolo solido uien fatto de triangoli equilateri el corpo di quattro base triangolare: & equilatere: ma quando li quattro angoli de triangoli equilateri constituiscono un angolo solido quelli ne danno il corpo di otto base, equale chiamassimo ottocedron. Ma se li cinque angoli de triangoli equilateri contengano un angolo solido, uien fatto lo corpo ycocedron (de vinti base triangolare, et equilatere, per laqual cosa adonque tanti & tali sono li solidi regolari, et pe che non siano piu di quelli è detto di sopra.

Problema. 6. Propositione. 18.

18 Puotemo trouare li lati di predetti cinque corpi da una medesima sphera circonscrittibile & comperarli fra loro della qual sphera solo il diametro a noi sia proposito, & per esso diametro possemo trouarli.

18

Sia la a,b, il diametro di alcuna sphera a noi proposta, dalle qual desideremo di trouare li lati di premessi cinque corpi. Diuideremo adonque questo diametro in ponto. c. talmente che la parte a.c. sia doppia alla, c, b, anchora diuideremo, b, in due parti equali in ponto d. & lineamo supra di quello lo mezzo cerchio, a, f, b, ella circonferentia del quale siano tirate due linee perpendicolari alla linea. a. b. lequali siano, a, e, & , d, f, & congiungemo e, con a, & con b, Et f, con b, Adonque è manifesto (per la demostratione della decima tertia) che la a, e, e il lato della figura di quatro base triangolare & equilatere. & per la demonstratione della decima quarta) e pur manifesto che la: e. b. e il lato del cubo, & per demonstratione della decima quinta) che la f, b, e il lato della figura di otto base triangolare & equilatere. Adonque dal ponto a. sia tirata la linea a.g. perpendicolare al la a. b. etiam equale alla medesima a. b. Et congionto g, con d. & sia h. el ponto in elquale la linea g.d. sega la circonferentia del mezzo cerchio, & sia condutta

la linea h.K. perpendicolare alla a, b, & perche la, g, a, e doppia alla a, d, (per la quarta del sesto) la h, k, sarà doppia alla k, d, perche li duoi triangoli g, a, d. & h, K, d, sono equiangoli (per la trigesima seconda del primo) impero che l'angolo a. del maggiore equale al angolo. k. del minore (perche l'uno e l'altro e retto) et l'angolo, d, e commune al'uno e l'altro. Adonque (per la quarta del secondo la h, K, e quadrupla in potentia alla, K, d, Adonque (per la penultima del primo) la h. d. e quincuplo in potentia alla K, d, Et conciosia che la d, b sia equale alla h, d, (perche il ponto d, e el centro del mezzo cerchio) Anchora la d, b, sera quincupla in potentia alla k, d. Et conciosia che tutta la a, b, sia doppia a tutta la, b, d, si come la a, c, (detratta della prima a.b.) e doppia alla c, b, detratta dalla seconda b, d,) & (per la decimanona del quinto) la b. c. (residuo della prima) sarà doppia alla c, d, (residuo della seconda.) E pero tutta la b, d, e treppia alla d, c, Adonque el quadrato della b, d, e nonuplo al quadrato della d, c. & perche quello era quincuplo solamente al quadrato della K, d, per la seconda parte della decima del quinto) lo quadrato della d, c, e mancho del quadrato della k, d, E pero la d, c, e minore della K, d, Sia adonque la d, m, equale alla K, d, & sia tirata la m.n. per fina alla circonferentia, la quale sia perpendicolare alla a, b, & sia congionto il ponto n, con il ponto b, tirata la linea n, b, Conciosia adonque che, d, k, & d, m, siano equale (per la diffinitione delle linee equalmente distante dal centro) le due linee. h.k. & m.n. seranno equalmente distante dal centro. E pero saranno equale fra loro (per la seconda parte della 14. del terzo, & per la seconda parte della terza del medesimo. Adonque la m.n. è equale alla m.K. perche la h, K, era equale a quella. Ma perche la a, b, è doppia alla b, d & la K, m, è doppia alla d, K, & lo quadrato della b, d, è quincuplo al quadrato della d, K, (per la decima quinta del quinto) lo quadrato della a, b, sarà similmente quincuplo al quadrato della k. m. (Perche el quadrato del doppio al quadrato del doppio è si come el quadrato del sepio

al

al quadrato del semplo.) Et per la demostratione della decima sesta è manifesto che il diametro della sphera e potentialmente quincuplo si al lato del exagono del cerchio della figura de vinti base come alla K, m, adonque la, K, m, e equale al lato del exagono del cerchio della figura de vinti base. perche lo diametro della sphera che e la a, b e potentialmente quincuplo sia al lato del exagono del cerchio di quella figura: come alla, k, m. un'altra volta (per la demostratione della medesima) è manifesto che il diametro della sphera è composito de lato del exagono & del doppio del lato del decagono del cerchio della figura de vinti base. Concio sia adonque che la K, m, sia si come el lato del exagono: & la a, K, sia equale a la, m, b, (perche quelle sono li residui delle quantità equale tolte via dalle equale la m, b, sara si come el lato del decagono. Adonque perche la m, r, e si come el lato del exagono, perche quella è equale alla, k, m, (per la penultima del primo & per la decima di quello) la n, b, sarà si come el lato del penthagono del cerchio della figura de vinti base. Et perche (per la demostratione della decima sesta) appare, che el lato del penthagono del cerchio della figura de vinti base e il lato della medesima figura de vinti base è manifesto la linea n, b, esser il lato di questa figura: sia adonque divisa la e, b, (che è lato del cubo circonscrittibile dalla assignata sphera) secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi in ponto, p, & sia p, b, la maggior parte di quella adonque e manifesto (per la demostratione della precedente e che la p, b, e il lato della figura del 12. base. Adonque sono trovati li lati di, 5, precedenti corpi dal diametro della sphera a noi proposto. Perche la a, e, e il lato della pyramide di quattro base la e, b, el lato del cubo la f, b, lo lato del ottocedron & la n, b, el lato del ycocedron, & la linea p, b, el lato del duodecedron equali de questi lati sono maggiori de li altri, se haverà in questo modo. Perche eglie manifesto che la a, e, e maggiore della f, b, perche l'arco a, e, e maggiore del arco f, b,) Et similmente la f, b, e maggiore della e, b, & la e, b, e maggiore che la n, b, Dico anchora la n, b, esser maggiore che la p, b, Perche conciosia che la a, e, sia doppia alla e, b, (per la quarta del secondo) lo quadrato della a, e, e quadruplo al quadrato della e, b, Et, per la seconda parte del correlario della ottava del sesto, et per el correlario della decimaottava del medesimo, e manifesto che il quadrato della a, b, e triplo al quadrato della b, e, Ma, per la vigesimasecconda del sesto, lo quadrato della a, b, al quadrato della b, e, e si come el quadrato della b, e, al quadrato della e, b, per questo che la proportione della a, b, alla b, e, e si come della, b, e, alla b, e, (per la seconda parte del correlario della 8. del sesto) adonque (per la undecima del quinto) lo quadrato della, b, e, e triplo al quadrato della, e, b, Et perche lo quadrato della, a, e, è quadruplo al medesimo quadrato (come è sta dimostrado) lo quadrato della, a, e, (per la prima parte della decima del quinto) sarà maggiore del quadrato della, b, e, E pero la linea, a, e, è maggiore della linea, b, e, E però la, a, m, e molto piu maggiore della, b, e. Et è manifesto (per la nona di questo) che se la linea a, m, sarà divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, la maggior parte di quella sarà la linea, b, m, laquale è equale alla, m, r. Et quando che la, b, e, sia secondo la medesima proportione cioe hauente il mezzo e duoi istremi, la maggior parte di quel la è la linea p,b. Conciosia adunque che tutta la a,m, sia maggiore di tutta la, b, e, sera la m,p,(che è equale alla maggior parte della a, m,) maggiore de la, p, b, (che è la maggior parte della b,e. questo è manifesto)(per la seconda propositione del decimo quarto libro) laqual cosa senza agiuto di alcuna di quelle propositioni che seguitano non se stabilisse ferma demostratione adonque(per la decimanona del primo)per forza la n,b, è maggiore che la p,b, per laqual cosa è manifesto li lati di questi cinque precedenti corpi eccedersi fra loro quasi in quello ordine che fra loro se seguitano perche solamente il cubo & lo ottocedro preterisco no a quello: perche il lato del ottocedron eccede il lato del cubo a benche il cubo antecedalo ottocedron. Ma metteno el cubo auanti al ottocedro perche per la medesima diuisione del diametro della assignata sphera se ritroua el lato della pyramide(che ha le quattro base triangole)e il lato del cubo. Adonque la a,e,(lato del la pyramide)e maggiore delli lati de cadauno delli altri corpi. Et dapoi quello la f. b. lato del ottocedron è maggiore di lati di sequenti corpi. In lo medesimo ordine in grandezza seguita la c,b, (lato del cubo) & in lo quadrato loco e la n.b. (lato de yocecedron)e lo minimo de tutti la p,b.(lato del duodecedron.

Il Tradottore.

In la seconda tradottione la constitutione del ottocedron è anciana a quella del cubo, per ilche li lati di detti corpi se uariano a eccedersi secondo il medesimo ordine delle loro construttioni.

Il Tradottore.

A voler dimostrare che la linea a.b.(lato de vinti base) sia maggior della linea b,p,(lato del duodecimo base) senza agiutto della seconda del decimoquarto libro ne da altra propositione che seguita (come vuol el debito.) Arguiremo in questo modo, Perche la linea a,c,(dal presupposito) è doppia alla b.c adonque tutta la a,b, sara treppia alla medesima b. c. Et (per la seconda parte del correlario della ottaua del sesto & per il correlario della decimaottaua del medesimo)el quadrato della detta linea a,b, sara treppio al quadrato della b.e.& perche(per il correlario della decima sesta di questo)il quadrato della medesima a. b. e quincuplo al quadrato della b.m & similmente al quadrato della m.n. (per esser la m. n.equale alla m.b.) seguita adonque che cinque quadrati della m. n. (tolti insieme)siano equali a tre quadrati della b.e.tolti insieme) perche l'vna & l'altra somma è equale al quadrato della a, b, Hor perche il rettangolo di tutta la e.b nella parte e, p, gionto con il rettangolo della medesima b, ne l'altra parte b,p, la detta somma(per la seconda del secondo) è equale al quadrato della medesima linea. b,e, Et perche il rettangolo della b,e, nella p, e, è minore di quello della b, e nella altra parte b,p,(per esser la parte b,p, maggiore della parte p,e, E però duoi rettangoli della b,e nella p,e, saranno minori delli duoi rettangoli della b, e, nelle due parti b,p,& p,e, onde (per communa scientia) li detti duoi retangoli fatti della b, e, nella *e, nella minor parte. p. e. saranno minori del quadrato della. b. c. & perche il rettangolo della. b. c. e nella detta minor parte. c. p. è equale al quadrato de l'altra maggior parte. b. p. (per la diffinitione della linea cosi divisa) adonque duoi quadrati della. b. p. saranno minori del quadrato della. b. c. per il che il treppio delli duoi quadrati della. p. b. saranno anchora minori del treppio del quadrato della. b. c. cioe che tre quadrati della. b. c. saranno maggiori de sei quadrati della. b. p. Et perche cinque quadrati della. m. n. (come di sopra fu dimostrato) sono equali alli tre quadrati della. b. c. seguita (per commune sententia) che li cinque quadrati della. m. n. siano maggiori delli sei quadrati della. b. p. & se li cinque sono maggiori delli sei molto piu un quadrato solo della. m. n. sarà maggiore d'un quadrato solo della. b. p. & se il quadrato della. m. n. è maggiore del quadrato della. b. p. etiam la linea m. n. (per commune scientia) sarà maggiore della linea. b. p. Et se la linea. m. n. è maggior della. b. p. molto piu la linea. n. b. sarà maggiore della medesima. b. p. perche la detta. n. b. (per la penultima del primo over per la decima ottava del medesimo) è la maggiore della maggiore, cioe della. n. m. è pero sarà molto piu maggiore della. b. p. che il proposito senza ausilio di alcuna delle propositioni che seguitano come è il dovere. Ne la seconda traduttione credo che voglia arguire per questa medesima via, ma tal argumentatione è tutta corrotta.*

IL FINE DEL DECIMOTERZO LIBRO.

LIBRO DECIMOQVARTO DI EVCLIDE.

DELLE CONVENIENTIE CHE HANNO LI *triangoli, penthagoni, exagoni, & decagoni, fra lor in rispetto della linea divisa secondo la proportione havente il mezzo de duoi stremi, e della proportione che hanno li corpi regolari fra loro.*

Theorema prima. Propositione prima.

1 OGNI *perpendicolare dutta dal centro d'un cerchio al lato del penthagono, descritto dentro di quel cerchio. se approva esser equale alla mità del lato del decagono, & alla mità del lato del exagono (descritti dentro al medesimo cerchio) congionte le dette mità ambedue direttamente in longo. Adonque è manifesto che la perpendicolare dutta dal centro d'un cerchio al lato del penthagono è equale alla perpendicolare dutta dal centro al lato del triangolo, & alle mità del lato del decagono (descritti in quel medesimo cerchio) congionti direttamente.*

Sia la linea a.b. lato del penthagono inscritto in el cerchio del centro qual sia el ponto, c. & sia dutto dal centro c, vna perpendicolare alla linea a,b, laquale (per la seconda parte della terza del terzo) diuiderà quella in due parti equali & etiam l'arco di quella in due parti equali (per la quarta del primo, & vigesimaottaua del terzo) & sia quella perpendicolare la linea c, d, segante la linea a.b. in ponto e, & lo arco di quella in ponto d, Adonque la linea a, e, (come hauemo detto) è equale alla linea e, b, & l'arco a, d, al arco d, b. Sia protratta la linea d, b, dellaquale è manifesto che quella è il lato del decagono equilatero descritto in el proposito cerchio: conciosia che quella sottotende alla mità della quinta parte di tutta la circonferentia. Dico adonque che la linea c, e, è equale alla mità della linea c, d, & alla mità della linea d, b, congionte directamente in longo sia compito il diametro d, c, & sia d, c, g, & sia fatta la e, f, equale alla e d. & sia protratta la b. f. E (per la 4. del 1.) la b. f. serà equale alla b. d. & però (per la quinta del primo l'angolo b. d. f. serà equale al angolo b. f. d, E (per la ultima del sesto) è manifesto che l'angolo g, c, b, e quadruplo al angolo b, c, d, imperoche l'arco g, b, e quadruplo al arco b, d, & l'angolo g, c. b (perche la 32. del primo) e doppio al angolo, b, d, c, Perche quello extrinseco e equale alli duoi che sono b. d. c. & d. b. c. Et quelli sono equali (per la quinta del primo.) adonque l'angolo b. d. c. e doppio al angolo b. c. d. per laqual cosa anchora lo angolo b. f. d. e doppio al angolo b. c. f. Ma lo angolo b f. d. e equale alli duoi intrinseci, liquali sono b. c f, & c. b. f. (per la trigesima seconda del primo.) Adonque li duoi angoli b, c, f, & c, b, f, sono equale, e però (per la sesta del primo) la c, f, e equal alla b. f. E pero etiam la c, f, e equal alla b. d. perche la b, d, et la b, f, sono equale fra loro per laqual cosa la mità della c, d, con la mità della b, d, e quanto la mità della c, d, con la mità della c. f. & la mità della c. d. con la mità della c, f, e quanto la mità della c, f, due volte con la mità della f, d, E la mità della c. f. tolta due volte è quanto la c, f, e la mità della f, d, è quanto la e. f. Adonque la c, e, e quanto la mità della c. d, con la mità della d, b, che e il proposito e così el correlario è manifesto, perche (per la ottaua del decimo terzo libro) e manifesto che la perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del triangolo a quello inscritto e equale alla mità della linea dutta dal centro alla circonferentia: & questo è dimostrato di sopra, così e concluso el correlario. Conciosia adonque che (per questa prima di questo libro) sia manifesto che la perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del penthagono sia equale alla mità della linea dutta dal centro alla circonferentia, & alla mità del lato del decagono. Seguita che la perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del penthagono sia equale alla perpendicolare dutta del centro al lato del triangolo, & alla mità del lato del decagono, descritti dentro al medesimo cerchio. & questo è quello che propone el correlario, adonque le da esse isplicando al presente quello che dice Aristeo in el libro, intitolado. La isposition della

le

è a scientia di cinque corpi. E similmente Apollonio in el secondo dono, in la proportionalità è delle figura del 12 base alla figura del vinti base el qual dice, che la proportione delle superficie della figura che ha dodeci base alle superficie della figura che ha uinti base e così come la proportione del corpo de dodeci base al corpo de uenti base. perche anchora la linea ducta dal cētro del cerchio del penthagono della figura delle dodeci base del duodecedro, alla circonferentia di quello, e come la linea che produtta dal centro del cerchio del triangolo della figura delle uenti base del ycocedron alla circonferentia di quello: e queste sono le parole de' grandi Apollonio, & sono da essere intese della figura del dodeci base & della figura del uinti base circunscrittibile da una medesima sphera. perche la proportione del corpo duodecedron al corpo ycocedron (quando una medesima sphera li circunscriue,) e si come la proportione de tutte le superficie del duodecedron tolte insieme, a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme come commemora Appollonio per la prima parte delle precedente parole, laqual cosa etiam per la 10. di questo decimoquarto libro vien stabelida con ferma demonstratione. Et lo cerchio che circonscriue un penthagono del duodecedron, e equale al cerchio che circonscriue un triangolo del ycocedron, quando che una medesima sphera circonscriue il duodecedron, & lo ycocedron, si come esso Apollonio commemora per la seconda parte delle precedenti parole, laqual cosa etiam si afferma con demonstratione in la quinta di questo libro adonque li ditti de tanti grādi huomini sono da esser mandati auanti per antecedenti a fortificatione della stabile uerità.

Il Tradottore.

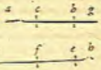
La demonstratione della sopradscritta propositione è alquanto oscura & tal argumentatione hauete de bisogno di un'altra propositione laqual è questa.

De ogni due quātità inequale la mità della maggiore gionta con la mità della minore, e quanto la mità della minore tolta due uolte giontoli poi la mità della differentia nella quale la maggiore auanza la minore uerbi gratia la mità della c, d, (maggior) gionta con la mità della c, f, (minore) è quāto due uolte la mità della c, f, (minore) giontoui poi la mità della f, d. (cioe della differentia nella quale la c, d, (maggiore) auanza che la c, f, (minore) ma per non abondar in tāte propositioni ne demonstrationi. Demonstraremo la medesima con demonstratione piu euidente senza la presente propositione. Perche la c, f, è equal alla b, d, (come nel principio fu approuado) giungendo alla c, f la, f, e, & alla b, d, la e, d, (per la 2 commune sententia) le due somme serāno anchora equale cioe le due linee e, c, & e, b, seranno equale alle due c, f, & f, e, e perche le dette due line c, f, & f, e, sono equale a tutta la linea c e. seguita adonque che la detta perpendicolar c, e, sia equale alle due linee e, b, et d, e adonque se a queste due linee c, b, et d, e, li aggiongemo la linea c, e, (che è equal a lor due) tutta la somma di queste tre linee sarà doppia alle dette due, et a due medesime c, e, et perche la somma delle dette tre linee d. b. d. e et c, e. sono quanto le due c, d, & d. b. (perche la c. d. e. composta delle due c. e. & e. d.) Seguita adonque che le due linee, c, d, & d, b, gionte insieme tal somma sia doppia alla linea, e, e, adonque la perpendicolare, e, e, vien a esser la mità della somma delle due linee, c, d, & d, b & perche la, d, c, è equale al lato del exagono, & la d, b, al lato del decagono, se guita il proposito.

Theorema. 2. Propositione. 2.

Ciascuna cosa laquale interuenghi e una linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, el si approua interuenire il medesimo a ogni linea similmente diuisa.

Sia l'una e l'altra delle due linee, a, b, & d, e, diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi la, a, b, in ponto, c, & la, e, d, in ponto, f, & la maggior parte della, a, b, sia la, a, c, & di l'altra la, d, f. Dico adonque che de ambedue alle sue maggiori parti è una medesima proportione. Et similmente de ambedue alle sue parti minori e una medesima proportione: Et anchora delle maggior parti alle minori una medesima: & al contrario, & permutatamente: & congiontamente, & disgiontamente, & euersamente, & questo non è altro che ciascuna cosa laquale accade a una di quelle, il medesimo anchora accadere a l'altra perche (per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & per la prima parte della decimasettima del sesto) è manifesto che quello che vien fatto dalla, a, b, in, b, c, è equale al quadrato della, a, c, Et per lo medesimo modo quello che vien fatto dalla, d, e, in la, e, f, è equale al quadrato della, d, f. E però la proportione di quello che vien fatto dalla, a, b, in la, b, c, al quadrato della, a, c, è sicome di quello che vien fatto dalla, d, e, in la, e, f, al quadrato della, d, f, (perche l'una e l'altra e proportione di equalità) adonque el quadruplo di quello che vien fatto dalla, a, b, in la, b, c, al quadrato della, a, c, è si come el quadruplo di quello che vien fatto dalla. d, e, in la, e, f, al quadrato della, d, f, laqual cosa (per la decimaquinta del quinto, e per la permutata, & equa proportionalità) è manifesto, per laqual cosa congiontamente el quadruplo di quello che vien fatto dalla, a, b, in, la, b, c, con el quadrato della, a, c, al quadrato della, a, c, è sicome al quadruplo di quello che vien fatto dalla d, e, in la, e, f, con el quadrato della, d, f, al quadrato della, d, f. Et sia aggionto (secondo la rettitudine) alla linea, a, b, una linea che sia equale alla, b, c, laqual sia detta b, g, & alla, d, e, sia agionto un altra equale alla, e, f, laquale sia detta, e, h, Adonque è manifesto (per la ottaua del secondo) che el quadruplo di quello che vien fatto dalla, a, b, in, b, g, con el quadrato della, a, c, è equale al quadrato della linea, a, g, Et similmente el quadruplo di quello che vien fatto dalla, d, e, in la, e, h, con el quadrato della, d, f, è equale al quadrato della, d, h, Et (per commune sententia) el quadruplo di quello che vien fatto dalla, a, b, in, b, c, è equale al quadruplo di quello che vien fatto dalla, a, b, in, b, g, imperò che la, b, c, & b, g, sono equale, Similmente an-



chora

chera al quadruplo di quello che vien fatto dalla d.e in la e.f. è equale al quadruplo di quello che vien fatto dalla d,e, in la e,h impero che la e.f. & e.h sono etiam equale. Adonque (per la prima parte della settima del quinto, & per la undecima del medesimo) lo quadrato della e,g, al quadrato della a.c. è si come el quadrato della d. h. al quadrato della d. f. Per laqual cosa (per la seconda parte della uigesima seconda del sesto) la proportione della a.g. alla linea a.c. e si come della linea d.h, alla linea d.f. congiuntamente della e.g. & a.c. alla a.c. e si come della d,h, & d,f, alla d.f. Et la a.g. con la a,c, sono si come il doppio della a.b. & la d.h, con la d,f, sono si come il doppio della d,e, Per laqual cosa el doppio della a.b. alla a.c. e si come el doppio della d,e, alla d,f. Et permutatamente el doppio della a.b. al doppio della d.e. e si come la a.c. alla d.f. Ma el doppio della a.b. al doppio della d.e. e si come la a.b. alla d.e. (per la decimaquinta del quinto) Adonque della a.b. alla d,e, e si come della a.c. alla d.f. adonque permutatamente, & euersalmente, & conuersalmente, & disgiontamente & congiontamente, la qual bisogna dimostrare.

Theorema. 3. Propositione. 3.

3 / e Diuiso uno lato d'uno exagono, secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi la maggior parte di quello, sarà el lato del decagono circonscritto, da quel cerchio, che circonscriue lo exagono.

Sia la linea a.b. el lato del exagono di alcun cerchio, & sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi in ponto c. & sia la maggior parte di quella la b,c, Dico che di qualunque cerchio la a.b. e lato del exagono, di quel medesimo la b,c, sarà il lato del decagono, perche essendo agionto alla linea a.b. la linea b. d. laquale sia el lato del decagono di quel cerchio del quale la a.b. e lato del exagono. Et per la nona del decimoterzio) la linea a,d, sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & la maggior parte di quella sarà la linea a.b. Conciosia adonque che l'una e l'altra delle due linee a.b. & a. d. sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi. Adonque (per la precedente) de ambedue quelle alle sue maggior parti sarà una medesima proportione, adonque della d.a. alla a.b. (che è la sua maggior parte) e si come

della a.b. alla b.c. (che etiam la sua maggior parte) ma della d.a. alla a.b. (sua maggior parte, e si come della a.b. alla b.d. per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi. Adonque, per la undecima del quinto della a. b. alla b,d, e si come della a. b. alla b, c, per laqual cosa (per la seconda parte della nona del quinto) le due linee b.d. & b.c. sono equale. Conciosia adonque che la b,d, sia el lato del decagono, anchora la b, c, per commune scientia, sarà el lato del decagono. A dimostrare il medesimo altramente, alla linea a.b. sia agionta la b.d. equale alla b.c. & , per la quarta del decimoterzio, tutta la a,d, sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, & la

O, 4 maggior

gior parte di quella è la linea a.b. Adonque (per la conuersa della nona del decimo terzo laqual dimostrassimo continuamente da poi quella) di quel cerchio che la a.b. e lato del exagono di quel medesimo la linea b.d. E però (etiam la linea c.a se equale) e lato del decagono. Anchor parendone possiamo dimostrare il medesimo per un'altra uia. Her sia la e.f, equale alla a,b laquale anchora sia diuisa in ponto g secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi: & sia la maggior parte di quella la linea f.g. Adonque (per la precedente) è manifesto, che si come la a.b è equale alla e.f. così la a.c, è equale alla e.g. & la c,b, è equale alla g.f. Et quando che alla a.b. sarà aggiunta la b.d. (lato del decagono di quel medesimo cerchio delquale la a.b è lato del exagono) sarà (si come per auanti fu detto per la nona del decimoterzo) tutta la a.d. diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & la maggior parte di quella sarà la linea a.b. Adonque (per la precedente) della a.b. alla b.d. e si come della f.g. alla g.e. per le qual cose (per la prima parte della decimasesta del sesto) quello che uien fatto dalla a,b. in la g.e equale a quello che uien fatto dalla b.d in la f.g. Et concionsia che la a.b. sia equale alla e.f. etiam quello che uien fatto dalla e,f in la e, g, sara equale a quello che e fatto della b,d, in la f.g. Ma quello che uien fatto dalla e.f in la g.e. e equale al quadrato della f.g. (per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi, et per la prima parte della decimasettima del sesto). Adonque quello che uie fatto dalla b.d in la f.g. è equale al quadrato della f.g. e perho (per la prima del sesto) la linea d.b, e equale alla f.g. & perche la f.g. e equale alla c.b. Anchora la c.b, sarà equale alla b,d, (lato del decagono) laqual cosa bisognaua dimostrare.

Theorema .4 Propositione .4.

4/○ El quadrato d'un lato d'un penthagono descritto dentro d'un cerchio, & lo quadrato della linea che sotto tende al angolo di quel penthagono. Ambidui questi quadrati tolti insieme, promoueno esser quincupli al quadrato della mità del diametro di quel medesimo cerchio.

Sia descritto in el cerchio a,b,c, (el centro delquale sia el ponto d,) uno penthagono equilatero delquale la a,b sia un lato, & sia protratto el diametro c,d, e diuida la linea a. b. etiam l'arco di quella in due parti equali, Adonque l'arco a. e. è la mità della quinta parte della circonferentia di quel cerchio. Per laqual cosa l'arco a, c, e li duoi quinti di tutta la circonferentia. Adonque siano protratte le due linee a, e, &, a, c, & la a, e, sarà el lato del decagono equilatero, imperoche l'arco di quella è la mità della quinta parte della circonferentia, & la linea a,c, sara quella che sotto tende a uno delli angoli del predetto penthagono imperoche l'arco a,c, è le due quinte parte della circonferentia

tia del cerchio. Dico adonque che li quadrati delle due linee a.b. & a.c. tolti insieme sono quincupli al quadrato della linea d.e. Perche (per la quarta del secondo) lo quadrato della linea c.e. e quadruplo al quadrato della linea d. e. & conciosia che l'angolo c.a.e sia retto (per la prima parte della trigesima prima del terzo,) & li quadrati del e due linee c.a. & a.e. (per la penultima del primo) saranno quadrupli al quadrato della linea d.e. Adonque li quadrati delle tre linee c.a. & a.c. & d.e. tolti insieme sono quincupli al quadrato della linea d.e. Et perche per la decima del tertiodecimo libro) lo quadrato della a. b. è equale alli quadrati delle due linee a.c. & d.e. segvita che li quadrati delle due linee a.b. & c.a. siano quincupli al quadrato d.e. che è il proposito.

Correlario.

4/0 Adonque è manifesto che el quadrato del lato del cubo, & el quadrato del lato della figura del dodeci base, (quando che una medesima sphera circonscriue quel cubo e quella figura de dodeci base) ambidui li detti quadrati tolti insieme sono quincupli al quadrato della mità del diametro del cerchio che circonscriue lo penthagono di quella medesima figura de dodeci base.

Questo correlario veramente è manifesto, perche (per la demostratione della decima settima del terzodecimo libro) è manifesto che'l lato del cubo sotto tende al angolo del penthagono de duodecedron: quando che una medesima sphera circonscriue il cubo & lo duodecetro, Adonque per questa quarta senza oppositione è manifesto il correlario.

Theorema. 5. Propositione. 5.

5/2 El penthagono della figura de dodeci base, & lo triangolo della figura de vinti base (che una medesima sphera li circonscriue) sono circonscritti da uno medesimo cerchio.

Sia una sphera (el diametro della qual sia la a.b.) laquale circonscriue due figure solide, cioe el duodecedron (del quale c. sia uno di suoi dodeci penthagoni) & lo yocoedro (del quale d., sia uno di suoi uenti triangoli.) & el penthagono c. & al triangolo d. sopra li duoi centri d. & e siano circonscritti duoi cerchi, l'uno sia, c.f. (per la decima quarta del quarto) & l'altro K. d. (per la quinta del medesimo.) Dico adonque che questi duoi cerchij delle predotte sphere (di quali l'uno circonscriue el penthagono c. & l'altro lo triangolo d.) sono equali, siano signati li duoi lati del penthagono c. continenti uno de suoi angoli per le lettere.

le lettere e.f.& f.g. sia protratta la linea e, g, laquale sotto tendi al angolo f. & lo semidiametro del cerchio elquale sia e. f. & ciascuno di lati del triangolo d. sia signato con le lettere K, h. & sia protratto il semidiametro del suo cerchio el quale sia d.k. & de poi sia tolta la linea l.m. alla quale la linea a.b (che è il diametro della assignata sphera) sia quincupla in potentia, laqual linea. l. m. sia divisa in ponto, n, secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi: & la sua maggior parte sia la linea l.n. & secondo la quantità di tutta la l. m. sia lineado il cerchio p.q. Adonque el semidiametro dil cerchio p. q. sia equale alla linea l. m. Et

(per el correlario della decima quinta del quarto) la linea l. m. è si come el lato del exagono equilatero, inscritto in lo cerchio p.q. adonque (per la terza di questo) la linea l.n. sarà si come il lato del decagono equilatero inscritto in lo medesimo cerchio. Adonque (per la undecima del quarto) sia inscritto uno pentagono equilatero in el cerchio p.q. delquale uno lato sia la p. q. Et (per la decima del decimotertio libro) lo quadrato della p.q. sarà equale alli quadrati delle due linee l. m. & l.n. tolti insieme. Et (per la demostratione della decima sesta del terzodecimo) è manifesto che la h, K, è equale alla p,q. Adonque el quadrato della h,k, e equale alli quadrati delle due linee l. m. & l.n. tolti insieme. Et (per la demostratione de la decima settima del decimotertio) è manifesto che la e.g. è il lato del cubo circonscrittibile dalla medesima sphera. Per laqual cosa (per el correlario della decimaquarta del terzodecimo la a,b, (che è il diametro della sphera) potentialmente e tripla alla e.g. che è il lato del cubo. & se la e. g. sia divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi (per la demostratione della decima settima del 13.) e manifesto che la e.f. e si come la maggior parte di quella. Adonque (per la seconda di questo) della e. g. alla l.m. e si come della e, f. alla l. n, perche si come e la tutta alla tutta cosi la maggior parte alla maggior parte. Adonque (per la vigesima seconda del sesto) el quadrato della e.g. al quadrato della l. m. e si come el quadrato della e.f. al quadrato della l.n per laqual cosa (per la decimaterza del quinto) li quadrati delle due linee e.g. & e.f. tolti insieme alli quadrati delle due linee l.m. & l.n. tolti insieme sono si come el quadrato della e, g. al quadrato della l,m, adonque (per la decima quinta del quinto & per le premenate & equa proportionalità) el treppio delli duoi quadrati delle due linee e, g, & e.f. tolti insieme alli quadrati delle due linee l.m. & l.n. tolti insieme è si come el treppio del quadrato della e.g. al quadrato della l. m. Ma el treppio del quadrato della

la,e.g.è tanto quanto el quadrato della,a.b.(per el correlario della decimaquarta del terzodecimo)& lo quadrato della,a.b,(per el tu suppositto) è quincuplo al quadrato della.l.m.adonque el treppio del quadrato della,e,g,è anchora quincuplo al quadrato della,l.m.per laqual cosa etiam el treppio di quadrati delle due linee,e,g,& e,f,tolti insieme è quincuplo alli quadrati delle due linee.l.m.& l.n.tolti insieme. Et perche eglie sta approuado che el quadrato della,h,b,è equale alli quadrati delle due linee,l,m,& l,n,tolti insieme. Seguita (per communa sententia)che el treppio delli quadrati delle,e.g,& e.f,sia quincuplo al quadrato della,h.K. Et per la ottaua del terzodecimo)è manifesto che el quincuplo del quadrato della,h,k,è quindecuplo del quadrato della,d,K,(cioe quindece uolte tanto) per el sempio è treppio. Et(per la quarta di questo) è manifesto che'l treppio di quadrati delle,e,g,& e,f,è quincuplo del quadrato della,e.f.perche el sempio è quincuplo adonque el quincuplo del quadrato della,e,f,è equale al quindecuplo del quadrato della,d,k,& pero(per la nona del quinto)el quadrato della,e,f,è equale al quadrato della,d.K.per laqual cosa etiam la linea,e,f,è equale alla linea,d,K,adonque (per la diffinitione di cerchij equali)lo cerchio che circonscriue el penthagono,c,è equale al cerchio che circonscriue el triangolo,d,laqual cosa dal principio era da dimostrare.perche li semidiametri di questi cerchij sono equali cioe la,e.f.& la.d.K.

Il Tradottore.

Doue che di sopra dice che la linea,h,K.(per la dimostratione della decima sesta del terzodecimo)sarà equale alla p.q.questo se uerifica perche in quella fu dimostrato che il diametro della sphera era quincuplo al mezzo diametro del cerchio de uenti base & che il lato del penthagono descritto nel detto cerchio era equale al lato del uenti base e pero in questo luoco il cerchio.p.q.uien a esser il cerchio del uenti base & il lato del penthagono di quello uien a esser il lato del uinti base,e per questo la linea.a.p.q.uien a esser equale al,K,h,(lato del uinti base.)

Theorema.6. Propositione.6.

6/3 Anchora il quadrato che è trentuplo del rettangolo che se contiene sotto della perpendicolare dutta dal centro del cerchio,che circonscriue un penthagono,della figura de dodice base,al lato del penthagono e sotto del lato di esso penthagono,el se conuience di necessità esser equale a tutte le superficie del corpo di dodeci base tolte insieme.

Sia el penthagono a.una delle dodeci base della figura del duodecedron, et uno di suoi lati sia la.b.c.& a quello(per la decimaquarta del quarto)sia circonscritto un cerchio sopra il centro,a,& siano tratte le linee.a.b.& a.c.et la.a d.perpendiculare alla.b c.Dico adonque che el trentuplo di quello che uien fatto dalla,a,d in la,b,c,è equale a tutte le superficie del duodecedron tolte insieme, perche eglie manifesto il penthagono,a,esser diuisibile in 5. triangoli equali al triangolo,a b.

xj per la ottaua del primo. *Conciosia adonque che tutti li dodeci penthagoni del duodecedron siano equali e simili al penthagono .a. so no diuisibili in sessanta triangoli di quelli, ciascun (per la ottaua del primo) è equale al triangolo, .a.b.c. & quello che vien fatto dalla, a.d. in la .b.c. (per la quadragesima prima del primo) e doppio al triangolo, .a.b, c. Adonque el trentuplo di quello che vien fatto dalla, a.d. in la .b.c. è sessantuplo al triangolo .a.b.c. (cioe sessanta uolte tanto quanto è il triangolo .a.b.c.) perche si come el sempio al sempio cosi è il doppio al doppio.*

Conciosia adonque che tutte le superficie del duodece dron tolte insieme siano etiam sessantuple al triangolo, a.b.c. (cioe sessanta uolte tanto quanto è il detto triangolo, a.b.c.) Seguita che el trentuplo di quello che vie fatto dalla, a.d. in la .b.c. sia equale a tutte le superficie del duodecedron tolte insie me, che è il proposito.

Theorema.7. Propositione.7.

7 *Anchora el quadrato che è trentuplo del rettangolo che è contenuto sot to della perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del triangolo della figura del vinti base a quello inscritto, & sotto del lato di quel triangolo, e equale a tutte le superficie della figura del vinti base tolte insieme.*

Sia anchora in questo loco el triangolo .e. una delle vinti base della figura del ycocedron, & uno de suoi lati sia la .f.g. Et a quello (per la quinta del .4.) sia circonscritto un cerchio sopra el centro .e. & siano protratte le linee, e.f. e.g. & la, e.h. perpendicolare alla .f.g. Dico adonque che el trentuplo di quello che vien fatto dalla .e.h. in la .f.g. è equale a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme cioe che tutte le superficie del ycocedron tolte insieme sono trenta uolte tanto quanto è lo rettangolo contenuto sotto della, e.h. & della .f.g. perche è manifesto el triangolo e. esser diuisibile in tre triangoli ciascuno di quelli (per la ottaua & quarta del 1.) è equale al triangolo .e.f.g. Adonque tutti li vinti triangoli del ycocedron tolti insieme (conciosia che tutti siano equali & simili al triangolo .e.) sono si come del sessantuplo del triangolo .e.f.g. Et perche (per la quadragesima prima del 1.) quello che vien fatto dalla .e.h. in la .f.g. è doppio al triangolo .e.f.g. E pero el trentuplo di quello è equale al sessantuplo di quello. Seguita che il trentuplo di quello che vien fatto dalla .e.h. in la .f.g. sia equale a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme laqual cosa era da dimostrare.

Correlario.

Adonque è manifesto che la proportione delle superficie delle figu-

ra de dodeci base (contenute in qualche sphera) alle superficie della figura de uinti base conclusa in la medesima sphera, è si come quella del rettangolo contenuto sotto del lato d'un penthagono di essa figura de dodeci base, & sotto della perpendicolare dutta dal centro del suo cerchio al lato di esso penthagono. Al rettangolo contenuto sotto del lato d'un triangolo di essa figura di uinti base, & della perpendicolare dutta dal centro del suo cerchio al lato di quel triangolo dil corpo di uinti base.

Egli è manifesto esser il uero quello che se conclude per el correlario, siano le figure del 12 base & la figura del 20. base circonscrittibile da una medesima sphera come se propone over se saranno etiam circonscrittibile da diverse sphere. Ma el se propone come queste figure siano circonscrittibile da una medesima sphera perche questo modo uale & è sufficiente al proposito adonque la commemorata verità di quello cosi se manifesta perche (per la 6. di questo) è manifesto che el trentuplo di quello che vien fatto dalla a.d. in la b.c. è equale a tutte le superficie del dodecedron tolte insieme, del quale el pentagono a,e una de le sue 12 superficie, & (per questa 7.) similmente è manifesto che il trentuplo di quello che vien fatto dalla e,h, in la f,g, è equale a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme dil quale el triangolo e, è una delle sue 20. base o sia che quel dodecedron & questo ycocedron una medesima sphera li circonscriue, ouer diuerse. Adonque la proportione del trentuplo della a,d, in la b,c. a tutte le superficie di quel dodecedron tolte insieme e si come quella del trentuplo della e,h, in la f,g, a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme per che l'una & l'altra proportione de equalità per laqual cosa permutatamente el trentuplo della a.d. in la b.c. al trentuplo della e,h, in la f,g, e si come tutte le superficie di quel dodecedron a tutte le superficie di questo ycocedrō: & (per la 15. del 5.) del trentuplo al trentuplo, e si come del semplio al semplio adonq; è manifesto (per la 11. del 5.) che la proportion di tutte le superficie di quel dodecedron a tutte le superficie di questo ycocedrō e come quella di quello che uiē fatto dalla a,d, in le b,c a quello che uien fatto dalla e,h, in le f,g, Et questo e quello che propone el correlario.

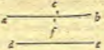
Theorema .8. Propositione .8.

8 La proportione de tutte le superficie del corpo de dodeci base tolte insieme, a tutte le superficie del corpo de uinti base tolte insieme (che siano da
o una medesima sphera circonscritti) e si come la proportione del lato del cubo, che circonscriue la medesima sphera, al lato del triangolo di quel medesimo corpo di uinti base.

Acciochè ogni dubitatione si parta del processo della demonstratione di questa 8. del 14. bisogna primamēte saper q̄sto. Che se alcuna linea sera diuisa secōdo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, e dalla mità di quella sia detratta tāto quanto è la mità della sua maggior parte anchora q̄lla medesima mità sera di

uisa

uisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & la sua maggior parte e si come la mita della parte maggiore della sua doppia, verbi gratia. Sia la, a.b diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi in ponto. c. & la maggior parte di quella sia la.a.c. & sia la.d.e, si come la mita della.a.b. & la d.f si come la mita della.a.c. Dico adonque che la.d,e, è diuisa in ponto, f. secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi & la maggior parte di quella è la, d f. Perche (per la. 15. del 5.) è manifesto che la proportione della.a.b. alla.a.c. è si come della.d.e. alla.d.f. (cioe el doppio al doppio) e si come el sempio al sempio. Per laqual cosa permutatamente della.a.b. alla.d.e. e si come della.a.c. alla. d.f. adonque (per la 19 del quinto) della, c,b, alla. f,e, è si come della.a,b, alla.d.e. adonque la.c.b. è doppia alla. f.e, perche cosi è la, a,b alla.d.e. Conciosia adonq; che tutta la.a.b. sia doppia a tutta la.d,e, e cosi ciascuna delle parti della.a.b. a ciascuna delle parti della.d,e, ca dauna alla sua relatiua. Per la qual cosa (per la 15. del quinto: & per la. 11. del medesimo, & per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi. (La linea, d,e, sarà diuisa in ponto f. si come se propone. Adonque al presente solicitemo alla demostratione di quello che fu proposto allo essempio del quale sia lo cerchio.a.b.c. (el centro del quale sia.d.) circonscribente un penthagono de. dodecedron & un triangolo de ycocedron. li quali una medesima sphera li circonscriua & concluda equalmente ambidui. Perche (per la 5. di quello) è manifesto che il medesimo cerchio circonscriue questo penthagono: & quel triangolo, & sia la linea.a.b lato del penthagono & la linea.a.c. del triangolo. & sia la linea, h, si come el lato del cubo circonscritto dalla medesima sphera. Dico adonque che la proportione de tutte le superficie del dodecedron tolte insieme a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme è si come la linea.h. alla linea, a, c, perche essendo producta dal centro.d. una perpendicolare al la, a,b laqual transisca per fina alla circonferentia segando la, a.b, in ponto.e, & l'arco di quella in ponto.f. Et è manifesto questa perpendicolare diuidere in due parti equale sia la linea.a.b. come l'arco di quella, La corda.a.b. (per la 2. parte della terza del terzo) & l'arco di quella (per la quarta del primo, & per la 27. del terzo.) adonq; l'arco.f.a, e la decima parte della circonferentia. Sia adonque sotto a quello tirata la corda.a.f laquale sarà el lato decagono equilatero di quel medesimo cerchio, adonq; (per la 9. del 13.) è manifesto che la linea composta dalla, d.f. & f.a, sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi & la maggior parte di quella sarà la linea.d.f. (Et per la prima di questo) la.d.e. è equale alla mità della.d.f. & alla mità della.f.a. congionte direttamente in longo. Sia adonq; la, d.g. perpendicolare alla.a.c. (& per el corelario della ottaua del 13.)



la g, d, sarà si come la mità della d, f. Adonque se della linea d, e, (laquale e si come la mità della d, f, e, (quando che la d, f, & f, e, fia una linea.) Sia detratto una equale alla d, g, (laquale è si come la mità della d, f,) La linea d, e, (per quello che fu approuado auanti questa) serà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi & la maggior parte serà si come la g, d, Et (per la demostratione della 17 del terzodecimo) è manifesto che se la linea b. (che e lato de cubo) sia diuise secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi la maggior parte di quella serà si come la a, b, che e lo lato del penthagono della figura de dodeci base. Adonque (per la seconda di questo) la proportione della b. alla a. b è si come e della d, e, alla g, d, per laqual cosa (per la prima parte della decima sesta del sesto) quello che preuiene dalla b, in la g, d, e equale a quello che vien fatto dalla a. b. in la d. e. Et (per el corrolario della precedente) e manifesto che la proportione de tutte le superficie del dodecedro, del quale el lato e la a. b, tolte insieme, a tutte le superficie del ycocedro, del quale el lato e la a, c, tolte insieme e si come di quello che vien fatto dalla a. b. in la d. e. a quello che vien fatto della a, c, in la g, d, Adonque, per la prima parte della settima del quinto, & vndecima del medesmo, la proportione di quello che preuiene dalla b, in g, d, a quello che preuiene dalla a, c, in la, g, d, e si come de tutte le superficie di quel dodecedron a tutte quelle di questo ycocedro. Ma di quello che peruiene dalla b, in la g, d, a, quello che peruiene dal a a. c. in la g, d, per la prima del sesto, e si come della b. alla a. c. Adonque, per a. 11. del. 5, la proportione di tutte le superficie di quel duodecedro a tutte quelle di questo ycocedron e si come della, b, alla, a, c, che è il proposito. Questo medesimo poteremo prouar altramente se auanti quello ponessemo vn antecedente necessario equale è questo.

Se in qualunque cerchio serà inscritto vn penthagono equilatero lo rettangolo che è contenuto sotto il dodrante del diametro di quel cerchio & sotto dextante di quella linea che tende sotto al angolo di quel penthagono de necessità el bisogna essere equale al medesmo penthagono.

Li nostri maggiori con lo intelletto & con la ragione diuideremo cadauno integro in dodeci parti equali e tutte quelle parti insieme (cioe quel tuto) lo chiamorno, Asse & le vndice di quelle parti gli dissero de vnce, Et le diece, dextante e le noue dodrante e le otto bisse & le sette, septunce ouer septante ouer quincunce & le sei semis, & le cinque quincunce & le quattro triente & le tre, quadrante & le due sextante, & la vna, adimandorno oncia. & quelle piu volte sono sta trouate in li antiqui libri designate per ordine tal figure.

tuto

Anchora la onza laqual hauemo detto douer esser la 12. parte del As la diuiderno in altre 12. frattioni, ma per vn altra via, pche la mita della onza gli dissono. Semioncia la terza parte del duella, la quarta sicilico, la sesta sextula, la ottaua dragma, la duodecima emissela, la 18. tremisse, la 24. scrupolo, la 48. obolo, la 72. bissilique, la 96. cerate, la ultima ch'è la 144. parte di essa oncia chiamorno silique, Et a queste 12. frattioni della oncia li posterieri, gli hanno eggionto el calco & lo carco e la 292. parte della oncia, del qual eggiongimento ne fu causa accio che el diatesseron & el diapente delle symphonie di toni & semitoni distinti per interualli di queste frattioni, la denominatione ascendesse ouer se estendesse per fina al minimo estremo: & tutte quelle frattioni li annotauano secondo l'ordine di tal figure.

Adonque el senso di quello che è detto è quello che se in alcun cerchio sia inscritto un penthagono equilatero, quello che uien fatto delli tre quarti del diametro del cerchio in li cinq: sesti della linea che sotto stide a uno delli angoli del penthagono inscritto è equale al penthagono unde gratia sia el cerchio, a, b, c, sopra el centro, d, & a, quello (per la 11. del 4) sia inscritto un penthagono equilatero del quale li duoi lati continenti uno di soi angoli siano la, a, b, & a, c, & al'angolo, b, sia sotto tesa la linea, a c, & sia tirado lo diametro b, d, e, el qual seghi la linea, a, c, in due parti equali in ponto, g, & sia la, d, f, la mità della, d, e, & la, g, b, doppia alla, h, c, & la, b, f, sarà el dodrante del diametro: perche è li tre quarti di quello, & la, a, h, sarà el dextante della, a, c, perche quella e li cinque sesti di quella & sia tirata la linea, a, d. Dico che quello che peruiene dal la, b, f, in la, a, h, è equale el penthagono inscritto in el cerchio (perche conciosia che la, a, g, sia perpendiculare alla, b, d. (per la quadragesima prima del primo) quello che peruiene della, b, d, in la, a, g, sarà doppio al triangolo, a, b, d, E pero quello che peruiene della, b, f, in la, a, g, sarà treppio al medesimo triangolo, & quello che peruiene della, b, f, in la, h, g, sarà doppio, & dalla, b, f, in tutta la, a, h, serà quintuplo. Concio sia adonque, che tutto el penthagono sia quintuplo al medesmo triangolo. Eglie manifesto che quello che uien fatto della, b, f, in la, a, h, è equale al penthagono. Et questo era da dimostrare. Hor demostramo quello che fu proposto dal principio per un'altra uia si come fu promesso. Sia adonque in el cerchio, del qual el centro sia, b, inscritto un penthagono della figura dedodeci base & un

triau-

triãgolo della figura de vinti base liquali vna medesima sphera li circōscriua. Et
(per la 5. di questo) è manifesto che el penthagono di questo dodecedron et lo triã
golo di quello ycocedron, sono circondutti dal medesimo cerchio, & sia lo pētha
gono, a, b, c, d, e, & lo triãgolo, a, f, g, & lo angolo, a, del penthagono sia sutto te
sa la linea, b, e, laquale (p la demonstratione della decima settima del terzo deci-
mo) sarà el lato del cubo che circōclude la medesima sphera. Adunque sia tirato
lo diametro, a, h, K, el qual sega orthogonalmente, & in due parti equali l'una et
l'altra delle due linee, b, e, & f, g, l'una in ponto, l, & l'altra in pōto, m. Dico adō
que che la proportione de tutte le superficie del dodecedrō a tutte quelle del yco
cedrō (delli quali el pēthagono, et triãgolo siano descritti in el medesimo cerchio)
è si come della linea, b, e, (che è lato del cubo circōcluso dalla medesima sphera,
alla linea, f, g, che è lato del triãgolo del ycocedro.) Perche (p lo correlario della
8. del. 13.) è manifesto, che la linea, h, m, è la mità della linea, a, h. E pero la li-
nea, a, m, sarà el dodrante del diametro, a, K, (pche la è li tre quarti di qllo.) Sia
adōque la, l, n, doppia alla, n, e, & la, b, n, sarà lo dextãte della, b, e, perche la è li
cinque sesti di quella. Adōque (per lo premesso antecedente) quello che perviene
della, a, m, in la, b, n, sarà equale al penthagono, a, b, c, d, e, & quello che perviene
della, a, m, in la, m, f, è equale al triangolo, a, f, g. Adōque (per la 1. del 6.) la pro
portione del pēthagono al triãgolo, è si come la, b, n, alla, m, f, per laqual cosa el
quincuplo di quel pēthagono al vigintuplo di questo triãgolo è si come el dodecu
plo della linea, b, n, al vigintuplo della linea, m, f, laqual cosa è manifesta (per la
15. propositione del 5. lib.) & per la equa proportionalità, & lo dodecuplo del
la, b, n, è si come, el decuplo della, b, e, perche dodeci dextanti se equalizano a die-
ce assi, cioè diece tutti, & lo vigintuplo della, m, f, è si come al decuplo della, f, g,
perche la, f, g, è doppia alla, m, f. Adōque el dodecuplo de questo penthagono; al
vigintuplo di questo triangolo: e si come el decuplo della, b, e, al decuplo della,
f, g. Et perche el dodecuplo di quel pēthagono, e tutte le superficie del dodecedrō
Et lo vigintuplo di questo triãgolo e tutte le superficie del ycocedron. Et perche
per la. 15. propositione del 5. el decuplo della, b, e, al decuplo della, f, g, e si come
la, b, e, simplice alla, f, g, simplice, per la undecima propositione del quinto libro,
la proportione de tutte le superficie del dodecedron, tolte insieme, a tutte le super
ficie del ycocedron, tolte insieme, sarà si come della, b, e, alla, f, g, & questo e quel
lo che bisognava dimostrare.

Theorema. 9. Propositione. 9.

9 Qualunque linea divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi
o estremi, La proportione della linea potente sopra a tutta la linea & alla mag
gior parte di quella, alla linea potēte sopra la tutta & la minor parte di quel
la, sarà si come la proportione del lato del cubo al lato del triangolo del corpo
de vinti base contenuto in la medesima sphera con quello.

Sia la linea, a, b, divisa secondo la proportione havēte il mezzo et duoi estreni & la maggior parte di quella sia la linea, a, c, & sopra il centro, a, secondo la quãtità della linea, a, b, sia descritto il cerchio, d, b, e, & à quello sia inscritto, per la undecima del quarto, uno penthagono equilatero del quale, la, d, e, sia un la to et per la seconda del medesimo, gli sia etiã iscritto uno triãgolo equilatero del quale la, d, f, sia uno la to; & a uno delli angoli del penthagono, qual sia, d, sia sotto tesa la linea, e, g, Adonque, per la quinta di questo, è manifesto che la sphera che circonscrive el dodecedron de quei penthagono, del quale un lato e la, d, e, circonscrive insieme lo ycocedron de quel triã golo del quale un lato e la, d, f, Et per la demonstratione della decima settima del terzo decimo, e mani festo che la medesima sphera circonscrive el cubo del quale la, e, g, è el suo lato, adonque sia tolta la linea, b, potente sopra tutta la, a, b, & la sua maggior parte, a, c, & similmente la, K, potente sopra tutta la, a, b, & la minor parte, b, c, di quella. Dico adonque, che la proportione della, e, g, alla, d, f, cioe come del lato del cubo, al lato del triangolo del ycocedron contenu to insieme cõ esso cubo dalla medesima sphera, è si co

me della, b, alla, K. Perche egliè manifesto, per el correlario della. 15. del quar to, che la, a, b, è si come el lato del exagono equilatero inscritto in lo cerchio, d, b, d, e, Adõque, per la terza di questo, la, a, c, è si come el lato del decagono del me desimo cerchio. Adonque, per la decima del terzodecimo, la, d, e, e potente so prã tutta la, a, b, & alla maggior parte, a, c, di quella. per la qual cosa, la, d, e, e equal alla, b, perche el quadrato di cadauna di quelle e tanto quanto li quadra ti delle due linee, a, b, & a, c, tolti insieme, & e manifesto per la ottava, del. 13. che la, d, f, e treppia potentialmente alla, a, b, & per la. 5. del medesimo, e mani festo che la, K, e ancbor treppia potentialmente alla, c, Adonque (per la 2. parte della 22. del sesto) la proportione della, d, f, alla, a, b, e si come quella della, K, al la, c, per laqual cosa permutatamente della, d, f, alla, K, e si come della, a, b, al la, c, & perche (per la demonstratione della, 17. del 13.) e manifesto che se la, e, g, sia divisa secondo la proportione bavente il mezzo e dui estremi la mag gior parte di quella sarà si come la, d, e, (per la, 2. parte di questo) la proportione della, e, g, alla, d, e, sarà si come della, a, b, alla, a, c, Per laqual cosa (per la 11. del 5.) sarà anchora dell'a, e, g, alla, d, e, si come della, d, f, alla, K, & permutatamen te della, e, g, alla, d, f, si come della, d, e, alla, K, & perche (per la 1. parte della 7. del 5.) della, d, e, alla, K, sarà si come della, b, alla, K. (imperoche la, d, e, et la, b, sono equale (per la, 11. del. 5.) della, e, g, alla, d, f, sarà si come della, b, alla, K, che e il proposito. & nõ solamente la proportione, della, e, g, (lato del cubo) alla, d, f, lato del triangolo del ycocedron, e si come della, b, alla, K, anzi e simplicemẽte si

come

stone di qualunque due linee (de l'una al'altra) de lequale l'una possi sopra tutta qualunque linea divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi & sopra la maggior parte di quella, & l'altra sopra la tutta, & la minor parte di quella. Perche de tal linee a una per una e una medesima proportione. verbigratia stante li medesimi presuppositi circa alle linee, a, b, h, & K, & sia tolta auelata qualunque altra linea (laqual sia, l, m,) divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi in ponto, n, & la maggior parte sia la, l, n, Et sia la, p, potente sopra tutta la, l, m, & sopra la, l, n, maggior parte di quelli et la linea, q, sia potente sopra tutta la, l, m, & sopra la, m, n, minor parte di quella. Dico adonque che la proportione della, p, alla, q, è si come della, h, alla, K, perche (per la seconda di questo libro) è manifesto che della, b, a, alla, c, è si come della, l, m, alla, l, n, adonque (per la prima parte della vigesima seconda del sesto) del quadrato della, b, a, al quadrato della, a, c, è si come del quadrato della, m, l, al quadrato della, n, l, per laqual cosa congiontamente, del quadrato della, h, al quadrato della, a, c, è si come del quadrato della, p, al quadrato della, l, n, Et permutatamente del quadrato della, h, al quadrato della, p, è si come del quadrato, a, c, al quadrato della, l, n, (per lo medesimo genere de argumentatione) seguita che la proportione del quadrato della K, al quadrato della, q, è si come del quadrato della, c, b, al quadrato della, n, m, & perche (per la seconda di questo, & per la prima parte della vigesima seconda del sesto) lo quadrato della, a, c, al quadrato della, l, n, è si come lo quadrato della, c, b, al quadrato della, m, n, (per la 11. del 5.) lo quadrato della h, al quadrato della, p, è si come el quadrato della K, al quadrato della, q, per laqual cosa (per la seconda parte della 22. del sesto della h, alla, p, è si come della, K, alla, q, Et permutatamente della, h, alla, K, si come della, p, alla, q, laqual cosa era da dimostrare.

Hora, acciochè alcũ loco de dubitatione nõ ci offuschi in quelle cose che restano da dimostrare, havemo imaginado di mãdar avãti al presente, alcune propositioni, per lequale le cose seguente rimaneranno ferme & stabile per dimostrationi.

Se alcuna superficie piana, segharà qual si voglia sphera, la commune settione della superficie piana che segha, & della superficie curva della sphera sarà una circonferentia laquale contenerà un cerchio.

Sia adõque alcuna superficie piana che seghi una sphera, et sia la linea curva, a, b, la cõmune settione della superficie segante, & della superficie della sphera. Dico che la linea, a, b, è circonferentia d'un cerchio, perche over che il cẽtro della sphera è in la superficie piana che sega over che egliè fora di detta superficie. Ma s'el sarà in quella, sia posto, dove si voglia, & sia el ponto, c, perche adonque tutta la linea, a, b, è in la superficie della sphera et perche tutte le linee dutte dal centro della sphera alla circonferentia di quella, sono equale (si come è manifesto per la diffinitione della sphera seguita che tutte le linee dutte dal ponto, c, alla linea a, b, siano equale. Adonque (per la diffinitione del cerchio) la superficie che contiene la linea, a, b, è un cerchio, & il centro di quello è il ponto, c, cioè quel medesimo che è centro della sphera. Ma sel centro della sphera sarà fuora della superficie segante, adonque sia posto che sia el ponto, d, (sia doue si voglia) dal quale (secondo la dottrina della undecima del 11.) sia dut a la linea, d, c, perpendicolare alla superficie segante, & dal medesimo centro, d, siano protratte due linee rette (caschino come si voglia) alla linea, a, b, le quai le siano, d, a, & , d, b, & sia congionto, c, con, a, & con, b, & le due linee, d, a, & , d, b, saranno equale, impero che quelle uengono dal centro della sphera alla superficie di quella. Et (per la diffinitione delle linee perpendicolare a una superficie) è manifesto che li angoli, d, c, a, & , d, c, b, sono retti, E però (per la penultima del primo & (per questa commune scientia, quelle cose che sono equale a una istessa sono equale fra loro sono equali.) Li quadrati delle due linee, c, d, & , c, a, tolti insieme saranno equali alli quadrati delle due linee, d, c, & , c, b, tolti insieme adonque leuato uia da l'una banda & da l'altra lo quadrato della, d, c, lo quadrato della, c, a, sarà equale al quadrato de la, c, b. Per laqual cosa etiam la linea, c, a, sarà equal alla linea, c, b, per lo medesimo genere de argumentatione è necessario che tutte le linee dutte dal ponto, c, alla linea, a, b, esser equale. Adonque (per la diffinitione del cerchio) la superficie che contiene la linea, a, b, è, un cerchio & il centro di quello è il ponto, c, che è il proposito.

Correlario.

Adonque da questo è manifesto che quando una superficie sega una sphera sopra il centro di quella. Lo settore che peruiene in la superficie della sphera e una linea continente un cerchio, el centro della quale è centro della sphera. Et quando una superficie sega una sphera, non sopra il centro di quella anchora lo settore che peruiene in la superficie della sphera e una linea continente un cerchio el centro del quale, e quel ponto in el quale taglia la perpendicolare dutta dal centro della sphera alla superficie segante, & piu dico che se in alcuna sphera saranno cerchij equalile perpendicolare dutte dal centro della sphera alla superficie di quelli cerchij saranno fra loro equale.

Sia in la sphera (della quale el centro, e, a. Signati li dui cerchij, b, & , c, equali alla superficie di quali siano protratte le perpendicolar dal centro della sphera cioè dal ponto, a, (si come insegna la 12. del 11.) a l'uno sia la linea, a, b, a l'altro la linea, a, c. Dico che le due linee, a, b, & , a, c, sono equale perche se siano protratte dalli ponti. b, & , c, alla circonferentia de quelli due linee rette delle quale l'una sia, b, d, & l'atra, c, e, & sia giunto, a, con, d, & con, e, E (per la diff-

diffinitione della linea che stia perpendicolarmẽte sopra una superficie, l'uno & l'altro di duoi angoli, a, b, d, & a, c, e, e retto, & per la seconda parte del precedẽte corrolario, e manifesto che li duoi ponti, b, & c, son cẽtri di duoi cerchij, b, et c, E per le due linee, b, d, & c, e, sono li semidiametri di quegli, i quali cerchij quãdo che sian posti equali. Seguita, per la diffinitione di cerchij equali, questi semidiametri esser equali, & perche le due linee, a, d, & a, e, sono equale, perche sono dutte dal centro della sphera alla superficie di quella, le due perpendicolare, a, b, & a, c, saranno equale, per la penultima del primo, laqual cosa bisognaua dimostrare adonque al presente ritornamo al proposito.

Theorema. 10. Propositione. 10.

La proportione del corpo del dodecedron, al corpo del icocedron, liquali ambidui fiano inclusi in una medesma sphera, e si come de tutte le superficie di quello tolte insieme a tutte le superficie di quello tolte insieme.

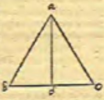
Questo è quello che di sopra commemorassemo dapoi la demostratione della prima di questo, per auttorità di Aristeo, & de Apollonio la demostratione della quale: se caua euidentemente dalle cose che sono poste di sopra. Perche, per la 5. di questo, e manifesto che li cerchij di quali l'uno circonscriue un penthagono del dodecedron, & l'altro lo triangolo del ycocedron, che una medesima sphera circonscriua ambidui li detti corpi, sono fra loro equali. Adonque le perpendicolare dutte dal centro della sphera alle superficie de tutti li cerchij che circonscriuano li penthagoni di questo dodecedron, & li triangoli di quello ycocedron cadente in li centri di quelli saranno fra loro equale, si come dalle cose premesse è manifesto. Perche tutti questi cerchij, come testifica la quinta propositione di questo, come e detto, sono fra loro equali. Adonque le pyramide delle quale le base sono li penthagoni del dodecedron: & li coni di quelli sono el cẽtro della sphera. & le pyramide, delle quale le base sono li triangoli del ycocedron: & li coni di quelle sono similmente el centro della sphera, sono equalmente alte: perche le perpendicolari che cascano dalli coni alle base misurano over determinano la altezza de tutte le pyramide. & le pyramide equalmente alte e necessario esser proportionale alle sue base, si come in la sesta del duodecimo e stato prouado. Adonque la proportione della pyramide della quale la base e un penthagono del dodecedron, alla pyramide della quale, la base e uno di triangoli del ycocedron, e si come del penthagono al triangolo. E però per la uigesimaquarta propositione del quinto libro, la proportione del dodecuplo di quella pyramide, della quale la base e uno di penthagoni del dodecedron, alla pyramide della quale la base e uno di triangoli del ycocedro, e si come del dodecuplo di quel penthagono a questo triangolo. & queste dodeci pyramide delle quale le base sono li dodeci penthagoni del dodecedron sono tanto quanto tutto el corpo di esso dodecedron. Et li duodeci penthagoni tanto quanto tutte le superficie di quello. Adonque la proportione del corpo, del dodecedron alla pyramide della quale la basa è un triangolo del ycocedron: e si come la proportione di tutte le superficie del dodecedron al triangolo del ycocedron. Per la qual cosa (un'altra volta per la uigesimaquarta propositione del quinto libro) la proportione del corpo del dodecedron al uintuplo di quella pyramide della quale la basa è un triangolo del ycocedron, e si come de tutte le superficie del dodecedron al uintuplo del triangolo del ycocedron. Conciosia adonque che el uintuplo di questa pyramide, sia tanto quanto tutto el corpo del ycocedron, & il uintuplo di questo triangolo si come tutte le superficie di quel ycocedron: La proportione del corpo del dodecedron, al corpo del ycocedron, liquali circonclude una medesima sphera) sarà si come la proportione di tutte le superficie del corpo del dodecedron tolte insieme a tutte le superficie del corpo del ycocedron tolte insieme, Et questo è la fissa sententia & la ferma e solida demonstratione di predetti philosophi della proportione di quelli duoi corpi. Alla quale anchora egli de esser aggionte questo. Et conciosia che la proportione del lato del cubo al lato del triangolo del corpo del ycocedron (quando che insieme siano circonclusi da una medesima sphera) sia si come la proportione de tutte le superficie del corpo del dodecedron tolte insieme a tutte le superficie di quel ycocedron inclusi in la medesima sphera (si come fu dimostrato in la ottaua propositione di questo) la proportione del corpo del dodecedron al corpo del ycocedro (che una medesima sphera circonuolue) sarà (per la undecima propositione del quinto libro) si come la proportione del lato del cubo (inscrittibile a quella medesima sphera) al lato del triangolo di quel ycocedron. Ma piu, perche la diuisa (qual si uoglia linea) secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi. La proportione della linea potente sopra la tutta & la maggior parte di quella, alla linea potente sopra tutta & la minor parte di quella, e si come del lato del cubo inscrittotin alcuna sphera: al lato del triangolo del corpo del ycocedron circonscritto dalla medesima sphera, (si come fu dimostrado dalla nona propositione di questo.) Etiam (per la undecima propositione del quinto) sarà che diuisa qualunque linea secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, la proportione della linea potente sopra la tutta et la maggior parte di quella, alla linea potente sopra la tutta & la minor parte di quella, sia si come la proportione del corpo del dodecedron al corpo del ycocedron, liquali una medesima sphera li circonscriua ambidui. Adonque dalle cose dette è manifesto, che la proportione del lato del cubo inscritto in alcuna sphera, al lato del triangolo del ycocedron dalla medesima sphera circonscritto. Similmēte la proportione de tutte le superficie del dodecedron, a tutte le superficie del ycocedron (liquali siano ambidui circonscritti da una medesima sphera.) Anchora la proportione della linea potente sopra qual si uoglia linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi: & sopra la maggior parte di quella: alla linea potente sopra la medesima, & sopra la minor parte di quella, & similmente anchora la proportione del corpo del dodecedron al corpo del ycocedron (liquali circonscriua una medesima sphera)

e una

e una medesima proportione. Adonque e mirabile la possanza della linea divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi istremi, alla quale conciosia che tutta la moltitudine de philosophanti convengono in questo principio degno di admiratione, over el principio procede dalla natura invariabile delli principij superiori, che si diversi solidi si de grandezza come de numero di base, si etiã de figura, concordi rationabilmente una irrational concordia certamente eglie stato dimostrado, che la proportione del corpo del dodecedron al corpo ycocedron, che circonscrivina una medesima sphera, e si come la proportione della linea potente sopra qualunque linea divisa secondo la proportione havẽte il mezzo e duoi estremi, & sopra la maggior parte di quella, a qualunque linea potente sopra la medesima: & la minor parte di quella. Et perche de li altri tre corpi regolari non havemo detto cosa alcuna. Studiamo di dire qualche cosa di quelli.

Theorema. 11. Propositione. 11.

11 In ogni triangolo equilatero, se da uno di suoi angoli sia condutta una per
0 pendicolare alla basa, el lato del medesimo triangolo conviene esser sesquiatero in potentia a essa perpendicolare.



Sia el triangolo, a, b, c, equilatero, et del angolo, a, sia condutta la linea, a, d, perpendicolare alla basa, b, c, Dico che lo lato, a, b, è potentialmente sesquiterzo alla, a, d, perche, per la quinta del primo, li duoi angoli, b, & c, sono equali, & perche li angoli che sono al, d, sono retti, per la vigesima sesta del primo, la linea, b, c, e divisa in due parti equali in ponto, d, Adonque per la quarta del secõdo, lo quadrato de lla, b, c, e quadruplo al quadrato della, b, d, E pero etiã lo quadrato della, a, b, e quadruplo al quadrato della, b, d, perche el triãgolo e equilatero, per laqual cosa, per la penultima propositione del primo, li quadrati delle due linee, a, d, & b, d, tolti insieme, sono quadrupli al quadrato della, b, d, Adonque lo quadrato della, a, d, e treppio al quadrato della, b, d, Adonque e manifesto il proposito.

Theorema. 12. Propositione. 12.

12 La superficie de ogni triangolo equilatero, del quale el lato e rationale,
0 se approva esser mediale.

Sia come prima el triãgolo, a, b, c, equilatero: et lo lato, a, b, di quello sia rationale over in longhezza over solamente in potentia. Dico adonque che esso triangolo, e superficie mediale, perche se sia dutta dal angolo, a, la perpẽdicolare a, d, alla basa, per la precedente, & per la sesta del decimo: & per la diffinitione del la superficie rationale, lo quadrato della linea, a, d, sarà rationale & la linea, a, d, sarà rationale in potẽtia, et quella, per la ultima parte della nona del 10. mediante la precedente, sarà incommensurabile alla linea, a, b, E pero etiam alla

 linea.

linea, b, d, laquale e si come la mità di quella. Adonque le due linee, a, d, & b, d, sono rationale communicante solamente potentialmente. Adonque, per la uigesimaterttia del decimo, la superficie di l'una di quelle in l'altra e mediale, Et concesia che la superficie di l'una di quelle in l'altra sia equale al triangolo, a, b, c, eglie manifesto esser il uero quello che hauemo detto.

Theorema. 13. Propositione. 13.

13 Tutte le superficie de qual si uoglia di duoi solidi, di quali l'uno e la pira-
o mide di quattro base triangolare & equilatere. & l'altro e il corpo di otto base triangolare, & equilatere: tolte insieme, se il diametro de la sphera che li circonscriue serà rationale, componeno superficie mediale.

Perche se il diametro della sphera, che circonscriue l'uno di questi duoi corpi proposte, sarà rationale, o in longhezza, o solamente in potentia, per el correlario della decimaterza propositione del terzodecimo lib. el lato della pyramide sarà rationale in potentia: et per el correlario della decimaquinta del medesimo, el lato del medesimo corpo de otto base sarà anchora rationale in potentia. Per laqual cosa, per la precedente, li triangoli che sono base del qual corpo si uoglia de questi duoi: saranno superficie mediale, & perche li triangoli di qual si uoglia de quelli, sono fra loro equali, tutte le superficie tolte insieme de qual si uoglia de quelli, per la uigesima quinta del decimo, saranno componente superficie mediale si come si propone.

Theorema. 14. Propositione. 14.

14 Se una medesima spera circonscriue, il tetracedron & lo ottocedron, una
o delle base del tetracedron sarà sesquitertia a una delle base del ottocedron. Et tutte le base del ottocedron, tolte insieme, a tutte le base del tetracedron, tolte insieme è necessario hauere proportione sesquialtera.

Sia, a, el diametro de alcuna sphera circonscribente le pyramide della quale el lato sia b, & lo ottocedron del quale el lato sia, c, Dico adonque: che el triangolo equilatero del quale el lato sia, b, e sesquitertio al triangolo equilatero del quale el lato sia, c, Et che la superficie che componeno, li otto triangoli de cadauno di quali la, c, e lato e sesquialtera alla superficie che componeno li quattro triangoli equilateri de cadauno di quali la, b, e lato. perche, per el correlario della 13. propositione del terzodecimo, e manifesto che el quadrato della, a, al quadrato della, b, e si come, 6. a. 4. Adonque al contrario el quadrato della, b, al quadrato della, a, e si come, 4. a. 6. Et per el correlario della decimaquinta del medesimo, e manifesto che el quadrato della, a, al quadrato della, c, è si co-è si come,6,a,3, Adõque (per la equa ꝓportionalità) el quadrato della,b,al quadrato della,c,è si come.4.a.3. & lo quadrato della,b, al quadrato della,c,è si come el triãgolo equilatero (del quale el lato,c,b,) al triãgolo equilatero del quale el lato è,c, Perche da l'uno a l'altro è si come la proportione della,b,alla,c, duplicada (per la seconda parte della decima ottaua del sesto.) Adonque lo triangolo equilatero del quale el lato è la,b,al triangolo equilatero del quale el lato e la, c,e si come 4,a,3, Per la qual cosa è manifesto la prima parte del proposito, dal la quale si caua euidentemente la secõda. Perche, per la conuersa proportionalità, lo triangolo equilatero del quale el lato e la,c,al triãgolo equilatero del quale el lato e la,b, sarà si come tre a quatro. E pero lo ottuplo del triangolo equilatero del quale el lato la,c,al quadruplo del triangolo equilatero del quale el lato e la,b,è si come lo ottuplo del ternario al quadruplo del quaternario cioe si come de,24,a,16. Et perche lo ottuplo del triangolo equilatero del quale el lato e la, c,è tutte le base del ottocedron del quale la,c,è lato, & lo quadruplo del triangolo equilatero del quale la,b,è lato e tutte le base della pyramide della quale la,b, è lato, & perche la proportione de uentiquatro a sedeci e sesquialtera, seguita, che la superficie che componeno tutte le base del ottocedron del quale la,c,è lato alla superficie che componeno tutte le base della pyramide della quale la,b,e lato e sesquialtera si come fu detto in la proportione.

Theorema.15. Propositione.15.

15 o Della piramide di quattro base triangolare & equilatere, collocata dentro di una sphera, se da uno di suoi angoli sia condutta una linea retta, per el centro della sphera, alla basa, quella e necessario cascare in el centro del cerchio che circonscriue la basa, & stare perpendicolarmente dentro alla medesima basa.

Sia la pyramide,a,b,c,d, di quattro base triangolare & equilatere collocata dentro di una sphera; el centro della quale sia,f, Et conciosia che cadauno di quattro angoli di questa pyramide po esser cono di quella, & cadauno di quattro triangoli po esser basa. Al presente imaginemo lo angolo,a, solido di quella esser el cono, & lo triangolo,b,c,d, imaginemo esser la basa. Anchora a questa basa imaginedemo essergli circonscritto il cerchio,b,c,d, Et da poi dal ponto,a, (el quale hauemo imaginato cono della pyramide) cõducemo alla basa,b,c,d, una linea retta, che transisca per el ponto,f, (che e cẽtro della sphera che circõscriue la pyramide della qual disputamo) e questa linea occorre alla superficie,b,c,d, (la qual hauemo imaginato basa della pyramide) sopra el põto,e, Dico adonque che el põto,e, e cẽtro del cerchio,b,c,d, e che la linea,a,f,e, e perpẽdiculare alla superficie,b,c,d. E per dimostrar questo produro le linee,f,b,f,c,f,d, Et perche li quattro ponti, a, b, c, d, sono in la superficie della sphera (el cētro del la quale è il pōto, f,) (Per questo che eglie stato posto quella sphera circonscriue questa pyramide) tutte le quattro linee, f, a, f, b, f, c, f, d, sarāno fra loro equale, pche sono dutte dal cētro della sphera, alla superficie di quella. Adōque perche li duoi lati, a, f, et f, b, del triāgolo, a, f, b, son equali alli duoi lati, a, f, et f, c, del triāgolo, a, f, c, et la basa, a, b, alla, a, c, (perche la pyramide fu posta equilaterā) lo angolo, a, f, b, per la ottaua del primo, sarà equale a l'angolo, a, f, c, E pero, per la decimatertia del primo, anchora lo angolo, b, f, e, sarà equale a l'angolo, c, f, E per lo medesimo modo tu approuarai l'angolo, d, f, e, esser equale al angolo, c, f, e, per che eglie necessario, per la ottaua del primo, che lo angolo, a, f, e, sia equale al angolo, a, f, d, per laqual cosa, per la. 13 del 1. anchora l'angolo, c, f, e, sarà equale a lo angolo, d, f, e, Adonq; li tre anguli, b, f, e, c, f, e, d, f, e, sono fra loro equali, pro tratte adōque le linee, e, b, e, c, & c, d, seguita, per la. 4. del primo tolta due uolte, quelle esser fra loro equale. E pero, per la. 9. del terzo, e ponto, e, è centro del cerchio, b, c, d, E perche la perpendicular dutta dal centro della sphera alla superficie di qualunque cerchio che seghi quella, cade sopra el centro del medesimo cerchio, si come per le cose che sono sta poste di sopra: cioe come intendesti de quelli antecedenti li quali precedeno immediate la decima di questo, se conuene la linea, a, f, e, esser perpendiculare alla superficie del cerchio, a, b, c, si come se propone, Essendo altramente (per lo aduersario, saranno duoi centri del medesimo cerchio laqual cosa la natura si come impossibile nol patisse.

Theorema. 16. Propositione. 16.

16 El solido de otto base triangolare, & equilatere, el quale, sia circonscritto
0 di alcuna sphera, e diuisibile in due piramide equalmente alte la altezza delle quale è equale al mezzo diametro della sphera. et la basa di l'una e de l'altra è un quadrato, el quale è subduplo al quadrato del diametro della sphera.

Sia un corpo de otto base triāgolare, & equilatere li sei angoli del quale siano, a, b, c, d, e, f, cir conscritto da una sphera el centro della quale sia el pōto, g, adōque è manifesto che li sei ponti, a, b, c, d, e, f, sono in la superficie della sphera el centro della quale è il pōto, g. Adonque congiongendo el ponto, g, con cadauno di quelli sei ponti, le linee congiongente quello saranno fra loro equale, cōciosia che quelle siano dutte dal centro della sphera alla superficie: & conciosia che, per el correlario della decimaquinta del terzodecimo, el diametro della sphera sia potentialmente doppio al lato di questo corpo, per la quarta del secōdo, el lato di questo corpo sarà potentialmente doppio al semidi midiametro della sphera. Adonque el quadrato della, c,f, e doppio al quadrato della, c,g, E però e equale alli duoi quadrati delle due linee, c,g, & g,f, Adōq; per la ultima del primo, lo angolo, c,g,f, e retto per la medesima ragione cadauno delli tre angoli, f,g,d, d,g,e, et e,g,c, e retto, per laqual cosa, (p la decima quarta del primo) la, c,g,d, & la, f,g,e, e una linea. Adonque, per la secōda del undecimo, li cinque ponti, c,f,d,e,g, sono in una superficie. &, per la quinta del primo, & trigesima seconda del medesimo, e manifesto che cadauno delli quatro angoli, c,e,d,f,c, esser retto, adonque, per la diffinitione del quadrato, la superficie, c,e,d,f, e quadrata: Et perche el lato di quella e il lato del proposto corpo, per el correlario della 15. del decimo terzo, questo quadrato e manifesto essere subduplo al quadrato del diametro della sphera, anchora con simil argumentatione e manifesto l'una & l'altra delle due linee, a,g, & g,b, contenere angolo retto con cadauna delle quattro linee, c,g, f,g, d,g, e,g, E però, per la quarta del undecimo, l'una e l'altra de quelle e manifesto esser perpendicolare alla superficie, c, e,d,f, & ambedue, cioe la, a,g, & la, g,b, per la decimaquarta del primo, compo nere una linea. Adonque el proposto corpo e diviso in la pyramide, a,c,f,d,e, la basa della quale e il quadrato, c,e,d,f, el quale e subduplo al quadrato del diametro della sphera & anchora la altezza e la linea, a,g, laquale e el semidiametro della sphera. et in la pyramide, b,c,f,d,e, la basa della quale e il predetto quadrato, & la altezza di quella e la linea, g,b, laqual e il semidiametro della sphera, e questo e quello che bisognava dimostrare.

Theorema. 17. Propositione. 17.

17 *La pyramide di quatro base triangolare, & equilatere circonscritta da al cuna sphera. La proportione del rettangolo contenuto sotto la linea potential mente subsesquitertia al dodrante del lato di essa pyramide, & sotto a quella linea contineante il medesimo dodrante &, delle venti sette parte le cinque del medesimo dodrante al quadrato del diametro della sphera, sarà si come del corpo di quella piramide, al corpo de otto base triangolare, & equilatere, liquali siano circonscritti dalla medesima sphera.*

Sia una sphera el diametro della quale sia la, a,b, et el cētro, h, laqual circonscriva la pyramide di quatro base triangolare & equilatere, a,c,d, Et lo corpo de otto base triangolare e equilatere: el qual sia, e, & sia la linea, l,m, potentialmēte subsesquitertia al dodrāte della linea, a,c, ch'e lato della pyramide, e la linea m,n, cōtenga il medesimo dodrante & li 5. vintisette simil di quello, & sia, o, el quadrato del diametro, a, b, Dico adonque che la proportione della piramide, a, c,d, al ottocedrō, e, e si come della superficie della, m,l, in la, m,n, al quadrato, o,

perche

perche se imaginiamo l'angolo solido, a, esser cono della pyramide. Et la basa della pyramide (della quale el lato è la. d. c.) segare el diametro della sphera in põto f. Et (per la argumẽtatione della decimaterza del terzodecimo. sarà manifesto si come la, a, f, è doppia, alla, f, h, & cõciosia che anchor la, a, h, sia doppia alla, h, h, per la 19. del 5. la, h, sarà doppia alla, h, f. Et pero la, a, f, sarà quadrupla alla, f, h, Adõque imaginemo una superficie segãte la pyramide, a, c, d, sopra il cẽtro della sphera equidistãtemente alla basa di quella et sia la linea, g, k, la cõmune settione di questa superficie, & del triangolo, a, c, d, Et per la 17. del undecimo, la proportione della, c, a, alla, a, g, sarà si come della, f, a, alla, a, h, Adonque della, c, a, alla, a, g, sarà si come da quattro a tre. Perche per la euersa proportionalità, così è della, f, a, alla, a, h, Anchora e manifesto, per la seconda parte della uigesima nona propositione del primo libro, & per la decima sesta propositione del undecimo, & per la decima propositione del medesimo, & per la prima parte della seconda del sesto, & per la diffinitione delle superficie simile: & di corpi simili, che la pyramide, a, g, k, e simile alla piramide, a, c, d, E pero, per la ottaua ꝓpositione del duodecimo, la proportione della pyramide, a, c, d, alla pyramide, a, g, k, e si come della, c, a, alla, a, g, treplicada per laqual cosa e si come quella de quatro a tre treplicada: et e manifesto, per la secõda propositione del ottauo, che la proportione de quattro a tre treplicada e si come de sessantaquattro a uintisette. Adonque la ꝓportione della pyramide, a, c, d, alla pyramide, a, g, k, e si come de sessantaquattro a uintisette: Sia adõq; fatto el triangolo, q, r, s, equilatero, da una linea equale alla, a, g, laqual e man festo esser el dodrãte della linea, a, c, & sia produtta la linea, q, t, perpendicolare alla, r, s, Et per la 11. propositione di questo libro, la linea, q, t, sarà potẽtialmente subsesquitertia alla linea, q, r, E pero, sarà equale alla, l, m, Ancora sia azgionto alla linea, r, s, la linea, s, x, talmẽte che la proportione della, r, x, alla, r, s, si come de sessãtaquattro a uinti sette et sia diuisa la, r, x, in due parti equali in põto, u, acciocche la, r, u, sia trẽtadoi di quelle parti delle quale la, r, s, e 27. ouer che la, r, x, ne e sessantaquatro, & la, r, u, sarà equale alla, m, n, & sian dutte le linee, q, u, & q, x, & per la prima propositione del sesto, la proportione del triangolo, q, r, x, al triangolo, q, r, s, sarà

r,s,sarà si come de sessanta quattro e uintisette. Et conciosia che (per la medesima) lo triangolo,q,r,x, sia doppio al triangolo,q,r,u,& (per la 41. propositione del 1.) quello che uien fatto dalla,q,t,in la,r,u,si è anchora doppio al triangolo, q,r,u,quello che uien fatto dalla,q,t,in la,r,u,(& quello è equale alla superficie,l,n,) sarà equale al triãgolo,q,t,x, Per laqual cosa la proportion della superficie,l,n, al triangolo,q,r,s, è si come sessanta quattro a uinti sette e però si come della pyramide,a,c,d,alla pyramide,a,g,k, & è manifesto (per la 15. propositione di questo) che la linea,a,f,e perpendicolare alla basa della pyramide,a,c, d,e però (per la 19. propositione del 11.) la linea,a,b, è etiam perpendicolare al la basa della pyramide,a,g,k, adonque la altezza della pyramide, a,g,k, è el semidiametro della sphera. Adonque sia diuiso lo ottocedron,e,si come propone la precedente. Adonque l'una e l'altra delle due pyramide in lequal uien diuiso esso corpo,e,sarà equalmente alta alla pyramide, a,g,k, perche la altezza di caduna è el semidiametro della sphera. Adonque perche tutte le pyramide laterate equalmente alte sono proportionale alle sue base (come in la sesta propositione del 12. fu dimostrado) la proportione della pyramide,a,g,k,a l'una e l'altra de quelle in lequale è diuiso lo ottocedron,e, si come della basa di quella alle base di quelle. Per laqual cosa (per la 24. del 5.) la proportione della pyramide,a,g,k,a tutto lo ottocedro,e, si come della sua basa (laquale è manifesto esser equale al triangolo, q,r,s,) alle base de ambedue la pyramide in lequale e diuiso lo corpo, e,tolte insieme, laquale e manifesto esser equale al quadrato del diametro della sphera (per la precedente) cioe el quadrato,p, Adonque perche la proportione della pyramide,a,c,d,alla pyramide, a,g,k, e si come del triangolo ouer del tetragono, l,n, al triangolo, q,r,s, cioe come de sessanta quattro a uinti sette & della pyramide,a,g,k, al ottocedro e si come del triangolo,q,r,s, al quadrato,p, (per la equa proportionalità) la proportione della pyramide,a, c,d,al ottocedro, e,e si come del tetragono,l,n, el quadrato, p, & questo era da dimostrare.

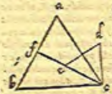
Correlario.

Adonque per le cose poste di sopra e manifesto che la perpendicolare che uien dal centro della sphera, che circonscriue la pyramide di quattro base triangolare,e equilatere,a caduna delle base di essa pyramide e equale alla sesta parte del diametro della sphera.

Perche conciosia che tutti li triangoli che circondano la pyramide siano simi li, & equali. Anchora li cerchii che circonscriueno quelli saranno equali. E pero le perpendicolar condutte dal centro della sphera a quelli medesimi cerchii (in li centri di quelli) saranno etiam equale. Et le perpendicolar cadente alli deti cerchii sono perpendicolare alle base della piramide. Adonque le perpendicolare alle base sono fra loro equale. Ma la linea,b,f,e perpendicolare alla basa della piramide,a,c,d,laqual,b,f, perche (dalle cose predette) e manifesto esser la sesta parte del diametro,a,b, Adonque rimane esser il uero quello che se conclude per el correlario.

Il medesimo se conuiene dimostrare, altramente douendo esser questo antecedente ben fermato & stabile di ragione.

In ogni triangolo equilatero, la linea che descende da uno delli angoli di quello orthogonalmente sopra la basa, e treppia alla perpendicolare che uien dal centro del cerchio che circonscriue esso triangolo, a caduun lato di quello.



Hor sia el triangolo,a,b,c,equilatero, & sia,d,el centro del cerchio che'l circonscriue, dal qual siano condutte le linee a cadauno de suoi angoli, lequale è manifesto esser equale, cōciosia che quelle siano dal centro alla circonferentia del cerchio, perche li tre ponti,a,b,c,sono in la circonferentia del cerchio che circonscriue esso triangolo. Et sia protratta la,a,d,in continuo e direttamente per fina che la peruenga al lato,b,c, sopra el ponto,e, Adonque (per la ottaua propositione del primo) è manifesto che l'angolo,a,d,b,è equale al angolo,a,d,c,e pero (per la decimatertia propositione del primo) l'angolo,b,d,e,è equale al angolo,c,d,e, per laqual cosa (per la quarta propositione del primo) la,b,e,è equale alla,e,c,& li angoli che sono a,e,sono retti, E però la,d,e,(laquale uien dal centro del cerchio che circonscriue lo triangolo,a,b,c,)e perpendicolare alla,b,c,& la,a,e,(laqual uien da uno delli angoli del predetto triangolo) e etiam perpendicolare alla detta,b,c,Dico adunque che la,a,e,è treppia alla,e,d, Perche egli è manifesto che el tetragono che uien fatto dalla,d,e,in la,e,b,è equale al triangolo,b,d,c,Lo tetragono anchora che uien fatto dalla,a,e,in la,e,b,e equale al triangolo,a,b,c,& perche el triangolo,a,b,c,e treppio al triangolo,d,b,c,& lo tetragono che uien fatto dalla.a,e,in la,e,b,e treppio a quello che uien fatto dalla. d.e.in la.e.b.Conciosia adonque che (per la prima propositione del sesto) la proportione del tetragono della,a,e, in la,e,b, al tetragono della,d,e, in la,e,b, e si come della,a,e,alla,e,d,la,a,e,sarà treppia,alla,e,d,si come se propone.

Correlario.

Adonque è necessario che la perpendicolare che cade da alcuno angolo de alcun triangolo equilatero, sopra el lato opposito, transita per el centro del cerchio che circonscriue quel tal triangolo.

Adonque assoluemo al presente quello che hauemo proposto, & a questo imaginaremo la pyramide di quattro base triāgolare,et equilatere (della quale una delle quattro base di quella sia el triangolo,a,b,c,) esser circonscritto della sphera

della

della quale el centro è el punto, d, Et sia protratta la linea, d, e, perpendicolare alla superficie del triangolo, a, b, c, laqual è manifesto cascar in el centro del cerchio che circonscriue el detto triangolo. Dico adonque la linea, d, e, esser la parte del diametro della sphera, che circonscriue la proposta pyramide. Et per dimostrar questo produrò la linea, d, c, & la linea, e, f, perpendicolare alla linea, a, b, laqual, e, f, per el precedente correlario) è manifesto quella transire per el ponto, c, & (per il premesso antecedente) esser treppia alla, e, f, Et (per la quarta del secondo) è manifesto che quando el quadrato del diametro della sphera (della quale el centro e il ponto, d,) e. 36. el quadrato del semidiametro, d, c, è, 9, & (per el correlario della decimatertia del terzodecimo) lo quadrato della, b, c, è 24. & (per la undecima di questo) lo quadrato della, c, f, e, 18, & (per lo precedente antecedente) lo quadrato della, c, e, è. 8. Adonque perche quando che il quadrato del diametro dalla sphera è. 36.) lo quadrato della, d, c, è 9. & lo quadrato della c. e. è 8. Onde per la penultima del primo lo quadrato della, d, e, uien a rimaner uno per il che seguita che la linea, e, d, è uno quãdo lo diametro della sphera è. 6. laqual cosa bisognaua dimostrare: & per lo medesimo genere de demostratione da noi se dimostrarà che el semidiametro della sphera che circonscriue el corpo di otto base triangolare & equilatere, è treppio in potentia alla perpendicolare descendente dal centro della sphera (che circonscriue esso corpo) a cadauna delle sue base. perche (si come è detto per auanti) che quando tutte le base di questo corpo sono equale è simile, li cerchij che circonscriuono quelle saranno equali: E però le perpẽdicolare che cadono dal centro della sphera in li centri de essi cerchij saranno fra loro equale. Et conciosia che le perpendicolare alli cerchij delle base, siano anchora perpendicolare alle base: seguita che la perpendicolare che veneno dal centro della sphera a cadauna basa siano equale, Essendo adonque prouado (quello che hauemo detto) de una perpendicolare a una delle sue base, ri marrà esser il vero quello che è proposto. Sia adonque (come prima) lo triangolo, a, b, c, una delle sue base del ottocedron circonscritto dalla sphera della quale el centro, e, d, & siano fatte tutte le altre cose come per auanti. Conciosia adonque che (per el correlario della decimaquinta del terzodecimo libro) lo diametro della sphera sia potentialmente doppio al lato del ottocedron, seguita che'l lato del ottocedron sia potentialmente doppio al semidiametro della sphera, e pero quando el quadrato della linea, b, c, è 12. lo quadrato della linea, d, c, (che è el semediametro della spera) sarà. 6. & per la undecima di questo) quando el quadrato della, b, c, è, 12 lo quadrato della, c, f, è, 9, (per lo premesso antecedente) lo quadrato della, c, e, è. 4. & perche per la penultime del primo) lo quadrato della, d, c, è equale alli quadrati delle due linee, c, e, & e, d, seguita che el quadra to della, e, d, è, 2, quando el quadrato della, d, c, è. 6. Adonque è manifesto quello che hauemo detto.

Theorema, 18. Propositione 18.

El doppio del quadrato, del diametro della sphera che circonscriue el cubo, è equale a tutte le superficie di quel cubo tolte insieme, anchora la perpendico-

lare

lare, che uien produtta dal centro della spera a cadauna delle superficie del cubo, el se conuence de necessità esser equal a alla mità del lato del medesmo cubo.

Perche egliè manifesto, per el correlario della decimaquarta del 13. che el diametro della spera, che inchiude quel cubo, è treppio in potentia al lato del cubo, cõcisia adunque che el quadrato del diametro della spera sia treppio al quadrato del cubo, & cosi el doppio del quadrato del diametro della spera è equale al sessuplo del quadrato del lato del cubo, & tutte le superficie del cubo sono sei quadrati liquali sono produtti dal lato del cubo dutto in se medesmo. Adonque el doppio del quadrato del diametro della spera è equale a tutte le superficie del cubo. Et per tanto e manifesto la prima parte, & la seconda facilmente apprenderai per la 18. & 19. & 41. del undecimo libro.

Correlario.

Adonque da queste cose dimostrate e necessario accadere questo, che della mità del lato del cubo in bisse del quadrato del diametro della sphera, che circonda quel cubo, sia produtto la solidità del cubo.

Il Tradottore.

Quello che conchiude questo correlario ha debisogno di un poco de dimostratione cioe che'l dutto della mità del lato del cubo in bisse, cioe nelli duoi terzi, del quadrato del diametro della spera che circonda quel cubo: produca la quantità corporale del detto cubo: ilche se manifesta in questo modo. Se dal centro della sphera, ouer del cubo, a ciascaduno angolo del cubo, liquali sono otto, sia tirata una linea retta mentalmente se uederà il detto cubo esser diuiso in sei pyramide determinante con la cima nel centro del cubo, ouer della spera, & la basa di cadauna uerrà a esser una delle superficie quadrate del cubo, & la perpendicolare di cadauna di quelle sarà, per le cose prouate di sopra, la mità del lato del cubo. Et perche il dutto della detta perpendicolare in la quantità della sua basa produrà, per le cose dimostrate sopra la 8. del 12. la quantità corporale di tre pyramide, adonque el dutto della detta perpendicolare nella quantità de due base produrà la quantità corporea di sei pyramide, cioe di tutto il cubo, & perche li duoi terzi del quadrato del diametro de la spera, per le cose dimostrate di sopra, e quanto le dette due base el correlario uien a esser manifesto.

IL FINE DEL DECIMO QVARTO LIBRO.

LIBRO

LIBRO DECIMOQVINTO DI EVCLIDE, DELLA REPLICATA FORMAtione di cinque corpi regolair & della difficilissima figuratione & intermissione di l'uno in l'altro.

Problema. 1. Propositione. 1.

1 *Dentro a un proposto cubo, possemo designare el corpo che ha quatro ba-*
1 *se triangole, de lati equali.*

SIA un cubo. la basa del quale è il quadrato. a. b. c. d. & la suprema superficie, di quello lo quadrato, e, f, g, h, E quello conviensi fabricare con questa arte: al quattrato della basa descritto, per la quadragesima quinta propositione del primo lib. secõdo la qualità di quel linea si voglia sopra ca dauno di suoi angoli, sia erigato un catheto, per la duodecima propositione del undecimo libro, secondo la misura del lato de quel quadrato. liquali catheti, per la sesta propositione del undecimo libro è manifesto esser equidistanti. Siano adonque continuati a duoi a duoi de quelli con un corausto imposto a quelli equidistantemente al lato del quadrato. Adonque è manifesto esser composto il cubo: per che le quattro superficie laterale di quello, sono quadrate, per la 33. propositione del primo libro, & 34. del medesimo, e per la diffinitione del quadrato: & della suprema superficie, e ancora manifesto che quella è quadrata, per la decima propositione anci piu presto per la vigesima quarta del undecimo & per questa communa sententia quelle cose che sono equale a cose equale anchora fra loro sono equale: & per la diffinitione del quadrato.

Se adonque desideri de inscriuere a questo cubo, el corpo di quatro base triãgolare & equilatere in la basa & in la superficie suprema di quello siano protrati li duoi diametri di quali l'uno cõtinui le due estremità insieme de duoi catheti, & l'altro continui le supreme delli altri duoi, e l'uno di quali sia il diametro. a. c. e l'altro sia il diametro. h. f. e dapoi, questo dalli duoi ponti. h. & f. che terminã lo diametro della superficie suprema tirarai pochemisfalmẽte duoi e duoi diametri che dividono le quattro superficie laterale delli quali li duoi siano, h, a, &, h, c, & li altri duoi siano. f. a. & f. c. e fatto questo in atto over cõ l'animo, tu vederai dalle sei linee diagonale, che dividono le superficie del cubo, esser perfetamente fatta la piramide di 4. base triãgolare: laqual, p la diffinitione, e manifesto esser inscritta in lo proposto cubo, e le base di q̃sta piramide è manifesto esser equilatere: imperoche per la 4. propositione del 1. tutte queste sei diagonale sono fra loro equale.

Il Tradottore.

La replicata fabricatione del cubo posta nel principio di questa espositione et similmente delli altri quattro corpi, posta nelle sequente propositioni se ritroua solamente nella prima tradottione.

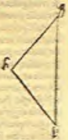
Problema. 2. Propositione. 2.

2 Dentro a un dato corpo di quatro base triangolare equilatere, possemo de
2 scriuere un corpo di otto base triangolare equilatere.

Se dentro una piramide di quatro base triangolare equilatere uorai descriuere lo ottocedron, prima se conuien fabricare quella tal piramide la quale cō certa ragione, se compone in questo modo. Sia statuito uno triangolo equilatero (secondo la quātitā di qual si uoglia linea) el qual sia la triāgolo .a.b.c. a torno al quale sia circonscritto un cerchio sopra el cētro .d. & tirasi la linea. d.e. perpendicolare alla superficie di esso triangolo (per la duodecima propositione del undecimo laquale sia posta esser doppia in potentia al semidiametro del cerchio che circōscriue el triangolo .a,b,c, & dal ponto ,e, siano tirate le tre ypothenuse che cadeno sopra li tre ponti ,a,b,c. Adonque e compita la piramide di quattro base triangolare & equilatere: & siano tirate le linee ,d,a,d,b,d,c, Conciosia adonque che li angoli (che contiene la linea ,e,d. con cadauna delle linee ,d,a,d,b,d,c,) siano retti (per la diffinitione della linea perpēdicolare a una superficie) & conciosia che el quadrato della linea ,e, d, sia doppio dal presupposito al quadrato del semidiametro del cerchio ,a,b,c, per la penultima propositione del primo, lo quadrato de cadauna delle tre linee, e,a,e,b, e,c, ypothenusale sara treppio al quadrato del semidiametro del cerchio .a,b,c, ma, per la ottaua propositione del terzodecimo. Anchora lo quadrato di cadauno delli tre lati del triangolo, a,b,c, è treppio al quadrato del semidiametro del medesimo cerchio. Adonque tutti li lati della fabricata piramide e sono fra loro equali: per laqual cosa quella e de base equilatere. Quando adonque uorremo inchiudere in quella un ottocedron: divideremo cadauno di sei lati di quella in due parti equali, & continuaremo li ponti di mezzo di cadauno lato: con li ponti di mezzo di ciascuno delli altri duoi lati, con liquali esso contiene angolo superficiale uerbi gratia, dimidero li lati della basa in li ponti .f.g.h. & le ypothenuse che cadeno dal .e. in li ponti .K.l.m. & continuarò lo ponto. f. col ponto .g. & con .h. & con .k. & con .l. Et lo ponto .m. con li medesmi .g.h.k.l. & .g. con .h. & con .l. & k. con li medesmi .h. & .l. Ecco adonque el perfetto corpo de otto base triangolare contenuto da queste dodice linee congiongenti li ponti mezzi di lati della fabricata piramide & questo otto base, per la quarta propositione del 1. repetita quante uolte bisogna e manifesto esser equilatere. ancho ra è manifesto esso corpo, per la diffinitione, esser inscritto in la statuita pirami de si come fu proposito di fare.

Il Tradottore.

Volendo con breuità trouar la linea.d.e.cioe una linea che sia doppia in potentia al semidiametro del cerchio che circonscriue el triangolo.a.b.c.farai uno angolo retto con le due linee g.h.& h.i.& che cadauna de dette due linee sia equale al semidiametro del detto cerchio, che circonscriue el detto triangolo.a.b.c.da puoi tirerai la ypothenussa.g.i.& questa ypothenussa.g.i.e quella che cercamo cioe che sarà doppia in potentia al semidiametro del detto cerchio, per la penultima propositione del primo libro, è manifesta, perche se cadauno di duoi lati.g.h.& .h.i.sono equali fra loro, etiam al semidiametro del detto cerchio è lo quadrato della linea.g.i.è equale alli quadrati delle due linee.g.h.& .g.i.tolti insieme, per la detta penultima propositione del primo libro, seguita adunque che il quadrato della detta linea.g.i.sia doppio a uno solo quadrato de una di dette due linee.g.h.over de.h.i è consequentemente; el quadrato del semidiametro del detto cerchio che il proposito.



Problema.3. Propositione.3

3 Dentro a uno assignato cubo possiemo constituire la figura de otto base triã
3 golare de lati equali cioe intendemo de inscriuere lo ottocedron in el cubo.

Come si debbia procedere a componere el cubo, e stato detto, sofficientemente in la prima di questo. Fabricato adonque il cubo: in quello, per la prima propositione di questo libro, sia dessignato la piramide di quattro base triangolare equilatere, & dentro di essa piramide, per la precedente, sia descritto lo ottocedron, & fatto questo: sarà etiam insieme fatto quello che uoleuamo. Perche, per le argumentatione della prima, tutti li lati di essa piramide inscritta è manifesto esser diagonale delle base del cubo: &, per la argumentatione della precedente, è manifesto tutti li angoli del ottocedron destinti in essa piramide esser in li lati di essa piramide. Per laqual cosa è manifesto, tutte le ponte angolare di questo ottocedron esser in le base del assignato cubo. Adonque, per la diffinitione, hauremo il proposito. A concludere el medesimo altramente: trouato li centri di tutte le base del cubo, si come in la nona del quarto, fu fatto, dal centro della suprema superficie di quello: tira quatro ypothenusse alli cẽtri delle quatro laterale superficie: & dal cẽtro della infima, leua quattro altre ypothenusse alli cẽtri delle medesime quattro laterale superficie: & dal cẽtro della infima, leue quattr'altre ypothenusse alli cẽtri delle medesime quattro superficie laterale. Anchora cõtinua li quatro cẽtri delle dette quatro superficie laterale cõ quatro linee rette. cioe talmente che continuano solamente li centri di quelle che fra loro si segano, uerbi gratia tu giongierai el centro di quella dauanti con il centro della destra, & con el centro della sinistra, ancora il centro della ultima (cioe di quella di dietro) tu lo aggiongerai continuatamente, cioe con il centro della destra, & con il centro della sinistra. Tu harai adonque un corpo de otto base triangolare equilatere contenuto da queste dodeci linee che continuano li centri delle superficie del cubo. Se adonque vorrai provare queste base esser equilatere dalli centri delle base del cubo tira le perpendicolare a tutti li lati del detto cubo, lequale necessariamente divideranno li lati del cubo in due parti equali (per la seconda parte della terza propositione del terzo libro) la qual cosa è chiara se a cadauna delle base del cubo circoscriverai un cerchio, e pero eglie manifesto quelle concorrere a due a due sopra a uno medesimo ponto in li lati del cubo, e quelle (per la seconda parte della decimaquarta propositione) del terzo libro) è manifesto esser fra loro equale et equidistante alli lati del cubo (per la seconda parte della vigesima ottava propositione del primo libro.) Et etiam cadauna di quelle esser equale alla mità del lato del cubo. Adonque (per la decima propositione del undecimo libro) è manifesto, le due e due di quelle che concorrano sopra un medesimo lato, del cubo in el ponto medio di quello, contenere un angolo retto, impero che tutte le superficie del cubo son quadrate. Per laqual cosa adonque quelle dodeci linee che continuano li centri delle superficie del cubo: & tendono sotto li angoli che conteneno queste linee concorrente a due a due sopra li ponti di mezzo delli lati del cubo, quelle saranno (per la quarta propositione del primo, over per la penultima del primo) fra loro equale. Adonque in el proposto cubo è designato el corpo de otto base triangolare et equilatere come bisogna fare.

Problema. 4. Propositione. 4.

4 Se dentro a uno dato corpo di otto base triangolare, & equilatere noi figurare un cubo.

El corpo di otto base triangolare equilatere con dottrina fabricarai in questo modo. Divide qual si voglia linea eretta in suso perpendicolarmente sopra alcun piano, in due parti equali, & dal ponto medio di quella, ne cavarai due linee una di qua e l'altra di là perpendicolare alla prima linea, lequale insieme compongano e facciano una sol linea: & queste due linee che fra loro si segano: cioe la prima, laquale è retta orthogonalmente sopra el proposto piano, & l'altra che sega quella orthogonalmente sopra il suo ponto di mezzo, saranno situade (per la prima parte della seconda propositione del undecimo) in una medesima superficie. A quella superficie adonque (in laquale sono situade) sopra el ponto commune dalla settione di quelle tira una perpendicolare (come insegna la duodecima propositione del undecimo) laqual farai penetrare quella superficie: da l'una a l'altra parte, & pone tutte le sei parti di queste tre linee dal ponto in el quale fra loro se segano equale, talmente che cadauna dividi cadauna delle altre orthogonalmente in due parti equali, & concio sia che siano tre: ciascune due di quelle contegneranno a angoli retti: el solutiseo e numerando segno di croce: adonque dal ponto superiore di quella linea

eretta

eretta sopra el posto piano: tira quattro ypothemisse alle istremità delle due linee che segheno quella: poi dal põto, inferiore di qlla medesima linea eretta, e le tira quattro altre ypothemisse alle medesime istremità delle due linee segãte, al si maniere cõtinua anchora le istremità di queste ypothemisse cõ quattro linee, le quale cõclugono uno quadrato, & queste dodice linee, cioe le quattro ypothemisse, che discẽdono dalla superiore istremità ouer põto della linea eretta perpẽdicolare, e le quattro che sono eleuate (dalla inferiore istremità ouer põto di quella medesima) in suso: Et le altre quattro linee che cõtinuano ouer coniongano le istremità di queste ypothemisse (p la penultima propositione del primo) senza altra agiõta (piu uolte repetite) sarãno equale fra loro. Per laqual cosa è manifesto el corpo terminato da quelle medesime cõtenere otto base triãgolare, & equilatere. Se adõque te diletta de inscriuere in questo corpo, un cubo, bisogna trouare li cẽtri di quelli otto triãgoli che circõdano quello (p la quinta propositione del quarto) & da poi trouati, quelli cõtinua cõ dodeci linee in questo modo, cioe il cẽtro di cadauno di questi triãgoli sia copulado p linea retta cõ il cẽtro di quelli tre che terminano alli lati di quello, Ma la figura di questa cosa nõ è molto atta de dipingere in piano, E però resta che quello che se dice, che tu uedi cõ la mẽte, & quello se ti pare cõperai in atto ouer in opera et uederai le dodeci linee che in tal modo cõtinuano li cẽtri di questi triãgoli cõtenere un cubo, el quale resta che tu dimostri quel esser concluso da superfitie equilatere, & rettangole. Perche el non saria cubo se tutte le superficie di quello non fussono quadrate. Adõque conduraì da cadauno angolo di triãgoli delle superficie del ottocedron, una perpendicolare al lato opposito a quel angolo: Et questo perpẽdicolare (p la undecima propositione del quarto decimo libro) è manifesto esser fra loro equale, & diuidere quelli lati alli quali stãno perpẽdicolarmẽte in due parti equali, Et però è manifesto quelle cõuenire a due a due sopra uno medesimo ponto di quel lato sopra ilqual le stanno perpendicolarmente, & quelle medesime (p quelle cose che sono sta dimostrade in la decima settima propositione del quartodecimo) è manifesto quelle transire per li centri di triangoli, e però è manifesto quelli transire etiam per le istremità di lati del corpo incluso: & le portiõni di quelle che se pigliano, fra li centri di triangoli & li lati di quelli (per quelle cose anchora che sono state dimostrate in la medesima) è manifesto esser equale. Anchora li angoli contenuti da quelle perpendicolare che se congiongano a due a due, (per la 8. propositione del primo libro è manifesto esser equali.) Et perche queste perpendicolare, & le sue parti tolte fra li centri & li lati circondano li medesimi angoli, serãno anchora li angoli (che cõtegono le due e due linee che cadono dalli centri di triãgoli alli lati perpẽdicolarmente fra loro equali, & conciosia che li lati di ql corpo del qual disputamo sotẽdano sotto quelli angoli. Seguita (per la quarta propositione del primo frequentemente tolta) el corpo incluso esser equilatero e rettangolo, perche essendo tirate le diagonale, in cadauna superficie, queste diagonale (per la quarta del primo) tu conuencerai tutte esser fra loro equale mediante li angoli contenuti dalle due perpendicolare che transiscono per le istremità di esse diagonale. Se prima approuerai (per la ottaua del primo) quelli an goli esser fra loro equali. Conciosia adonque che li diametri delle base quadrangole di questo corpo siano fra loro equale. Anchora li lati delle medesime bagole di questo corpo siano fra loro equale. Anchora li lati delle medesime base è necessario esser equale (per la ottaua del primo piu uolte repetita) quelle base quadrangole è necessario esser equiangole. Et per la trigesimasecunda del primo, tutti li angoli di cadauna di quelle sono equali a quatro angoli retti. Seguita quelle esser rettangole. Adonque per la diffinitione del quadrato, quelle sono quadrate. adonque lo inscritto corpo è manifesto esser cubo si come intendeuamo di fare.

Il Tradottore.

La descrittione del cubo nel otto base secondo che di sopra è stato fatto potoria esser oppositione, perche el cubo descritto secondo tal ordine non saria il maggiore che descriuere se puo nel detto otto base: & in tal sorte probleme a me pare che sempre se intende: & se debbe intendere, il maggiore che capir ui possa. Hor per inscriuerui il maggiore che capir ui possa diuiderai cadauno di quatro lati superiori del otto base, & similmente cadauna di quatro lati di sotto. In due tal parti inequali talmente che la parte maggiore sia doppia in potentia alla minore, & che le parti maggiori delli superiori restino uerso il ponto ouer angolo supremo del detto otto base, & le parti maggiori delli lati di sotto restino uerso il pōto, ouer angolo sotto giacente in piano del detto otto base. Dapoi congiongendo cadauno delli ponti superiori con il suo opposito delli inferiori con una linea retta: et da poi congiongere anchora cadauno di superiori con il ponto che egliè dalla destra, etiam con quello che egliè dalla sinistra nella parte superiore, & dapoi congiongere etiam quelli quatro della parte inferiore per el medesimo modo. Et fatto questo se trouerà che le dette dodici linee congiongente li detti ponti formarono un cubo, il che essendo tal corpo di otto base materialmente fatto a te serà cosa facile a prouare ouer dimostrare che lo incluso corpo sia cubo, & che sia anchora molto maggiore di quello inscritto secondo la prima inscrittione etiam che sia il maggiore che inscriuere si possa che è il proposito.

Ma per uoler diuidere il lato del detto otto base che l'una parte sia doppia in potentia a l'altra, troua prima due linee che l'una sia doppia in potentia a l'altra il che in molti modi le puoi trouare, ma breuemente piglia il diametro di alcun quadrato, & il lato del medesimo quadrato, & quelle congiongerai insieme direttamente in longo, & harai formata una sol linea diuisa nel ponto del congiongimento. Hora diuiderai lo detto lato del detto otto base secondo l'ordine de detta linea diuisa, per il modo che insegna la duodecima ouer la decimaterza del sesto & harà fatto il proposito.

Problema. 5. Propositione. 5.

5 In uno assignato corpo di otto base triangolare & equilatere se gli puo in
6 scriuere una piramide di quatro base triangolare equilatere.

In lo assignato corpo di otto base, secondo li precetti della precedente inscriue un cubo, & in lo cubo inscritto inscriue la pyramide che si ppone, come insegna la prima di questo, concio sia adonque che li angoli di questa pyramide siano etiam angoli del cubo, si come per demonstratione della prima, è manifesto, & tutti li angoli (per la precedente sono in le superficie del assignato ottocedron. Anchora tutti li angoli di questa pyramide sono in le superficie del corpo de ottobase, al quale proponemo de inscriuere quella per laqual cosa (per le diffinitione) è manifesto noi hauer fatto quello che se adimanda.

Problema. 6. Propositione. 6.

6 Dentro a vn dato corpo de vinti base equilatero se puo componere singularmente vn corpo di dodici base pentagonale de lati & angoli equali.
5

Non mostraremo questo lincer a fabricare el corpo de vinti base, perche eglie assai euidente per la decimasettima del terzodecimo, con che arte questo debbia esser fatto. Composito adonque quello come se insegna in la detta. 16. se in quello te diletta di includere vn corpo de dodici base penthagonale, & equilatere, eglie da procedere per questa via. Perche eglie manifesto li vinti triangoli del detto corpo, hauere. 60. angoli superficiali, & perche alla constitutione di caduno angolo solido del corpo del yococedro gli concorrono cinque angoli superficiali si come se apprende dalla demonstratione della decimasesta del terzodecimo, quel corpo adonque è manifesto esser compito da dodeci angoli solidi. Trouati adonque li centri de tutti li triangoli si come fu fatto in la propositione anteciata alla precedente, che terminano tutto lo yococedron i quelli continua con trenta linee rette, talmente che tu congiongi caduno centro con linee rette con tutti li centri che gli stanno atorno con liquali communica in lato. Quando adonque tu hauerai fatto questo tu vederai da quelle. 30. linee esser constituido dodeci penthagoni opposti alli dodici angoli solidi del dato yococedro.

Adonque tu approuerai questi penthagoni esser equilateri, si come fossi delle base del cubo della propositione anteciata alla precedente. Perche eglie necessario che li centri di ciascuni duoi triangoli, che hanno vn medesimo lato commune siano equidistanti da vno medesimo termine. Resta adonque che tu approui quelli esser etiam equiangoli, & è manifesto, per la demonstratione della decimasesta del terzodecimo, el dato corpo de vinti base esser circonscrittibile della medesima sphera, della quale il diametro è si come el diametro di questo corpo, cioe la linea che continua li duoi angoli oppositi di quello. Se sia adonque segato esso diametro in due parti equali, el ponto della settione serà el centro della sphera che circonscriue quello. Sia adonque da quello alle superficie de tutti li penthagoni, per la vndecima del vndecimo, date le perpendicolare, & dal ponto doue che dette perpendicolare caderano in caduno penthagono a ciascuno de suoi angoli siano tirate linee rette. Dapoi sia continuato el centro della sphera con caduno delli angoli de essi penthagoni: se adonque che tu proui in questo modo quelli esser equiangoli, & tanto sia che tutti li cerchi che circonscriuono li triangoli del yococedro siano equali, tutte le perpendicolare che vegnano dal centro della sphera a quelli, lequale cadeno in el centro de quelli saranno equale. Adonque tutte le linee che uengono dal centro della sphera a cadauno delli angoli del penthagono, sono equali, perche li angoli di penthagoni sono li centri di cerchio che circonscriueno quelli triangoli del ycocedron (dal presupposito.) Adonque (per la penultima propositione del primo) con el medesimo genere de dimostratione, con el quale argomentassemo di sopra in la decima quarta propositione) lo sectione che perviene in la superficie della sphera quando alcuna superficie piana. Sega la sphera (non sopra el centro di quella (esser una circonferentia che contiene un cerchio) è necessario le cinque linee che uengono dal concorso delle linee dutte perpendicularmente dal centro della sphera alle superficie de tutti li penthagoni alli cinque angoli di cadauno de detti penthagoni, esser fra loro equale. Adonque a tutti questi dodeci penthagoni, egli è un cerchio che li circonscriue. Conciosia adonque che quelli siano equilateri etiam el se conclude quelli essere equiangoli, laqual cosa bisognaua dimostrare.

Problema. 7. Propositione. 7.

Se dentro a un dato corpo di dodeci base penthagonale equilatere & equiangole, uoi fabricate un corpo di uinti base triangolare, & equilatere.

Per qual modo sia de bisogno a componere el corpo de dodeci base penthagonale, equilatere & equiangole recorri alla decima settimana del terzodecimo. Ma per qual modo conuenga inscriuere a quello lo corpo de uinti base triangolare equilatere, imparalo in questo luoco. Trouati li centri de suoi penthagoni (come fu fatto in la decima quarta del quarto) quelli continua insieme con trenta linee per tal ordine che el centro di cadauno penthagono sia congionto con el centro di cadauno penthagono communicante con seco in latitudine talmente che el centro de cadauno di penthagoni sia continuado con li cinque centri di cinque penthagoni terminanti sotto che gli stanno congionti a torno. Quando adonque tu hauerai fatto questo, a te se representaranno uinti triangoli contenuti da queste trenta linee che continuano li centri di penthagoni. Et questi uinti triangoli saranno opposti alli uinti angoli solidi del dodecedron, liquali abrazzeranno un corpo di uinti base triangolare (lequale dimostraremo esser eqlatere.) Et li 12. angoli solidi di questo corpo de uinti base saranno terminanti in li centri delli dodeci penthagoni del dato corpo dodecedron. Adonque approuarai in questo modo li uinti triangoli esser equilateri. Dalli centri di penthagoni, conduse le perpendiculare alli lati, & tutte queste perpendiculare saranno equale. Adonque tu approuarai, per la ottaua del primo, a due a due contenere equali angoli. Et perche le linee che continuano li centri di penthagoni, lequale sotto tendono a quelli angoli contenuti da le due e due perpendiculare, conciosia che tutte le perpendiculare, siano equale, per la quarta del primo tutte le linee che continuano li centri di penthagoni saranno equale, che è il proposito. Ma le due, & due perpendiculare contenere equali angoli & essere tutte fra loro equale apparerae in questo modo. (per la quinta del primo, & uigesima sesta del medesimo) è manifesto cadauna di quelle, diuidere li latti delli penthagoni

goni sopra liquali cagiono in due parti equali etiam esser fra loro equale, ilche se approua per le linee dutte dalli centri di penthagoni, a tutti li angoli di quelli, per laqual cosa le due e due che cadono in vn medesimo lato: se congiongono di compagnia in vno medesimo ponto del detto lato imperoche l'vna & l'altra diuide quel lato, commune a quelli duoi penthagoni (dalli centri di quali vengono) in due parti equale. Produrai adonque queste due e due perpendicolare: per el centro di penthagoni per fina alli angoli dalli quali el lato commune (in elquale se congiongano de compagnia) è opposito, & sotto alli medesimi angoli tirarai due linee, lequale, per la demostratione della. 17. del. 13. è manifesto esser tanto quanto è il lato del cubo, circonscrittibile dalla medesima sphera come el proposto dodecedron, e pero eglie manifesto quelle esser equale imperoche tutti li lati del cubo sono equali, & è manifesto, per la. 9. del 11. quelle esser equidistante per questo che ambedue sono equidistante a quel lato commune, in elquale concorrano le due e due perpendicolare, & quelle medesime, è manifesto esser diuise in due parti equale da queste perpendicolare. Adonque per la trigesimaterza del. 1. tutte le linee che continuano li ponti in liquali le due e due perpendicolare concorrano sopra quelle linee lequale dicessimo esser tanto quanto el lato del cubo: sono fra loro equale, perche tutte sono tanto quanto è il lato del cubo. Adonque per la ottaua del primo, li angoli contenuti dalle due e due perpendicolare: sono equali, per la qual cosa per la quarta del medesimo, anchora le linee che continuano li centri di penthagoni, sono fra loro equale. Adonque in el proposto dodecedron è inscritto vn corpo de vinti base triangolare, & equilatere, come fu proposto di fare.

Problema. 8. Propositione. 8.

Volendo dentro a vno proposto solido de dodice base penthagonale, & equilatere, descriuere vn cubo.

Conciosia che'l dodecedron sia fabricato sopra li lati del cubo è manifesto per la decimasettima del terzodecimo, e quel fabricato poca difficultà vi occorre a inscriuerui el cubo, perche conciosia che siano dodeci penthagoni: se a vno angolo de caduno di quelli tirarai sotto vna corda alla figura del cubo, da dodice corde tu vederai sederse nara sei superficie equilatere, & rettangole, lequale abrazzaranno & compiranno el corpo del cubo. Quelle esser equilatere e manifesto per la quarta del primo, & rettangole, per lo medesimo genere di argumentatione, cō elquale facessimo, in la sesta di questo, le base del dodecedro, inscritto in el dato ycocedron esser equiangole. Certamente e manifesto per la decimasettima del terzodecimo. el proposto dodecedron esser circonscrittibile de vna sphera. Adonque dal centro di quella sphera a tutte queste superficie quadrilatere tira le perpendicolare come insegna la 11. del vndecimo, & dal ponto del concorso a tutti li angoli di quelle superficie quadrilatere protrahe linee rette, & coliga li medesimi angoli delle dette superficie quadrilatere cō el centro della sphera, & queste linee che continuano el cētro della sphera con li angoli delle figure quadrilatere, saranno semidiametri della sphera, perche tolto dalli

quadrati

quadrati de quelli, lo quadrato della perpendicolare per la penultima del primo) rimanerà li quadrati delle linee che continuano el ponto del concorso delle perpendicolare con li angoli delle superficie quadrilatere, è necessario tutte queste superficie quadrilatere esser in circoli che li circonscrive, Et però è necessario quelle essere equiangole conciosia che sono equilatere. Et perche per la 32. del primo, li angoli di cadauna di quelle tolti insieme sono equali a quattro angoli retti: seguita quelle esser rettangole: Adonque al detto corpo inscritto non gli manca niente; della ragion del cubo che è il proposito.

Problema. 9. Proposition. 9.

Volendo finalmente in un dato dodecedron inchiudere un ottocedro.

Composto un dodecedro come se insegna in la decimasettima del terzodecimo, li sei lati delle sue superficie, cioe quelli che congiungono li catheti sopra le sei linee, che dividono li lati opposti delle superficie del cubo in due parti equale tirati come consuesti di quelli, divide in due parti equali, & quelle divisioni over ponti, continuarai li duoi e duoi oppositi con tre linee, lequale per la 41. del 11. se segaranno fra loro sopra el ponto medio del diametro del cubo in due parti equali, Et saranno anchora che le due de quelle tre, se dividano anchora fra loro ad angoli retti: Adonque se tu continuarai le istremità di queste tre linee con dodece linee rette a te perveni à un corpo di otto base triangolare, & equilatere (per la quarta del primo) over (per la penultima del primo) laqual cosa bisognava dimostrare.

Il Tradottore.

A chi non ha ben in memoria la qualità over forma del corpo di dodice base non sarà molto capace di questa soprascritta inscrittione ma volendine esser ben chiaro, bisogna formarse materialmente, il detto corpo & dapoi imaginar in quello il cubo, descritto secondo l'ordine della decimasettima del decimoterzo, & vederasse opposito a cadauna superficie del cubo in aere transversare un lato del dodeci base, qual diviso per mità, e continuar li ponti di tai divisioni, liquali saranno sei per esser sei le superficie del cubo, con le linee rette diametralmente, come parla in commento, lequale saranno tre dapoi congiongere le istremità di dette tre linee con altre dodice linee se vederà pervenir al detto corpo di otto base qual facilmente se provarà esser equilatero & equiangolo.

Problema. 10. Propositione. 10.

Resta al presente de descrivere dentro a uno dodecedron, una piramide di quattro base triangolare equilatere.

Inscrive in el dato dodecedron per la ottava di questo, un cubo. & in el detto cubo (per la prima di questo) inscrive una pyramide di quattro base triangolare equilatere. Conciosia adonque che li angoli della piramide siano in li angoli del cubo, come è manifesto per el processo della prima, et li angoli del cubo per el processo della ottava, sono in li angoli del dodecedrō, Anchora li angoli della pyramide, sarāno in li angoli del dodecedron, Adōque è manifesto q̄llo che noi volemo.

Pro-

Problema.11. Propositione.11.

Proposto un icocedron, e volendo in quello figurare un cubo.

Essendo inscritto nel ycocedron, un dodecedron, per la 6. & in el dodecedron un cubo, per la ottaua, & per la demonstratione della sesta, è manifesto che tutti li angoli, del dodecedron caschano sopra el centro delle base del ycocedron: & li angoli del cubo sono in li angoli del dodecedron. Adonque li angoli del cubo sono in li centri delle base del ycocedron, adonque hauemo il proposito.

Theorema.12. Propositione.12.

Volendo in un dato icocedron inscriuere la piramide di quattro base triangulare, & equilatere.

Si in el dato ycocedro, per la precedente, inscriuerai un cubo, & in el cubo, per la prima di questo inscriuerai la pyramide, non sarà da dubitare che tu non habbia satisfatto alla dimanda del ycocedro. Ma bisogna sapere che conciosia che li corpi regolari siano cinque delli quali in questo 15. lib. uie determinato la loro mutua inscrittione, se cadauno de quelli fusse inscrittibile in cadauno delli altri de quelli medesimi accaderia uinti inscrittioni, perche cadauno de quelli cinque seria inscrittibili in cadauna delli altri quattro: Et pero quattro fia cinque inscrittioni, che è uinti, ne cessariamente perueria. Ma nella pyramide solamente lo ottocedro puol esser inscritto, perche nella pyramide non gli sono base ouer angoli ouer lati in liquali li angoli del cubo ouer del ycocedro ouer etiam del dodecedro, possino toccare li estremi di essa pyramide, ma ben el cubo è atto a receuere in se solamente la pyramide et lo ottocedro. Similmente lo ottocedro è atto a riceuere solamente la pyramide et el cubo, & in niun di questi è possibile a colocarui alcuno delli altri cioè lo ycocedro & lo dodecedro. Auenga che lo ycocedro a tre delli altri alla ricettion sia uacuo solamente el dodecedro esser receptaculo, perche li sei angoli del ottocedro, receueno la oppositione fra loro a duoi a duoi scambieuolmente & le linee che cotinuano quelli se diuidono fra lor orthogonalmente in due parti equale e per tanto formano quel glorioso segno di croce, che tutti li demoni fa tremare, triplicato, adonque questo segni di croce, ne li triangoli, ne le base: ne li angoli, ne li lati del ycocedro li possono receuere sotto al suo sito, perche in quello non si puol trouare sei base ouer sei angoli, ouer sei lati fra loro continuati da questa diametrale & orthogonale oppositione. Ma el dodecedro, è ricettaculo delli altri a prohibito ouer negato allogiamento, immo de tutti è ricettaculo. E pero non inconuenientemente la figura del dodecedro: li antiqui discipuli di Platone: la attribuirono al cielo si come la forma della piramide al fuoco imperoche quello uola in suso al figura de pyramide, & la figura del ottocedro al aere, perche si come l'aere in pizola dal moto seguita il foco cosi la forma del ottocedro seguita la forma della pyramide al moto della habilità. Ma la figura del uinti base la dedicorno al l'acqua. Perche conciosia che quella sia più circulare in la sphera de tutti li altri, per la moltitudine delle sue base: par ne conuenire più al moto delle cose scorrente, che delle ascendente, E la figura del cubo

l'attribuirno

Patribuirno alla terra. Perche quale e quella cosa in le figure che habbia piu de bisogno di maggior uiolentia al moto che'l cubo, & in li elementi qual se ritro ua piu fisso e consistante della terra. Adonque se dalle uinti inscrittioni: se ne to glie le tre che non sostiene la pyramide, & le due, & due che la natura del cubo & del ottocedron non comporta, Et similmente quella una che repugna la figu ra del ycocedro. Le rimanente saranno solamente dodici inscrittioni, una sola della pyramide, due del cubo, due del ottocedro tre del ycocedro, & quatro del dodecedro, De tutte le quale come penso sufficientemente è stato disputado.

Nicolo Tartalea Tradottore.

Quantūque Euclide non habbia a noi assignato ouer proposto salvo che dode ci inscrittioni, come per auanti è stato disputado. Et che medesimamente il com mentatore afferma con certe sue ragioni non poter esserne piu delle predette do deci, Niente dimeno due altre ne hauemo nouamente ritrouate.

La prima è a descriuere in uno proposto cubo, il corpo de uinti base.

La seconda è a inscriuere nel uinti base, il corpo di otto base.

La qual inscrittione, dal commentatore e assolutamente negata come di sopra appare hor uegnando alla prima dico che

Eglie possibile a inscriuere in un proposto cubo un corpo di uinti base trian golare equilatere.

Sia il pposto cubo, a. f, nel quale uoglio inscriuere il uinti base divido li dui lati a, b, et, c, d, della superficie superiore in due parti equali, p la decima propositione del primo libro, nelli dui pōti, h, i, il medesimo fazzo delli altri dui lati a quelli oppositi & equidistanti del la superficie subgiacente, nō apparente cioe e basa del cubo, & quelli congiongo cō due linee rette l'una del le qual e la linea, h, i, l'altra a lei equidistāte uiē a re star occulta & coperta dal cubo. Da poi divido ancho ra li dui lati, d, e, &, c, f, & similmente li altri dui a quelli oppositi & equidistanti, pur in due parti equali & congiongo pur medesimamente con le due linee ret te l'una delle qual e la linea. K, l. l'altra resta occulta ta del corpo. Similmēte faccio delli dui lati. b. c. et. g. f. tirādo la linea. m. n. & il medesimo faccio nella supficie occulta, a questa oppo sita, fatto qsto divido cadauna de le tre linee. h. i. k. l. & m. n. ī due parti equali nelli pōti. o. p. q. il medesimo facio dell'altre tre occulte, a qste opposite & cadau na de queste mità divido secōdo la proportione hauēte il mezzo e dui estremi nelli pōti. r. s. t. u. x. y. talmēte che la maggior parte di cadauna siano uerso il pō to medio cioe che la maggior parte della. h. o. sia la. r. o. et della. o. i. sia la. o. s. & cosi far delle altre tre occulte: fatto questo cōgiōgo cadaun di questi pōti divideti con cadauno circonstante cõ linee recte cioe dal ponto.s.tiro quattro linee la pri ma dal.s.al.x.la seconda da.s.al.t.la terza dal.s.al.u.la quarta dal.s.al põto occulto de la linea che termina nel ponto.z. Similmẽte farò cõ il põto.x.tirã do.x.s.x.a.&.x.u.al põto della linea occulta terminãte in.q.& cosi procederò in tutti li altri (lequal linee uo le ho uolsũe tirare perche generariano confusione ma le imaginaremo che siano tirate) & fatto questo se uederà ualtalmente inscrit to nel detto cubo una figura contenuta da uinti triangoli deliquali uno ne sarà sotto a cadauno lato del cubo essempi gratia il triangolo.x.t.y.e sotto giacẽte al lato.e.f.& lo triangolo.s.t.u.e sotto giacẽte al lato.c.d. & cosi si trouarà in ca dauno delli altri lati & per esser li lati del cubo.12.li triangoli adõque sotto gia cẽti alli lati saranno dodeci li altri otto (che manca aodar a uinti sotto giaceran no alli otto angoli solidi del cubo, l'uno di quali sarà il triangolo.s.x.t.& cosi si trouara sotto giacere a cadauno delli altri angoli solidi del cubo. Adõque lo in scritto corpo sara contenuto da uinti triangoli, hor resta de dimostrar che siano equilateri laqual cosa facilmente se dimostra in q̃sto modo: imaginamo che sia tirata una linea dal ponto.s.al põto.l.laquale (per la diffinitione contenerà an golo retto cõ la linea.s.i.(per esser la.s.i.perpẽdicolare alla superficie.e.f.) adũ que il quadrato della.s.t.(lato del triangolo dello inscritto corpo) sarà equale (p la penultima del primo alli dui quadrati delle due linee.t.i.& s.i.Et perche la detta linea.t.i.è equale alla linea che fosse tirata dal.u.al.i.il che se manifestara (per la 4.del.1.) tirando una linea dal.t.al.p. Seguita adõque (per cõmuna sciẽ tia) che le due linee.s.t.& s.u.lati del triãgolo esser fra loro equale. Et perche el quadrato della linea.s.t.e equal alli dui quadrati delle due linee.t.i.& s.i. & il quadrato della.t.i.(per la penultima del 1.è equale alli dui quadrati del le due linee.t.p.et.p.i.seguita che'l quadrato della.s.t.sie equal a i tre quadrati delle tre linee.s.i.t.p.& p.i.& pche.p.i.e equal alla.p.K.(diuisa,& la.p.s.è la maggior parte di quella & la.s.i.è equale alla minor parte. Et perche'l qua drato di tutta la linea.p.K.ouer.p.i.insieme cõ il quadrato della.s.i.(sua minor parte) e triplo per la 5.del 13.al quadrato della.t.p.sua maggior parte giõtovi a tal summa il quadrato della detta.t.p.sua maggior parte) tal sũma de detti tre quadrati sarà quadrupla al quadrato della detta.t.p.(maggior parte) adonque per communa scientia la linea.s.t.lato del triangolo, sarà quadrupla in potẽtia alla.t.p. Et perche etiam tutta la t.u.per la.4.del 2.e medesimamente quadru pla in potentia alla medesima.t.p. Seguita, per communa scientia, la.s.t.esser equale alla.t.u.& di sopra fu dimostrato che la.s.t.era equale alla.s.u.adon que il triangolo.s.t.u.sarà equilatero & per lo medesimo modo se demostrerà de tutti li altri che è il proposito. Et questa inscrittione trouai alli 21.di Decem brio che fu il giorno di.S.Thomaso.1542.In Venetia con laqual inscrittione lo giorno sequente ritrouai l'altra seconda detta di sopra cioe che.

Eglie possibile inscriuer nel corpo di uinti base, il corpo di otto base.

Perche eglie manifesto, per il conuerso della inscrittione per noi di sopra ad dutta, esser possibile de circonscriuere uno cubo, a ogni dato corpo di uinti base.

Sia adonque il dato yeocedron, nel qual volemo inscriuere el dettootto base, quello medesimo che disopra fu inscritto nel cubo circa dil quale imaginaremo che gli sia circonscritto il medesimo cubo, a, f, Et perche in ciascaduna delle sei superficie del detto cubo vi si riposa uno lato del dato corpo de vinti base delli quali l'uno ne è la linea, r, s, della figura precedente, l'altro, x, y, l'altro, t, u, li al tri sono a questi tre oppositi et pche li ponti, o, q, p, et similmente li altri tre a que sti oppositi diuidono cadauno di detti lati in due parti equali, et sono etiã centri delle medesime superficie del cubo, congiongendo adonque cadauno di detti cen tri con cadauno di quattro circonstãti con linee rette: si come si fece nella terza propositione di questo a inscriuere le otto base nel cubo, per el secondo modo adut to dal commentatore, si manifestarà il proposito, cioè che il corpo di otto base che serà inscritto nel detto cubo sarà medesimamẽte inscritto nel vinti base. & pche il lato del cubo, detto di sopra, è equale a tutta la linea, l, K, et la detta, l, K, è dop pia alla, p, K, diuisa, diuidendo adonque la detta, l, K, ouer il lato del cubo, secon do la medesima proportione hauente il mezzo e duoi istremi la sua maggior par te sarà etiã doppia alla, p, t, & perche il lato del vinti base inscritto, cioe la, t, u, e etiam doppio alla medesima, t, p, ne seguita lo sottoscritto correlario.

Correlario.

E per questo è manifesto che diuiso il lato del cubo secondo la proportione ha uente il mezzo & duoi estremi la sua maggior parte sarà equale al lato de vin ti base inscritto nel medesimo cubo.

Porbleme. 13. Propositione. 13.

13 Fabricato qual si voglia di cinque corpi regolari possemo in quello inscri-
o uerui una sphera.

Adonque, per le 13 libro (è manifesto cadauno de questi cinque corpi esser in scrittibile alla sphera. Al presente adonque sarà manifesto el contrario cioe a ca dauno di quelli esser inscrittibile la sphera. Et p dimostrar questo uscissano (ouer siano pottratte mentalmente) le perpendicolare dal centro della circonscribente sphera a tutte le base uniuersale de qual si voglia de quelli, lequale è necessario cadere dentro li centri di quelli cerchij che circonscriuono esse base, & conciosia che, tutti li cerchij che circonscriuono quelli siano equali: Etiam queste prepen dicolare saranno equale. Adonque se sopra el centro della sphera (che circonscri ue) descriuerai un cerchio secondo la quantità di una de quelle, & essendo circõ dutto la mità di quello per fina a tanto che quel ritorni al loco doue comenciò a esser mouesto: & perche quello è necessario transire per le istremità di tutte le prependicolare tu conuencerai (per el correlario della decima sesta del terzo) la sphera descritta da mouimento di questo semicerchio toccare tutte le base dello as signato corpo in li ponti doue concorrano le perpendicolare, perche la sphera non puo toccar piu delle base di quel corpo di quel che tocca el semicerchio circõ dutto mentre che quello era mouesto, per laqual cosa è manifesto noi hauer in scritto una sphera in lo assignato corpo si come era il proposito.

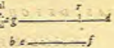
IL FINE DEL DECIMOQVINTO LIBRO.

RATICELLA DELLA COSA LEGGIERA ET GRAVE D'EUCLIDE.

1 I CORPI uguali di grandezza sono quelli, che riempieno i luoghi uguali.
2 I corpi diuersi di grandezza sono quelli, che riempiono i luoghi non uguali.
3 I corpi maggiori di grandezza si dicono quei, iquali sono di luogo piu ampio.
4 I corpi uguali di potentia sono quelli, i moti de iquali sono uguali, per mezzo e di tempo e d'aria, o d'acqua uguali, & per spatij uguali.
5 I corpi diuersi di potentia sono, i moti d'iquali sono uguali a diuerso tempo.
6 De i corpi diuersi di potentia, questo si dice il maggior di potentia, ilquale mouendosi consuma manco tempo, il menor di potentia e questo, che cōsuma piu tēpo.
7 I corpi dell'a istessa sorte sono quelli, che essendo uguali di grandezza sono anco di potentia:
8 I corpi di diuersa sorte sono quelli, iquali essendo di grandezza uguali, non sono di potentia, benche si muouano per lo medesimo mezo.
9 De i corpi di diuersa sorte il piu potente si dice quello, che è piu sodo.

Theorema primo.

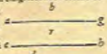
De i corpi di diuersa potētia quello, che per maggior spatio si moue, ha piu potētia. Siano a. e b. due corpi. Siano g. d. & e f due spatij. g. d. il maggior, per loqual lo a. si moue, e. f. il menor, per lo qual il b. si moue. Risecarò dal spatio di g. d. il spatio di g. r. di modo, che sia al spatio di e. f. uguale i. spatio di g. r. il rimanente è chiaro da se.



Theorema secondo.

Se i corpi dell'istessa sorte saranno tra se molciplici, saranno parimente le loro potentie molciplici.

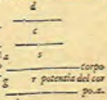
Sia il corpo a. g. doppio al corpo. d. della medesima sorte, dico esser anco doppio di potētia. Perciò del corpo. a. g. sia la potētia. e. h. Del d. poi il c. a. g. secondo l'eccesso del molciplice si parta in a, b. & b. g. di maniera che la potētia del'uno e dell'altro si sia uguale alla potētia del corpo di esso d, laqual era c. Dapoi partimmo il corpo a. g. nelle parti, a, b. b. g. pari al corpo d. così partiamo la potentia. e, h, nelle parti, e, r. & r, h, pari alla potentia del c. egli è manifesto, che la potentia. e. h. riesce doppia potentia.



Theorema terzo.

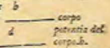
De i corpi dell'istessa sorte è una medesima proportione & di grandezza e di potentia.

Sia il corpo. a. doppio del corpo. b. della medesima sorte, dico come il corpo. a. e al corpo. b. così il g. potentia del corpo. a. sia chiaro esser al. d. potentia del corpo. b. se al modo, che partiamo i corpi, così partiamo parimente le potentie moltiplicheuolmente dall'una e dall'altra parte.



Theorema quarto.

I corpi sono dell'istessa sorte tra di se, iquali sono di par potentia el corpo della medesima sorte, perche tolte le ugualità a quel terzo saranno le simili loro parti, percioche sono uguali le potentie del terzo.



Saranno i corpi della sorte medesima, de iquali e una proportione & di grandezza, & di potentia. Si come il corpo. a. al corpo. b. così la potentia pel corpo, a, al, d, potentia del corpo, b, dico i corpi. a. b. essere dell'istessa sorte, percioche poniamo il corpo, a uguale al corpo, la potentia del qual sia lo. r. Saranno adonque come il. b. allo a. così lo. r. alla potentia di esso. a. laquale è il g. Il resto è manifesto.

IL FINE.

REGISTRO

A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z.

Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn Oo Pp Qq.

Tutti sono Quaderni.